

1、把二元查找树转变成排序的双向链表 26

题目：输入一棵二元查找树，将该二元查找树转换成一个排序的双向链表。要求不能创建任何新的结点，只调整指针的指向。

2、设计包含 min 函数的栈 20

题目：定义栈的数据结构，要求添加一个 min 函数，能够得到栈的最小元素。要求函数 min、push 以及 pop 的时间复杂度都是  $O(1)$ 。

3、求子数组的最大和 30

题目：输入一个整形数组，数组里有正数也有负数。数组中连续的一个或多个整数组成一个子数组，每个子数组都有一个和。求所有子数组的和的最大值。要求时间复杂度为  $O(n)$ 。

4、在二元树中找出和为某一值的所有路径 24

题目：输入一个整数和一棵二元树，从树的根结点开始往下访问一直到叶结点所经过的所有结点形成一条路径。打印出和与输入整数相等的所有路径。

5、查找最小的 k 个元素 29

题目：输入 n 个整数，输出其中最小的 k 个。

6、微软亚院之编程判断俩个链表是否相交 36

题目：给出俩个单向链表的头指针，比如 h1，h2，判断这俩个链表是否相交。为了简化问题，我们假设俩个链表均不带环。问题扩展：1.如果链表可能有环列？2.如果要求出俩个链表相交的第一个节点列？

7、判断整数序列是不是二元查找树的后序遍历结果 23

题目：输入一个整数数组，判断该数组是不是某二元查找树的后序遍历的结果。如果是返回 true，否则返回 false。

8、输入一个已经按升序排序过的数组和一个数字，在数组中查找两个数，使得它们的和正好是输入的那个数字。要求时间复杂度是  $O(n)$ 。如果有多对数字的和等于输入的数字，输出任意一对即可。 42

9、输入一颗二元查找树，将该树转换为它的镜像，即在转换后的二元查找树中，左子树的结点都大于右子树的结点。用递归和循环两种方法完成树的镜像转换。

10、输入一颗二元树，从上往下按层打印树的每个结点，同一层中按照从左往右的顺序打印。 60

11、n 个数字  $(0,1,\dots,n-1)$  形成一个圆圈，从数字 0 开始，每次从这个圆圈中删除第 m 个数字（第一个为当前数字本身，第二个为当前数字的下一个数字）。当一个数字删除后，从被删除数字的下一个继续删除第 m 个数字。求出在这个圆圈中剩下的最后一个数字。 46

12、定义 Fibonacci 数列如下： $f(0)=0, f(1)=1, f(n)=f(n-1)+f(n-2) \quad n \geq 2$  输入 n，用最快的方法求该数列的第 n 项。分析：在很多 C 语言教科书中讲到递归函数的时候，都会用 Fibonacci 作为例子。 7

13、输入一个表示整数的字符串，把该字符串转换成整数并输出。例如输入字符串"345"，则输出整数 345。 49

14、链表操作

(1) 单链表就地逆置 15

(2) 合并链表 16

15、写一个函数,它的原形是 `int continumax(char *outputstr,char *intputstr)`功能：在字符串中找出连续最长的数字串，并把这个串的长度返回，并把这个最长数字串付给其中一个函数参数 `outputstr` 所指内存。例如："abcd12345ed125ss123456789"的首地址传给 `intputstr` 后，函数将返回 9，`outputstr` 所指的值为 123456789

16、跳台阶问题题目：一个台阶总共有  $n$  级，如果一次可以跳 1 级，也可以跳 2 级。求总共有多少总跳法，并分析算法的时间复杂度。 8

17、整数的二进制表示中 1 的个数题目：输入一个整数，求该整数的二进制表达中有多少个 1。例如输入 10，由于其二进制表示为 1010，有两个 1，因此输出 2。分析：这是一道很基本的考查位运算的面试题 11

18、栈的 push、pop 序列题目：输入两个整数序列。其中一个序列表示栈的 push 顺序，判断另一个序列有没有可能是对应的 pop 顺序。为了简单起见，我们假设 push 序列的任意两个整数都是不相等的。比如输入的 push 序列是 1、2、3、4、5，那么 4、5、3、2、1 就有可能是一个 pop 序列。因为可以有如下的 push 和 pop 序列：push 1，push 2，push 3，push 4，pop，push 5，pop，pop，pop，pop，这样得到的 pop 序列就是 4、5、3、2、1。但序列 4、3、5、1、2 就不可能是 push 序列 1、2、3、4、5 的 pop 序列。 21

19、在从 1 到  $n$  的正数中 1 出现的次数输入一个整数  $n$ ，求从 1 到  $n$  这  $n$  个整数的十进制表示中 1 出现的次数。例如输入 12，从 1 到 12 这些整数中包含 1 的数字有 1，10，11 和 12，1 一共出现了 5 次。分析：这是一道广为流传的 google 面试题。 31

20、求一个矩阵中最大的二维矩阵(元素和最大).如:1 2 0 3 4 2 3 4 5 11 1 5 3 0 中最大的是:4 5 5 3 要求:(1)写出算法;(2)分析时间复杂度;(3)用 C 写出关键代码

21、谷歌笔试  $n$  支队伍比赛，分别编号为 0，1，2。。。  $n-1$ ，已知它们之间的实力对比关系，存储在一个二维数组 `w[n][n]`中，`w[i][j]` 的值代表编号为  $i$ ， $j$  的队伍中更强的一支。所以 `w[i][j]=i` 或者  $j$ ，现在给出它们的出场顺序，并存储在数组 `order[n]`中，比如 `order[n] = {4,3,5,8,1.....}`，那么第一轮比赛就是 4 对 3， 5 对 8。.....胜者晋级，败者淘汰，同一轮淘汰的所有队伍排名不再细分，即可以随便排，下一轮由上一轮的胜者按照顺序，再依次两两比，比如可能是 4 对 5,直至出现第一名编程实现，给出二维数组 `w`，一维数组 `order` 和用于输出比赛名次的数组 `result[n]`，求出 `result`。

22、有  $n$  个长为  $m+1$  的字符串，如果某个字符串的最后  $m$  个字符与某个字符串的前  $m$  个字符匹配，则两个字符串可以联接，问这  $n$  个字符串最多可以连成一个多长的字符串，如果出现循环，则返回错误。

23、网易有道笔试

(1)求一个二叉树中任意两个节点间的最大距离，两个节点的距离的定义是这两个节点间边的个数，比如某个孩子节点和父节点间的距离是 1，和相邻兄弟节点间的距离是 2，优

化时间空间复杂度。

(2)求一个有向连通图的割点，割点的定义是，如果除去此节点和与其相关的边，有向图不再连通，描述算法。

24、百度研发笔试题

(1) 设计一个栈结构，满足一下条件：min, push, pop 操作的时间复杂度为  $O(1)$ 。

20

(2) 一串首尾相连的珠子(m 个)，有 N 种颜色( $N \leq 10$ )，设计一个算法，取出其中一段，要求包含所有 N 中颜色，并使长度最短，并分析时间复杂度与空间复杂度。

(3) 设计一个系统处理词语搭配问题，比如说中国和人民可以搭配，则中国人民中国都有效。要求：\*系统每秒的查询数量可能上千次；\*词语的数量级为 10W；\*每个词至多可以与 1W 个词搭配当用户输入中国人民的时候，要求返回与这个搭配词组相关的信息。

25、递归和非递归两种方法实现二叉树的前序遍历。 笔记

26、腾讯面试题

1、设计一个魔方（六面）的程序。

2、有一千万条短信，有重复，以文本文件的形式保存，一行一条，有重复。请用 5 分钟时间，找出重复出现最多的前 10 条。

3、收藏了 1 万条 url，现在给你一条 url，如何找出相似的 url。（面试官不解释何为相似）

27、雅虎：对于一个整数矩阵，存在一种运算，对矩阵中任意元素加一时，需要其相邻（上下左右）某一个元素也加一，现给出一正数矩阵，判断其是否能够由一个全零矩阵经过上述运算得到。

把输入的矩阵一步步还原成 0 矩阵

一个数字，只可能伴随着它上下左右四个方向的数字变化。

①如果数字比它周围四个数的和要大，那么一定不满足条件。

②如果数字小于等于四周的数字和，且其四周仅有一个数字不为 0：不为 0 的那个周围数字的大小  $-$  当前数字大小，将当前数字置零。因为当前数字仅可能是那个不为 0 的数字引起的。

③如果数字等于四周的数字和，且其四周仅有一个数字不为 0：当前与四周的数字均置 0。

④如果数字小于四周的数字和，且其四周仅有一个数字不为 0：无法判断，循环继续还原。

28、一个整数数组，长度为 n，将其分为 m 份，使各份的和相等，求 m 的最大值比如{3, 2, 4, 3, 6} 可以分成{3, 2, 4, 3, 6}  $m=1$ ; {3,6}{2,4,3}  $m=2$ ; {3,3}{2,4}{6}  $m=3$  所以 m 的最大值为 3

28、微软一个数组是由一个递减数列左移若干位形成的，比如{4, 3, 2, 1, 6, 5}是由{6, 5, 4, 3, 2, 1}左移两位形成的，在这种数组中查找某一个数。

30、和为 n 连续正数序列题目：输入一个正数 n，输出所有和为 n 连续正数序列。例如输入 15，由于  $1+2+3+4+5=4+5+6=7+8=15$ ，所以输出 3 个连续序列 1-5、4-6 和 7-8。数据结构与算法的重要性已不言而喻， 41

32、二元树的深度题目：输入一棵二元树的根结点，求该树的深度。从根结点到叶结点依次经过的结点（含根、叶结点）形成树的一条路径，最长路径的长度为树的深度。分析：这道题本质上还是考查二元树的遍历。 笔记

33、字符串的排列题目：输入一个字符串，打印出该字符串中字符的所有排列。例如输入字符串 abc，则输出由字符 a、b、c 所能排列出来的所有字符串 abc、acb、bac、bca、cab 和 cba。分析：这是一道很好的考查对递归理解的编程题。 27

34、调整数组顺序使奇数位于偶数前面题目：输入一个整数数组，调整数组中数字的顺序，使得所有奇数位于数组的前半部分，所有偶数位于数组的后半部分。要求时间复杂度为  $O(n)$ 。 13

35、最长公共子串题目：如果字符串一的所有字符按其在字符串中的顺序出现在另外一个字符串二中，则字符串一称之为字符串二的子串。注意，并不要求子串（字符串一）的字符必须连续出现在字符串二中。请编写一个函数，输入两个字符串，求它们的最长公共子串，并打印出最长公共子串。例如：输入两个字符串 BDCABA 和 ABCBDAB，字符串 BCBA 和 BDAB 都是它们的最长公共子串，则输出它们的长度 4，并打印任意一个子串。分析：求最长公共子串是一道非常经典的动态规划题。

36、从尾到头输出链表题目：输入一个链表的头结点，从尾到头反过来输出每个结点的值。链表结点定义如下：struct ListNode{int m\_nKey;ListNode\* m\_pNext;}; 3

37、在  $O(1)$  时间内删除链表结点题目：给定链表的头指针和一个结点指针，在  $O(1)$  时间内删除该结点。链表结点的定义如下：struct ListNode{int m\_nKey;ListNode\* m\_pNext;};函数的声明如下：void DeleteNode(ListNode\* pListHead, ListNode\* pToBeDeleted);分析：这道题考察编程基本功和反应速度，更重要的是考察面试者对时间复杂度的理解。

38、找出数组中两个只出现一次的数字题目：一个整型数组里除了两个数字之外，其他的数字都出现了两次。请写程序找出这两个只出现一次的数字。要求时间复杂度是  $O(n)$ ，空间复杂度是  $O(1)$ 。分析：这是一道很新颖的关于位运算的面试题。 40

39、找出链表的第一个公共结点题目：两个单向链表，找出它们的第一个公共结点。链表的结点定义为：struct ListNode{int m\_nKey;ListNode\* m\_pNext;};分析：这是一道微软的面试题，在微软的面试题中，链表出现的概率相当高。 36

40、在字符串中删除特定的字符题目：输入两个字符串，从第一个字符串中删除第二个字符串中所有的字符。例如，输入 "They are students." 和 "aeiou"，则删除之后的第一个字符串变成 "Thy r stdnts."。分析：在微软的常见面试题中，与字符串相关的题目占了很大一部分，因为写程序操作字符串能很好的反映面试者的编程基本功。

41、寻找丑数题目：我们把只包含因子 2、3 和 5 的数称作丑数 (Ugly Number)。例如 6、8 都是丑数，但 14 不是，因为它包含因子 7。习惯上我们把 1 当做是第一个丑数。求按从小到大的顺序的第 1500 个丑数。 33

42、输出 1 到最大的 N 位数题目：输入数字 n，按顺序输出从 1 最大的 n 位 10 进制数。比如输入 3，则输出 1、2、3 一直到最大的 3 位数即 999。分析：这是一道很有意思的题

目，看起来很简单，其实里面却有不少的玄机。

43、颠倒栈题目：用递归颠倒一个栈。例如输入栈{1, 2, 3, 4, 5}，1 在栈顶。颠倒之后的栈为{5, 4, 3, 2, 1}，5 处在栈顶。

44、闲玩娱乐

(1) 扑克牌的顺子从扑克牌中随机抽 5 张牌，判断是不是一个顺子，即这 5 张牌是不是连续的。2-10 为数字本身，A 为 1，J 为 11，Q 为 12，K 为 13，而大小王可以看成任意数字。 45

(2) n 个骰子的点数。把 n 个骰子扔在地上，所有骰子朝上一面的点数之和为 S。输入 n，打印出 S 的所有可能的值出现的概率。

45、把数组排成最小的数题目：输入一个正整数数组，将它们连接起来排成一个数，输出能排出的所有数字中最小的一个。例如输入数组{32, 321}，则输出这两个能排成的最小数字 32132。请给出解决问题的算法，并证明该算法。分析：这是百度的一道面试题，从这道题我们可以看出百度对应聘者在算法方面有很高的要求。 32

46、旋转数组中的最小元素题目：把一个数组最开始的若干个元素搬到数组的末尾，我们称之为数组的旋转。输入一个排好序的数组的一个旋转，输出旋转数组的最小元素。例如数组{3, 4, 5, 1, 2}为{1, 2, 3, 4, 5}的一个旋转，该数组的最小值为 1。分析：这道题最直观的解法并不难，我们应该利用输入数组的特性找到更好的解法。 6

47、数值的整数次方题目：实现函数 double Power(double base, int exponent)，求 base 的 exponent 次方。不需要考虑溢出。 12

48、题目：设计一个类，我们只能生成该类的一个实例。分析：只能生成一个实例的类是实现了 Singleton 模式的类型。

49、对策字符串的最大长度题目：输入一个字符串，输出该字符串中对称的子字符串的最大长度。比如输入字符串“google”，由于该字符串里最长的对称子字符串是“goog”，因此输出 4。分析：可能很多人都写过判断一个字符串是不是对称的函数，这个题目可以看成是该函数的加强版。

50、数组中超过出现次数超过一半的数字题目：数组中有一个数字出现的次数超过了数组长度的一半，找出这个数字。分析：这道面试题百度、微软和 Google 在内的多家公司都采用过，解答这道题除了较好的编程能力外，还需要较快的反应和较强的逻辑思维能力。 28

51、二叉树两个结点的最低共同父结点题目：二叉树的结点定义如下：struct TreeNode{int m\_nvalue;TreeNode\* m\_pLeft;TreeNode\* m\_pRight;};输入二叉树中的两个结点，输出这两个结点在数中最低的共同父结点。

<https://blog.csdn.net/u013132035/article/details/82115533>

52、复杂链表的复制题目：有一个复杂链表，其结点除了有一个 m\_pNext 指针指向下一个结点外，还有一个 m\_pSibling 指向链表中的任一结点或者 NULL。 25

53、关于链表问题的面试题如下：

(1) 给定单链表，检测是否有环。使用两个指针 p1,p2 从链表头开始遍历，p1 每次前进一步，p2 每次前进两步。如果 p2 到达链表尾部，说明无环，否则 p1、p2 必然会在



某个时刻相遇( $p1==p2$ ), 从而检测到链表中有环。 55

(2) 给定两个单链表(head1, head2), 检测两个链表是否有交点, 如果有返回第一个交点。如果  $head1==head2$ , 那么显然相交, 直接返回 head1。否则, 分别从 head1, head2 开始遍历两个链表获得其长度 len1 与 len2, 假设  $len1 \geq len2$ , 那么指针 p1 由 head1 开始向后移动 len1-len2 步, 指针 p2=head2, 下面 p1、p2 每次向后前进一步并比较 p1p2 是否相等, 如果相等即返回该结点, 否则说明两个链表没有交点。 36

(3) 给定单链表(head), 如果有环的话请返回从头结点进入环的第一个节点。运用题一, 我们可以检查链表中是否有环。如果有环, 那么 p1p2 重合点 p 必然在环中。从 p 点断开环, 方法为:  $p1=p$ ,  $p2=p->next$ ,  $p->next=NULL$ 。此时, 原单链表可以看作两条单链表, 一条从 head 开始, 另一条从 p2 开始, 于是运用题二的方法, 我们找到它们的第一个交点即为所求。 55

(4) 只给定单链表中某个结点 p(并非最后一个结点, 即  $p->next!=NULL$ )指针, 删除该结点。办法很简单, 首先是放 p 中数据, 然后将 p->next 的数据 copy 入 p 中, 接下来删除 p->next 即可。

(5) 只给定单链表中某个结点 p(非空结点), 在 p 前面插入一个结点。办法与前者类似, 首先分配一个结点 q, 将 q 插入在 p 后, 接下来将 p 中的数据 copy 入 q 中, 然后再将要插入的数据记录在 p 中。

54、链表和数组的区别在哪里? 分析: 主要在基本概念上的理解, 但是最好能考虑的全面一点。

二者都属于一种数据结构

从逻辑结构来看

1. 数组必须事先定义固定的长度(元素个数), 不能适应数据动态地增减的情况。当数据增加时, 可能超出原先定义的元素个数; 当数据减少时, 造成内存浪费; 数组可以根据下标直接存取。

2. 链表动态地进行存储分配, 可以适应数据动态地增减的情况, 且可以方便地插入、删除数据项。(数组中插入、删除数据项时, 需要移动其它数据项, 非常繁琐) 链表必须根据 next 指针找到下一个元素

从内存存储来看

1. (静态)数组从栈中分配空间, 对于程序员方便快捷, 但是自由度小

2. 链表从堆中分配空间, 自由度大但是申请管理比较麻烦

从上面的比较可以看出, 如果需要快速访问数据, 很少或不插入和删除元素, 就应该用数组; 相反, 如果需要经常插入和删除元素就需要用链表数据结构了。

55、

(1) 编写实现链表排序的一种算法。说明为什么你会选择用这样的方法?

(2) 编写实现数组排序的一种算法。说明为什么你会选择用这样的方法? 笔记

56、阿里巴巴一道笔试题题目: 12 个高矮不同的人, 排成两排, 每排必须是从矮到高排列, 而且第二排比对应的第一排的人高, 问排列方式有多少种?

57、百度面试题

(1) 一个 int 数组, 里面数据无任何限制, 要求求出所有这样的数  $a[i]$ , 其左边的数都

小于等于它，右边的数都大于等于它。能否只用一个额外数组和少量其它空间实现。

(2) 一个文件，内含一千万行字符串，每个字符串在 1K 以内，要求找出所有相反的串对，如 abc 和 cba。(3) STL 的 set 用什么实现的？为什么不用 hash？

59、用 C 语言实现函数 `void * memmove(void *dest, const void *src, size_t n)`。memmove 函数的功能是拷贝 src 所指的内存内容前 n 个字节到 dest 所指的地址上。分析：由于可以把任何类型的指针赋给 void 类型的指针，这个函数主要是实现各种数据类型的拷贝。

60、又见字符串的问题

(1) 给出一个函数来复制两个字符串 A 和 B。字符串 A 的后几个字节和字符串 B 的前几个字节重叠。分析：记住，这种题目往往就是考你对边界的考虑情况。

(2) 已知一个字符串，比如 asderwsde,寻找其中的一个子字符串比如 sde 的个数，如果没有返回 0，有的话返回子字符串的个数。

61、怎样编写一个程序，把一个有序整数数组放到二叉树中？分析：本题考察二叉搜索树的建树方法，简单的递归结构。关于树的算法设计一定要联想到递归，因为树本身就是递归的定义。

62、

(1) 大整数数相乘的问题。

(2) 求最大连续递增数字串（如“ads3sl456789DF3456ld345AA”中的“456789”）

(3) 实现 strstr 功能，即在父串中寻找子串首次出现的位置。

63、金山笔试题，编码完成下面的处理函数。题目：函数将字符串中的字符 '\*' 移到串的前部分，前面的非 '\*' 字符后移，但不能改变非 '\*' 字符的先后顺序，函数返回串中字符 '\*' 的数量。如原始串为：ab\*\*cd\*\*e\*12，处理后为\*\*\*\*\*abcde12，函数并返回值为 5。（要求使用尽量少的时间和辅助空间）

64、神州数码、华为笔试题

(4) 删除字符串中的数字并压缩字符串。如字符串“abc123de4fg56”处理后变为“abcdefg”。注意空间和效率。

(5) 求两个串中的第一个最长子串。如“abractyeyt”,“dgdsaeactyey”的最大子串为“actyey”。

65、

(1) 不开辟用于交换数据的临时空间，如何完成字符串的逆序

(2) 删除串中指定的字符

66、一道著名的毒酒问题有 1000 桶酒，其中 1 桶有毒。而一旦吃了，毒性会在 1 周后发作。现在我们用小鼠做实验，要在 1 周内找出那桶毒酒，问最少需要多少老鼠。

67、有趣的石头问题有一堆 1 万个石头和 1 万个木头，对于每个石头都有 1 个木头和它重量一样，把配对的石头和木头找出来。

68、在一个 int 数组里查找这样的数，它大于等于左侧所有数，小于等于右侧所有数。直观想法是用两个数组 a、b。a[i]、b[i] 分别保存从前到 i 的最大的数和从后到 i 的最小的数，一个解答。

69、微软笔试题求随机数构成的数组中找到长度大于=3 的最长的等差数列，输出等差数列由小到大，如果没有符合条件的就输出格式：输入[1,3,0,5,-1,6]输出[-1,1,3,5]要求时间复杂度，空间复杂度尽量小。

70、华为面试题

(1) 判断一字符串是不是对称的，如：abccba。

(2) 用递归的方法判断整数数组 a[N]是不是升序排列。

第 1 组微软较简单的算法面试题

1、编写反转字符串的程序，要求优化速度、优化空间。

2、在链表里如何发现循环链接？

3、编写反转字符串的程序，要求优化速度、优化空间。

4、给出洗牌的一个算法，并将洗好的牌存储在一个整形数组里。

5、写一个函数，检查字符是否是整数，如果是，返回其整数值。(或者：怎样只用 4 行代码编写出一个从字符串到长整形的函数？)

第 2 组微软面试题

1、给出一个函数来输出一个字符串的所有排列。

2、请编写实现 malloc()内存分配函数功能一样的代码。

3、给出一个函数来复制两个字符串 A 和 B。字符串 A 的后几个字节和字符串 B 的前几个字节重叠。

4、怎样编写一个程序，把一个有序整数数组放到二叉树中？

5、怎样从顶部开始逐层打印二叉树结点数据？请编程。

6、怎样把一个链表掉个顺序（也就是反序，注意链表的边界条件并考虑空链表）？

第 3 组微软面试题

1、烧一根不均匀的绳，从头烧到尾总共需要 1 个小时。现在有若干条材质相同的绳子，问如何用烧绳的方法来计时一个小时十五分钟呢？

需要三根绳子：

第一根和第二根同时点，第一根点一头，第二根点两头

在第二根燃完后（30 分钟），点燃第一根的另一头

前两根燃完后（15 分钟），点燃第三根的两头

全部燃完后（30 分钟）



一共就是 1 小时 15 分钟。

- 2、你有一桶果冻，其中有黄色、绿色、红色三种，闭上眼睛抓取同种颜色的两个。抓取多少个就可以确定你肯定有两个同一颜色的果冻？（5 秒-1 分钟完成）

4 个。

- 3、如果你有无穷多的水，一个 3 公升的提桶，一个 5 公升的提桶，两只提桶形状上下都不均匀，问你如何才能准确称出 4 公升的水？（40 秒-3 分钟完成）

装满 3 公升、倒入五公升里面、再装满 3 公升、把五公升装满、3 公升里还剩一公升、把五公升里倒完、把三公升里面剩下的倒进去、再把三公升的装满倒去五公升里面、就行了

#### 第 4 组微软面试题，挑战思维极限

- 1、12 个球一个天平，现知道只有一个和它的重量不同，问怎样称才能用三次就找到那个球。13 个呢？（注意此题并未说明那个球的重量是轻是重，所以需要仔细考虑）（5 分钟-1 小时完成）

分三组:每组四个,第一组编号 1-4, 第二组 5-8, 第三组 9-12.

第一次称: 天平左边放第一组, 右边放第二组。

A 第一种可能: 平衡。则不同的在第三组。

接下来可以在左边放第 9、10、11 号, 右边放 1、2、3 号三个正常的。

a.如果平衡, 则 12 号是不同的;

b.如果左重右轻, 则不同的在 9、10、11 号中, 而且比正常球重。再称一次: 9 放左边, 10 放右边, 如果平衡, 则 11 号是不同的; 如果左重右轻, 则 9 号是不同的, 如果右重左轻, 则 10 号是不同的。

c.如果左轻右重, 道理同 b

B 第二种可能: 左重右轻, 则不同的在 1-8 号中, 但不知比正常的轻还是重。

第二次称: 左边放 1、2、5 号, 右边放 6、9、3 号。

a.如果平衡。则不同的在 4、7、8 中。可以称第三次: 左边放 4、7, 右边放 9、10。如果平衡, 则 8 是不同;如果左重右轻, 则 4 是不同; 如果左轻右重, 则 7 是不同。

b.仍然左重右轻。则不同的在位置没有改变的 1、2、6 中。可以称第三次: 左边放 1、6, 右边放 9、10。如果平衡, 则 2 是不同; 如果左重右轻, 则 1 是不同;如果左轻右重, 则 6 是不同。

c: 左轻右重。则不同的在 5、3、中, 因为只有它们改变了原来的位置。可以称第三次: 左放 5, 3, 右放 9, 10。如果左轻右重, 则 5 是不同, 如果左重右轻, 则 3 是不同。

C 第三种可能: 左轻右重, 道理同 B

至此, 不论发生任何情况, 称三次都可以找出不同, 而且知道比正常的轻了还是重了。

- 2、在 9 个点上画 10 条直线, 要求每条直线上至少有三个点? (3 分钟-20 分钟完成)

●○●○●

○●●●○

●○●○●

- 3、在一天的 24 小时之中, 时钟的时针、分针和秒针完全重合在一起的时候有几次? 都分

别是什么时间？你怎样算出来的？（5 分钟-15 分钟完成）

若设时针的角速度为  $w$ ，则分针跟秒针的角速度分别为  $12w$  和  $720w$ 。

先来考察时针与分针重合时的角度，设为  $x$ 。则有等式：

$$x/w = (x + n \cdot 360) / 12w$$

其中  $n$  为分针超过时针的圈数。 $n$  的取值范围为从 1 到 22 之间的正整数。只取到 22 是因为在一天中虽然分针是走了 24 圈，但时针也走了两圈。所以  $24-2=22$ 。

然后，我们就可以代入  $n$  值来求  $x$  了。求出  $x$  后，还要看秒针此时是否也在  $x$  处。可知时针走到  $x$  处用的时间为  $x/w$ ，此时秒针走过的总角度为  $720w \cdot x/w = 720x$ 。然后把此值化简到 360 以内看是否为  $w$  即可。简单过程如下：

当  $n = 1$  时， $x = 360/11$ 。  $720 \cdot 360/11 \rightarrow 5 \cdot 360/11$ 。可见时针与分针重合时秒针不与它们重合。

当  $n = 2$  时， $x = 2 \cdot 360/11$ 。  $720 \cdot 2 \cdot 360/11 \rightarrow 10 \cdot 360/11$ 。 秒针不重合。

当  $n = 3$  时， $x = 3 \cdot 360/11$ 。  $720 \cdot 3 \cdot 360/11 \rightarrow 4 \cdot 360/11$ 。 秒针不重合。

有规律的，自己看……

当  $n = 11$  时， $x = 11 \cdot 360/11 = 360$ 。  $720 \cdot 360 \rightarrow 360$ 。 秒针重合，此时即为中午 12 点。

循环……

由上可知一天中三针完全重合在一起的时候共有两次，分别为中午 12 点和凌晨 0 点。