

EAIiB	Autor 1: Rafał Mazur Autor 2: Jakub Ficoń		Rok II	Grupa 5	Zespół 3
Temat: Wahadło fizyczne			Numer ćwiczenia: 1		
Data wykonania	Data oddania	Zwrot do poprawki	Data oddania	Data zaliczenia	Ocena

1 Cel ćwiczenia

Opis ruchu drgającego, a w szczególności drgań wahadła fizycznego. Wyznaczenie momentów bezwładności brył sztywnych.

2 Wstęp teoretyczny

W załącznikach na końcu sprawozdania

3 Układ pomiarowy

1. Statyw
2. Badane bryły: pręt, pierścień
3. Metalowy przymiar milimetrowy
4. Suwmiarka
5. Waga elektroniczna
6. Sekundomierz

4 Wykonanie ćwiczenia

1. Zmierzenie masy pręta i pierścienia.
2. Wyznaczanie rozmiarów pręta oraz pierścienia.
3. Umieszczenie pręta na statywie, wprowadzenie go w ruch drgający o amplitudzie nieprzekraczającej trzech stopni i zmierzenie czasu czterdziestu drgań. Pomiar powtórzyć dziesięciokrotnie.
4. Wykonanie punktu 3 dla pierścienia.

5 Opracowanie wyników pomiaru

5.1 Obliczenie momentu bezwładności I_0 względem rzeczywistej osi obrotu:

Korzystam ze wzoru:

$$I_0 = \frac{mgaT^2}{4\pi^2}$$

Obliczam moment bezwładności I_0 dla pręta i pierścienia:

$$I_{0_{pret}} = 0.08057[kg \cdot m^2]$$

$$I_{0_{pierscien}} = 0.04483[kg \cdot m^2]$$

5.2 Obliczenie momentu bezwładności I_S względem osi przechodzącej przez środek masy korzystając z twierdzenia Steinera:

Korzystam ze wzoru:

$$I_S = I_0 - ma^2$$

Obliczam moment bezwładności I_S dla pręta i pierścienia:

$$I_{S_{pret}} = 0.03043[kg \cdot m^2]$$

$$I_{S_{pierscien}} = 0.02393[kg \cdot m^2]$$

5.3 Obliczenie momentu bezwładności względem osi przechodzącej przez środek masy $I_S^{(geom)}$ na podstawie masy i wymiarów geometrycznych:

Korzystam ze wzoru dla pręta:

$$I_{S_{pret}}^{(geom)} = \frac{1}{12}ml^2$$

Obliczam moment bezwładności $I_S^{(geom)}$ dla pręta:

$$I_{S_{pret}}^{(geom)} = 0.03099[kg \cdot m^2]$$

Korzystam ze wzoru dla pierścienia (wydrążony walec):

$$I_{S_{pierscien}}^{(geom)} = \frac{1}{2}m(R^2 + r^2)$$

Obliczam moment bezwładności $I_S^{(geom)}$ dla pierścienia:

$$I_{S_{pierscien}}^{(geom)} = 0.02486[kg \cdot m^2]$$

5.4 Obliczenie lub przyjęcie niepewności wielkości mierzonych (okresu, masy, wymiarów geometrycznych):

Niepewność okresu pręta (typu A):

$$u(T) = \sqrt{\frac{\sum (T_i - \bar{T})^2}{n(n-1)}} = 0.00046[s]$$

Niepewność okresu pierścienia (typu A):

$$u(T) = \sqrt{\frac{\sum (T_i - \bar{T})^2}{n(n-1)}} = 0.00108[s]$$

Niepewność masy pręta i pierścienia (typu B):

$$u(m) = 1[g] = 0.001[kg]$$

Niepewności wymiarów geometrycznych:

$$u(l) = 1[mm] = 0.001[m]$$

$$u(a_{\text{pręta}}) = 0.5[mm] = 0.0005[m]$$

$$u(a_{\text{pierścienia}}) = 0.05[mm] = 0.00005[m]$$

5.5 Obliczenie niepewności złożonej momentu bezwładności I_0 oraz I_S :

Dla pręta:

Dla I_0 korzystam z prawa przenoszenia niepewności względnych:

$$\frac{u(I_0)}{I_0} = \sqrt{\left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{u(a)}{a}\right]^2 + \left[2\frac{u(T_0)}{T_0}\right]^2} = \sqrt{\left[\frac{0.001}{0.663}\right]^2 + \left[\frac{0.005}{0.275}\right]^2 + \left[2 \cdot \frac{0.00046}{1.33195}\right]^2} = 0.00246$$

$$u(I_0) = I_0 \cdot 0.00246 = 0.00020$$

Dla I_S korzystam z prawa przenoszenia niepewności:

$$u(I_S) = \sqrt{\left[\frac{\partial I_S}{\partial I_0} u(I_0)\right]^2 + \left[\frac{\partial I_S}{\partial m} u(m)\right]^2 + \left[\frac{\partial I_S}{\partial a} u(a)\right]^2} = \sqrt{[u(I_0)]^2 + [a^2 \cdot u(m)]^2 + [2am \cdot u(a)]^2} = 0.00028$$

Dla pierścienia:

Dla I_0 korzystam z prawa przenoszenia niepewności względnych:

$$\frac{u(I_0)}{I_0} = \sqrt{\left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[\frac{u(a)}{a}\right]^2 + \left[2\frac{u(T_0)}{T_0}\right]^2} = \sqrt{\left[\frac{0.001}{1.343}\right]^2 + \left[\frac{0.0005}{0.1277}\right]^2 + \left[2 \cdot \frac{0.00108}{1.02443}\right]^2} = 0.00227$$

$$u(I_0) = I_0 \cdot 0.04483 = 0.00010$$

Dla I_S korzystam z prawa przenoszenia niepewności:

$$u(I_S) = \sqrt{\left[\frac{\partial I_S}{\partial I_0} u(I_0)\right]^2 + \left[\frac{\partial I_S}{\partial m} u(m)\right]^2 + \left[\frac{\partial I_S}{\partial a} u(a)\right]^2} = \sqrt{[u(I_0)]^2 + [a^2 \cdot u(m)]^2 + [2am \cdot u(a)]^2} = 0.00010$$

5.6 Obliczenie niepewności $u(I_S^{(geom)})$:

Z prawa przenoszenia niepewności względnych (dla pręta):

$$\frac{u(I_S^{(geom)})}{I_S^{(geom)}} = \sqrt{\left[\frac{u(m)}{m}\right]^2 + \left[2\frac{u(l)}{l}\right]^2} = \sqrt{\left[\frac{0.001}{0.663}\right]^2 + \left[2 \cdot \frac{0.001}{0.749}\right]^2} = 0.00307$$

$$u(I_S^{(geom)}) = I_S^{(geom)} \cdot 0.003099 = 0.00010$$

Z prawa przenoszenia niepewności (dla pierścienia):

$$\begin{aligned} u(I_S^{(geom)}) &= \sqrt{\left[\frac{\partial I_S^{(geom)}}{\partial m} u(m)\right]^2 + \left[\frac{\partial I_S^{(geom)}}{\partial R} u(R)\right]^2 + \left[\frac{\partial I_S^{(geom)}}{\partial r} u(r)\right]^2} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{4} \cdot ((R^2 + r^2) \cdot u(m))^2 + (2mR \cdot u(R))^2 + (2mr \cdot u(r))^2} = 0.00007 \end{aligned} \quad (1)$$

5.7 Porównanie metod:

Dla pręta:

$$u(I_S) = 0.00028$$

$$u(I_S^{(geom)}) = 0.00010$$

$$u(I_S) > u(I_S^{(geom)})$$

Dla pierścienia:

$$u(I_S) = 0.00010$$

$$u(I_S^{(geom)}) = 0.00007$$

$$u(I_S) > u(I_S^{(geom)})$$

Wynika z tego że metoda geometryczna jest bardziej dokładna, wynikać to może z tego, że do druga metoda wymagała większej ilości pomiarów co mogło spowodować większą ilość błędów.

5.8 Sprawdzenie czy wyniki są zgodne w granicach niepewności rozszerzonej:

Obliczam stosunek (wyniki uważam za zgodne gdy stosunek ten ma wartość mniejszą od $k=2$):

$$k = \frac{|I_S - I_S^{(geom)}|}{\sqrt{u^2(I_S) + u^2(I_S^{(geom)})}}$$

Dla pręta $k = 1.9$, więc wyniki można uznać za zgodne.

Dla pierścienia $k = 1.82$, więc wyników nie można uznać za zgodne.

6 Stableryzowane wyniki:

6.1 Wyniki obliczeń dla pręta:

	$I_0^{[1]} [kg \cdot m^2]$	$I_S^{[2]} [kg \cdot m^2]$	$I_S^{(geom)[3]} [kg \cdot m^2]$
Wartość	0.08057	0.03043	0.03099
Niepewność	0.00020	0.00028	0.00010

6.2 Wyniki obliczeń dla pierścienia:

	$I_0^{[1]} [kg \cdot m^2]$	$I_S^{[2]} [kg \cdot m^2]$	$I_S^{(geom)[3]} [kg \cdot m^2]$
Wartość	0.04483	0.02463	0.024857
Niepewność	0.00010	0.00010	0.00007

[1] – wyznaczone z okresu drgań,

[2] – wyznaczone z twierdzenia Steinera,

[3] – wyznaczone z pomiarów geometrycznych

7 Wnioski

W obu przypadkach korzystanie z metody geometrycznej wykazuje większą dokładność a więc wartości uzyskane w tej metodzie są pewniejsze od wartości doświadczalnych. Wartości momentu bezwładności dla pręta i pierścienia mieszczą się w niepewności rozszerzonej. Większy błąd dla metody doświadczalnej może wynikać z tego, że wymaga ona większej liczby danych a to powoduje wzrost wartości błędu, oraz z występowania tłumienia drgań w powietrzu (co można wyeliminować przez zwiększenie liczby mierzonych okresów przy pomiarze).