

Atividade: Álgebra de Boole

Em Matemática, chama-se **proposição** ao enunciado de uma verdade que se quer demonstrar, ou como usaremos: uma sentença que pode ser falsa (0), ou verdadeira (1), mas nunca ambos ao mesmo tempo.

A conjunção é uma relação entre sentenças que estabelece um resultado **verdadeiro** (1) quando associadas duas proposições ( $p$  e  $q$ ), ambas **verdadeiras** (iguais a 1). Basta uma delas ser **falsa** (0), para que a conjunção ( $s$ ) também seja **falsa** (0).

A porta **AND** ( E ) é um componente de circuito lógico que implementa essa relação; pode ter duas ( $p$ ,  $q$ ), ou mais entradas, e a saída ( $s$ ) assumirá o valor 1 (**verdadeiro**) se, e somente se, todas as entradas forem iguais a 1 (**verdadeiras**); caso uma, ou mais entradas forem iguais a 0 (**falso**), a saída terá valor igual a 0 (**falso**).

A disjunção é uma relação entre sentenças que estabelece um resultado **falso** (0) quando duas proposições ( $p$  e  $q$ ) forem **falsas** (0). Basta uma delas ser **verdadeira** (1), para que a disjunção também seja **verdadeira** (1).

A porta **OR** ( OU ) é um componente de circuito lógico que implementa essa relação; pode ter duas ( $p$ ,  $q$ ), ou mais entradas, e a saída ( $s$ ) assumirá o valor 0 (**falso**) se, e somente se, todas as entradas forem iguais a 0 (**falso**); caso uma, ou mais entradas forem iguais a 1 (**verdadeiro**), a saída terá valor 1 (**verdadeiro**).

A negação determina que se uma proposição ( $p$ ) for **falsa** (0), seu resultado será **verdadeiro** (1), ou vice-versa.

A porta **NOT** (NÃO) é um componente de circuito lógico que implementa essa relação, também chamada de **INVERTER** (INVERSOR), só possui uma entrada ( $p$ ), e a saída assumirá o valor 1 (**verdadeiro**), se a entrada for igual a 0 (**falso**); senão, a saída terá valor 0 (**falso**), se a entrada for igual a 1 (**verdadeiro**).

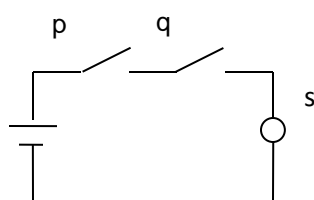
## - Analogias com circuitos elétricos

O primeiro circuito a seguir (conjunção) determina que se duas chaves (p e q) forem fechadas (1), o resultado (s) será o de um circuito fechado com uma lâmpada acesa (1), por exemplo; basta que uma delas seja aberta (0), para que o circuito se abra, e a lâmpada apague (0). O circuito poderá ter duas (p, q), ou mais chaves, em série que a saída (s) terá o mesmo resultado (1) se, e somente se, todas as chaves forem fechadas (1); caso uma, ou mais chaves forem abertas (0), o resultado será um circuito aberto com a lâmpada apagada (0).

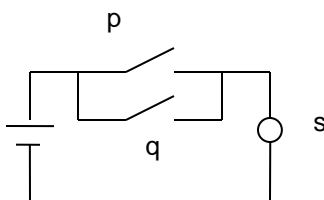
O segundo circuito a seguir (disjunção) determina que se duas chaves (p e q) forem abertas (0), o resultado (s) será o de um circuito aberto com uma lâmpada apagada (0), por exemplo; basta que uma delas seja fechada (1), para que o circuito se feche. O circuito poderá ter duas (p, q), ou mais chaves, em paralelo que a saída (s) terá o mesmo resultado (1), se, e somente se, todas as entradas forem abertas (0); caso uma, ou mais chaves forem fechadas (1), o resultado será um circuito fechado com a lâmpada acesa (1).

O terceiro circuito a seguir (negação) determina que se uma chave (p) for acionada (1), o resultado (s) será o de um circuito aberto com uma lâmpada apagada (0); caso contrário, o circuito permanecerá fechado, e a lâmpada se manterá acesa (1).

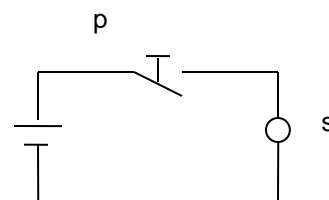
## - Representações por circuitos



Circuito série (AND)  
(Conjunção)



Circuito paralelo (OR)  
(Disjunção)



Curto-circuito (NOT)  
(Negação)

## - Representações de relações lógicas

### Notações

Conjunção ( E )  
(p e q)

$$p \wedge q$$

$$p \cdot q = p q$$

$$p \& q$$

$$p \&\& q$$

Disjunção (OU )  
(p ou q)

$$p \vee q$$

$$p + q$$

$$p \mid q$$

$$p \parallel q$$

Negação (NÃO )  
(não p)

$$\neg p$$

$$/p = p' = \bar{p}$$

$$\sim p$$

$$! p$$

### Tabela-verdade

Conjunção ( E )

$$\begin{array}{ccc} p & q & s \\ 0 \cdot 0 & = & 0 \\ 0 \cdot 1 & = & 0 \\ 1 \cdot 0 & = & 0 \\ 1 \cdot 1 & = & 1 \end{array}$$

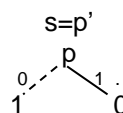
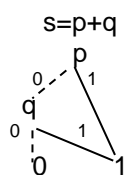
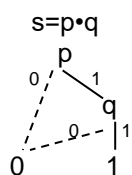
Disjunção (OU )

$$\begin{array}{ccc} p & q & s \\ 0 + 0 & = & 0 \\ 0 + 1 & = & 1 \\ 1 + 0 & = & 1 \\ 1 + 1 & = & 1 \end{array}$$

Negação (NÃO )

$$\begin{array}{ccc} p & & s \\ 0' & = & 1 \\ 1' & = & 0 \end{array}$$

### Diagrama de Decisão Binária (BDD)



### Portas Lógicas

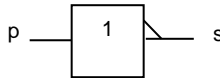
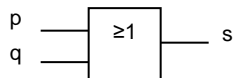
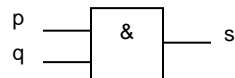
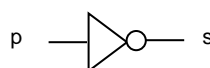
$s = \text{AND} ( p, q )$



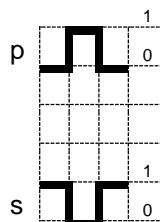
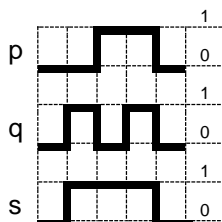
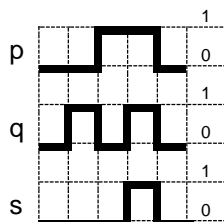
$s = \text{OR} ( p, q )$



$s = \text{NOT} ( p )$



### Diagramas de tempo para as portas lógicas



## - Prioridade de conectivos

Estabelece-se que a ordem de avaliação de uma expressão, envolvendo conectivos lógicos, será da esquerda para a direita, respeitando-se as prioridades dos conectivos na ordem mostrada abaixo, sendo a primeira a mais alta quando aplicada imediatamente a um valor.

NÃO  
E  
OU

Pode-se mudar a ordem de avaliação por meio de parênteses.

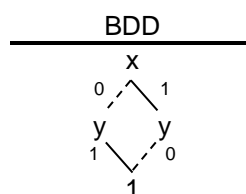
Exemplo:

Considere a expressão lógica:  $(\neg x \wedge y) \vee (x \wedge \neg y)$   
de forma mais simples como  $(x' \cdot y) + (x \cdot y')$   
A sua avaliação será feita na seguinte ordem de prioridade:

- negação de (x) :  $x'$
- conjunção com (y) :  $x' \cdot y$
- negação de (y) :  $y'$
- conjunção com (x) :  $x \cdot y'$
- disjunção das conjunções :  $(x' \cdot y) + (x \cdot y')$

A expressão poderá ser representada nas formas tabular (**tabela-verdade**) ou por BDD (*Binary Decision Diagram*):

x y	$(x' \cdot y)$	$(x \cdot y')$	$(x' \cdot y) + (x \cdot y')$
0 0	0	0	0
0 1	1	0	1
1 0	0	1	1
1 1	0	0	0



Resumidamente as relações em uma tabela também poderão ser indicadas

- pela disjunção ( + ) das conjunções iguais a 1 (ou mintermos)

x y	$(x' \cdot y)$	$(x \cdot y')$	$(x' \cdot y) + (x \cdot y')$
0 0	0	0	0
0 1	1	0	1
1 0	0	1	1
1 1	0	0	0

mintermos (=1)
$m0 = x' \cdot y' = 0$
$m1 = x' \cdot y = 1 \leftarrow$
$m2 = x \cdot y' = 1 \leftarrow$
$m3 = x \cdot y = 0$

$$f(x, y) = (x' \cdot y) + (x \cdot y') = m1 + m2 = \sum m(1, 2) = \text{SoP}(1, 2)$$


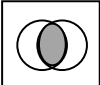

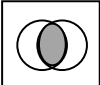













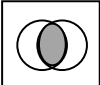






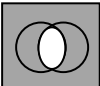

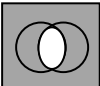

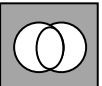











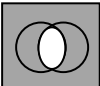



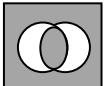

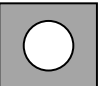

- pela conjunção ( · ) das disjunções iguais a 0 (ou MAXTERMOS).

X Y	$(X+Y')$	$(X'+Y)$	$(X+Y') \cdot (X'+Y)$
0 0	0	0	0
0 1	1	0	1
1 0	0	1	1
1 1	0	0	0

MAXTERMOS (=0)
$m0 = X + Y = 0 \leftarrow$
$m1 = X + Y' = 1$
$m2 = X' + Y = 1$
$m3 = X' + Y' = 0 \leftarrow$

$$F(X, Y) = (X+Y') \cdot (X'+Y) = M1 \cdot M2 = \prod M(0, 3) = \text{PoS}(0, 3)$$

## Principais relações da álgebra de Boole

<table><tr><th colspan="2">s=(p&amp;q) AND</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr></table>	s=(p&q) AND		0	1	0	0	0	1	<table><tr><td>p/q</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	p/q		0		1		<table><tr><th colspan="2">s=(p   q) OR</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td></tr></table>	s=(p   q) OR		0	1	0	1	1	1	<table><tr><td>p/q</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	p/q		0		1		<table><tr><th colspan="2">s=(p^q) XOR</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr></table>	s=(p^q) XOR		0	1	0	1	1	0	<table><tr><td>p/q</td><td></td></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	p/q		0		1		<table><tr><th colspan="2">BUFFER</th></tr><tr><td>s = p</td></tr><tr><td>0</td></tr><tr><td>1</td></tr></table>	BUFFER		s = p	0	1													
s=(p&q) AND																																																																		
0	1																																																																	
0	0																																																																	
0	1																																																																	
p/q																																																																		
0																																																																		
1																																																																		
s=(p   q) OR																																																																		
0	1																																																																	
0	1																																																																	
1	1																																																																	
p/q																																																																		
0																																																																		
1																																																																		
s=(p^q) XOR																																																																		
0	1																																																																	
0	1																																																																	
1	0																																																																	
p/q																																																																		
0																																																																		
1																																																																		
BUFFER																																																																		
s = p																																																																		
0																																																																		
1																																																																		
<table><tr><th colspan="2">Conjunção</th></tr><tr><td>p q</td><td></td><td>s</td></tr><tr><td colspan="3">AND</td></tr><tr><td colspan="3">s = p • q</td></tr><tr><td colspan="3"></td></tr></table>	Conjunção		p q		s	AND			s = p • q							<table><tr><th colspan="2">Disjunção</th></tr><tr><td>p q</td><td></td><td>s</td></tr><tr><td colspan="3">OR</td></tr><tr><td colspan="3">s = p + q</td></tr><tr><td colspan="3"></td></tr></table>	Disjunção		p q		s	OR			s = p + q							<table><tr><th colspan="2">Disjunção Exclusiva</th></tr><tr><td>p q</td><td></td><td>s</td></tr><tr><td colspan="3">XOR</td></tr><tr><td colspan="3">s = p ⊕ q</td></tr><tr><td colspan="3"></td></tr></table>	Disjunção Exclusiva		p q		s	XOR			s = p ⊕ q							<table><tr><th colspan="2">Cópia</th></tr><tr><td>p</td><td></td><td>s</td></tr><tr><td colspan="3">BUFFER</td></tr><tr><td colspan="3">s = p</td></tr><tr><td colspan="3"></td></tr></table>	Cópia		p		s	BUFFER			s = p									
Conjunção																																																																		
p q		s																																																																
AND																																																																		
s = p • q																																																																		
																																																																		
Disjunção																																																																		
p q		s																																																																
OR																																																																		
s = p + q																																																																		
																																																																		
Disjunção Exclusiva																																																																		
p q		s																																																																
XOR																																																																		
s = p ⊕ q																																																																		
																																																																		
Cópia																																																																		
p		s																																																																
BUFFER																																																																		
s = p																																																																		
																																																																		
<table><tr><td colspan="3"></td></tr><tr><td colspan="3">s = (p • q)'</td></tr><tr><td colspan="3">NAND</td></tr><tr><td>p q</td><td></td><td>s</td></tr><tr><td colspan="3">Alternative Denial</td></tr></table>				s = (p • q)'			NAND			p q		s	Alternative Denial				<table><tr><td colspan="3"></td></tr><tr><td colspan="3">s = (p + q)'</td></tr><tr><td colspan="3">NOR</td></tr><tr><td>p q</td><td></td><td>s</td></tr><tr><td colspan="3">Joint Denial</td></tr></table>				s = (p + q)'			NOR			p q		s	Joint Denial				<table><tr><td colspan="3"></td></tr><tr><td colspan="3">s = (p + q)'</td></tr><tr><td colspan="3">XNOR</td></tr><tr><td>p q</td><td></td><td>s</td></tr><tr><td colspan="3">Equivalência</td></tr></table>				s = (p + q)'			XNOR			p q		s	Equivalência				<table><tr><td colspan="3"></td></tr><tr><td colspan="3">s = p' = P̄</td></tr><tr><td colspan="3">NOT</td></tr><tr><td>p</td><td></td><td>s</td></tr><tr><td colspan="3">Negação</td></tr></table>				s = p' = P̄			NOT			p		s	Negação		
																																																																		
s = (p • q)'																																																																		
NAND																																																																		
p q		s																																																																
Alternative Denial																																																																		
																																																																		
s = (p + q)'																																																																		
NOR																																																																		
p q		s																																																																
Joint Denial																																																																		
																																																																		
s = (p + q)'																																																																		
XNOR																																																																		
p q		s																																																																
Equivalência																																																																		
																																																																		
s = p' = P̄																																																																		
NOT																																																																		
p		s																																																																
Negação																																																																		
<table><tr><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr></table>	1	1	1	0	0	1	<table><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	0		1		<table><tr><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr></table>	1	0	0	0	0	1	<table><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	0		1		<table><tr><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr></table>	1	0	0	1	0	1	<table><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	0		1		<table><tr><td>1</td></tr><tr><td>0</td></tr></table>	1	0																												
1	1																																																																	
1	0																																																																	
0	1																																																																	
0																																																																		
1																																																																		
1	0																																																																	
0	0																																																																	
0	1																																																																	
0																																																																		
1																																																																		
1	0																																																																	
0	1																																																																	
0	1																																																																	
0																																																																		
1																																																																		
1																																																																		
0																																																																		
<table><tr><td>s=~(p&amp;q)</td><td>NAND</td></tr></table>	s=~(p&q)	NAND	<table><tr><td>p\q</td><td></td></tr></table>	p\q		<table><tr><td>s=~(p q)</td><td>NOR</td></tr></table>	s=~(p q)	NOR	<table><tr><td>s=~(p^q)</td><td>XNOR</td></tr></table>	s=~(p^q)	XNOR	<table><tr><td>s=~(p^q)</td><td>XNOR</td></tr></table>	s=~(p^q)	XNOR	<table><tr><td>s=~p</td><td>NOT</td></tr></table>	s=~p	NOT																																																	
s=~(p&q)	NAND																																																																	
p\q																																																																		
s=~(p q)	NOR																																																																	
s=~(p^q)	XNOR																																																																	
s=~(p^q)	XNOR																																																																	
s=~p	NOT																																																																	

## Resumo

				<b>AND</b>	<b>OR</b>	<b>XOR</b>	<b>XNOR</b>	<b>NOR</b>	<b>NAND</b>
				$p \& q$	$p \mid q$	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$\sim (p \mid q)$	$\sim (p \& q)$
0	$p' \cdot q'$	$P+Q$	0	0	0	0	1	1	1
1	$p' \cdot q$	$P+Q'$	0	0	1	1	0	0	1
2	$p \cdot q'$	$P'+Q$	1	0	1	1	0	0	1
3	$p \cdot q$	$P'+Q'$	1	1	1	0	1	0	0
				[1]	[7]	[6]	[9]	[8]	[14]
mintermos	SoP	(+)	[=1]	3	1,2,3	1,2	0,3	0	0,1,2
MAXTERMS	PoS	(•)	[=0]	0,1,2	0	0,3	1,2	1,2,3	3

### Principais propriedades da Álgebra de Boole

Idempotência	Comutativa	Associativa
$p + p = p$	$p + q = q + p$	$(p + q) + r = p + (q + r)$
$p \cdot p = p$	$p \cdot q = q \cdot p$	$(p \cdot q) \cdot r = p \cdot (q \cdot r)$
Identidade	De Morgan	Distributiva
$p + 0 = p \quad p \cdot 0 = 0$	$\overline{(p + q)} = \bar{p} \cdot \bar{q}$	$p + (q \cdot r) = (p + q) \cdot (p + r)$
$p + 1 = 1 \quad p \cdot 1 = p$	$\overline{(p \cdot q)} = \bar{p} + \bar{q}$	$p \cdot (q + r) = (p \cdot q) + (p \cdot r)$
Complementar	Absorção	Consenso
$p + \bar{p} = 1$ (tautologia)	$p + (\bar{p} \cdot q) = (p + q)$	$(p \cdot q) + (\bar{p} \cdot r) + (q \cdot r)$ $= (p \cdot q) + (\bar{p} \cdot r)$
$p \cdot \bar{p} = 0$ (contradição)	$\bar{p} + (p \cdot q) = (\bar{p} + q)$	$(p + q) \cdot (\bar{p} + r) \cdot (q + r)$ $= (p + q) \cdot (\bar{p} + r)$
$\bar{\bar{p}} = p$ (dupla negação)	$p + (p \cdot q) = p$	

### Principais propriedades da álgebra com XOR.

Básicas	Identidade	Complementar
$p \oplus p = 0$	$p \oplus 0 = p$	$\bar{p} \oplus \bar{q} = p \oplus q$
$p \oplus \bar{p} = 1$	$p \oplus 1 = \bar{p}$	$\overline{(p \oplus q)} = \bar{p} \oplus q = p \oplus \bar{q}$
Associativa		Comutativa
$(p \oplus q) \oplus r = p \oplus (q \oplus r)$		$p \oplus q = q \oplus p$
Disjunção	Distributiva	Transposição
se: $p = q \oplus r$ e $q \cdot r = 0$ então: $p = q + r$	$p \cdot (q \oplus r) = (p \cdot q) \oplus (p \cdot r)$	se: $p = q \oplus r$ então: $q = p \oplus r$ e $r = p \oplus q$

## Tabela-verdade

Expressões lógicas podem ser expressas na forma tabular (tabela-verdade):

Exemplo:

Avaliar a expressão:  $x' \cdot y + x \cdot y'$

considerando a ordem de prioridades entre negação, conjunção e disjunção.

$x \ y$	$x' \cdot y$	$x \cdot y'$	$x' \cdot y + x \cdot y'$
0 0	0	0	0
0 1	1	1	1
1 0	0	0	1
1 1	0	0	0

A descrição equivalente em Verilog será

```
// -----  
// TRUTH TABLE  
// Nome: xxx yyy zzz  
// Matricula: 999999  
// -----  
  
// -----  
// -- expression  
// -----  
  
module fxy (output s,  
            input x, y);  
    assign s = ~x & y | x & ~y;  
  
endmodule // fxy
```

Uma função lógica também pode ser descrita pela soma de produtos (mintermos) ou SoP (disjunção das conjunções dos termos na tabela onde a função for igual a 1).

#mintermo	mintermo	x y	f(x,y)	
0	$x' \cdot y'$	0 0	0	
1	$x' \cdot y$	0 1	1	←
2	$x \cdot y'$	1 0	1	←
3	$x \cdot y$	1 1	0	

$$f(x,y) = (x' \cdot y) + (x \cdot y') = \sum m(1, 2)$$

A descrição equivalente em Verilog será

```
// -----
// -- SoP
// -----

module SoP (output s,
            input x, y);
    // mintermos
    assign s = ~x & y // 1
           | x & ~y; // 2
endmodule // SoP
```

Uma função lógica pode ser descrita pelo produto de somas (MAXTERMOS) ou PoS, (conjunção das disjunções dos termos na tabela onde a função for igual a 0), cujo resultado é equivalente à soma de produtos complementar

#MAXTERMOS	MAXTERMOS	X Y	F(X,Y)	
0	$X + Y$	0 0	0	←
1	$X + Y'$	0 1	1	
2	$X' + Y$	1 0	1	
3	$X' + Y'$	1 1	0	←

$$F(X,Y) = (X + Y) \cdot (X' + Y') = \prod M(0, 3)$$

A descrição equivalente em Verilog será

```
// -----
// -- PoS
// -----

module PoS (output S,
            input X, Y);
    // MAXTERMOS
    assign S = ( X | Y ) // 0
           & ( X | ~Y ); // 3

endmodule // PoS
```



cujo módulo com os conjuntos de testes em Verilog poderá ser

```
// -----  
// -- test_module  
// -----  
  
module test_module;  
  reg  x, y;  
  wire s1, s2, s3;  
      // instancias  
  fxy FXY1 (s1, x, y);  
  SoP SOP1 (s2, x, y);  
  PoS POS1 (s3, x, y);  
  
      // valores iniciais  
  initial begin: start  
    x=1'bx; y=1'bx; // indefinidos  
  end  
      // parte principal  
  initial begin: main  
    // identificacao  
    $display("Exemplo- xxx yyy zzz - 999999");  
    $display("Test boolean expression");  
    $display("\nx'&y+x&y' = s\n");  
    // monitoramento  
    $display("x y = s1 s2 s3");  
    $monitor("%2b %2b = %2b %2b %2b", x, y, s1, s2, s3);  
    // sinalizacao  
    #1 x=0; y=0;  
    #1 x=0; y=1;  
    #1 x=1; y=0;  
    #1 x=1; y=1;  
  end  
  
endmodule // test_module
```

## Preparação

### Vídeos recomendados

Como preparação para o início das atividades, recomenda-se assistir os seguintes vídeos:

<http://www.youtube.com/watch?v=Tb1qLGR2hvU>  
<http://www.youtube.com/watch?v=UrA-miNZ6ag>  
<http://www.youtube.com/watch?v=wAqlu7M4xvA>

### Exercícios:

#### Orientação geral:

Apresentar soluções em formato texto (.txt).

Programas em Verilog deverão ser entregues em formato (.v) com previsão de testes.

Exemplos em Verilog serão fornecidos como ponto de partida.

Outras formas de soluções serão avaliadas como atividades extras (.c, .py).

As funções também poderão ser desenvolvidas além de Verilog, em C ou Python, e as execuções deverão apresentar as respostas e/ou gravá-las em arquivo texto.

- 01.) Construir a tabela-verdade para as proposições e verificar pelas respectivas tabelas-verdades implementadas em Verilog:

Exemplo:

$$\bar{x} + (\bar{y} \cdot \bar{z})$$

#mintermos	mintermos	x y z	x'	y'	z'	y'•z'	x'+(y'•z')
0	x'•y'•z'	0 0 0	1	1	1	1	1
1	x'•y'•z	0 0 1	1	1	0	0	1
2	x'•y•z'	0 1 0	1	0	1	0	1
3	x'•y•z	0 1 1	1	0	0	0	1
4	x•y'•z'	1 0 0	0	1	1	1	1
5	x•y'•z	1 0 1	0	1	0	0	0
6	x•y•z'	1 1 0	0	0	1	0	0
7	x•y•z	1 1 1	0	0	0	0	0

SoP (0,1,2,3,4)

```
module fxyz (output s,  
             input x, y, z);  
    assign s = ~x | (~y & ~z);  
  
endmodule // fxyz
```

- a.)  $x' \cdot (y' + z)'$
- b.)  $(x' + y')' \cdot z'$
- c.)  $(x' \cdot y)' \cdot z'$
- d.)  $(x \cdot y)' \cdot z$
- e.)  $(x + y') \cdot (y' + z')$

02.) Simplificar as expressões abaixo pelas propriedades da álgebra de Boole e verificar pelas respectivas tabelas-verdades implementadas em Verilog:

Exemplo:

$$\begin{aligned} & (\bar{x} + \bar{y}) \cdot (\bar{x} + \bar{z}) \\ & = x' + (y' \cdot z') \quad (\text{propriedade distributiva}) \end{aligned}$$

```
module fxyz (output s1, output s2, input x, y, z);
  assign s1 = (~x | ~y) & (~x | ~z);
  assign s2 = ~x | (~y & ~z);
endmodule // fxyz
```

a.)  $x \cdot (x' + y)'$

b.)  $(x + y) + (x \cdot y')$

c.)  $(x' \cdot y')' \cdot (x + y)$

d.)  $(x \cdot y)' + (x + y)'$

e.)  $(y + x)' \cdot (y' + x')$

03.) Montar as tabelas-verdades expressas pelas somas de produtos abaixo e verificar pelas respectivas tabelas-verdades implementadas em Verilog:

Exemplo:

$$f(x,y,z) = \sum m(0, 1, 2, 3, 4) = \text{SoP}(0,1,2,3,4) = 1$$

```
module SoP (output s, input x, y); // mintermos
  //      m 0      1      2      3      4
  assign s = (~x&~y&~z) | (~x&~y&z) | (~x&y&~z) | (~x&y&z) | (x&~y&~z);

endmodule // SoP
```

x y z	mintermos	SoP (0,1,2,3,4)
0 0 0	$x' \cdot y' \cdot z' = m0$	1
0 0 1	$x' \cdot y' \cdot z = m1$	1
0 1 0	$x' \cdot y \cdot z' = m2$	1
0 1 1	$x' \cdot y \cdot z = m3$	1
1 0 0	$x \cdot y' \cdot z' = m4$	1
1 0 1	$x \cdot y' \cdot z$	0
1 1 0	$x \cdot y \cdot z'$	0
1 1 1	$x \cdot y \cdot z$	0

a)  $f(x,y,z) = \sum m(1, 2, 5, 6)$

b)  $f(x,y,z) = \sum m(1, 3, 4, 7)$

c)  $f(x,y,w,z) = \sum m(1, 2, 6, 8, 9, 10, 12)$

d)  $f(x,y,w,z) = \sum m(0, 2, 5, 7, 8, 10, 13)$

e)  $f(x,y,w,z) = \sum m(1, 2, 3, 5, 7, 11)$

04.) Montar as expressões PoS equivalentes aos produtos das somas abaixo e verificar pelas respectivas tabelas-verdades implementadas em Verilog:  
Exemplo:

$$F(X,Y,Z) = \prod M(5, 6, 7) = \text{PoS}(5,6,7) = 0$$

```
module PoS (output S, input X, Y);    // MAXTERMOS
//      M  5          6          7
  assign S = (~X|Y|~Z) & (~X|~Y|Z) & (~X|~Y|~Z);

endmodule // PoS
```

x y z	MAXTERMOS	PoS (5,6,7)
0 0 0	X+Y+Z	1
0 0 1	X+Y+Z'	1
0 1 0	X+Y'+Z	1
0 1 1	X+Y'+Z'	1
1 0 0	X'+Y+Z	1
1 0 1	X'+Y+Z' = M5	0
1 1 0	X'+Y'+Z = M6	0
1 1 1	X'+Y'+Z' = M7	0

- a)  $F(X,Y,Z) = \prod M(1, 2, 3, 7)$
- b)  $F(X,Y,Z) = \prod M(0, 1, 2, 5, 6)$
- c)  $F(X,Y,W,Z) = \prod M(0, 1, 2, 3, 5, 8, 11, 13)$
- d)  $F(X,Y,W,Z) = \prod M(0, 2, 4, 6, 9, 10, 11)$
- e)  $F(X,Y,W,Z) = \prod M(0, 1, 2, 4, 7, 12, 15)$

05.) Identificar as expressões SoP e PoS equivalentes às tabelas abaixo e verificar pelas respectivas tabelas-verdades implementadas em Verilog:

a.)

n	x y	f(x,y)		
0	0 0	1	SoP(	) = _____
1	0 1	1		
2	1 0	0	PoS(	) = _____
3	1 1	1		

b.)

n	x y	f(x,y)		
0	0 0	0	SoP(	) = _____
1	0 1	1		
2	1 0	0	PoS(	) = _____
3	1 1	1		

c.)

n	x y z	f(x,y,z)		
0	0 0 0	1	SoP(	) = _____
1	0 0 1	1		
2	0 1 0	0		
3	0 1 1	1		
4	1 0 0	1	PoS(	) = _____
5	1 0 1	1		
6	1 1 0	0		
7	1 1 1	1		

d.)

n	x y z	f(x,y,z)		
0	0 0 0	1	SoP(	) = _____
1	0 0 1	0		
2	0 1 0	1		
3	0 1 1	0		
4	1 0 0	1	PoS(	) = _____
5	1 0 1	1		
6	1 1 0	1		
7	1 1 1	0		

e.)

n	x y w z	f(x,y,w,z)		
0	0 0 0 0	1	SoP(	) = _____
1	0 0 0 1	0		
2	0 0 1 0	1		
3	0 0 1 1	0		
4	0 1 0 0	1		
5	0 1 0 1	0		
6	0 1 1 0	0		
7	0 1 1 1	0		
8	1 0 0 0	1	PoS(	) = _____
9	1 0 0 1	0		
10	1 0 1 0	1		
11	1 0 1 1	1		
12	1 1 0 0	0		
13	1 1 0 1	1		
14	1 1 1 0	0		
15	1 1 1 1	1		