INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA
Guía 7 – Segundo Cuatrimestre 2018

UNC FAMAF

Problema 1: Las funciones de movimiento de un cuerpo son:

$$x(t) = 1\frac{m}{s^2}t^2 \qquad \text{y} \qquad y(t) = -2\frac{m}{s^4}t^4 - 4\frac{m}{s^2}t^2$$

Donde las coordenadas x e y están expresadas en unidades de longitud y los coeficientes *a, b* y *c* son constantes positivas.

a) Escriba el vector posición del cuerpo.
b) Encuentre una expresión para la trayectoria.
c) Encuentre las componentes del vector velocidad, $v_x(t)$, $v_y(t)$.
d) Encuentre las componentes del vector aceleración, $a_x(t)$, $a_y(t)$.

Problema 2: Todo proyectil moviéndose en las proximidades de la superficie terrestre sufre una aceleración constante por acción de la gravedad. La magnitud de esta aceleración está dada por $\vec{a} = -g\,\hat{\jmath}$, con $g \cong 10\frac{m}{s^2}$. Considere a *x* como la coordenada horizontal e *y* como coordenada vertical, con $\hat{\imath}, \hat{\jmath}$ los versores correspondientes. Analice ahora el caso de una piedra que se deja caer desde el techo de un edificio de 50m de altura.

a) Encuentre las funciones $\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{\imath} + y(t)\,\hat{\jmath}$ y $\vec{v}(t) = v_x(t)\,\hat{\imath} + v_y(t)\,\hat{\jmath}$.
b) Encuentre la función que describe la trayectoria.
c) Calcule el tiempo que tarda la piedra en llegar al suelo.

Se arroja otra piedra desde el mismo edificio y altura, con una velocidad horizontal de 10 m/s.
d) Calcule el tiempo que tarda la segunda piedra en llegar al suelo.
e) ¿A qué distancia de la primera piedra golpea el suelo la segunda piedra?
f) Trace en un mismo gráfico las trayectorias de ambas piedras.
g) Elija al menos tres instantes y, sobre el gráfico de la trayectoria, dibuje cualitativamente los vectores velocidad y aceleración correspondientes a esos instantes.

Problema 3: Un jugador A lanza una pelota con velocidad v= 20 m/s en una dirección que forma un ángulo de 30º con la horizontal.

a) ¿Cuánto tiempo permanece la pelota en el aire antes de llegar al piso?
b) ¿Cuál es su alcance? , es decir, ¿a qué distancia del jugador choca la pelota con el piso?.
c) Calcule el vector velocidad en el instante en que llega al suelo.

El jugador B, que se encuentra a una distancia de 100m de A en la dirección del lanzamiento, inicia su carrera en el instante en que A lanza la pelota con el objetivo de interceptarla.
d) ¿En qué dirección debe correr?
e) ¿Con qué velocidad debe correr B para tomar la pelota justo antes que ésta llegue al suelo? ¿Es razonable pensar que logrará su objetivo?

Problema 4: Demuestre que el alcance horizontal *R* de un proyectil que tiene una velocidad inicial v_0 y que se dispara con un ángulo θ respecto de la horizontal es $R = \frac{v_0^2}{g}\, sen(2\theta)$. ¿Para qué ángulo se logra el máximo alcance?

Problema 5: Se apunta un rifle a un blanco colocado a una distancia *d* de la boca del arma. Ambos están a una altura *h* respecto del suelo horizontal. Se deja caer el blanco libremente, mediante un mecanismo que lo suelta en el mismo momento en que la bala sale del rifle.

a) Determine el rango de velocidades iniciales de la bala, de modo que dé en el blanco antes que éste llegue al suelo.
b) ¿A qué altura del suelo choca la bala contra el blanco? (cuando se dispara con velocidad inicial dentro del rango calculado en (a)).
c) Si la bala se dispara con un cierto ángulo hacia arriba, en lugar de horizontalmente, y en el rango calculado en (a), ¿choca con el blanco en algún momento? ¿y si se dispara con un ángulo hacia abajo?

Problema 6: Una pelota de béisbol abandona el bate a una altura de 1m por encima del suelo, formando un ángulo de 45° con la vertical y con una velocidad tal que su alcance horizontal es de 120m. A una distancia de 110m del bateador y en la dirección de avance de la pelota, se encuentra una valla de 9m de altura.

a) ¿Pasará la pelota por encima de la valla? Fundamente su respuesta.
b) Calcule la altura máxima que alcanza la pelota y la velocidad en dicha posición.

Problema 7: Un jugador de golf, que se encuentra sobre una colina de 10 m de altura, golpea la pelota imprimiéndole una velocidad inicial de 50 m/s con un ángulo de 30° respecto a la horizontal. Al llegar a la cancha la pelota sufre un rebote. Como consecuencia de este rebote, la pelota mantiene la componente horizontal de su velocidad, pero la componente vertical de su velocidad invierte su sentido, y su módulo disminuye a la mitad del que tenía en el momento de llegar al piso. Considere que el rebote es "instantáneo" y que la trayectoria de la pelota sigue en el mismo plano. La segunda vez que la pelota llega al piso, lo hace sobre una "trampa de arena" donde termina el juego. El conductor de un carrito, que se mueve a velocidad constante sobre la recta que une el punto del rebote de la pelota con el de la segunda llegada al piso, desea atrapar la pelota exactamente cuando ésta llega al banco de arena. Suponga que, cuando la pelota alcanza la altura máxima después del rebote, el carrito está a mitad de camino entre el punto de rebote de la pelota y el de su segunda llegada al piso.

a) Realice un esquema cualitativo de la situación planteada, explicando con sus palabras cómo imagina el evento. Identifique el sistema de coordenadas elegido por Ud., objetos que intervienen y datos iniciales.
b) Determine los vectores $\vec{a}(t), \vec{v}(t)$ y $\vec{r}(t)$ de la pelota en el intervalo de tiempo comprendido desde el instante en que el jugador la lanza, hasta el rebote de la pelota en la cancha.
c) ¿En qué instante y a qué distancia de la base de la colina ocurre el rebote de la pelota?
d) Calcule el vector velocidad de la pelota inmediatamente antes e inmediatamente después de su rebote en la cancha. ¿Cuál es el ángulo que forma este último vector con la dirección horizontal?
e) ¿Cuál es la posición horizontal de la pelota cuando ésta alcanza su altura máxima después del rebote?
f) Determine las componentes cartesianas de la velocidad de la pelota para todo tiempo.
g) ¿Cuál debe ser la velocidad del carrito para lograr el objetivo de alcanzarla justo cuando está por caer en la trampa de arena?

h) Obtenga y dibuje la trayectoria de la pelota desde que fue golpeada hasta que llega al banco de arena, o al carrito, si éste logra la velocidad adecuada.
i) Determine las componentes tangenciales y normales de la aceleración para todo tiempo. Calcúlelas y dibújelas en el instante inmediatamente antes del rebote de la pelota.

Problema 8: La aceleración de una partícula que se mueve sobre un plano horizontal *x-y*, es

$$a(t) = 3\frac{m}{s^3}\, t\,\hat{\imath} + 4\frac{m}{s^3}\, t\,\hat{\jmath}$$

En t=0, la partícula está localizada en $\vec{r} = (20\,\mathrm{m})\,\hat{i} + (40\,\mathrm{m})\,\hat{j}$ y su velocidad está dada por $\vec{v} = (5\,\mathrm{m/s})\,\hat{i} + (2\,\mathrm{m/s})\,\hat{j}$.

a) Escriba los vectores posición y velocidad de la partícula para todo tiempo.
b) ¿Cuáles son las coordenadas de la partícula en t=4s?
c) Calcule el ángulo entre el vector posición y el vector velocidad en t=4s.
d) Calcule la aceleración tangencial y la aceleración normal en t=4s.

Problema 9: Un cañón está ubicado en la parte más alta de un acantilado de 500 *m* de altura, respecto al nivel del mar, a una distancia L = 1000 *m* del borde, tal como muestra la figura. El cañón puede disparar proyectiles a una velocidad que tiene módulo v_0 = 160 *m/s* y que forma un ángulo θ = 65º con respecto a la horizontal. Suponga que el movimiento de las balas es siempre sobre un mismo plano, y aproxime el módulo de la aceleración de la gravedad por el valor g = 10 m/s^2. Si nos detenemos a estudiar el movimiento de *un proyectil*,

a) Elija un sistema de coordenadas conveniente y, a partir del mismo, determine las funciones de movimiento del proyectil disparado por este cañón.
b) Escriba los vectores posición, velocidad y aceleración del proyectil para todo tiempo.
c) Escriba una expresión para la trayectoria del proyectil. Grafique dicha trayectoria.
d) Sobre el gráfico de la trayectoria, dibuje cualitativamente los vectores velocidad y aceleración del proyectil en los instantes: Inmediatamente después de ser disparado; en el punto de altura máxima y justo antes de impactar en el suelo.
e) ¿Logran los proyectiles alcanzar la parte más baja del acantilado? Justifique su respuesta realizando los cálculos y/o razonamiento que crea necesarios.
f) Calcule el tiempo en que el proyectil alcanza la altura máxima.
g) Determine el tiempo de vuelo del proyectil.

Si un velero que se encuentra navegando en las proximidades del acantilado y desea evitar ser alcanzado por los proyectiles,
h) ¿Cuál es la máxima distancia d, medida desde el borde del acantilado, que el velero podría alejarse para que el proyectil no impacte sobre él?

Si se puede modificar el ángulo con el cual se lanza el proyectil
i) ¿Con qué ángulo debería lanzarse el proyectil para que caiga lo más próximo a la base del acantilado?¿A qué distancia de la base del acantilado caerá?