INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA
Guía 8 – Primer Cuatrimestre 2018

UNC FAMAF

Problema 1: El radio medio de la órbita terrestre (supuesta circular) es de 150 x 10^6 *km* y la Tierra la recorre en 365 días.

a) Determine cuál es el módulo de la velocidad de la Tierra sobre su órbita en km/h.
b) Calcule el módulo de la aceleración de la Tierra hacia el Sol.

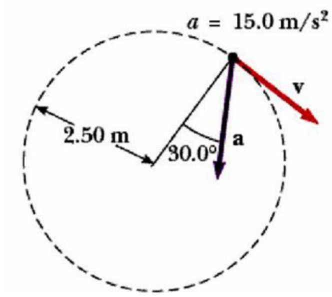
Problema 2: Un automóvil circula con una velocidad de módulo 20 m/s describiendo una trayectoria circular de 20 m de radio. Calcule:

a) La velocidad angular.
b) La aceleración tangencial.
c) La aceleración normal o centrípeta.
d) El número de vueltas que da al cabo de una hora.

Problema 3: El CD de una computadora gira con una velocidad angular máxima de 539 r.p.m. Calcule:

a) El período.
b) La velocidad angular
c) El número de vueltas que da durante la reproducción de una canción de 4 minutos.

Problema 4: En la figura se representa la aceleración total de una partícula que se mueve en sentido horario en un círculo de radio 2,50 *m*. En un determinado instante de tiempo el módulo de la aceleración es 15,0 m/s^2. Para dicho instante de tiempo calcule:



a) La aceleración radial de la partícula.
b) La aceleración tangencial.
c) La velocidad de la partícula.

Problema 5: La posición angular de una partícula que se mueve a lo largo de una circunferencia de radio 1,5 *m* está dada por la expresión $\theta(t) = 2\ s^{-2}\ t^2$, donde el ángulo está expresado en [rad] y *t* en [s].

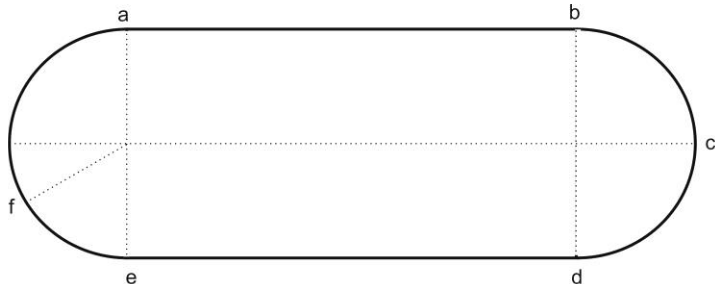
a) Escriba la función de movimiento de la partícula válida para todo *t* en un sistema de coordenadas cartesianas cuyo origen coincide con el centro de la circunferencia.
b) Calcule la aceleración tangencial, centrípeta y total de la partícula para todo *t* en coordenadas polares y coordenadas cartesianas.
c) Calcule la aceleración tangencial, centrípeta y total de la partícula para *t* = 5 s y dibújelas sobre la trayectoria.
d) Calcule la aceleración angular γ.

Problema 6: Una rueda de radio R = 0,25 *m* gira, alrededor de su centro, con una aceleración angular γ dada por $\gamma(t) = 4\ a\ t^3 - 3\ b\ t^2$, donde *t* es el tiempo y *a* y *b* son constantes. La posición angular y la velocidad angular de un punto *A* en el perímetro de la rueda al tiempo *t* = 0s, son: $\theta(t=0) = \frac{\pi}{2}$ y $\omega(0) = 0$, respectivamente.

a) Determine las unidades de las constantes *a* y *b.*

b) Calcule las funciones velocidad angular y ángulo descripto por el punto *A* en función del tiempo.
b) Escriba las funciones de movimiento del punto *A* en función del tiempo.

Problema 7: Un velódromo es una pista artificial de forma de rectángulo redondeado, como se muestra en la figura, donde se disputan competiciones de ciclismo. La superficie suele ser de madera, aunque también las hay de cemento y compuestos sintéticos. Los velódromos olímpicos deben tener una vuelta entre 250 *m* y 333,3 *m* de manera de recorrer 1000 *m* en un número entero de vueltas. En el caso que se muestra en la figura la longitud total del circuito es de 333,3 *m* y el de cada tramo recto es de 100 *m*. El 8 de febrero de 2015, el ciclista australiano Rohan Dennis estableció un nuevo record mundial para la hora recorriendo 52,491 *km*.



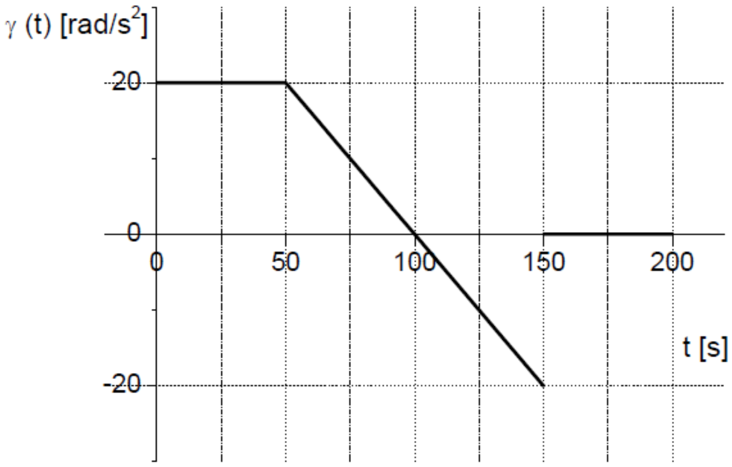
Suponiendo que durante la hora mantuvo una velocidad de módulo constante:

a) Calcule el módulo de la velocidad.
b) Determine el período y la frecuencia del ciclista.
c) Calcule la aceleración del ciclista en los tramos rectos y curvos.
d) Cuando el ciclista quiere terminar aplica los frenos justo en el punto *a*, al iniciar el tramo recto, y su bicicleta se detiene por completo justo al llegar al punto *b*. Calcule la aceleración que se aplica a la bicicleta.

Problema 8: Un cuerpo se mueve según las funciones $x(t) = a\,t$; $y(t) = \cos(\omega\, t)$,donde $\omega = 2\pi$ *rad/s*, *x* e *y* se miden en *m*; y *t* en *s*.

a) Determine y grafique la trayectoria del cuerpo.
b) Obtenga gráficamente los instantes para los cuales el vector $\vec{r}(t)$ es perpendicular a $\vec{v}(t)$ y cuando $\vec{v}(t)$ es perpendicular al vector aceleración.
c) Escriba los vectores $\vec{r}(t), \vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$ y calcule las magnitudes de la velocidad y de la aceleración para todo tiempo.
d) Encuentre analíticamente los instantes de tiempo para los cuales la velocidad es perpendicular a la aceleración y compare con el resultado del inciso b).

Problema 9: La aceleración angular de un cuerpo que recorre una trayectoria circular está dada por el gráfico de la figura



a) Haga un gráfico cualitativo de la función velocidad angular.
b) ¿En qué instante(s) se alcanza la velocidad angular ω máxima?
c) Sabiendo que ω(60*s*) =1rad/s ¿Cuál es el valor de ω(0) ?
d) Encuentre las funciones velocidad angular y posición angular en función del tiempo sabiendo que θ(0 s) = π.
e) Exprese los vectores posición, velocidad y aceleración en coordenadas polares.
f) Analice el sentido de giro de este móvil. ¿Es constante? ¿En qué intervalo(s) es horario y en cuáles antihorario?

Problema 10: Una partícula subatómica realiza un movimiento descripto por las funciones

$x(t) = sen(\omega\, t);\quad y(t) = \cos(\omega\, t) + 1$, donde $\omega = 2\pi$ [rad/s], [x] = m, [y] = m, [t] = s.

a) Determine y grafique la trayectoria del cuerpo.
b) Obtenga gráficamente los instantes para los cuales el vector $\vec{r}(t)$ es perpendicular a $\vec{v}(t)$ y cuando $\vec{v}(t)$ es perpendicular al vector aceleración.
c) Escriba los vectores $\vec{r}(t), \vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$ y calcule las magnitudes de la velocidad y de la aceleración para todo tiempo.
d) Elija al menos de tres instantes y para esos instantes, grafique $\vec{v}$ y $\vec{a}$ sobre la trayectoria.
e) Indique sobre la trayectoria $\vec{a}$, la aceleración normal a_n y la aceleración tangencial a_t.

Problemas Adicionales

Problema 11: Una varilla metálica de 30 cm de longitud gira respecto a uno de sus extremos a 30 r.p.m. Calcule

a) El período y el número de vueltas que realiza en 30 s.
b) La velocidad de un punto de la varilla situado a 10 cm del extremo fijo.

Problema 12: Para la preparación de pilotos y astronautas se los introduce en dispositivos que pueden girar a gran velocidad, como el mostrado en la figura, con el objeto de exponerlos a grandes aceleraciones en el plano horizontal. En este tipo de experimentos se acostumbra expresar las aceleraciones logradas en términos de la aceleración de la gravedad *g* (*g*=9,8 m/s^2). Una persona tiene distinta tolerancia para aceleraciones verticales u horizontales. En promedio la máxima aceleración vertical hacia arriba que puede soportar una persona es *5g* pero utilizando trajes antigravedad este límite es de *10g* y cuando desciende la máxima aceleración soportada es entre *2g* y *3g*. Cuando la aceleración es en la dirección horizontal la máxima aceleración soportada es de aproximadamente *20g*. Este dispositivo de entrenamiento puede lograr aceleraciones de hasta *30g*. El radio de la trayectoria que describe el individuo de prueba es de 6 *m* y la aceleración angular γ = 0,3 s^{-2}. Con esta información, y sabiendo que el simulador parte del reposo, calcule:

a) ¿Cuál debe ser la velocidad angular del simulador cuando la aceleración centrípeta sea *20g*?

b) ¿Cuánto tiempo demorará el simulador en alcanzar esta velocidad?
c) Sabiendo que luego de alcanzar la velocidad angular máxima, ésta se mantiene constante, escriba la expresión de la aceleración que experimenta el individuo de prueba en coordenadas polares.
d) Dé una expresión para el módulo del vector aceleración en función del tiempo para todo *t*.

Problema 13: Un punto P en el borde de una rueda de radio 1m, que gira alrededor de su eje, describe un ángulo θ, que en función del tiempo *t* se expresa por

$$\theta = \frac{\pi}{4} \frac{1}{\mathrm{s}^2} \left(-\frac{1}{4} t^2 + \frac{1}{2} \mathrm{s} \ \ t + 2\mathrm{s}^2 \right)$$

a) Calcule la velocidad y la aceleración angulares para todo tiempo.
b) Determine los intervalos de tiempo donde el punto P se mueve en sentido horario y aquellos donde lo hace en sentido antihorario.
c) Escriba los vectores posición $\vec{r}(t)$, velocidad $\vec{v}(t)$ y aceleración $\vec{a}(t)$.

Problema 14: Hasta ahora hemos considerado que la aceleración de la gravedad es constante y la misma para todos los cuerpos (g= 9,8 m/s^2), sin embargo esta aproximación es válida sólo en las proximidades de la Tierra. De acuerdo a la ley de gravitación universal la aceleración es la misma para todos los cuerpos pero depende de la distancia a la que se encuentra el cuerpo del centro de la Tierra. De acuerdo a esta teoría el vector aceleración debido a la interacción gravitatoria expresado en un sistema de coordenadas polares con origen en el centro de la Tierra está dado por la expresión:

$$\bar{g}(r) = -\frac{\gamma M_T}{r^2} \hat{u}_\rho$$

Donde
γ = 6,674 10^{-11} m^3/(kg.s^2) es la constante de gravitación universal
$M_T = 5{,}97 \ 10^{24}$ *kg* es la masa de la Tierra.
r es la distancia entre el cuerpo y el centro de la Tierra.
$\hat{u}_\rho$ es el versor de las coordenadas polares en la dirección radial.

Suponiendo que la Tierra es una esfera de radio $R_T = 6371$ *km* calcule:

a) La aceleración de un la Estación Espacial Internacional (EEI) que orbita a una altura promedio de 415 km de la superficie de la Tierra.
b) La velocidad angular de la EEI.
c) ¿Cuántas veces orbita la Tierra por día la EEI?

Problema 15: Se desea colocar en órbita un satélite de comunicaciones geoestacionario (es decir que siempre está posicionado sobre el mismo punto de la Tierra). Teniendo en cuenta la expresión de la aceleración de la gravedad dada por la teoría de gravitación universal calcule:

a) ¿Cuál es la velocidad angular y el módulo del vector velocidad del satélite?
b) ¿A qué distancia sobre la superficie de la Tierra debe estar la órbita de este satélite?