

Matemática Básica

(<https://github.com/Mazuh/MyNotebook-Math>)

Demonstração da Fórmula de Bhaskara

Seja:

$a, b, c \in \mathbb{R}$ constantes quaisquer,

$a \neq 0$,

x é incógnita.

É definida a chamada equação de segundo grau:

$$\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$$

Pra início, objetivando isolar o x no membro esquerdo, divido tudo por a , simplificando o coeficiente de maior grau.

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a}$$

Aplico a técnica de completar quadrados no membro esquerdo.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a}$$

Reorganizo.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

Executo a adição de frações (o produto dos denominadores serve como denominador comum).

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4a^2c + ab^2}{4a^3}$$

Há o fator comum a nos numeradores e denominador. Elimino-o e reorganizo por comutatividade.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Construo que: $\Delta = b^2 - 4ac$. E substituo nos cálculos.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2}$$

Voltando ao membro esquerdo, ainda é preciso isolar mais coisas do x . Aplico a raiz quadrada em toda a equação.

$$\sqrt{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} = \sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$$

Reorganizo, pra finalmente ter o x isolado. E aplico a adição de frações de mesmo denominador. Chegando à (como diz os brasileiros) Fórmula de Bhaskara.

$$x = -\frac{b}{2a} + \frac{\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\mathbf{x} = \frac{-\mathbf{b} \pm \sqrt{\Delta}}{2\mathbf{a}}$$