

# Entregable 1

---

## Practico 0 Ej. 7

Practico 0 - 7) Crear un data.frame ejemplo con 5 columnas (4 numéricas y 1 categórica) y 6 observaciones (o sea 6 filas).

```
c1 <- c(1,2,3,4,5,6)
```

```
c5 <- c('a', 'b', 'c', 'd', 'e', 'f')
```

```
miejemplo <- data.frame(c1, c2=c1*2, c3=c2*2, c4=c3*2, c5)
```

```
> ejemplo
  c1 c2 c3 c4 c5
1  1  2  4  8  a
2  2  4  8 16  b
3  3  6 12 24  c
4  4  8 16 32  d
5  5 10 20 40  e
6  6 12 24 48  f
```

```
> typeof(c1)
[1] "double"
> typeof(c5)
[1] "character"
```

0 - 7 - a) Dar nombres a las filas y nombres a las columnas.

```
colnames(miejemplo) <- c('col_1','col_2','col_3','col_4','col_5')
```

```
rownames(miejemplo) <- c('row_1','row_2','row_3','row_4','row_5','row_6')
```

```
> ejemplo
      col_1 col_2 col_3 col_4 col_5
row_1     1     2     4     8     a
row_2     2     4     8    16     b
row_3     3     6    12    24     c
row_4     4     8    16    32     d
row_5     5    10    20    40     e
row_6     6    12    24    48     f
```

0 - 7 - b) Añadir a este objeto una columna que sea la suma de las 3 primeras columnas numéricas y otra columna que indica con 0/1 si el valor numérico de la segunda columna es

mayor que 5 o no. Dar un nombre a estas nuevas columnas.

```

miejemplo$sum_1_2_3 <- miejemplo$col_1 + miejemplo$col_2 + miejemplo$col_3

miejemplo$grt_5 <- sapply(miejemplo$col_2, function(x) if (x>5) return(1) else
return(0))

names(miejemplo)[names(miejemplo) == "sum_1_2_3"] <- "col_sum"

names(miejemplo)[names(miejemplo) == "grt_5"] <- "greater"

```

```

> miejemplo
  col_1 col_2 col_3 col_4 col_5 col_sum greater
row_1    1    2    4    8    a      7      0
row_2    2    4    8   16    b     14      0
row_3    3    6   12   24    c     21      1
row_4    4    8   16   32    d     28      1
row_5    5   10   20   40    e     35      1
row_6    6   12   24   48    f     42      1

```

0 - 7- c) Borrar la primera fila y la última columna. Dar un nombre a este nuevo objeto

```
nuevo_ejemplo <- miejemplo[-1,-length(miejemplo)]
```

```

> nuevo_ejemplo
  col_1 col_2 col_3 col_4 col_5 col_sum
row_2    2    4    8   16    b     14
row_3    3    6   12   24    c     21
row_4    4    8   16   32    d     28
row_5    5   10   20   40    e     35
row_6    6   12   24   48    f     42

```

0 - 7 - d) Hacer un resumen estadístico de los datos de este data frame cuando esto tiene sentido.

*En realidad no tiene mucho sentido hacer un resumen estadístico de estos datos, pero ahí van.*

```
summary(miejemplo)
```

```

      col_1      col_2      col_3      col_4      col_5      col_sum
Min.   :1.00  Min.    : 2.0  Min.    : 4   Min.    : 8   a:1  Min.    : 7.00
1st Qu.:2.25  1st Qu.: 4.5  1st Qu.: 9   1st Qu.:18  b:1  1st Qu.:15.75
Median :3.50  Median : 7.0  Median :14  Median :28  c:1  Median :24.50
Mean   :3.50  Mean   : 7.0  Mean   :14  Mean   :28  d:1  Mean   :24.50
3rd Qu.:4.75  3rd Qu.: 9.5  3rd Qu.:19  3rd Qu.:38  e:1  3rd Qu.:33.25
Max.   :6.00  Max.   :12.0  Max.   :24  Max.   :48  f:1  Max.   :42.00
      greater
Min.    :0.0000

```

```
1st Qu.:0.2500
Median :1.0000
Mean   :0.6667
3rd Qu.:1.0000
Max.    :1.0000
```

0 - 7 - e) Escribir miejemplo en un archivo de texto miejemplo.txt. Borrar el objeto de R. Cargar este archivo en el objeto miejemplo2.

```
write.table(miejemplo, 'miejemplo.csv', append = FALSE, sep = ",", dec = ".", row.names = TRUE, col.names = TRUE)
```

```
rm(miejemplo)
```

```
> miejemplo
Error: object 'miejemplo' not found
```

```
miejemplo2 <- read.csv(file="./miejemplo.csv", header=TRUE, sep=",")
```

```
> miejemplo2
      col_1 col_2 col_3 col_4 col_5 col_sum greater
row_1     1     2     4     8     a      7        0
row_2     2     4     8    16     b     14        0
row_3     3     6    12    24     c     21        1
row_4     4     8    16    32     d     28        1
row_5     5    10    20    40     e     35        1
row_6     6    12    24    48     f     42        1
```

0 - 7 - f) Repetir el paso anterior con la base de datos de Iris.

```
write.table(iris, 'iris.csv', append = FALSE, sep = ",", dec = ".", row.names = TRUE, col.names = TRUE)
```

```
iris2 <- read.csv(file="./iris.csv", header=TRUE, sep=",")
```

```
> iris2
      Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width Species
1           5.1         3.5         1.4         0.2    setosa
2           4.9         3.0         1.4         0.2    setosa
3           4.7         3.2         1.3         0.2    setosa
4           4.6         3.1         1.5         0.2    setosa
5           5.0         3.6         1.4         0.2    setosa
6           5.4         3.9         1.7         0.4    setosa
...
149          6.2         3.4         5.4         2.3 virginica
150          5.9         3.0         5.1         1.8 virginica
```

Practico 1 Ej 8 Sean  $x$  e  $y$  vectores aleatorios,  $A$  y  $B$  matrices y  $c$  un vector fijo (no aleatorio) real. Pruebe que:

$$\mathbb{E}(Ax) = A\mathbb{E}(x)$$

$$\mathbb{E}(Ax) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Ax_i = A \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = A\mathbb{E}(x)$$

$$\text{Cov}(Ax, By) = A\text{Cov}(x, y)B'$$

$$\text{Cov}(Ax, By) = \mathbb{E}((Ax - \bar{Ax})(By - \bar{By}))' = \mathbb{E}(A(x - \bar{x})(y - \bar{y})'B') = A\mathbb{E}((x - \bar{x})(y - \bar{y})')B' = A\text{Cov}(x, y)B'$$

$$\text{Var}(Ax) = A\text{Var}(x)A'$$

$$\text{Var}(Ax) = \text{Cov}(Ax, Ax) = \mathbb{E}((Ax - \bar{Ax})(Ax - \bar{Ax}))' = \mathbb{E}(A(x - \bar{x})(x - \bar{x})'A') = A\mathbb{E}((x - \bar{x})(x - \bar{x})')A' = A\text{Cov}(x, x)A' = A\text{Var}(x)A'$$

$$\text{Cov}(x, y) = \mathbb{E}(xy') - \mathbb{E}(x)\mathbb{E}(y)'$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}(x, y) &= \mathbb{E}((x - \mathbb{E}(x))(y - \mathbb{E}(y)))' = \mathbb{E}(xy' - x\mathbb{E}(y)' - \mathbb{E}(x)y' + \mathbb{E}(x)\mathbb{E}(y)') \\ &= \mathbb{E}(xy') - \mathbb{E}(x)\mathbb{E}(y)' - \mathbb{E}(x)\mathbb{E}(y)' + \mathbb{E}(x)\mathbb{E}(y)' \\ &= \mathbb{E}(xy') - \mathbb{E}(x)\mathbb{E}(y)' \end{aligned}$$

$$\text{Var}(x - c) = \text{Var}(x)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(x - c) &= \mathbb{E}((x - c)^2) - (\mathbb{E}(x - c))^2 = \mathbb{E}(x^2 - 2xc + c^2) - (\mathbb{E}(x) - \mathbb{E}(c))^2 \\ &= \mathbb{E}(x^2) - \mathbb{E}(2xc) + \mathbb{E}(c^2) - (\mathbb{E}(x) - \mathbb{E}(c))^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \mathbb{E}(x^2) - \mathbb{E}(2xc) + \mathbb{E}(c^2) - (\mathbb{E}(x)^2 - 2\mathbb{E}(x)\mathbb{E}(c) + \mathbb{E}(c)^2) \\ &= \mathbb{E}(x^2) - \mathbb{E}(2xc) + c^2 - (\mathbb{E}(x)^2 - 2\mathbb{E}(x)c + c^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \mathbb{E}(x^2) - 2c\mathbb{E}(x) + c^2 - (\mathbb{E}(x)^2 - 2c\mathbb{E}(x) + c^2) = \mathbb{E}(x^2) - 2c\mathbb{E}(x) + c^2 - \mathbb{E}(x)^2 + 2c\mathbb{E}(x) - c^2 \\ &= \mathbb{E}(x^2) - \mathbb{E}(x)^2 = \text{Var}(x) \end{aligned}$$

Si  $x \sim (\mu, \Sigma)$  entonces  $\mathbb{E}(x'Ax) = \text{tr}(A\Sigma) + \mu'A\mu$

$$\begin{aligned} X'AX &= (X - \mu)'A(X - \mu) + \mu'A(X - \mu) + (X - \mu)'A\mu \\ \mathbb{E}(X'AX) &= \mathbb{E}((X - \mu)'A(X - \mu)) + \mu'A\mu \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ij} \mathbb{E}((X - \mu)_i (X - \mu)_j) + \mu'A\mu \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ij} \Sigma_{ij} + \mu'A\mu \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{ij} \Sigma_{ij} + \mu'A\mu = \text{tr}(A\Sigma) + \mu'A\mu \end{aligned}$$

Practico 1 Ej 14 Se considera la función de densidad dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} Kx & \text{si } 0 < x < 1, 0 < y < 1 - x \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Halle  $K$

Para que sea una función de densidad se tiene que cumplir:

$$\int_0^1 \int_0^{1-x} f(x,y) \, dy \, dx = 1$$

$$\int_0^1 \int_0^{1-x} Kx \, dy \, dx = \int_0^1 Kxy \, dy \, dx = \int_0^1 Kx(1-x) - Kx(0) \, dx = \int_0^1 Kx - Kx^2 \, dx = \int_0^1 Kx \, dx - \int_0^1 Kx^2 \, dx = K \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 - K \frac{x^3}{3} \Big|_0^1$$

$$= K \frac{1^2}{2} - K \frac{0^2}{2} - \left( K \frac{1^3}{3} - K \frac{0^3}{3} \right) = K \frac{1}{2} - K \frac{1}{3} = \frac{K}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{K}{6} = 1 \Rightarrow K = 6$$

$$f(x, y) = \begin{cases} 6x & \text{if } 0 < x < 1, 0 < y < 1-x \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Halle las funciones de densidad marginales

$$f_x(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{xy}(x,y) \, dy = \int_{-\infty}^0 0 \, dy + \int_0^{1-x} 6x \, dy + \int_{1-x}^{+\infty} 0 \, dy = \int_0^{1-x} 6x \, dy = 6xy \Big|_0^{1-x} = 6x(1-x) = 6x - 6x^2$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_x(x) \, dx = 1 \Rightarrow \int_{-\infty}^0 0 \, dx + \int_0^1 (6x - 6x^2) \, dx + \int_1^{+\infty} 0 \, dx = \int_0^1 (6x - 6x^2) \, dx = \int_0^1 6x \, dx - \int_0^1 6x^2 \, dx = 3x^2 \Big|_0^1 - 2x^3 \Big|_0^1 = 3 - 2 = 1$$

$$f_y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{xy}(x,y) \, dx = \int_{-\infty}^0 0 \, dx + \int_0^{1-y} 6x \, dx + \int_{1-y}^{+\infty} 0 \, dx = \int_0^{1-y} 6x \, dx = 3x^2 \Big|_0^{1-y} = 3(1-y)^2 = 3(1-2y+y^2) = 3-6y+3y^2$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_y(y) \, dy = 1 \Rightarrow \int_{-\infty}^0 0 \, dy + \int_0^1 (3-6y+3y^2) \, dy + \int_1^{+\infty} 0 \, dy = \int_0^1 (3-6y+3y^2) \, dy = \int_0^1 3 \, dy - \int_0^1 6y \, dy + \int_0^1 3y^2 \, dy = 3y \Big|_0^1 - 3y^2 \Big|_0^1 + y^3 \Big|_0^1 = 3 - 3 + 1 = 1$$