

Eigenschaften von Ableitungen sowie Ableitungen ausgewählter Funktionen

12. Oktober 2018

Anmerkung: Anstelle $\frac{\partial}{\partial t}$ für die (partielle) Ableitung nach t schreibt man auch $\frac{d}{dt}$.

Linearität

1. Die Ableitung einer Konstante C mal einer Funktion $f(t)$ ist gleich dieser Konstante mal der Ableitung der Funktion:

$$\frac{\partial}{\partial t} [C \cdot f(t)] = C \cdot \frac{\partial}{\partial t} [f(t)] = C \cdot \frac{\partial f(t)}{\partial t}$$

2. Die Ableitung einer Summe von Funktionen ist die Summe der Ableitungen dieser Funktionen:

$$\frac{\partial}{\partial t} [f(t) + g(t)] = \frac{\partial}{\partial t} [f(t)] + \frac{\partial}{\partial t} [g(t)] = \frac{\partial f(t)}{\partial t} + \frac{\partial g(t)}{\partial t}$$

Kettenregel

3. Wenn f eine Funktion von x und x eine Funktion von t ist, dann ist die Ableitung von f nach t gleich dem Produkt der Ableitung von f nach x und der Ableitung von x nach t :

$$\frac{\partial}{\partial t} f(x(t)) = \frac{\partial f(x)}{\partial x} \frac{\partial x(t)}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t}$$

Ableitung eines Produkts

4. Die Ableitung eines Produkts $f(t) \cdot g(t)$ von Funktionen ist gleich der ersten Funktion mal der Ableitung der zweiten plus der zweiten Funktion mal der Ableitung der ersten:

$$\frac{\partial}{\partial t} [f(t) \cdot g(t)] = f(t) \cdot \frac{\partial g(t)}{\partial t} + g(t) \cdot \frac{\partial f(t)}{\partial t}$$

Kehrwert einer Ableitung

5. Sofern keine der Ableitungen null ist, ist die Ableitung von t nach x gleich dem Kehrwert der Ableitung von x nach t :

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)^{-1} \quad \text{fÄEr} \quad \frac{\partial t}{\partial x} \neq 0 \text{ und } \frac{\partial x}{\partial t} \neq 0$$

Ableitungen ausgewählter Funktionen

6. $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$ für eine Konstante C .
7. $\frac{\partial (t)^n}{\partial t} = n \cdot t^{n-1}$ für eine Konstante n .
8. $\frac{\partial}{\partial t} \sin \omega t = \omega \cos \omega t$ für ein konstantes ω .
9. $\frac{\partial}{\partial t} \cos \omega t = -\omega \sin \omega t$ für ein konstantes ω .
10. $\frac{\partial}{\partial t} \tan \omega t = \frac{\omega}{\cos^2 \omega t}$ für ein konstantes ω .
11. $\frac{\partial}{\partial t} e^{bt} = b \cdot e^{bt}$ für eine Konstante b .
12. $\frac{\partial}{\partial t} \ln bt = \frac{1}{t}$ für eine Konstante b .

Literatur

- [1] Paul A. Tipler and Gene Mosca. *Physik für Wissenschaftler und Ingenieure*. Spektrum Akademischer Verlag, 2009.