

Nome:

Matr:

# Fondamenti dell'Informatica

Appello di luglio 2023

## Domanda 1. Insiemi

3 P.

Siano  $A = \{\emptyset, a, \{b\}, \{a, c\}\}$  e  $B = \{\{\emptyset\}, a, b, \{a, b\}\}$  due insiemi.

Ricordate che  $\mathcal{P}(X)$  rappresenta l'insieme potenza di  $X$  e  $X \Delta Y$  è la differenza simmetrica fra insiemi; cioè,  $X \Delta Y = (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X)$ .

1. Determinare  $A \cap B$
  2. Costruire un insieme  $C$  tale che  $A \triangle C = \{a, \{b, c\}, \{a, c\}\}$
  3. Quanti elementi ha  $\mathcal{P}(B) \setminus B$ ?

**Nome:**

**Matr:**

**Domanda 2. Relazioni**

3 P.

Sia  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \leq x \leq 5\}$  e  $R \subseteq A \times A$  la relazione definita per

$$R = \{\langle x, y \rangle \in A \times A \mid x + y \text{ è dispari}\}$$

(Ricordate che  $0 \in \mathbb{N}$ )

1. Descrivere  $R$  tramite una **matrice Booleana**.

2. Determinare le proprietà di  $R$

- riflessiva
- irriflessiva
- simmetrica
- asimmetrica
- antisimmetrica
- transitiva

3. Estendere  $R$  alla relazione di equivalenza più piccola che la contiene, e determinare il numero di classi di equivalenza che ha.

**Nome:**

**Matr:**

**Domanda 3. Funzioni**

3 P.

1. Sia  $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  una funzione definita per

$$f(x, y) = \frac{x^2}{y} + 1$$

Determinare le proprietà di  $f$

- totale
- iniettiva
- suriettiva
- invertibile
- altre (specificare)

2. Sia  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita per

$$g(x) = 5x - 2$$

Determinare le proprietà di  $g$

- totale
- iniettiva
- suriettiva
- invertibile
- altre (specificare)

3. Determinare, se possibile,  $g \circ f$  e  $f \circ g$ . Qualora la composizione sia possibile, scrivere l'espressione analitica per calcolarla. Se non è possibile, giustificare.

**Nome:**

**Matr:**

**Domanda 4. Ordinamenti/Grafi/Alberi 1**

3 P.

Si consideri l'insieme di copie  $A = \{0, 1, 2, 3\} \times \{a, b\}$  e la relazione  $R \subseteq A \times A$  definita per:

$$R := \{\langle \langle x, y \rangle, \langle x', y' \rangle \rangle \mid x \leq x' \text{ e } (i) y = y' \text{ oppure } (ii) y = a; y' = b\}$$

Per esempio,  $\langle \langle 1, a \rangle, \langle 3, a \rangle \rangle \in R$  e  $\langle \langle 2, b \rangle, \langle 3, a \rangle \rangle \notin R$

1. descrivere  $R$  come un diagramma di Hasse

2. determinare:

- $\langle 3, a \rangle \sqcap \langle 1, a \rangle$
- $\langle 2, a \rangle \sqcup \langle 1, b \rangle$

3. determinare se  $R$  induce un reticolo. **Giustificare la risposta**

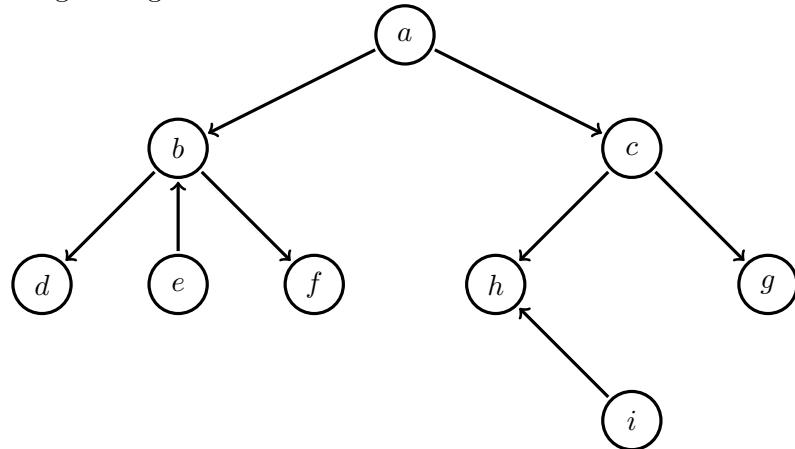
**Nome:**

## Matr:

## Domanda 5. Ordinamenti/Grafi/Alberi 2

3 P.

Si consideri il seguente grafo  $G$ :



1. determinare se  $G$  è un grafo aciclico orientato (DAG), un albero, o nessuno dei due. **Giustificare**
  2. determinare eventuali nodi pozzo e nodi sorgente
  3. esiste un semiciclo di lunghezza 5? **Giustificare**

**Nome:**

**Matr:**

**Domanda 6. Induzione**

3 P.

Si dimostri per induzione che per ogni numero naturale  $n \in \mathbb{N}$ , il numero  $n^3 + 2n$  è divisibile per 3.

**Suggerimento:** ricordate che un numero naturale è divisibile per 3 sse si può scrivere come  $3k$  con  $k \in \mathbb{N}$

**Nome:**

**Matr:**

**Domanda 7. Logica Proposizionale 1**

3 P.

Si costruisca una tavola attraverso il metodo delle **tavole di verità** per la seguente proposizione e si dica se si tratta di una tautologia, di una formula soddisfacibile non tautologica, o di una contraddizione. Determinarne eventuali **contromodelli**.

$$(y \vee \neg x) \wedge x \rightarrow (y \vee \neg w)$$

**Nome:**

**Matr:**

**Domanda 8. Logica Proposizionale 2**

3 P.

Si utilizzi il metodo dei **tableaux** per decidere se la seguente proposizione è una tautologia, una formula soddisfacibile o una contraddizione. Determinarne eventuali **contromodelli**.

$$(x \wedge \neg y) \rightarrow z \wedge (x \rightarrow y)$$

**Nome:**

**Matr:**

**Domanda 9. Logica Predicativa 1**

3 P.

Tradurre in linguaggio formale le seguenti proposizioni, specificando **prima** i simboli utilizzati (costanti, funzioni e predicati):

1. Qualche libro ha più di un autore

2. “Tempesta” è un libro italiano che non ha vinto nessun premio

3. Tutti i libri italiani si possono candidare a qualche premio

**Nome:**

**Matr:**

**Domanda 10. Logica Predicativa 2**

3 P.

Si utilizzi il metodo dei **tableaux** per decidere se la seguente proposizione sia una tautologia, una formula soddisfacibile o una contraddizione.

$$\exists x.[Q(x, x) \wedge \forall y.(Q(x, y) \rightarrow \neg Q(y, x))]$$