Equivalenza di Automi

Dati due DFA A_1, A_2, diremo che A_1 e A_2 sono equivalenti se riconoscono lo stesso linguaggio

Problema

Dire se due DFA A_1 e A_2 sono equivalenti

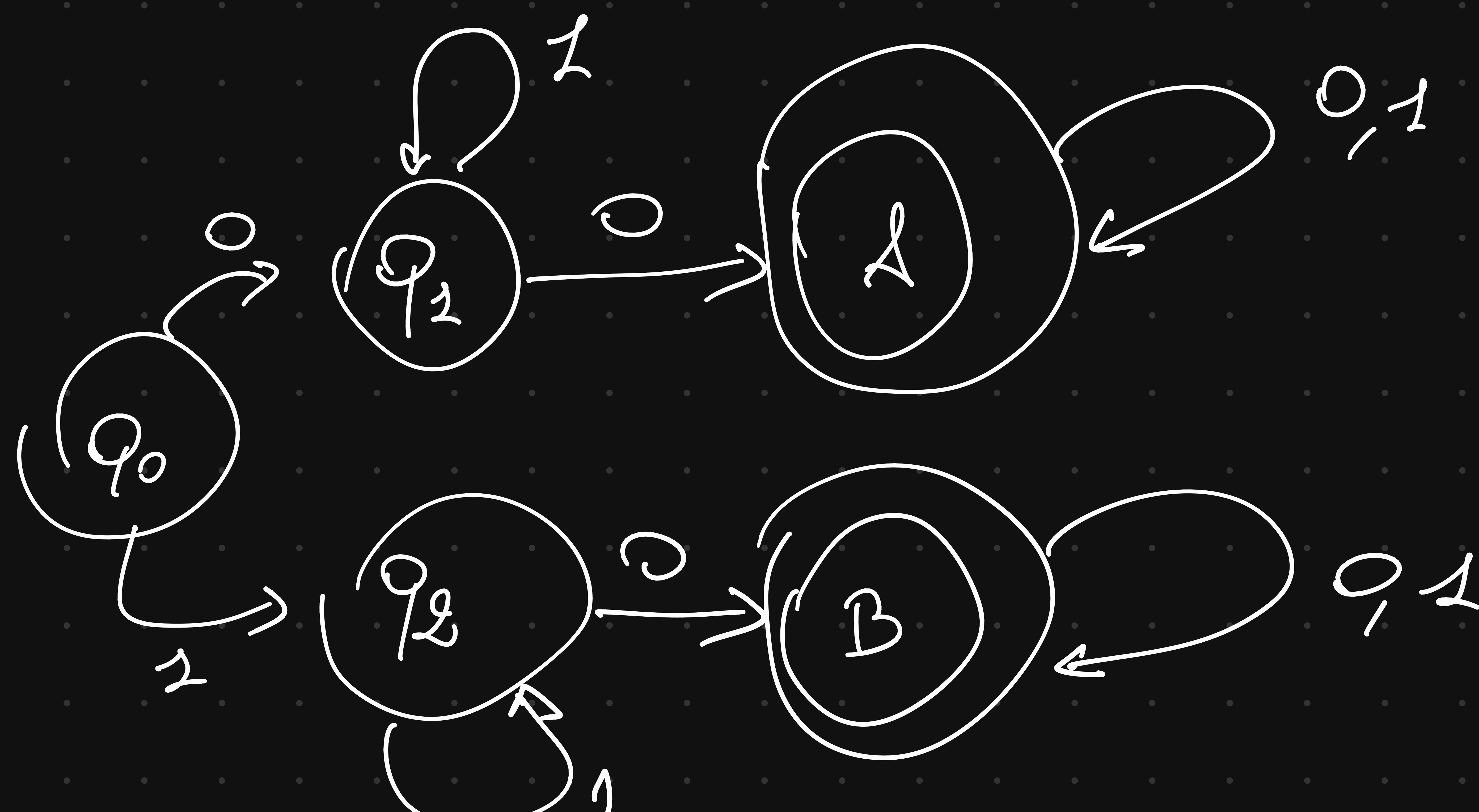
Equivalenza fra due stati

Sia $A_1 = \langle Q, q_0, F, \delta, \Sigma \rangle$ un DFA

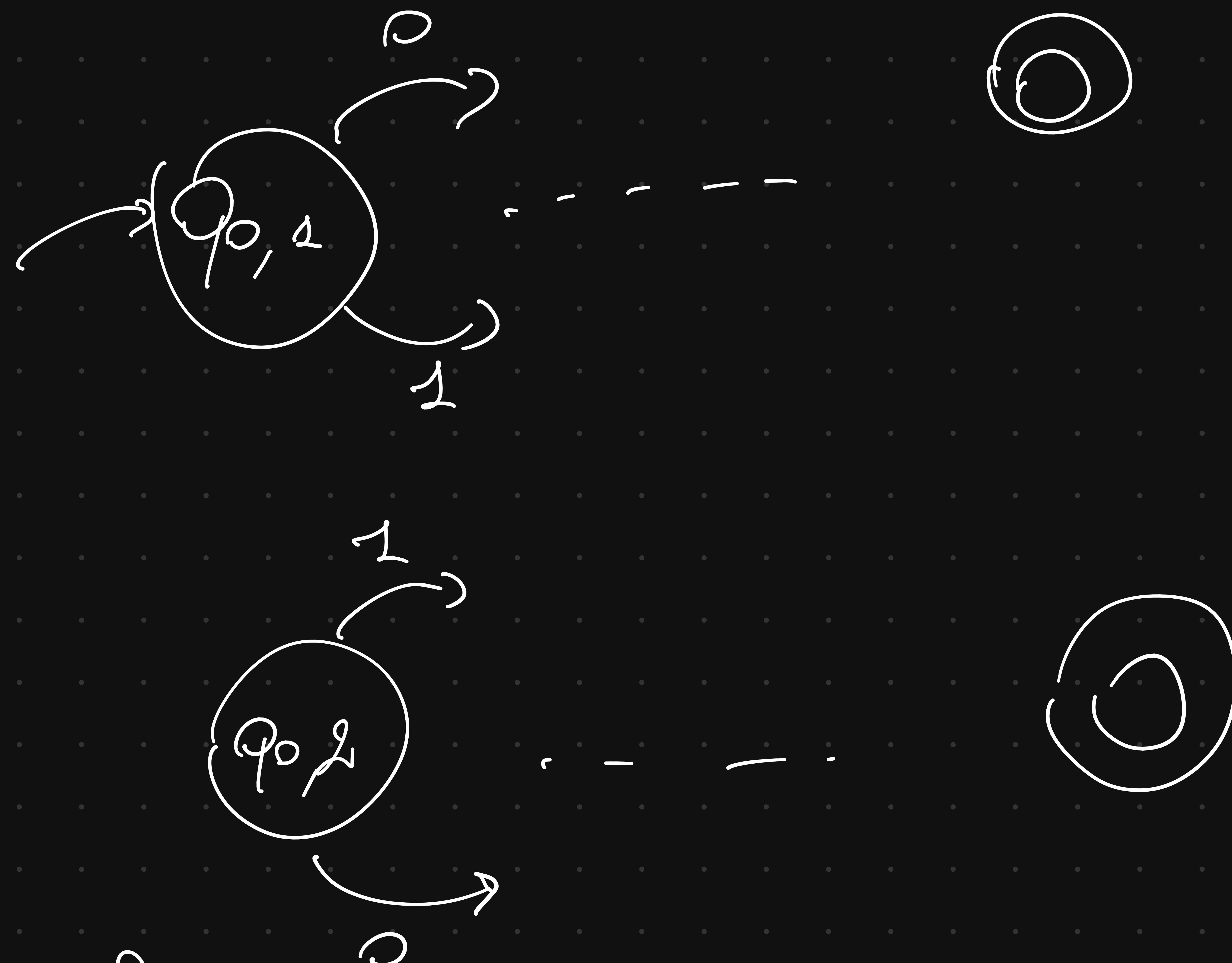
Siano $q_1, q_2 \in Q$

q_1 è equivalente a q_2 se

$\forall w \in \Sigma^* \quad \hat{\delta}(q_1, w) \in F \iff \hat{\delta}(q_2, w) \in F$



Dati A_1, A_2 due DFA, costruisco un DFA A



A ha come insieme di stati l'unione degli stati di A_1, A_2 e come stato iniziale quello di A_1

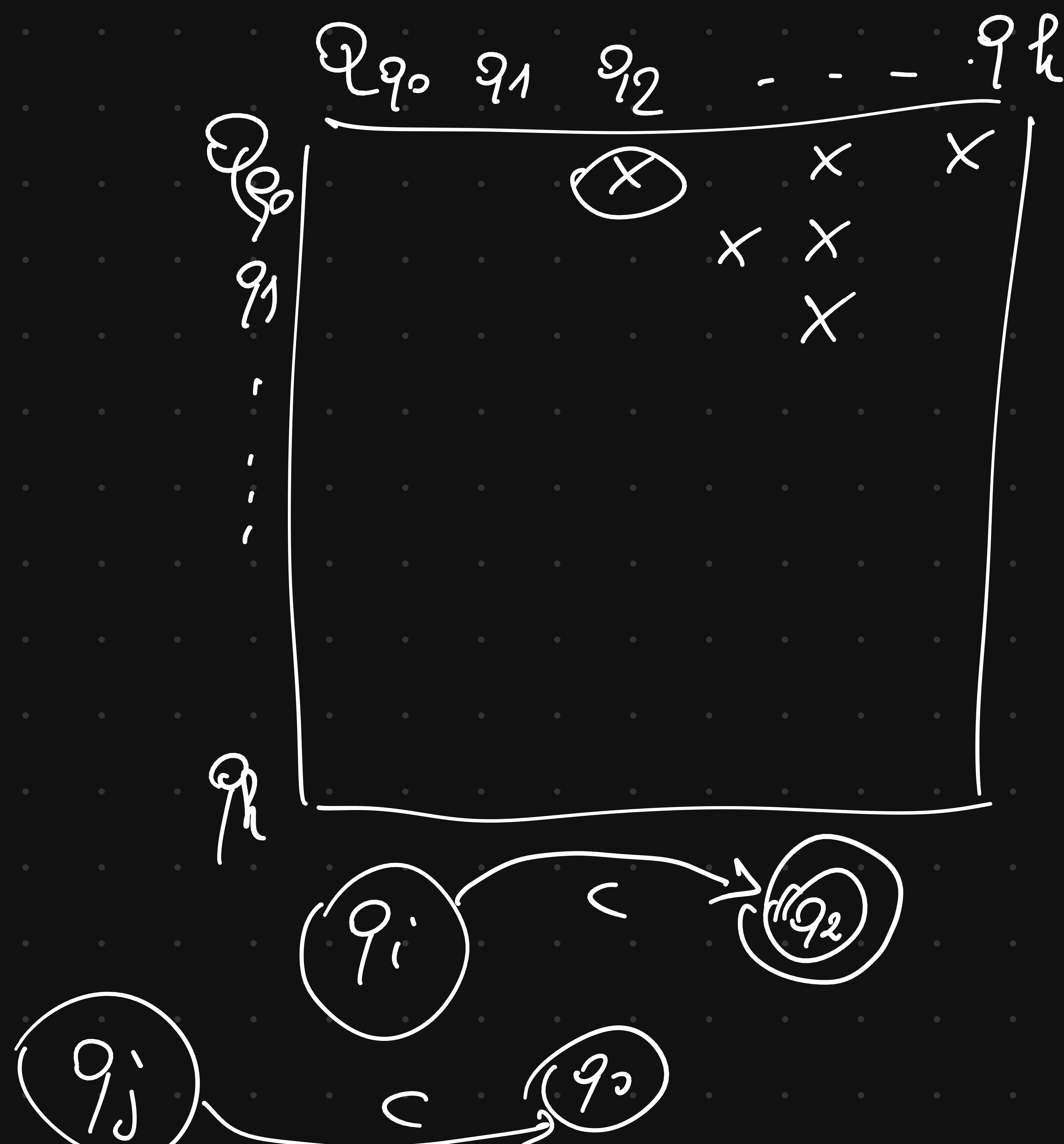
$q_{0,1}$ equivalente a $q_{0,2}$?

Algoritmo per l'equivalenza di due stati di un DFA A –

$\hat{\delta}(q_1, \varepsilon) \notin F$ $\hat{\delta}(q_2, \varepsilon) \in F$

Algoritmo riempi tabella

1) Costruiamo una tabella di <u>non</u> equivalenza



2) Considero F e $Q \setminus F$

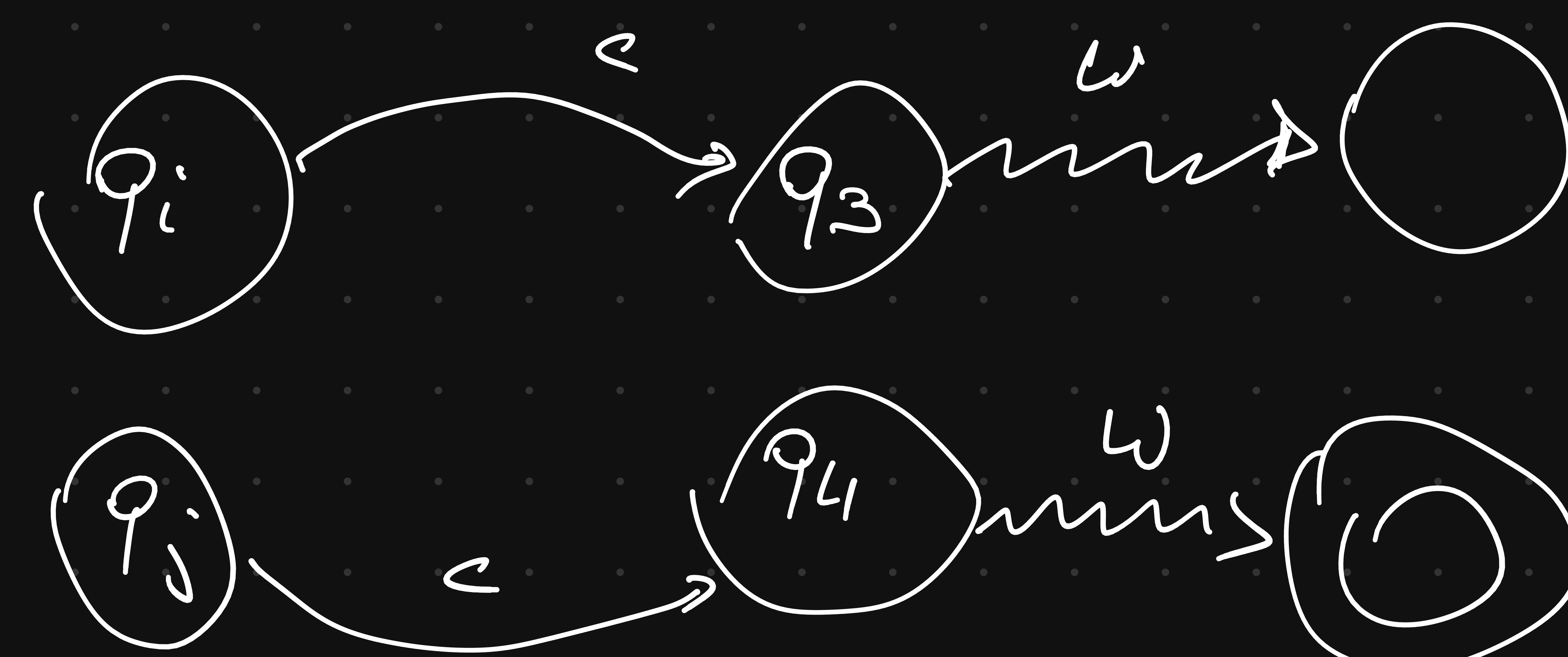
Cerco se esistono due stati q_i, q_j e $c \in \Sigma$ t.c. $\delta(q_i, c)$ e $\delta(q_j, c)$ sono due stati <u>non</u> equivalenti

$\hat{\delta}(q_1, \varepsilon) \in F \qquad \hat{\delta}(q_2, \varepsilon) \notin F$

Per determinare che q_1 e q_2 <u>NON</u> sono equivalenti devo trovare $w \in \Sigma^*$ t.c.

$$\begin{cases} \hat{\delta}(q_1, w) \in F \text{ e } \hat{\delta}(q_2, w) \notin F \\ \text{oppure} \\ \hat{\delta}(q_1, w) \notin F \text{ e } \hat{\delta}(q_2, w) \in F \end{cases}$$

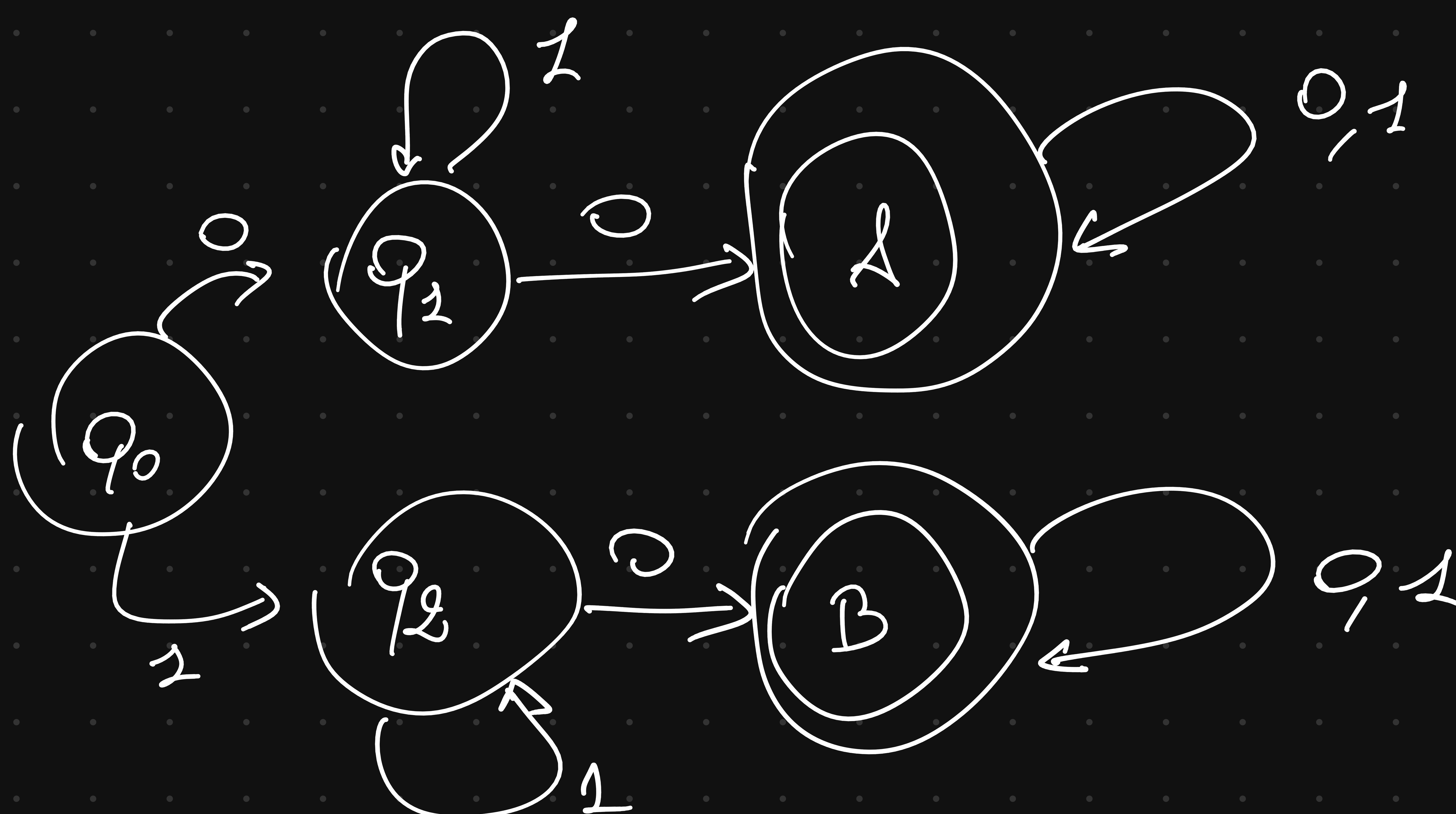
<u>Induzione</u> (q_3, q_4) non sono equivalenti



Reitero finché non esistono due stati (q_i, q_j)

- <u>non ancora segnati non equivalenti</u>
- $\exists c \in \Sigma$ t.c. $\delta(q_i, c)$ e $\delta(q_j, c)$ non sono equivalenti

Esempio



	q_0	q_1	q_2	A	B
q_0	$\square$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$
q_1	$\times$	$\square$	✓	$\times$	$\times$
q_2	$\times$	✓	$\square$	$\times$	$\times$
A	$\times$	$\times$	$\times$	$\square$	✓
B	$\times$	$\times$	$\times$	✓	$\square$

$$\delta(q_0, 0) = q_1$$

$$\delta(q_1, 0) = A$$

Equivalenza fra stati è una relazione di equivalenza

- Riflessiva
- Simmetrica
- Transitiva

Siano (q_1, q_2) e (q_2, q_3) due coppie di stati equivalenti

$$\forall w \in \Sigma^* \quad \hat{\delta}(q_1, w) \in F \iff \hat{\delta}(q_2, w) \in F \text{ e}$$

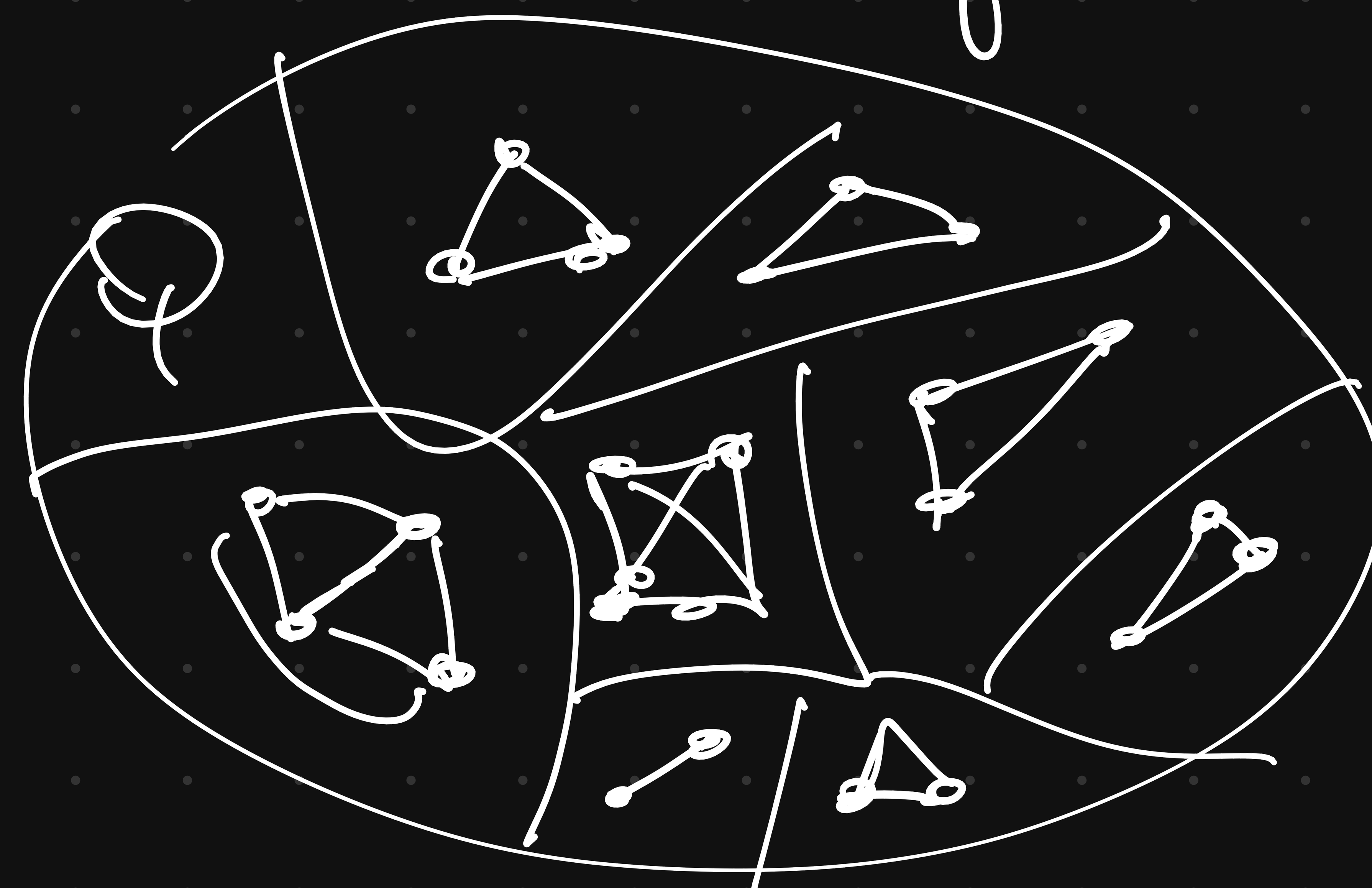
$$\hat{\delta}(q_2, w) \in F \iff \hat{\delta}(q_3, w) \in F$$

Ciò implica che $\hat{\delta}(q_1, w) \in F \iff \hat{\delta}(q_3, w) \in F$

Insieme quoziente rispetto a R

Q insieme e R relazione di equivalenza su Q

R induce una partizione di Q



Insieme quoziente Q/R è l'insieme delle classi di tale partizione

$L \in \Sigma_B^*$ delle parole nella forma $1^\ell 0^k$ con ℓ multiplo di k.

Se è regolare $\Rightarrow$ espressione regolare

Se L non è regolare $\Rightarrow$ Pumping Lemma

SI	NO
$1^3 0^3$ $1^{20} 0^1$	$1^{17} 0^{23}$
$1^6 0^6$	$1^0 0^1$

$1^{n_0} 0^{n_0} = \varepsilon \cdot 1^{n_0} \cdot 0^{n_0}$

$1^{4n_0} 0^{2n_0} = xyz$ con $|xy| \leq n_0$ $y = 1^j$ con $1 \leq j \leq n_0$

$xyyz$