Chiusura dei linguaggi regolari

- Unione
- Intersezione
- Differenza
- Concatenazione
- chiusura di Kleene
- Complemento
- Inversione
- Omomorfismo

$$L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}}$$

$$L_1 \setminus L_2 = L_1 \cap \overline{L_2}$$

Complemento

$L \longrightarrow \Sigma^* \setminus L$

$\Sigma^* \setminus L = \overline{L}$

L

$\downarrow$

ER

$\hookrightarrow$ ε-NFA $\rightarrow$ DFA con un arco uscente da ogni stato per ogni carattere

$\langle Q, q_0, F, \delta \rangle$ per L

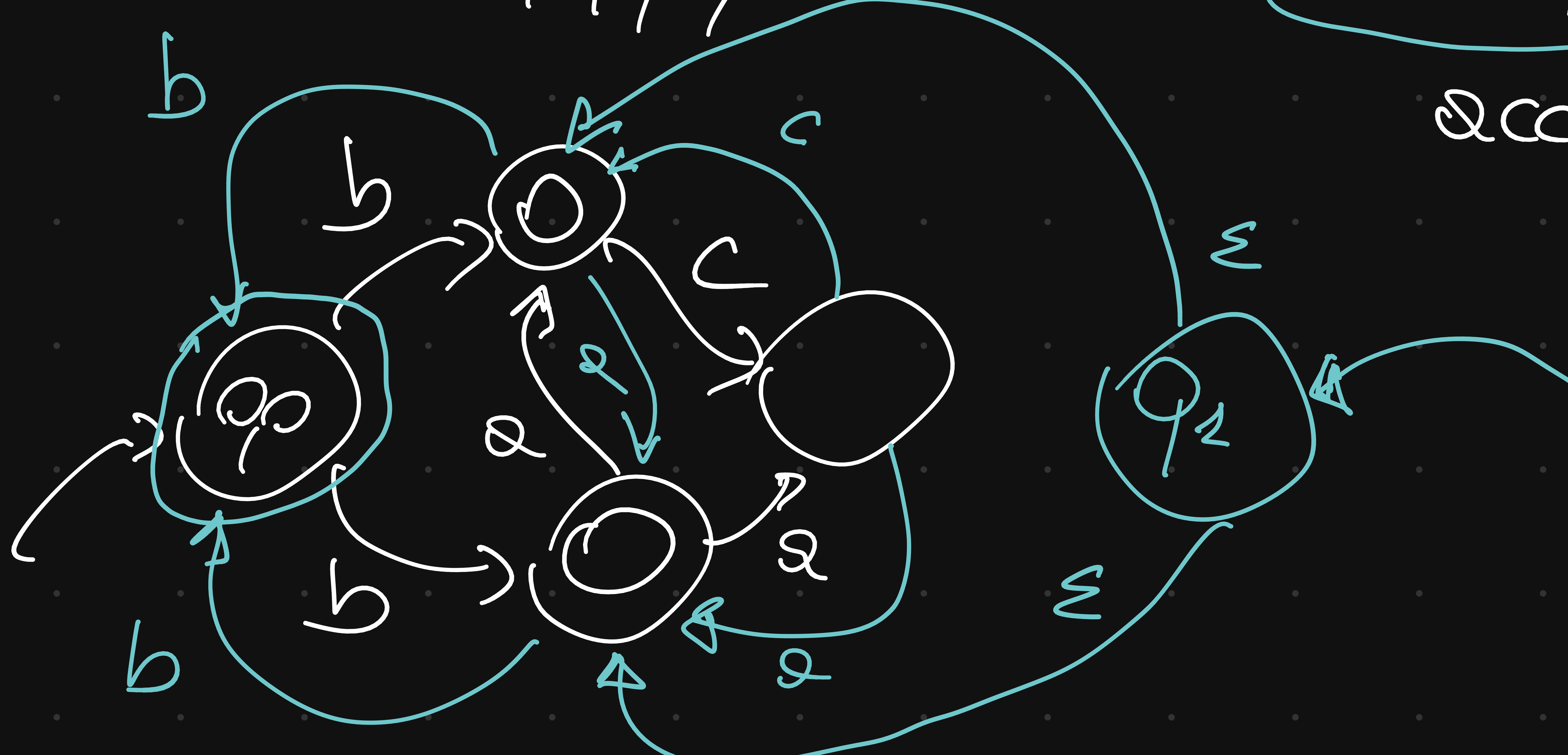
$\langle Q, q_0, Q \setminus F, \delta \rangle$ che accetta $\Sigma^* \setminus L$

Inversione

$L = \{w\}$ $\qquad$ $L^R = \{w^R : w \in L\}$

$\downarrow$

$DFA = \langle Q, q_0, F, \delta \rangle$



$\langle Q_1, q_1, \{q_0\}, \delta_R \rangle$ che accetta L^R

$L \langle Q, q_0, F, \delta, \Sigma \rangle$

$f: \Sigma \mapsto \Sigma_1^*$

$f(0) = aba$

$f(1) = a$

$\uparrow^*$

omomorfismo

$010 \xrightarrow{f} aba\,a\,aba$

$\tilde{f}(w)$, con $w = w_1 \dots w_h$

$\tilde{f}(w) = f(w_1) f(w_2) \dots f(w_h)$

$L = \{0^n 1^m\}$ con $n \geq m$

$L^R = \{1^m 0^n\}$ con $n \geq m$

$$\underbrace{\overline{L} \cap \{0^* 1^*\}}$$

$$\downarrow$$

$$\{0^m 1^n\}$$

Passi per dimostrare che L non è regolare

1) $\forall n_0 \in \mathbb{N}$ suff. grande

2) $\exists w \in L \quad |w| \geq n_0$

3) $\forall\, xyz = w$ t.c. $\begin{cases} |y| \geq 1 \\ |xy| \leq n_0 \end{cases}$

4) $\exists i$ t.c. $xy^i z \notin L$

$L \in \Sigma_B^*$ delle parole palindrome di lunghezza dispari

$$w = 0^{n_0} 1 0^{n_0}$$

$\forall n_0$

$\exists w$

$\forall w = xyz$

$\exists i : xy^i z \notin L$

Prendo una decomposizione generica $w = xyz$ con $|xy| \le n_0$, $|y| \ge 1$

$$xyz = \underset{x}{(0^j)}\underset{y}{(0^l)}\underbrace{(0^k)\ (1 0^{n_0})}_{z}$$

con $j, k \ge 0$, $l \ge 1$, $\underline{j + l + k = n_0}$

Prendo l'espansione $xyyz = xy^2z$

$xy^2z = 0^j 0^{2l} 0^k 1 0^{n_0} = 0^{j+2l+k} 1 0^{n_0} =$

Siccome $i+l+k = n_0$ $\quad = 0^{i+l+k} 0^l 1 0^{n_0} =$

$= 0^{n_0} 0^l 1 0^{n_0}$

Siccome $l \geq 1$ la stringa non è palindroma

$L = \{0^n 1^m : n \leq m\}$ dimostrazione che non è regolare

$$w = 0^{n_0} 1^{n_0} = 0^j 0^l 0^k 1^{n_0}$$

$$\begin{cases} x = 0^j \\ y = 0^l \\ z = 0^k 1^{n_0} \end{cases} \qquad \text{con } j, k \geq 0, \quad l \geq 1, \quad i + l + k = n_0$$

$$xy^2z = 0^{n_0 + l} 1^{n_0}$$

Siccome $l \geq 1 \Rightarrow n_0 + l > n_0$

e $xy^2z \notin L$