Fondamenti dell'Informatica A.A. 2011/2012

Appello II – 19/06/2012 – Turni AL + MZ

1. Insiemi

i) Fornire la definizione *estensionale* e *intensionale* dell'insieme A di tutti i numeri naturali dispari minori di 20 e divisibili per 3*. ii)* Si definisca *estensionalmente* e *intensionalmente* l'insieme potenza di A. *iii)* Si definiscano estensionalmente e intensionalmente l'unione e l'intersezione tra A e l'insieme di tutti i numeri naturali pari minori di 10 e divisibili per 3.

I)

A = { x | x =< 20 , x=3*y, x=(2*y)-1} = {3,9,15}

II)

PA = {Y | ⊆ X } = {EMPTYSET, {3},{9},{15},{3,9},{9,15},{3,15},{3,9,15}}

III)

B = { x | x =< 10 , x=3*y, x=2*y } = {6}

C = {A ∪ B} = {3,6,9,15}

D= (A ∩ B) = {EMPYSET}

2. Funzioni

Si considerino le due funzioni f(x,y) con f: *NxN→N* e g(x), con g:N → N, interpretate rispettivamente come *somma* e *successore.*

Si dica se f e g sono iniettive, suriettive, totali.

f: (no iniettiva), suriettiva, totale

g:iniettiva, (no suriettiva), totale

Si faccia un esempio di composizione delle due funzioni.

g*f(x,y) il sucessore della somma tra x e y

Dire se la composizione delle due funzioni *f* e *g* appena definita è invertibile

NO

3. Relazioni

Sia A = {2,4,3,9,16} un insieme. Si definisca estensionalmente una relazione di equivalenza che generi due partizioni secondo un criterio a scelta. Si enuncino le proprietà di cui deve godere una relazione di equivalenza, e si definisca intuitivamente il criterio del partizionamento.

E.g. {2,4,16} {3,9} // multipli di due // multipli di tre. Relazioni equivalenza: transitive, simmetriche, riflessive.

4. Ordinamenti / Grafi / Alberi

Si consideri il seguente grafo G=(V,E), dove V={a,b,c,d,e} ed
E={<e,a>,<e,b>,<c,b>,<c,d>,<d,a>,<b,a>,<c,a>}

- Disegnare G
- Trasformare G in un grafo G' che sia un Poset (arricchire E)
- Dire se esistono elementi minimali e massimali, e se qualcuno di questi è un massimo o un minimo.

Grafo 2.13 del libro. Per essere Poset è
E={<a,a>,<b,b>,<c,c>,<d,d>,<e,e>,<e,a>,<e,b>,<c,b>,<c,d>,<d,a>,<b,a>,<c,a>}

Minimali= {e,c} ; Massimale/Massimo= {a}

5. Algebre e Algebra di Boole

Si definiscano le seguenti proprietà dei reticoli:

- idempotenza dell'operazione di meet
  - $a \wedge a = a$
- commutatività dell'operazione di join
  - $a \vee b = b \vee a$
- associatività dell'operazione di meet
  - $a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$
- assorbimento
  - $a \vee (a \wedge b) = a$
  - $a \wedge (a \vee b) = a$

6. Induzione

Sia A un insieme finito di caratteri, detto alfabeto. Sia A* l'insieme delle stringhe costruite a partire da A, da un elemento ε che rappresenta la stringa vuota, e mediante la funzione di concatenazione *. Definire ricorsivamente la funzione che associ a ciascuna stringa un numero naturale che ne definisca la lunghezza (funzione lunghezza).

$f(\varepsilon) = 0$

Se $a \in A$, $f(a*s) = 1+f(s)$

7. Logica Proposizionale 1

Si consideri la seguente formula:

$$Q \wedge P \rightarrow Q \rightarrow \neg R \vee Q$$

- Si introducano le parentesi utilizzando le regole di precedenza (e considerando l'aggregazione a destra dell'operatore implica, secondo la convenzione utilizzata nel libro di testo)

$$(Q \wedge P) \rightarrow (Q \rightarrow (\neg R \vee Q))$$

- Si costruisca una tavola attraverso il metodo delle <u>tavole di verità</u> per la seguente proposizione e si dica se si tratta di una tautologia, di una formula soddisfacibile non tautologica, o di una contraddizione

TAUTOLOGIA

8. Logica Proposizionale 2

Si utilizzi il <u>metodo dei tableaux</u> (turno Bandini) // il metodo della <u>deduzione naturale</u> (turno Moscato) per decidere se la seguente proposizione sia una tautologia, una formula soddisfacibile o una contraddizione. Nel caso non sia una tautologia specificare i modelli che non la soddisfano.

$$(P \rightarrow \neg R)) \rightarrow (R \rightarrow \neg P)$$

TAUTOLOGIA

9. Logica Predicativa 1

Si considerino i seguenti enunciati della lingua italiana:

Tutti gli amici di Maria sono conoscenti di Giulio

Tutti i fratelli di almeno un genitore di una persona sono suoi zii naturali.

- Si definiscano gli elementi non logici di un linguaggio del primo ordine (indicando l'insieme di predicati, funzioni e costanti) che consentano di parlare del dominio in oggetto.
- Si definiscano due proposizioni del linguaggio così definito che rappresentino gli enunciati sopra riportati.
- Si definisca il concetto di zio acquisito (tutti coloro che sono sposati con uno zio naturale)

$\forall x(\text{AmicoDi}(x,maria) \rightarrow \text{ConoscenteDi}(x,giulio))$

$\forall x \forall y \forall z(\text{FratelloDi}(x,y) \wedge \text{GenitoreDi}(x,z) \rightarrow \text{zioNaturaleDi}(y,z))$

$\forall x \forall y \forall z(\text{zioNaturaleDi}(x,y) \wedge \text{sposoDi}(z,x) \rightarrow \text{zioAcquisitoDi}(z,y))$

10. Logica Predicativa 2

Si consideri la seguente formula:

$$\forall x \exists y(R(x,y) \wedge Q(y)) \rightarrow (R(a,b) \rightarrow Q(b))$$

- Si utilizzi il metodo dei tableaux per decidere se la seguente formula è valida. Nel caso non sia valida si dica se si tratta di una contraddizione

SODDISFACIBILE