

Se avete già sentito questa terminologia, stiamo introducendo nell'anello dei polinomi A delle **regole di riscrittura** che imporgono di sostituire 2 o ogni intero pari con 0 e x^2 con x per ogni variabile. In particolare ogni monomio è privo di quadrati, ossia ogni variabile compare con esponente 0 o 1 e i coefficienti sono 0 o 1. Questo corrisponde ad avere una base di 2^3 elementi

$$\{1, s, t, q, st, sq, qt, sqt\}$$

e $64 = 2^3$ polinomi.

Infine introduciamo termini intermedi al fine di rendere più intelligibile la formula la cui natura viene chiesto di studiare.

```
a1:=vel(s,neg(t));
a2:=vel(t,q);
a3:=imp(s,a2);
a4:=neg(imp(a1,a2));
a5:=vel(a4,a3);
```

Non ci resta che lanciare MAGMA. Scaricate la versione adatta al vostro OS. Se usate Windows suggerisco di installare un simulatore di terminale e lanciare MAGMA al suo interno. MAGMA sostiene che a_5 vale 1, ossia la nostra formula è una **tautologia**.

Vediamo invece un altro Tema d'Esame - Luglio 2023. Qui la formula è

$$(y \vee \neg x) \wedge x \rightarrow (y \vee \neg w).$$

```
B<y,x,w>,bb:=quo<A|[A.i^2-A.i:i in [1..Rank(A)]]>;
a1:=vel(y,neg(x));
a2:=a1*x;
a3:=vel(y,neg(w));
a4:=imp(a2,a3);
a5:=a1*imp(x,a3);
```

Le ultime due righe mostrano che le parentesi sono importanti. La scuola logica polacca di Łukasiewicz predilige leggere le formule da destra verso sinistra, ossia al termine a_5 . Nella lettura da sinistra verso destra la formula risulta essere una tautologia. Nell'altro caso a_5 vale $1 + x + xy$, ossia $x \rightarrow y$.

Come avrebbe detto Leibniz possiamo stabilire il valore di verità della combinazione di un qualunque numero di proposizioni calcolando. Un'altra conseguenza molto diretta di queste considerazioni è che ogni formula si esprime come la disgiunzione (esclusiva) di congiunzioni (**clauses** in inglese).

Se volete approfondire consiglio di dare un'occhiata a questo testo abbastanza elementare [Men70].

1.4 Forme Normali e WIMS

Ricordiamo che le Leggi di de Morgan affermano