



Mathosphère

Série d'exercices Sur les Fonctions Numériques

Niveau TS2

$$\sin(\theta) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

Exercice 1 – (Étude complète d'une fonction rationnelle)

Soit $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 - 1}$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.

Étudier les variations, les limites aux bornes du domaine, les asymptotes, les tangentes et tracer une esquisse de sa courbe représentative.

Exercice 2 – (Théorème des accroissements finis)

Soit $f(x) = \ln(x + 1)$ définie sur $[0, 2]$.

1. Vérifier que f est continue sur $[0, 2]$ et dérivable sur $]0, 2[$.
2. Appliquer le théorème des accroissements finis.
3. Donner une interprétation graphique du résultat obtenu.

Exercice 3 – (Fonction composée et croissance)

Soit $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$ définie sur \mathbb{R}^+ .

1. Étudier le sens de variation de f .
2. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
3. Montrer que f est décroissante puis convexe sur \mathbb{R}^+ .

Exercice 4 – (Fonction trigonométrique avancée)

Soit $f(x) = x \cdot \cos(x)$ sur $[0, 2\pi]$.

1. Étudier les variations de f .
2. Déterminer les extrêmes locaux.
3. Tracer un tableau de variation complet.
4. Déterminer la valeur moyenne de f sur $[0, 2\pi]$.

Exercice 5 – (Comparaison de courbes)

Soient $f(x) = e^x$ et $g(x) = x^3 + 1$ sur $[-1, 2]$.

1. Étudier les variations de f et g .
2. Déterminer les points d'intersection des deux courbes.
3. Résoudre graphiquement $f(x) \leq g(x)$.

Exercice 6 – (Fonction logarithmique et convexité)

Soit $f(x) = x \ln x$ sur $]0, +\infty[$.

1. Étudier les variations de f .
2. Montrer que f admet un minimum.
3. Étudier la convexité de f et justifier graphiquement.

Exercice 7 – (Fonction définie par morceaux)

Soit $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

1. Étudier la continuité de f .

2. Étudier la dérivabilité en $x = 1$.

3. Tracer sa courbe représentative.

Exercice 8 – (Tangente et approximation)

Soit $f(x) = \sqrt{x}$ sur $[1, 4]$.

1. Donner l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse $x = 1$.
2. Approximer $\sqrt{1.1}$ par la méthode de la tangente.
3. Donner une interprétation graphique.

Exercice 9 – (Interprétation graphique et résolution d'équation)

Soit $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$.

1. Étudier les variations et limites de f .
2. Montrer que l'équation $f(x) = \frac{3}{4}$ admet une unique solution.
3. Donner un encadrement décimal de cette solution par dichotomie.

Exercice 10 – (Composition et bornage)

Soit $f(x) = \cos(\ln x)$ définie sur $]0, +\infty[$.

1. Montrer que f est bornée.
2. Étudier sa continuité et dérivabilité.
3. Étudier graphiquement les variations de f .