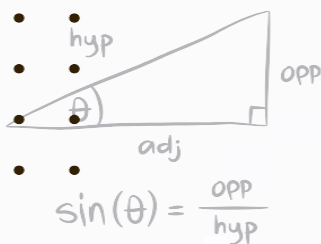


Mathosphère

Série d'exercices Sur les Probabilités

Niveau TS2



Exercice 1 (Probabilité totale et arbre)

Un test de dépistage d'une maladie est efficace à 95%. La prévalence de la maladie dans une population est de 2%. Un individu est choisi au hasard.

1. Construire un arbre pondéré représentant la situation.
2. Calculer la probabilité que le test soit positif.
3. Sachant que le test est positif, quelle est la probabilité que l'individu soit malade ?
4. Commenter les résultats obtenus.

Exercice 2 (Schéma de Bernoulli)

Une pièce non équilibrée donne face avec une probabilité 0,4. On la lance 6 fois indépendamment.

1. Déterminer la probabilité d'obtenir exactement 2 fois face.
2. Calculer la probabilité d'obtenir au plus 3 fois face.
3. Quelle est l'espérance et l'écart-type de cette loi ?
4. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois pile ?

Exercice 3 (Variable aléatoire discrète)

On considère une variable aléatoire X ayant pour loi :

| | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| x_i | 1 | 2 | 3 | 4 |
| p_i | 0,1 | 0,3 | 0,4 | 0,2 |

1. Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de X .
2. Déterminer la médiane de X .
3. Tracer la fonction de répartition $F(x)$.

Exercice 4 (Probabilité conditionnelle et indépendance)

On sait que $\mathbb{P}(A) = 0,4$, $\mathbb{P}(B) = 0,3$ et $\mathbb{P}(A \cap B) = 0,1$.

1. Calculer $\mathbb{P}(A \cup B)$.
2. Calculer $\mathbb{P}_A(B)$ et $\mathbb{P}_B(A)$.
3. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 5 (Expérience à deux épreuves)

Un sac contient 3 boules rouges et 2 boules vertes. On tire deux boules successivement sans remise.

1. Représenter la situation par un arbre.
2. Définir les événements suivants :
 A : « les deux boules sont de la même couleur »
 B : « la deuxième boule est rouge »
Calculer $\mathbb{P}(A)$, $\mathbb{P}(B)$, $\mathbb{P}_A(B)$.
3. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 6 (Deux dés et loi de probabilité)

On lance deux dés équilibrés. Soit X la somme des deux faces obtenues.

1. Déterminer la loi de probabilité de X .

2. Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de X .
3. Quelle est la probabilité que X soit un nombre premier ?

Exercice 7 (Choix de stratégies)

Une usine dispose de deux machines A et B . A produit 60% des pièces, B 40%. La probabilité qu'une pièce soit défectueuse est 2% pour A et 5% pour B .

1. Quelle est la probabilité qu'une pièce choisie au hasard soit défectueuse ?
2. Sachant qu'une pièce est défectueuse, quelle est la probabilité qu'elle vienne de B ?
3. Un contrôle est effectué sur 5 pièces prises au hasard. Quelle est la probabilité qu'au moins une soit défectueuse ?

Exercice 8 (Variable aléatoire : gain d'un jeu)

Un joueur lance un dé. S'il obtient 6, il gagne 10 000 F. S'il obtient 5, il gagne 5 000 F. Sinon il perd 2 000 F.

1. Déterminer la loi de probabilité du gain X .
2. Calculer l'espérance de X .
3. Le jeu est-il favorable au joueur ?

Exercice 9 (Épreuves répétées)

Un élève réussit une question avec une probabilité 0,7. Il répond à 10 questions indépendamment.

1. Quelle est la probabilité qu'il réussisse exactement 7 questions ?
2. Quelle est la probabilité qu'il réussisse au moins 8 questions ?
3. Quelle est l'espérance et l'écart-type du nombre de réussites ?
4. Quelle stratégie adopterait-on pour maximiser la réussite ?

Exercice 10 (Enchaînement d'événements)

Une boîte contient 5 pièces. Trois sont équilibrées, une donne face avec proba 0,8, une autre avec proba 0,2. On choisit une pièce au hasard, on la lance 4 fois.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 3 faces ?
2. Quelle est la probabilité d'avoir au moins 1 pile ?
3. Sachant qu'on a obtenu 3 faces, quelle est la probabilité que la pièce choisie soit truquée ?