

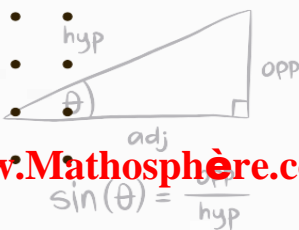
Mathosphère

Série d'exercices

Derivation

Niveau TS1

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



www.Mathosphère.com

Exercice 1 (Étude de fonction polynomiale) – Soit $f(x) = x^2 - x$.
Étudier les variations de la fonction f .

Exercice 2 (Centre de symétrie) – Soit $f(x) = x - \sin x \cos x$.
Montrer que le point $\Omega\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ est un centre de symétrie de la courbe représentative \mathcal{C}_f de la fonction f .

Exercice 3 (Étude complète de fonction rationnelle) –
Soit $f(x) = 2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .
2. Étudier les branches infinies de la courbe \mathcal{C}_f .
3. Étudier la position de la courbe \mathcal{C}_f par rapport à son asymptote horizontale.
4. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variations.
5. Déterminer les points d'intersection de \mathcal{C}_f avec l'axe des abscisses.
6. Montrer que la droite d'équation $x = \frac{1}{2}$ est un axe de symétrie de \mathcal{C}_f .
7. Tracer la courbe \mathcal{C}_f .

Exercice 4 (Fonction définie par morceaux et asymptotes) –
Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} (x-1) + 3 \cdot \sqrt[3]{1-x} & \text{si } x \leq 1 \\ (x-1) \left(1 + \arctan\left(\frac{1}{x}\right)\right) & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de f dans un repère ortho-normé.

1. (a) Montrer que f est continue en $x = 1$.
(b) Étudier la dérivabilité de f en $x = 1$ et donner une interprétation géométrique du résultat.
2. (a) Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

- (b) Montrer que la courbe \mathcal{C}_f admet une asymptote oblique d'équation $\Delta : y = x$ au voisinage de $+\infty$.
- (c) Étudier les branches infinies de \mathcal{C}_f au voisinage de $-\infty$.
3. (a) Étudier les variations de f sur l'intervalle $I =]-\infty; 1]$.
(b) Donner le tableau de variation de f' sur $K = [1; +\infty[$, et en déduire les variations de f sur K .

Exercice 5 (Fonction trigonométrique) – Soit la fonction $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .
2. Montrer qu'il suffit d'étudier f sur l'intervalle $[0; \pi]$.
3. Déterminer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f .
4. Tracer la courbe \mathcal{C}_f sur l'intervalle $[-2\pi; 2\pi]$.

Exercice 6 (Fonction trigonométrique et périodicité) –
Soit la fonction $f(x) = 4 \sin x + \cos 2x$.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .
2. Montrer que f est périodique de période $T = 2\pi$ et en déduire le domaine d'étude de f .
3. Déterminer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f .
4. Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe de f en $x = 0$.
5. Calculer $f''(x)$ en fonction de $\sin x$.
6. Déterminer les points d'inflexion de la courbe \mathcal{C}_f .
7. Tracer la courbe \mathcal{C}_f sur l'intervalle $[-2\pi; 4\pi]$.

"Les mathématiques ne sont pas une simple discipline, mais une clé pour comprendre l'univers dans toute sa beauté." – Anonyme

"Les défis mathématiques ne sont pas des obstacles, mais des occasions de repousser les limites de notre réflexion et de notre créativité." – Ndao