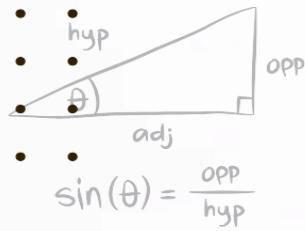


Mathosphère

Série d'exercices Sur les Dénombrement

Niveau 1S1



Exercice 1 – (Ensembles et opérations)

Soit : $E = \{1, 2, \dots, 10\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{5, 6, 7, 8\}$

Déterminer :

1. $\bar{A} = \{2, 4, 6, 8, 9, 10\}$
2. $A \cap C = \{5, 7\}$
3. $\overline{A \cap C} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$
4. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
5. $B \cap \bar{C} = \{2, 4\}$

Exercice 2 – (Opérations sur les ensembles)

Soit : $E = \{x, y, z, u, v\}$, $A = \{x, z, u\}$, $B = \{z, u, v\}$

Déterminer :

1. $A \cup B = \{x, z, u, v\}$
2. $B \cap A = \{z, u\}$
3. $\bar{B} = \{x, y\}$
4. $B \cup \bar{A} = \{y, z, u, v\}$
5. $\bar{A} \cap B = \{v\}$
6. $A \cup \bar{B} = \{x, y, z, u\}$
7. $A \cap \bar{B} = \{x\}$
8. $\bar{A} \cap \bar{B} = \{y\}$
9. $\overline{A \cup B} = \{y\}$
10. $\overline{A \cup \bar{B}} = \{x, y\}$
11. $\overline{A \cap \bar{B}} = \{x, y, v\}$

Exercice 3 – (Dénombrement - Diagramme de Venn)

Dans un groupe de 20 élèves de l'école de Pikine :

- 12 jouent au football
- 11 jouent au basket
- 4 jouent aux deux

Déterminer :

1. Nombre d'élèves qui jouent uniquement au football : $12 - 4 = 8$
2. Nombre d'élèves qui ne jouent à aucun sport : $20 - (8 + 7 + 4) = 1$

Exercice 4 – (Dénombrement - Cas complexe)

Dans une classe de 30 élèves :

- 1 étudie les trois langues
- 17 étudient le wolof
- 8 étudient wolof et anglais
- 5 étudient wolof et arabe
- 17 étudient exactement deux langues
- 26 étudient wolof ou anglais

Déterminer :

1. Nombre d'élèves étudiant l'anglais : $26 + 4 - 17 = 13$
2. Nombre d'élèves étudiant l'arabe : $30 - (17 + 13 - 8) = 8$
3. Nombre d'élèves étudiant une seule langue : $30 - 17 - 1 = 12$

Exercice 5 – (Principe d'inclusion-exclusion)

Parmi 40 commerçants à Kaolack :

- 8 parlent Peulh, 15 Joola, 8 Sérère
- 5 parlent Peulh et Joola
- 4 parlent Joola et Sérère
- 2 parlent Peulh et Sérère
- 2 parlent les trois langues

Déterminer :

1. Parlant au moins une langue : $8 + 15 + 8 - (5 + 4 + 2) + 2 = 22$
2. Ne connaissant aucune langue : $40 - 22 = 18$

Exercice 6 – (Problème de dénombrement avancé)

Dans une entreprise de 800 employés :

- 300 hommes
- 352 syndiqués
- 424 mariés
- 188 hommes syndiqués
- 166 hommes mariés
- 208 syndiqués et mariés
- 144 hommes mariés syndiqués

Nombre de femmes célibataires non syndiquées :

$$800 - (300 + 352 + 424 - 188 - 166 - 208 + 144) = 800 - 650 = 150$$

Exercice 7 – (Analyse combinatoire)

Pour 4 boulangeries :

1. Nombre de façons d'attribuer les jours : $7^4 = 2401$
2. Sans fermeture commune : $7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$
3. Au moins une ouverte chaque jour : $7! \times S(4, 7) = 8400$

Exercice 8 – (Permutations)

Anagrammes :

1. SAFAR : $\frac{5!}{1!} = 120$
2. DAKAR : $\frac{5!}{2!} = 60$
3. SEDDO : $\frac{5!}{2!} = 60$

Exercice 9 – (Arrangements)

Rangement de livres :

1. Groupés par matières : $3! \times 4! \times 6! \times 3! = 622080$
2. Maths groupés : $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4! \times 9! = 1045094400$

Exercice 10 – (Combinaisons)

Tirages de 5 cartes :

1. Sans contrainte : $\binom{32}{5} = 201376$
2. 5 coeurs ou 5 trèfles : $2 \times \binom{8}{5} = 112$
3. 2 coeurs et 3 trèfles : $\binom{8}{2} \times \binom{8}{3} = 1568$
4. Au moins un roi : $\binom{32}{5} - \binom{28}{5} = 103776$

5. Au plus un roi : $\binom{28}{5} + 4\binom{28}{4} = 177100$

6. 2 rois et 3 trèfles : $\binom{4}{2} \times \binom{8}{3} = 336$

Exercice 11 – (Dénombrément numérique)

Nombres avec chiffres distincts de $\{1, 2, 3, 4, 5\}$:

$$5! + 5 \times 4 + 5 \times 4 \times 3 + 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 325$$

Exercice 12 – (Problème de codes)

Codes PIN :

1. a) $10^4 = 10000$
b) $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$

2. a) $4! = 24$
b) $\log_2 \left(\frac{1440}{2} + 1 \right) \approx 10$ tentatives

Exercice 13 – (Calculs factoriels)

Simplifications :

$$\begin{aligned} \frac{n!}{(n-1)!} &= n & \frac{n!}{(n-2)!} &= n(n-1) \\ \frac{(n-1)!}{(n-4)!} &= (n-1)(n-2)(n-3) & \frac{n!}{(n-3)!} &= n(n-1)(n-2) \end{aligned}$$