



Mathosphère

Série d'exercices sur les primitives

Niveau 1S1

$$\sin(\theta) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

Exercice 1 – (Calcul des primitives)

Déterminer les primitives de la fonction f , puis celle qui s'annule en $x = 2$. Préciser l'intervalle de définition.

1. $f(x) = (x - 1)(x - 2)$

2. $f(x) = 4x^4 - 2x^2 + 5x$

3. $f(x) = \frac{x+1}{x^2}$

4. $f(x) = (x+1)^3$

5. $f(x) = \frac{1}{(x+1)^3}$

6. $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$

7. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

8. $f(x) = (2x-1)(x^2-x)^2$

9. $f(x) = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}$

10. $f(x) = 3x\sqrt{x^2+1}$

11. $f(x) = \frac{x^4+x^2+1}{x^2}$

12. $f(x) = 3\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$

13. $f(x) = \sin(2x)$

14. $f(x) = \sin(3x) + \cos(2x+3)$

Exercice 2 – (Primitives de polynômes)

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes et préciser leur intervalle de définition :

1. $f(x) = 3x^3 - 6x^2 + 2$

2. $f(x) = x^5 + 4x^3 - x$

3. $f(x) = (x-3)^2$

Exercice 3 – (Primitives de fonctions rationnelles)

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes et préciser leur intervalle de définition :

1. $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$

2. $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$

3. $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+2x+1}$

Exercice 4 – (Primitives de fonctions avec racines)

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes et préciser leur intervalle de définition :

1. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}$

2. $f(x) = x\sqrt{x+1}$

3. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+2}$

Exercice 5 – (Primitives trigonométriques)

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes et préciser leur intervalle de définition :

1. $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$

2. $f(x) = 2\sin(4x)$

3. $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$

Exercice 6 – (Primitives avec substitution)

Déterminer une primitive des fonctions suivantes en utilisant une substitution appropriée. Préciser l'intervalle de définition :

1. $f(x) = x(x^2+1)^2$

2. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$

3. $f(x) = \sin(2x)\cos(2x)$

Exercice 7 – (Primitives et condition initiale)

Déterminer la primitive des fonctions suivantes qui s'annule en $x = 1$. Préciser l'intervalle de définition :

1. $f(x) = 2x^3 - x$

2. $f(x) = \frac{1}{(x+3)^4}$

3. $f(x) = \cos(3x)$

Exercice 8 – (Primitives de fonctions composées)

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes et préciser leur intervalle de définition :

1. $f(x) = (3x-1)^4$

2. $f(x) = \sin^2(x)$

3. $f(x) = \frac{1}{(2x+1)^2}$

Exercice 9 – (Primitives par développement)

Déterminer une primitive des fonctions suivantes en développant l'expression. Préciser l'intervalle de définition :

1. $f(x) = (x+2)(x-1)$

2. $f(x) = (x^2+1)(x-2)$

Exercice 10 – (Primitives de fonctions rationnelles)

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes et préciser leur intervalle de définition :

1. $f(x) = \frac{x^2+2}{x^2+1}$

2. $f(x) = \frac{3x-1}{(x-1)^3}$

Exercice 11 – (Primitives trigonométriques avancées)

Déterminer une primitive des fonctions suivantes. Préciser l'intervalle de définition :

1. $f(x) = \sin(5x)$

2. $f(x) = \cos^2\left(\frac{x}{3}\right)$

Exercice 12 – (Primitives avec condition initiale)

Déterminer la primitive des fonctions suivantes qui prend la valeur 3 en $x = 0$. Préciser l'intervalle de définition :

1. $f(x) = x^2 + 4x$

2. $f(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{4}\right)$

Exercice 13 – (Primitives de fonctions polynomiales)

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes et préciser leur intervalle de définition :

1. $f(x) = 5x^4 - 3x^2 + 1$

2. $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)$

Exercice 14 – (Primitives avec racines)

Déterminer une primitive des fonctions suivantes. Préciser l'intervalle de définition :

1. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$

2. $f(x) = x^2\sqrt{x-1}$

Exercice 15 – (Primitives et substitution)

Déterminer une primitive des fonctions suivantes en utilisant une substitution. Préciser l'intervalle de définition :

1. $f(x) = x^3(x^4 + 1)^2$

2. $f(x) = \frac{x^2}{(x^3 + 1)^2}$

Exercice 16 – (Primitives trigonométriques)

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes et préciser leur intervalle de définition :

1. $f(x) = \cos(2x) - \sin(2x)$

2. $f(x) = 3 \cos\left(\frac{x}{4}\right)$

Exercice 17 – (Primitives de fonctions rationnelles)

Déterminer une primitive des fonctions suivantes. Préciser l'intervalle de définition :

1. $f(x) = \frac{2}{(x+2)^2}$

2. $f(x) = \frac{x+1}{(x^2+2x+2)^2}$

Exercice 18 – (Primitives avec condition initiale)

Déterminer la primitive des fonctions suivantes qui s'annule en $x = -1$. Préciser l'intervalle de définition :

1. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$

2. $f(x) = \sin(4x)$

Exercice 19 – (Primitives de fonctions composées)

Déterminer une primitive des fonctions suivantes. Préciser l'intervalle de définition :

1. $f(x) = (x-2)^5$

2. $f(x) = \sin^3(x) \cos(x)$

Exercice 20 – (Primitives et vérification)

Déterminer une primitive des fonctions suivantes, puis vérifier par dérivation que le résultat est correct. Préciser l'intervalle de définition :

1. $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2 + 1}$

2. $f(x) = \cos(2x) \sin(2x)$

Exercice 21 – (Primitives avec racines)

Déterminer une primitive des fonctions suivantes. Préciser l'intervalle de définition :

1. $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x+2}$

2. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$

Exercice 22 – (Problème : Étude complète d'une fonction)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} + \cos(\pi x)$$

On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Calculer les limites de f en $x = 1^-$ et $x = 1^+$. Peut-on définir $f(1)$ pour rendre f continue en $x = 1$? Si oui, donner la valeur de $f(1)$.
3. Étudier la continuité de f sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. Montrer que f est continue sur \mathbb{R} après extension éventuelle.
4. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. En déduire le comportement asymptotique de (C_f) .
5. Calculer la dérivée $f'(x)$ et étudier son signe. Dresser le tableau de variations de f .
6. Déterminer une primitive $F(x)$ de $f(x)$ telle que $F(0) = 0$. Préciser son intervalle de définition.
7. À l'aide des informations précédentes, tracer la courbe (C_f) .