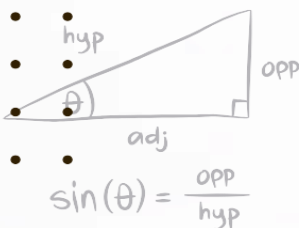


**Mathosphère**

# Série d'exercices sur les primitives

Niveau 1S1

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



**Exercice 1 – (Calcul des primitives)**

Déterminer les primitives de la fonction  $f$ , puis celle qui s'annule en  $x = 2$ . Préciser l'intervalle de définition.

1.  $f(x) = (x - 1)(x - 2)$
2.  $f(x) = 4x^4 - 2x^2 + 5x$
3.  $f(x) = \frac{x + 1}{x^2}$
4.  $f(x) = (x + 1)^3$
5.  $f(x) = \frac{1}{(x + 1)^3}$
6.  $f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x}}$
7.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x + 1}}$
8.  $f(x) = (2x - 1)(x^2 - x)^2$
9.  $f(x) = \frac{2x + 1}{(x^2 + x + 1)^2}$
10.  $f(x) = 3x\sqrt{x^2 + 1}$
11.  $f(x) = \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2}$
12.  $f(x) = 3 \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$
13.  $f(x) = \sin(2x)$
14.  $f(x) = \sin(3x) + \cos(2x + 3)$

**Exercice 2 – (Primitives de polynômes)**

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes et préciser leur intervalle de définition :

1.  $f(x) = 3x^3 - 6x^2 + 2$
2.  $f(x) = x^5 + 4x^3 - x$
3.  $f(x) = (x - 3)^2$

**Exercice 3 – (Primitives de fonctions rationnelles)**

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes et préciser leur intervalle de définition :

1.  $f(x) = \frac{1}{(x - 2)^2}$
2.  $f(x) = \frac{x}{(x + 1)^2}$
3.  $f(x) = \frac{2x + 3}{x^2 + 2x + 1}$

**Exercice 4 – (Primitives de fonctions avec racines)**

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes et préciser leur intervalle de définition :

1.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x + 3}}$
2.  $f(x) = x\sqrt{x + 1}$
3.  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x + 2}$

**Exercice 5 – (Primitives trigonométriques)**

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes et préciser leur intervalle de définition :

1.  $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$
2.  $f(x) = 2 \sin(4x)$
3.  $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$

**Exercice 6 – (Primitives avec substitution)**

Déterminer une primitive des fonctions suivantes en utilisant une substitution appropriée. Préciser l'intervalle de définition :

1.  $f(x) = x(x^2 + 1)^2$
2.  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$
3.  $f(x) = \sin(2x) \cos(2x)$

**Exercice 7 – (Primitives et condition initiale)**

Déterminer la primitive des fonctions suivantes qui s'annule en  $x = 1$ . Préciser l'intervalle de définition :

1.  $f(x) = 2x^3 - x$
2.  $f(x) = \frac{1}{(x + 3)^4}$
3.  $f(x) = \cos(3x)$

**Exercice 8 – (Primitives de fonctions composées)**

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes et préciser leur intervalle de définition :

1.  $f(x) = (3x - 1)^4$
2.  $f(x) = \sin^2(x)$
3.  $f(x) = \frac{1}{(2x + 1)^2}$

**Exercice 9 – (Primitives par développement)**

Déterminer une primitive des fonctions suivantes en développant l'expression. Préciser l'intervalle de définition :

1.  $f(x) = (x + 2)(x - 1)$
2.  $f(x) = (x^2 + 1)(x - 2)$

**Exercice 10 – (Primitives de fonctions rationnelles)**

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes et préciser leur intervalle de définition :

1.  $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$
2.  $f(x) = \frac{3x - 1}{(x - 1)^3}$

**Exercice 11 – (Primitives trigonométriques avancées)**

Déterminer une primitive des fonctions suivantes. Préciser l'intervalle de définition :

1.  $f(x) = \sin(5x)$
2.  $f(x) = \cos^2\left(\frac{x}{3}\right)$

**Exercice 12 – (Primitives avec condition initiale)**

Déterminer la primitive des fonctions suivantes qui prend la valeur 3 en  $x = 0$ . Préciser l'intervalle de définition :

1.  $f(x) = x^2 + 4x$
2.  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{4}\right)$

**Exercice 13 – (Primitives de fonctions polynomiales)**

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes et préciser leur intervalle de définition :

1.  $f(x) = 5x^4 - 3x^2 + 1$
2.  $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)$

**Exercice 14 – (Primitives avec racines)**

Déterminer une primitive des fonctions suivantes. Préciser l'intervalle de définition :

1.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$
2.  $f(x) = x^2\sqrt{x-1}$

**Exercice 15 – (Primitives et substitution)**

Déterminer une primitive des fonctions suivantes en utilisant une substitution. Préciser l'intervalle de définition :

1.  $f(x) = x^3(x^4+1)^2$
2.  $f(x) = \frac{x^2}{(x^3+1)^2}$

**Exercice 16 – (Primitives trigonométriques)**

Déterminer toutes les primitives des fonctions suivantes et préciser leur intervalle de définition :

1.  $f(x) = \cos(2x) - \sin(2x)$
2.  $f(x) = 3\cos\left(\frac{x}{4}\right)$

**Exercice 17 – (Primitives de fonctions rationnelles)**

Déterminer une primitive des fonctions suivantes. Préciser l'intervalle de définition :

1.  $f(x) = \frac{2}{(x+2)^2}$
2.  $f(x) = \frac{x+1}{(x^2+2x+2)^2}$

**Exercice 18 – (Primitives avec condition initiale)**

Déterminer la primitive des fonctions suivantes qui s'annule en  $x = -1$ . Préciser l'intervalle de définition :

1.  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$

2.  $f(x) = \sin(4x)$

**Exercice 19 – (Primitives de fonctions composées)**

Déterminer une primitive des fonctions suivantes. Préciser l'intervalle de définition :

1.  $f(x) = (x-2)^5$
2.  $f(x) = \sin^3(x)\cos(x)$

**Exercice 20 – (Primitives et vérification)**

Déterminer une primitive des fonctions suivantes, puis vérifier par dérivation que le résultat est correct. Préciser l'intervalle de définition :

1.  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2+1}$
2.  $f(x) = \cos(2x)\sin(2x)$

**Exercice 21 – (Primitives avec racines)**

Déterminer une primitive des fonctions suivantes. Préciser l'intervalle de définition :

1.  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x+2}$
2.  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$

**Exercice 22 – (Problème : Étude complète d'une fonction)**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  par :

$$f(x) = \frac{x^2-1}{x-1} + \cos(\pi x)$$

On note  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1. Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
2. Calculer les limites de  $f$  en  $x = 1^-$  et  $x = 1^+$ . Peut-on définir  $f(1)$  pour rendre  $f$  continue en  $x = 1$ ? Si oui, donner la valeur de  $f(1)$ .
3. Étudier la continuité de  $f$  sur  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ . Montrer que  $f$  est continue sur  $\mathbb{R}$  après extension éventuelle.
4. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ . En déduire le comportement asymptotique de  $(C_f)$ .
5. Calculer la dérivée  $f'(x)$  et étudier son signe. Dresser le tableau de variations de  $f$ .
6. Déterminer une primitive  $F(x)$  de  $f(x)$  telle que  $F(0) = 0$ . Préciser son intervalle de définition.
7. À l'aide des informations précédentes, tracer la courbe  $(C_f)$ .