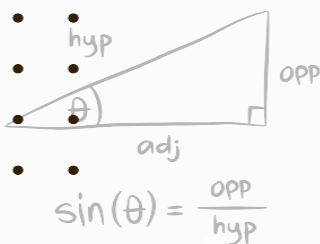


**Mathosphère**

# Série d'exercices Sur les Fonctions Numériques

Niveau TS2



**Exercice 1 – (Étude complète d’une fonction rationnelle)**

Soit  $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 - 1}$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ .

Étudier les variations, les limites aux bornes du domaine, les asymptotes, les tangentes et tracer une esquisse de sa courbe représentative.

**Exercice 2 – (Théorème des accroissements finis)**

Soit  $f(x) = \ln(x + 1)$  définie sur  $[0, 2]$ .

1. Vérifier que  $f$  est continue sur  $[0, 2]$  et dérivable sur  $]0, 2[$ .
2. Appliquer le théorème des accroissements finis.
3. Donner une interprétation graphique du résultat obtenu.

**Exercice 3 – (Fonction composée et croissance)**

Soit  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$  définie sur  $\mathbb{R}^+$ .

1. Étudier le sens de variation de  $f$ .
2. Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
3. Montrer que  $f$  est décroissante puis convexe sur  $\mathbb{R}^+$ .

**Exercice 4 – (Fonction trigonométrique avancée)**

Soit  $f(x) = x \cdot \cos(x)$  sur  $[0, 2\pi]$ .

1. Étudier les variations de  $f$ .
2. Déterminer les extremums locaux.
3. Tracer un tableau de variation complet.
4. Déterminer la valeur moyenne de  $f$  sur  $[0, 2\pi]$ .

**Exercice 5 – (Comparaison de courbes)**

Soient  $f(x) = e^x$  et  $g(x) = x^3 + 1$  sur  $[-1, 2]$ .

1. Étudier les variations de  $f$  et  $g$ .
2. Déterminer les points d’intersection des deux courbes.
3. Résoudre graphiquement  $f(x) \leq g(x)$ .

**Exercice 6 – (Fonction logarithmique et convexité)**

Soit  $f(x) = x \ln x$  sur  $]0, +\infty[$ .

1. Étudier les variations de  $f$ .
2. Montrer que  $f$  admet un minimum.
3. Étudier la convexité de  $f$  et justifier graphiquement.

**Exercice 7 – (Fonction définie par morceaux)**

Soit  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

1. Étudier la continuité de  $f$ .

2. Étudier la dérivabilité en  $x = 1$ .

3. Tracer sa courbe représentative.

**Exercice 8 – (Tangente et approximation)**

Soit  $f(x) = \sqrt{x}$  sur  $[1, 4]$ .

1. Donner l’équation de la tangente à la courbe au point d’abscisse  $x = 1$ .
2. Approximer  $\sqrt{1.1}$  par la méthode de la tangente.
3. Donner une interprétation graphique.

**Exercice 9 – (Interprétation graphique et résolution d’équation)**

Soit  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ .

1. Étudier les variations et limites de  $f$ .
2. Montrer que l’équation  $f(x) = \frac{3}{4}$  admet une unique solution.
3. Donner un encadrement décimal de cette solution par dichotomie.

**Exercice 10 – (Composition et bornage)**

Soit  $f(x) = \cos(\ln x)$  définie sur  $]0, +\infty[$ .

1. Montrer que  $f$  est bornée.
2. Étudier sa continuité et dérivabilité.
3. Étudier graphiquement les variations de  $f$ .