

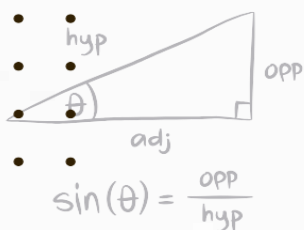
**Mathosphère**

# Série d'exercices

# Equations

# Differentielles

Niveau TS1



[www.Mathosphère.com](http://www.Mathosphère.com)

**Exercice 1 :** Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. (E) :  $y' = 3y$
2. (E) :  $y' - y = 0$

---

**Exercice 2 :** Résoudre l'équation différentielle suivante :

$$(E) : 2y'' - 4y' - 3 = 0$$

---

**Exercice 3 :** Considérons les équations différentielles

$$(E_0) : y' - y = 0 \quad \text{et} \quad (E) : y' - y = 2x^2 + x$$

1. Résoudre l'équation différentielle  $(E_0)$
2. (a) Soit  $P$  une fonction polynôme, quel sera le degré de  $P$  afin que  $P$  soit une solution de  $(E)$  ?  
 (b) Déterminer le polynôme  $P$  pour que  $P$  soit une solution de  $(E)$   
 (c) Montrer que :  $y$  est solution de  $(E)$  si et seulement si  $y - P$  est solution de  $(E_0)$   
 (d) En déduire la solution générale de l'équation  $(E)$   
 (e) Déterminer la solution  $\varphi$  de  $(E)$  telle que  $\varphi(0) = 2$

---

**Exercice 4 :** Soit l'équation différentielle suivante :

$$(E) : y' + y = 2x$$

1. Résoudre l'équation différentielle  $(E)$
2. Déterminer la solution particulière  $y_p$  qui vérifie la condition initiale :  $y(0) = 1$
3. Étudier les variations de cette solution  $y_p$
4. Tracer la courbe représentative de  $y_p$  sur l'intervalle  $[0; 2]$

---

**Exercice 5 :** Soit l'équation différentielle :

$$(E) : y'' - 2y' + y = \frac{1}{x}, \quad x > 0$$

1. Résoudre l'équation homogène associée :

$$(E_0) : y'' - 2y' + y = 0$$

2. On cherche une solution particulière de l'équation  $(E)$  sous la forme :

$$y_p(x) = A \ln x + B$$

Déterminer les constantes  $A$  et  $B$ .

3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation  $(E)$ .
4. Déterminer la solution  $y$  de  $(E)$  qui vérifie :

$$y(1) = 0 \quad \text{et} \quad y'(1) = 1$$

**Exercice 6 :** Soit l'équation différentielle suivante :

$$(E) : y'' - 3y' + 2y = e^{2x}$$

1. Résoudre l'équation homogène associée :  $y'' - 3y' + 2y = 0$
2. En déduire une solution particulière de  $(E)$  par la méthode de variation de la constante ou par la méthode d'annulation
3. En déduire la solution générale de  $(E)$
4. Trouver la solution vérifiant les conditions initiales :  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$
5. Étudier les variations de cette solution particulière

**Exercice 7 :** On considère un objet de masse  $m$  en chute verticale dans un fluide (air ou eau), soumis à la gravité et à une force de frottement proportionnelle à sa vitesse.

On note  $v(t)$  la vitesse de l'objet à l'instant  $t$ ,  $g$  l'accélération de la pesanteur, et  $\lambda > 0$  une constante liée au frottement.

Le mouvement est modélisé par l'équation différentielle :

$$(E) : m \frac{dv}{dt} = mg - \lambda v(t)$$

1. Mettre l'équation sous la forme :  $\frac{dv}{dt} + av = b$ , en précisant  $a$  et  $b$ .
2. Résoudre cette équation différentielle en posant  $v(0) = 0$ .
3. Déterminer la limite de  $v(t)$  quand  $t \rightarrow +\infty$  et interpréter ce résultat physiquement.
4. Déterminer la position  $x(t)$  de l'objet en fonction du temps, en supposant que  $x(0) = 0$ .
5. Tracer les courbes qualitatives de  $v(t)$  et  $x(t)$ .