

UNIVERSITE DE KINSHASA



FACULTE POLYTECHNIQUE

DEUXIEME GRADUAT

B.P 240 KINSHASA XI

TRAVAIL PRATIQUE D'ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION

Dirigé par : Ass. Ir.

Fait par :

- MBONGA MABIALA GLOIRE (2GC)
- DZAPILI JOSEPH (2GEI)
- BOLOCHI KASIMA PIERRE (2GC)

ANNEE ACADEMIQUE 2021-2022

Question I

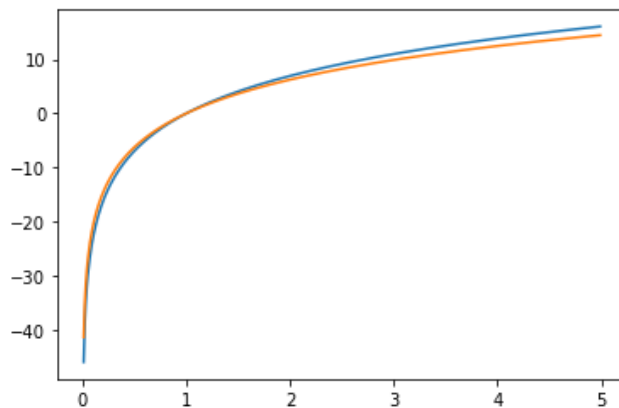
On a $A = 50n \log n$ et $B = 45n^3$

Pour que A soit meilleur que B, on doit écrire On a $A = 140n^2$ et $B = 29n^3$

```
In [30]: import math
        """ L'Algorithme A est meilleur que l'algorithme B pour n superieur à n
        lorsque 50nlogn = 45n^2, ou 10logn = 9n
        """
        x = [x/100 for x in range(1, 500)]
        y1 = list(map(lambda x: 10*math.log(x),x))
        y2 = list(map(lambda x: 9*math.log(x),x))

        plt.plot(x,y1)
        plt.plot(x,y2)
```

Out[30]: [



Question II

Ici aussi, on a $A = 140n^2$ et $B = 29n^3$. Or, on veut que A soit meilleur que B donc, $A \geq B$
 $\rightarrow 140n^2 > 29n^3$

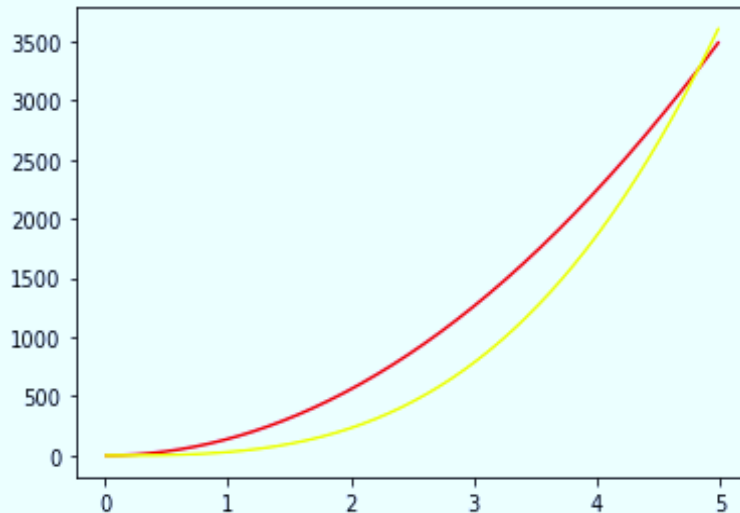
$\rightarrow n \leq 4.82757$

En utilisant, le module de python :

Matplotlib, ci dessous la représentation graphique de nos deux fonctions :

```
In [16]: x = [x/100 for x in range(1, 500)]
y1 = list(map(lambda x: 140*x**2,x))
y2 = list(map(lambda x: 29*x**3,x))
plt.plot(x, y1, color="red")
plt.plot(x, y2,color="yellow")
```

Out[16]: [<matplotlib.lines.Line2D at 0x1fb8532e9d0>]



Question III

Soit $A = O(f(n))$. Si le temps d'exécution du pire des cas $O(f(n))$ est n^* , il existe alors une constante c telle que $cf(n) \geq n^* > n_0$.

Sachant le pire de cas est toujours supérieur ou égal à tout autre cas ; Du coup le temps d'exécution du pire des cas $\geq (g(n))$, $cf(n) \geq \text{pire cas} \geq A$

Question IV

Si $d(n) = O(f(n)) \geq a \cdot d(n) = O(f(n))$ pour $a > 0$.

Si $d(n)$ vaut $O(f(n))$ alors, il existe une constante c telle que $d(n) \leq c f(n)$ pour tout $n > n_0$.

On a alors $ad(n) \leq acf(n) = c'f(n)$.

La nouvelle constante sera donc " a " qui maintient toujours la condition originale de O qui sera vrai pour tous les autres cas.

Question V

Si $d(n)$ équivaut à $O(f(n))$ et $e(n)$ vaut $O(g(n))$, alors $d(n) = cf(n)$ pour $n \geq n_0$ et $e(n) < dg(n)$ pour $n \geq n_0$ en conséquence, $d(n)e(n) \leq (cf(n))(dg(n))$ et $n \geq n_0$

Ce qui signifie qu'il existe un nouveau $n \geq n_0$ et $n_0' = n_0 \cdot n_0$, et un $c' = c \cdot d$ tel que $d(n)e(n) \leq c' (f(n)g(n))$ pour $n \geq n_0'$, ce qui signifie que $d(n)e(n)$ est $O(f(n)g(n))$

Et non $n_0 \cdot n_0$, et $c = c \cdot d$ tel que $d(n)e(n) \leq c' (f(n)g(n))$ pour $n \geq n_0'$, ce qui signifie que $d(n)e(n)$ équivaut à $O(f(n)g(n))$

Question VI

Comme précédemment, si $d(n)$ vaut $o(f(n))$ et $e(n)$ vaut $o(g(n))$, alors $d(n) \leq cf(n)$ pour $n_f > n_{f0}$ et $e(n) \leq dg(n)$ pour $n_e > n_{e0}$

Cela signifie que $d(n) + e(n) \leq (cf(n)) + (dg(n))$ et $n > n_{f0} + n_{e0}$

ce qui signifie qu'il existe un nouveau $n' = n_f + n_e$ et $n_0 = n_{f0} + n_{e0}$, tel que :

$d(n) + e(n) \leq cf(n) + dg(n)$ pour $n > n_0$; cependant, cela ne satisfait toujours pas la notation O .

On peut absorber c et d dans leurs fonctions telles que $d(n) + e(n) \leq f(cn) + g(dn)$

Pour absorber c , on note que $n' > n_0 / c$ donc $n = n' / c$, ce qui signifie que n' / c

de même pour d , $n' / cd \geq n_0 / cd$

Il existe donc de nouvelles valeurs de n_0 tel que

$d(n) + e(n) \leq (f(n) + d(n))$ pour $n \geq n_0$, qui satisfait $O(f(n) + d(n))$ les conditions.

Question VII

Le point clé ici est que ce n'est pas parce que quelque chose est $O(n)$ que cela doit être cette fonction

Par exemple, $f(n) + 5 = O(n)$ est mathématiquement vrai, bien que ce soit une mauvaise forme de le dire

Par conséquent, si nous avons $d(n) = n$ et $e(n) = n$ avec $f(n) = n$ et $g(n) = n$, alors nous vérifions $d(n) \leq C(f(n))$ pour $n \geq 0$, et $e(n) \leq C_2(g(n))$ pour $n \geq 0$

$$f(n) - g(n) = 0 \text{ et } d(n) - e(n) = n$$

Il n'y a pas de valeur pour $n > 0$ telle que $0 \geq n$, ce qui signifie que $d(n) - e(n)$ n'est pas $O(f(n) - g(n))$

Question VIII

Comme précédemment, si $d(n)$ vaut $o(f(n))$ et $e(n)$ vaut $o(g(n))$, alors $d(n) \leq cf(n)$ pour $n_f > n_{f0}$ et $e(n) \leq dg(n)$ pour $n_e > n_{e0}$

Question IX

L'algorithme E est appelé par l'Algorithme D n fois

Par conséquent, le temps d'exécution le plus défavorable est $O(D(n)) * O(1)$, $O(n * 1) = O(n)$
d'après la description

Question X

La notation O signifie qu'il existe une constante c telle que $f(n) < Cg(n)$

Donc, si les algorithmes de Alphonse fonctionnent mieux que A ($n \log n$) et que l'algorithme De Bob fonctionne mieux que B (n^2), nous pouvons résoudre la valeur où $A \log n = Bn^2$, dont nous savons qu'elle est vraie Quand $n=100$. Cela signifie, $(A/B) = (100) / (\log(100)) = 15.05$

Cela signifie que le temps d'exécution de KIMBULU sur une seule itération

Est 15 fois plus lent mais comme il effectue globalement moins d'opération, et commence à mieux performé à des grandes valeurs de n.