Задача 8. Выпуклый минимум

Источник:	основная
Имя входного файла:	`input.txt`
Имя выходного файла:	`output.txt`
Ограничение по времени:	1 секунда*
Ограничение по памяти:	разумное

Массив чисел $A_0, A_1, A_2, \ldots A_{n-1}$ называется выпуклым вверх, если:

$$\forall\, i < k < j: \qquad A_k < \frac{(j-k)A_i + (k-i)A_j}{(j-i)}$$

Дан выпуклый вверх массив A и коэффициент C. Требуется найти индекс элемента массива, на котором достигается минимум линейной функции:

$$\operatorname*{argmin}_{i=0}^{n-1} (A_i + C \cdot i) = ?$$

Если минимальное значение достигается на нескольких элементах массива, нужно найти номер первого такого элемента.

Формат входных данных

В первой строке записано одно целое число n — размер выпуклого массива ($1 \leqslant n \leqslant 10^5$). Далее записаны элементы массива A_i (n целых чисел, $|A_i| \leqslant 10^{15}$). Затем записано целое число q — количество запросов, которые нужно обработать ($1 \leqslant q \leqslant 10^5$). В остальных q строках записаны целые числа C_j, определяющие значения коэффициента линейной функции ($|C_j| \leqslant 10^9$).

Формат выходных данных

Требуется вывести q целых чисел: для каждого коэффициента C_j, записанного во входных данных, нужно вывести номер i первого элемента A_i, на котором достигается минимум $(A_i + C \cdot i)$ при $C = C_j$.

Пример

<table>
<tr><th>input.txt</th><th>output.txt</th></tr>
<tr><td><pre>10
9 4 0 -2 -2 -1 1 4 8 20
8
-5
1
-2
0
6
3
2
4</pre></td><td><pre>8
3
5
3
0
2
2
1</pre></td></tr>
</table>

Пояснение к примеру

Рассмотрим коэффициент $C_2 = -2$. Выпишем значение соответствующей функции для всех элементов:
i=0: $9 - 2 * 0 = 9$
i=1: $4 - 2 * 1 = 2$
i=2: $0 - 2 * 2 = -4$
i=3: $-2 - 2 * 3 = -8$
i=4: $-2 - 2 * 4 = -10$
i=5: $-1 - 2 * 5 = -11$
i=6: $1 - 2 * 6 = -11$
i=7: $4 - 2 * 7 = -10$
i=8: $8 - 2 * 8 = -8$
i=9: $20 - 2 * 9 = 2$

Минимум достигается на двух элементах $i = 5$ и $i = 6$, и ответом является меньший номер $i = 5$.

Комментарий

Представьте себе, как бы вы решали задачу, если бы вместо массива A была дана гладкая функция $A(x)$, и нужно было бы найти минимум функции $(A(x) + Cx)$. Задача с массивом решается точно так же, нужно лишь найти дискретный аналог для понятия производной.