HTW Berlin
SS 13

Tanja Opitz
LZM

FORMELSAMMLUNG - KOMPLEXE ZAHLEN

Algebraische Normalform	Trigonometrische Normalform	Exponentielle Normalform
$\boldsymbol{z = a + i * b}$	$\boldsymbol{z = \lvert z\rvert * (\cos(\varphi) + i * \sin(\varphi))}$	$\boldsymbol{z = \lvert z\rvert * e^{i*\varphi}}$

Kenngrößen:

$a = Re(z)$ → *Realteil von z* $(a \epsilon \mathbb{R})$

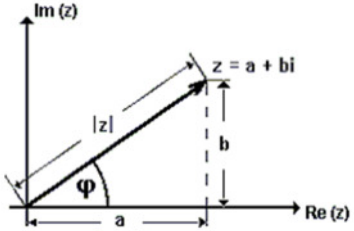
$b = Im(z)$ → *Imaginärteil von z* $(b \epsilon \mathbb{R})$

$r = |z|$ → *Radius/ Betrag von z*

$\varphi = \arg(z)$ → *Winkel/ Argument von z*

$0° \leq \varphi < 360°$

$0 \leq \varphi < 2\pi$



Wichtige Formeln zur Umformung:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = |z| * \cos(\varphi)$$

$$b = |z| * \sin(\varphi)$$

$$\frac{Bogenmaß}{Winkel} = \frac{\pi}{180°}$$

$$\varphi = \begin{cases} arctan\left(\frac{b}{a}\right) & für\ a > 0; b \geq 0 \\ \frac{\pi}{2} & für\ a = 0; b > 0 \\ arctan\left(\frac{b}{a}\right) + \pi & für\ a < 0 \\ \frac{3\pi}{2} & für\ a = 0; b < 0 \\ arctan\left(\frac{b}{a}\right) + 2\pi & für\ a > 0; b < 0 \end{cases}$$

Rechenoperationen:

$z_1 = a_1 + i*b_1$ *oder* $z_1 = |z_1|*exp(\varphi_1*i)$ *und* $z_2 = a_2 + i*b_2$ *oder* $z_2 = |z_2|*exp(\varphi_2*i)$

Addition/ Subtraktion:

→ algebraische Normalform

$z_1 \pm z_2 = (a_1 \pm a_2) + i*(b_1 \pm b_2)$

Multiplikation/ Division:

→ algebraischen Normalform

$z_1 * z_2 = (a_1a_2 - b_1b_2) + i*(a_1b_2 + b_1a_2)$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{(a_2)^2 + (b_2)^2} + i* \frac{b_1a_2 - a_1b_2}{(a_2)^2 + (b_2)^2}$$

→ trigonometrische + exponentielle Normalform

Multiplikation
Produkt der Beträge + Summe der Winkel
$z_1*z_2 = |z_1|*|z_2|*exp(i*(\varphi_1+\varphi_2))$
$z_1*z_2 = |z_1|*|z_2|*(cos(\varphi_1+\varphi_2)+ i*(sin(\varphi_1+\varphi_2))$

Division
Quotient der Beträge + Differenz der Winkel
$z_1: z_2 = |z_1|:|z_2|*exp(i*(\varphi_1-\varphi_2))$
$z_1: z_2 = |z_1|:|z_2|*(cos(\varphi_1-\varphi_2)+ i*(sin(\varphi_1-\varphi_2))$

→ BEACHTE: φ sollte im Intervall $0 \leq \varphi < 2\pi$ liegen

Konjugiertes Komplex:

$z^* = \bar{z} = a - b*i$
mit $z = a+b*i$

Potenzen:

Formel von MOIVRE:
$z^n = |z|^n * exp(i*n*\varphi)$
$z^n = |z|^n * (cos(n*\varphi)+ i*(sin(n*\varphi))$

→ Gleichung hat genau eine Lösung

Wurzeln:

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|} * e^{i*\frac{\varphi+2k\pi}{n}}$$

k = {0; 1; 2; ... ; n-1}

→ Gleichung hat genau *n* Lösungen

Logarithmus:

$ln(z) = ln(|z|) + i*\varphi$

→ input: exponentielle Normalform
→ output: algebraische Normalform