— The conventional models where F_i and G_i are replaced with multilinear functions (linear in any z_i) and which are based on the «<mathematical»> argument that $B^n = B$ for Boolean variables, do not capture at least two essential kinds of the limit dynamics.

— The functions F_i and G_i should be replaced with multicubic polynomials (cubic in any z_i) in order that all possible kinds of limit dynamics will be captured.

— These conclusions are also valid for the gene networks with special delays (integral and degenerate).

ACKNOWLEDGEMENTS: The work of the first author (Arkadi Ponossov) was supported by the European NILS mobility grant (Niels Henrik Abel Extraordinary Chair) through the EEA Financial Mechanism, coordinated by Universidad Complutense de Madrid, and carried out at Departament de Ciències Mèdiques Bàsiques, Institut de Recerca Biomèdica de Lleida, Universitat de Lleida (Spain) in June–August 2010.

Поступила в редакцию 10 апреля 2011 г.

Поносов А., Шиндяпин А., Тафинцева В. Моделирование генных сетей: математика против биологии. Мы изучаем некоторые свойства решений дифференциальных систем, описывающих генные регулируемые сети, где вместо линейных функций в правой части мы рассматриваем многочлены. Мы получили некоторые новые свойства поведения решений в достаточно близкой окрестности сингулярных областей, в частности стенок, хотя в регулярных областях динамики совпадают. Таким образом линейные системы не описывают реальную динамику генной сети.

Ключевые слова: генные регулируемые сети; сигмоидальная функция; метод сингулярных возмущений.

Ponossov Arkadii, Norwegian university of life sciences, Aas, Norway, full-professor, Department of mathematical sciences and technology, e-mail: arkadi@umb.no.

Shindiapin Andrey, Eduardo Mondlane University, Maputo, Mozambique, full-professor, Mathematics Department, e-mail: valeta@umb.no.

Tafintseva Valeriya, Norwegian university of life sciences, Aas, Norway, PhD, Department of mathematical sciences and technology, e-mail: valeta@umb.no.

УДК 517.954

ГАШЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ УПРУГОЙ СИСТЕМЫ СТРУН

© **Е.Н. Провоторова**

Ключевые слова: краевая задача на графе; граничное управление; перевод системы из начального в состояние покоя.

В работе рассматривается система из m струн, закрепленных по типу графа-звезды. Такие математические объекты являются основой математических моделей процессов колебаний в антенных конструкциях различных типов. Представлен метод нахождения граничных управляющих воздействий, состоящий в переводе процесса колебаний системы из заданного начального состояния в состояние покоя. Используется спектральная техника (анализ Фурье), позволяющая сравнительно легко преодолевать сложности, порожденные геометрией графа. Главным результатом работы являются формулы, определяющие искомые граничные управления как функции времени.

Рассматривается модельная задача на графе-звезде $\Gamma = \bigcup\limits_{k=1}^{m} \gamma_k$, состоящем из m одинаковых ребер γ_k и узла ξ, при этом ребра γ_k $(k=\overline{1,m-1})$ параметризованы отрезком $[0,\pi/2]$ (ориентация на ребрах «к узлу ξ»), ребро γ_m — отрезком $[\pi/2,\pi]$ (ориентация на ребре — «от узла ξ») [1]. Колебания на каждом из ребер при произвольном значении времени t описываются уравнениями

$$\tfrac{\partial^2}{\partial t^2}\Omega(x,t)_{\gamma_k} = \tfrac{\partial^2}{\partial x^2}\Omega(x,t)_{\gamma_k} \tag{1}$$

внутри каждого ребра γ_k $(k=\overline{1,m-1})$, $t\in(0,T)$ и соотношениями в узле ξ при $t\in(0,T)$ (условия непрерывности и согласования в узле)

$$\Omega(\tfrac{\pi}{2},t)_{\gamma_k} = \Omega(\tfrac{\pi}{2},t)_{\gamma_m}\ (k=\overline{1,m-1}),\ \sum_{k=1}^{m-1}\tfrac{\partial}{\partial x}\Omega(\tfrac{\pi}{2},t)_{\gamma_k} = \tfrac{\partial}{\partial x}\Omega(\tfrac{\pi}{2},t)_{\gamma_m}. \tag{2}$$

К соотношениям (1), (2) добавляются начальные условия

$$\Omega(x,0)=\varphi(x),\ \tfrac{\partial}{\partial t}\Omega(x,0)=\psi(x),\quad x\in\Gamma,\ t=0, \tag{3}$$

и граничные условия типа Дирихле или Неймана в граничных узлах Γ

$$\Omega(0,t)_{\gamma_k}=\mu_k(t)\ (k=\overline{1,m-1}),\ \Omega(\pi,t)_{\gamma_m}=\nu(t), \tag{4}$$

$$\tfrac{\partial}{\partial t}\Omega(0,t)_{\gamma_k}=\mu_k(t)\ (k=\overline{1,m-1}),\ \tfrac{\partial}{\partial t}\Omega(\pi,t)_{\gamma_m}=\nu(t), \tag{5}$$

соответственно; $\varphi(x)$, $\psi(x)$, $\mu_k(t)$, $\nu(t)$ — заданные функции.

Областью задания переменных уравнений (1) будем считать цилиндр Ц$=$ $(\Gamma\backslash(\partial\Gamma\cup J(\Gamma)))\times(0,T)$, соотношения (2) задаются на J(Ц)$=$ $J(\Gamma)\times[0,T]$; Ц$_\Gamma=\Gamma\times[0,T]$. Решением граничной задачи (1)–(4) (или (1)-(3), (5)) является функция $\Omega(\xi,t)$ класса C^2(Ц)$\cap C^1$(Ц$_\Gamma$), удовлетворяющая уравнениям (1) в цилиндре Ц, соотношениям (2), начальным условиям (3) при $t=0$, $\xi\in\Gamma$ и граничным условиям (4) (или (5)) при $\xi\in\partial\Gamma$, $t\in[0,T]$. Для функций $\varphi(x),\mu_k(t),\nu(t)$ выполнены условия согласованности: $\varphi(0)_{\gamma_k}=\mu_k(0)$ ($k=\overline{1,m-1}$), $\varphi(\pi)_{\gamma_m}=\nu(0)$, при этом необходимо должны выполняться условия гладкости: $\varphi(x)\in C^1(\Gamma\backslash J(\Gamma))$, $\mu_k(t)(k=\overline{1,m-1}),\nu(t)\in C[0,T]$.

Задача гашения колебаний дифференциальной системы (1)−(4) (*или* (1)−(3), (5)) *с распределенными параметрами на графе* Γ *состоит в определении времени* T *и управляющих функций* $\mu_k(t)$ $(k=1,2)$, $\nu(t)$ *таких, что в момент времени* $t=T$ *выполнялись условия*

$$\Omega(x,T)=0,\ \tfrac{\partial}{\partial t}\Omega(x,T)=0,\quad x\in\Gamma.$$

Т е о р е м а. *Дифференциальная система* (1)−(4) *с распределенными параметрами на графе-звезде полностью управляема при условии*

$$\mu_1(t)-2\mu_k(t)+\nu(t)\equiv 0,\ t\in[0,\pi/2]\ (k=\overline{2,m-1}).$$

Управляющие функции $\mu_k(x)$ $(k=\overline{1,m-1}),\nu(x)$ *имеют следующий вид:*

$$\left\{\begin{array}{l} \mu_1(t)=\frac{1}{2}\varphi(t)_{\gamma_1\cup\gamma_m}+\frac{1}{2}\int\limits_0^{\pi-t}\psi(\tau)_{\gamma_1\cup\gamma_m}d\tau, \\ \nu(x)=\frac{1}{2}\varphi(t)_{\gamma_1\cup\gamma_m}-\frac{1}{2}\int\limits_0^{\pi-t}\psi(\tau)_{\gamma_1\cup\gamma_m}d\tau, \end{array}\right.\ ,\ t\in[0,\pi],$$

$$\begin{cases} \mu_k(t) = \frac{1}{2}\varphi(\pi - t)_{\gamma_k} + \frac{1}{2}\int\limits_{\pi-t}^{\pi} \psi(\tau)_{\gamma_k} d\tau, \\ \mu_k(\pi - t) = \frac{1}{2}\varphi(t)_{\gamma_k} - \frac{1}{2}\int\limits_{\pi-t}^{\pi} \psi(\tau)_{\gamma_k} d\tau, \end{cases}, \ t \in [0, \pi/2].$$

Доказательство теоремы опирается на установленную в [1] спектральную полноту системы собственных функций задачи Штурма–Лиувилля на Γ, соответствующей системе (1)–(4).

З а м е ч а н и е 1. Система (1)–(3), (5) полностью управляема, управляющие функции $\mu_k(x)$ $(k = \overline{1, m-1}, \nu(x)$ имеют аналогичное представление.

З а м е ч а н и е 2. В случае, когда сеть содержит цикл, динамическая система (1)–(4) (или (1)–(3), (5)) неуправляема граничными воздействиями — система собственных функций содержит функцию, аннулирующуюся на граничных ребрах (ребра, примыкающие к граничным узлам) [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Провоторов В.В.* Собственные функции краевых задач на графах и приложения. Воронеж: «Научная книга», 2008.

2. *Провоторов В.В.* Спектральная задача на графе с циклом // Дифференциальные уравнения. 2010. Т. 46. № 11. С.1665–-1666.

Поступила в редакцию 10 апреля 2011 г.

Provotorova E.N. Clearing of fluctuations of elastic system of strings. In the work the elastic system with m strings fixed as a graph-star is considered. Such mathematical objects are a basis of mathematical models of processes of fluctuations in antenna designs of various types. A method of finding boundary operating influences consisting in the transfer of system's fluctuations process from the given appointed initial state into the rest state is presented. The spectral technics (the Fourier analysis) is used, allowing rather easily to overcome the complexities generated by geometry of the graphs. The main result of research is presented in the formulae defining required boundary controls as functions of time.

Key words: boundary–value problem on a graph; boundary control; transfer of system from the initial state into the rest state.

Провоторова Елена Николаевна, Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж, Российская Федерация, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики и физико-математического моделирования, e-mail: enprov@mail.ru.

УДК 33:519.87

ОБОБЩЕННАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АНАЛИЗА СТРАТЕГИЙ РАЗВИТИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗЛИЧНЫХ СХЕМ ФИНАНСИРОВАНИЯ

© **Д.Н. Протасов**

Ключевые слова: инвестиции; экономико-математические модели; финансовая поддержка; динамическая модель; динамика развития.

Представлена экономико-математическая модель, которая позволяет исследовать динамику развития предприятия в зависимости от выбранной инвестиционной стратегии.