Universidad Nacional del Altiplano
Facultad de Ingeniería Estadística e Informática
**Escuela Profesional de Ingeniería de Estadística e Informática**

## Optimization Methods

# Gauss-Jordan Ejercicios

Github: https://github.com/McGeremi

Alumno: Geremi Armando Venegas Dueñas

17 de enero de 2025

# 1 Modelo de Regresión Lineal

Resolver el siguiente sistema para determinar los valores de los pesos del modelo $w_1$, $w_2$, $w_3$:

$$2w_1 + 3w_2 - w_3 = 5$$
$$-w_1 + 2w_2 + 4w_3 = 6$$
$$3w_1 - w_2 + 2w_3 = 7$$

## 1.1 Método de Gauss-Jordan

El sistema de ecuaciones se puede representar como la siguiente matriz aumentada:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -1 & 5 \\ -1 & 2 & 4 & 6 \\ 3 & -1 & 2 & 7 \end{array}\right]$$

Realizamos las siguientes operaciones para obtener la solución:

1. Dividir la primera fila por 2:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1.5 & -0.5 & 2.5 \\ -1 & 2 & 4 & 6 \\ 3 & -1 & 2 & 7 \end{array}\right]$$

2. Sumar la primera fila a la segunda fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1.5 & -0.5 & 2.5 \\ 0 & 3.5 & 3.5 & 8.5 \\ 3 & -1 & 2 & 7 \end{array}\right]$$

3. Restar 3 veces la primera fila de la tercera fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1.5 & -0.5 & 2.5 \\ 0 & 3.5 & 3.5 & 8.5 \\ 0 & -5.5 & 3.5 & -0.5 \end{array}\right]$$

4. Dividir la segunda fila por 3.5:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1.5 & -0.5 & 2.5 \\ 0 & 1 & 1 & 2.42857 \\ 0 & -5.5 & 3.5 & -0.5 \end{array}\right]$$

5. Sumar 5.5 veces la segunda fila a la tercera fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1.5 & -0.5 & 2.5 \\ 0 & 1 & 1 & 2.42857 \\ 0 & 0 & 9 & 11.8571 \end{array}\right]$$

6. Dividir la tercera fila por 9:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1.5 & -0.5 & 2.5 \\ 0 & 1 & 1 & 2.42857 \\ 0 & 0 & 1 & 1.31857 \end{array}\right]$$

7. Restar la tercera fila de la segunda fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1.5 & -0.5 & 2.5 \\ 0 & 1 & 0 & 1.11071 \\ 0 & 0 & 1 & 1.31857 \end{array}\right]$$

8. Restar 1.5 veces la segunda fila de la primera fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1.71 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1.43 \end{array}\right]$$

Los valores de $w_1$, $w_2$ y $w_3$ son:

$$w_1 = 1.71, \quad w_2 = 1, \quad w_3 = 1.43$$

# 2 Calibración de Hiperparámetros

Determinar los valores de $x$, $y$, $z$ que satisfacen el siguiente sistema de ecuaciones:

$$x + 2y + 3z = 12$$

$$2x - y + z = 4$$

$$-x + 2y - 2z = 0$$

## 2.1 Método de Gauss-Jordan

La matriz aumentada es:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 2 & -1 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & -2 & 0 \end{array}\right]$$

1. Dividimos la primera fila por 1:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 2 & -1 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & -2 & 0 \end{array}\right]$$

2. Restamos 2 veces la primera fila de la segunda fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 0 & -5 & -5 & -20 \\ -1 & 2 & -2 & 0 \end{array}\right]$$

3. Sumamos la primera fila a la tercera fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 0 & -5 & -5 & -20 \\ 0 & 4 & 1 & 12 \end{array}\right]$$

4. Dividimos la segunda fila por -5:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 1 & 12 \end{array}\right]$$

5. Restamos 4 veces la segunda fila de la tercera fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -3 & -4 \end{array}\right]$$

6. Dividimos la tercera fila por -3:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1.33 \end{array}\right]$$

7. Restamos la tercera fila de la segunda fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 12 \\ 0 & 1 & 0 & 2.67 \\ 0 & 0 & 1 & 1.33 \end{array}\right]$$

8. Restamos 3 veces la tercera fila de la primera fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2.67 \\ 0 & 1 & 0 & 2.67 \\ 0 & 0 & 1 & 1.33 \end{array}\right]$$

Los valores de $x$, $y$ y $z$ son:

$$x = 2.67, \quad y = 2.67, \quad z = 1.33$$

# 3 Asignación Óptima de Recursos

Resolver para $a$, $b$, $c$, que representan las proporciones de recursos asignados a cada módulo, el sistema:

$$a + b + c = 6$$

$$2a - b + 3c = 13$$

$$-a + 2b - c = 2$$

## 3.1 Método de Gauss-Jordan

Representamos el sistema como una matriz aumentada:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 3 & 13 \\ -1 & 2 & -1 & 2 \end{array}\right]$$

Realizamos las operaciones: 1. Restamos 2 veces la primera fila de la segunda fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & 2 \end{array}\right]$$

2. Sumamos la primera fila a la tercera fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 8 \end{array}\right]$$

3. Dividimos la segunda fila por -3:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 3 & 0 & 8 \end{array}\right]$$

4. Restamos 3 veces la segunda fila de la tercera fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 9 \end{array}\right]$$

5. Restamos la tercera fila de la primera fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 9 \end{array}\right]$$

6. Sumamos la tercera fila a la segunda fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 2.67 \\ 0 & 0 & 1 & 9 \end{array}\right]$$

Los valores de $a$, $b$ y $c$ son:

$$a = -5.67, \quad b = 2.67, \quad c = 9$$

# 4 Optimización de Parámetros de un Bosque Aleatorio

Resolver el siguiente sistema para los hiperparámetros $p$, $q$, $r$:

$$p + 2q + 3r = 10$$

$$2p - q + 4r = 12$$

$$3p + 3q - r = 6$$

## 4.1 Método de Gauss-Jordan

La matriz aumentada es:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 10 \\ 2 & -1 & 4 & 12 \\ 3 & 3 & -1 & 6 \end{array}\right]$$

Realizamos las operaciones: 1. Restamos 2 veces la primera fila de la segunda fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 10 \\ 0 & -5 & 1 & -8 \\ 3 & 3 & -1 & 6 \end{array}\right]$$

2. Restamos 3 veces la primera fila de la tercera fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 10 \\ 0 & -5 & 1 & -8 \\ 0 & -3 & -10 & -24 \end{array}\right]$$

3. Dividimos la segunda fila por -5:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 10 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{5} & \frac{8}{5} \\ 0 & -3 & -10 & -24 \end{array}\right]$$

4. Sumamos 3 veces la segunda fila a la tercera fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 10 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{5} & \frac{8}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{49}{5} & -\frac{112}{5} \end{array}\right]$$

5. Dividimos la tercera fila por $-\frac{49}{5}$:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 10 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{5} & \frac{8}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 2.18 \end{array}\right]$$

6. Sumamos $\frac{1}{5}$ veces la tercera fila a la segunda fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 10 \\ 0 & 1 & 0 & 0.73 \\ 0 & 0 & 1 & 2.18 \end{array}\right]$$

7. Restamos 3 veces la tercera fila de la primera fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0.73 \\ 0 & 0 & 1 & 2.18 \end{array}\right]$$

Los valores de $p$, $q$ y $r$ son:

$$p = 2, \quad q = 0.73, \quad r = 2.18$$

# 5 Estimación de Demanda de Inventario

Resolver para $u$, $v$, $w$, que representan los coeficientes del modelo de series de tiempo:

$$u + v + 2w = 9$$

$$2u - 3v + 4w = 5$$

$$u - 2v + w = 1$$

## 5.1 Método de Gauss-Jordan

La matriz aumentada es:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & -3 & 4 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

Realizamos las operaciones: 1. Restamos 2 veces la primera fila de la segunda fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & -5 & 0 & -13 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

2. Restamos la primera fila de la tercera fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & -5 & 0 & -13 \\ 0 & -3 & -1 & -8 \end{array}\right]$$

3. Dividimos la segunda fila por -5:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 2.6 \\ 0 & -3 & -1 & -8 \end{array}\right]$$

4. Sumamos 3 veces la segunda fila a la tercera fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 2.6 \\ 0 & 0 & -1 & -0.2 \end{array}\right]$$

5. Dividimos la tercera fila por -1:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 2.6 \\ 0 & 0 & 1 & 0.2 \end{array}\right]$$

6. Restamos 2 veces la tercera fila de la primera fila:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2.6 \\ 0 & 0 & 1 & 0.2 \end{array}\right]$$

Los valores de $u$, $v$ y $w$ son:

$$u = 2, \quad v = 2.6, \quad w = 0.2$$