Approximation du nombre π

Nicolas Iung, Aurélien Blais

January 21, 2019

Chapter 1

Méthode des séries

1.1 Somme des inverses des carrés

1.1.1 Question 1

Montrer que $a_0 = 0$

On sait d'après l'énoncé que sur l'intervalle $]0, \pi[$, $f(t) = 1$ et que sur l'intervalle $]-\pi, 0[$, $f(t) = -1$

$$
\begin{aligned}
a_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(t)dt \\
a_0 &= \frac{1}{2\pi} (\int_0^{\pi} 1dt + \int_{\pi}^{2\pi} -1dt) \\
a_0 &= \frac{1}{2\pi} (\pi - \pi) \\
a_0 &= 0
\end{aligned}
$$

Montrer que $a_n = 0$

$$
\begin{aligned}
a_n &= \frac{2}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(t)cos(nt)dt \\
a_n &= \frac{2}{2\pi} (\int_0^{\pi} cos(nt)dt + \int_{\pi}^{2\pi} -cos(nt)dt) \\
a_n &= \frac{2}{2\pi} (\frac{sin(n\pi)}{n} - \frac{sin(n\pi)}{n}) \\
a_n &= 0
\end{aligned}
$$

Montrer que $b_n = \frac{4}{2\pi}(\frac{1-cos(n\pi)}{n})$

$$b_n = \frac{2}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(t)sin(nt)dt$$
$$b_n = \frac{2}{2\pi}(\int_0^{\pi} sin(nt)dt + \int_{\pi}^{2\pi} -sin(nt)dt)$$
$$b_n = \frac{2}{2\pi}[(\frac{1}{n} - \frac{cos(n\pi)}{n}) + \frac{cos(2n\pi) - cos(n\pi)}{n}]$$
$$b_n = \frac{2}{2\pi}[\frac{1}{n}(-cos(n\pi) + 1 + cos(2n\pi) - cos(n\pi))]$$
$$b_n = \frac{2}{2\pi}[\frac{1}{n}(-2cos(n\pi) + 2)]$$
$$b_n = \frac{2}{2\pi}[\frac{2}{n}(-cos(n\pi) + 1)]$$
$$b_n = \frac{4}{2\pi}[\frac{1 - cos(n\pi)}{n}]$$