

ホモトピー論の基本について

2024 年 4 月 30 日

概要

ホモトピー論の基本について網羅的に書いたものではなく、勉強中に特に注意して考えたことをまとめたもの。

目次

1	ホモトピー群	1
1.1	相対ホモトピー群の 2 種類の定義	1
1.2	Hurewicz の定理	2
1.3	Freudenthal の懸垂定理	2
1.4	Whitehead の定理	2
2	局所係数の (コ) ホモロジー	2
2.1	局所系の 2 種類の定義	2
2.2	局所係数の (コ) ホモロジーの計算例	2
3	障害理論	2
3.1	CW 複体上の写像を延ばせるかどうかの criterion	2
3.2	E-M 空間	2

1 ホモトピー群

1.1 相対ホモトピー群の 2 種類の定義

I^n の部分空間 J^n を $J^n := \partial I^{n-1} \times I \cup I^{n-1} \times \{0\}$ と定める. $n = 1, 2, 3$ の場合を書けば形がわかる. $n = 1$ の場合 $\{0\}$, $n = 2$ の場合上が空いたコの字型 (\sqcup), $n = 3$ の場合上の開いた箱型である.

基点付き空間対 $(X, A, *)$ とは空間対 (X, A) と A の点 $*$ $\in A$ の組のことである. このとき, $n > 0$ に対し $(X, A, *)$ の n 次ホモトピー群 $\pi_n(X, A, *)$ を 3 対のホモトピー集合

$$\pi_n(X, A, *) := [(I^n, \partial I^n, J^n), (X, A, *)]$$

と定める.

1.2 Hurewicz の定理

1.3 Freudenthal の懸垂定理

1.4 Whitehead の定理

2 局所係数の (コ) ホモロジー

2.1 局所系の 2 種類の定義

2.2 局所係数の (コ) ホモロジーの計算例

3 障害理論

3.1 CW 複体上の写像を延ばせるかどうかの criterion

3.2 E-M 空間

索引

$J^n, 1$

基点付き空間対, 1

(n 次) ホモトピー群, 1