ホモトピー論の基本について

2024 年 4 月 30 日

概要

ホモトピー論の基本について網羅的に書いたものではなく，勉強中に特に注意して考えたことをまとめたもの．

目次

1 ホモトピー群

1.1 相対ホモトピー群の 2 種類の定義

I^n の部分空間 J^n を $J^n := \partial I^{n-1} \times I \cup I^{n-1} \times \{0\}$ と定める．$n = 1,\ 2,\ 3$ の場合を書けば形がわかる．$n = 1$ の場合 $\{0\}$，$n = 2$ の場合上が空いたコの字型（$\sqcup$），$n = 3$ の場合上の開いた箱型である．

基点付き空間対 $(X, A, *)$ とは空間対 (X, A) と A の点 $* \in A$ の組のことである．このとき，$n > 0$ に対し $(X, A, *)$ の n **次ホモトピー群** $\pi_n(X, A, *)$ を 3 対のホモトピー集合

$$\pi_n(X, A, *) := [(I^n, \partial I^n, J^n), (X, A, *)]$$

と定める．

1.2　Hurewicz の定理

1.3　Freudenthal の懸垂定理

1.4　Whitehead の定理

2　局所係数の（コ）ホモロジー

2.1　局所系の 2 種類の定義

2.2　局所係数の（コ）ホモロジーの計算例

3　障害理論

3.1　CW 複体上の写像を延ばせるかどうかの criterion

3.2　E-M 空間

索引