

Facultad de Ciencias de La Electrónica

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla



Licenciatura en Ingeniería Mecatrónica

Síntesis de integradores de orden fraccionario usando hardware analógico reprogramable y sus aplicaciones

Ciro Fabián Bermúdez Márquez

Asesor: Dr. Jesús Manuel Muñoz Pacheco

- 1 Introducción
- 2 Justificación
- 3 Objetivos
- 4 Descripción
- 5 Diagrama de bloques
- 6 Cronograma de actividades
- 7 Bibliografía

Introducción

Cálculo fraccionario

El cálculo fraccionario es una generalización de la diferenciación y la integración para ordenes no enteros del operador ${}_aD_t^\alpha$ con $\alpha \in \mathbb{R}$. [1]

Ventajas

- Describe y modela fenómenos físicos con mayor precisión.
- Poseen memoria de todos los eventos pasados.
- Es un área de oportunidad emergente.

Desventajas

- Implementar algoritmos de orden fraccional no es trivial.
- Implementación física compleja.

Introducción

Áreas de impacto

- Física
- Electrónica
- Sistemas de control
- Robótica
- Procesamiento de señales
- Química
- Bio-ingiería
- Teoría del caos

Introducción

Derivada fraccionaria

Definición de Grünwald–Letnikov.

$$D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t - jh) \quad (1)$$

Definición de Riemann-Louville.

$$D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t - \tau)^{\alpha - n + 1}} d\tau \quad (2)$$

Introducción

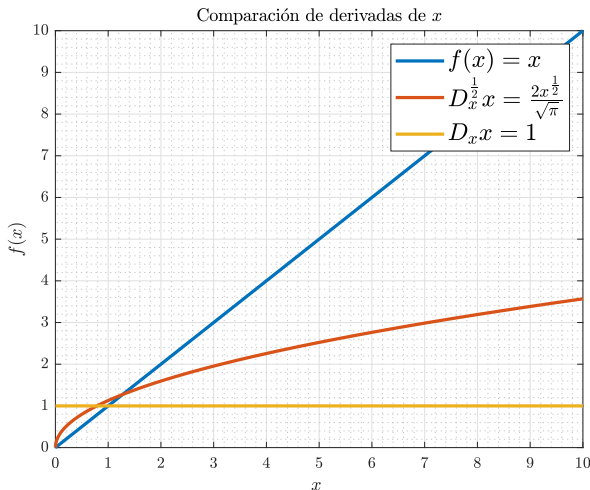


Figura 1: Comparación de derivada entera y fraccionaria.

Introducción

Aplicaciones

- Describir relación $i-v$ en una línea de transmisión.
- Representar difusión de calor a través de un sólido.
- Modelado de sistema metalúrgico industrial.
- Mejorar robustez de un control PID para motores DC.

Introducción

Osciladores caóticos y el cálculo fraccionario

Oscilador caótico de Chen de orden fraccionario

$$\begin{cases} {}_0D_t^{q_1}x(t) = a(y(t) - x(t)) \\ {}_0D_t^{q_2}y(t) = (c - a)x(t) - x(t)z(t) + cy(t) \\ {}_0D_t^{q_3}z(t) = x(t)y(t) - bz(t) \end{cases}$$

donde q_1, q_2, q_3 son ordenes de derivadas. El mínimo orden aceptable es $q > 0.8244$. $a = 35$, $b = 3$, $c = 28$ y $d = -7$. Condiciones iniciales $(x(0), y(0), z(0)) = (-9, -5, 14)$.

Introducción

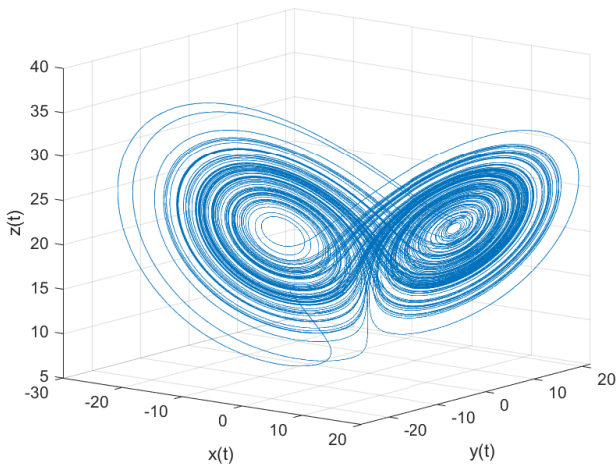
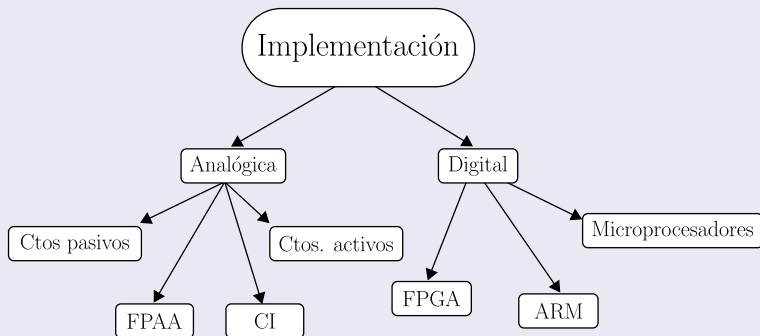


Figura 3: Atractor de oscilador caótico de Chen de orden fraccionario.

Justificación

Tipos de implementaciones

- Aplicaciones en aumento.
- Necesidad de implementación física.



Justificación

FPA

- Versatilidad y facilidad.
- FPA → Field Programmable Analog Array
- CAM → Configurable Analog Modules
 - Inversores
 - Multiplicadores
 - Filtros
 - Lookup Table

Justificación

Aproximación de funciones racionales

- Oustaloup [2]
- Carlson
- Matsuda
- Expansión de Fracciones Continuas (CFE)
 - Dominio de la frecuencia
 - 20α dB/década y 90α deg.

Justificación

Expansión de fracciones continuas (CFE)

$$x = s - 1 \quad (3)$$

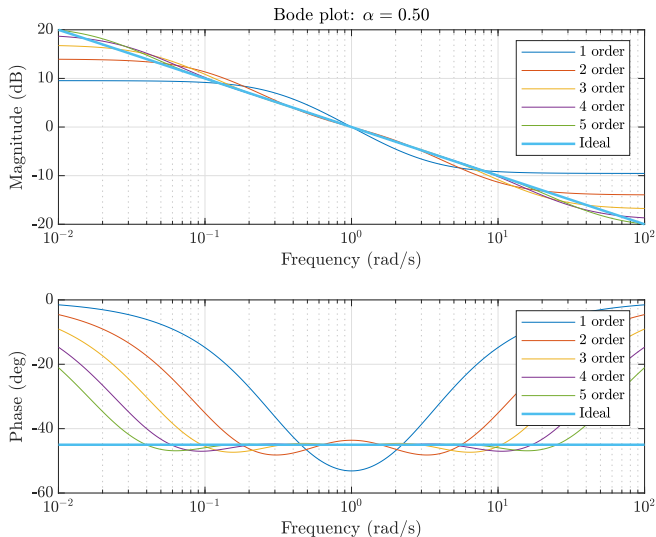
$$(1+x)^\alpha = \frac{1}{1 - \frac{\alpha x}{1 + \frac{1(1+\alpha)}{1 \cdot 2} x}} \quad (4)$$

$$1 + \frac{\frac{1(1-\alpha)}{2 \cdot 3} x}{1 + \frac{2(2+\alpha)}{3 \cdot 4} x}$$

$$1 + \frac{\frac{2(2-k)}{4 \cdot 5} x}{1 + \frac{3(3+\alpha)}{5 \cdot 6} x}$$

$$1 + \frac{5 \cdot 6}{1 + \dots}$$

Justificación



Objetivos

Objetivo general

Diseño e implementación electrónica de integradores de orden fraccionario mediante una expansión de fracciones continuas (CFE) para su aplicación en sistemas caóticos.

Objetivos específicos

- Analizar el método de expansión de fracciones continuas para generar una metodología de diseño en MATLAB.
- Caracterizar el error de la expansión de fracciones continuas para generar reglas de diseño.
- Diseñar e implementar en FPAA el integrador de orden fraccionario con aproximaciones de ordenes superiores.
- Diseñar e implementar de FPAA un oscilador caótico de orden fraccionario

Descripción

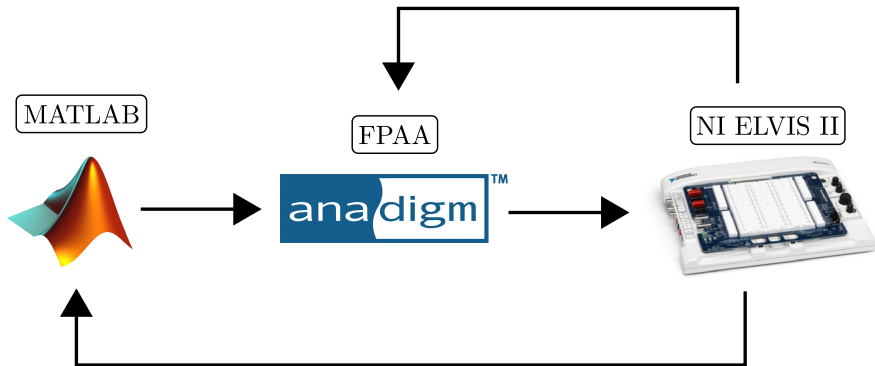
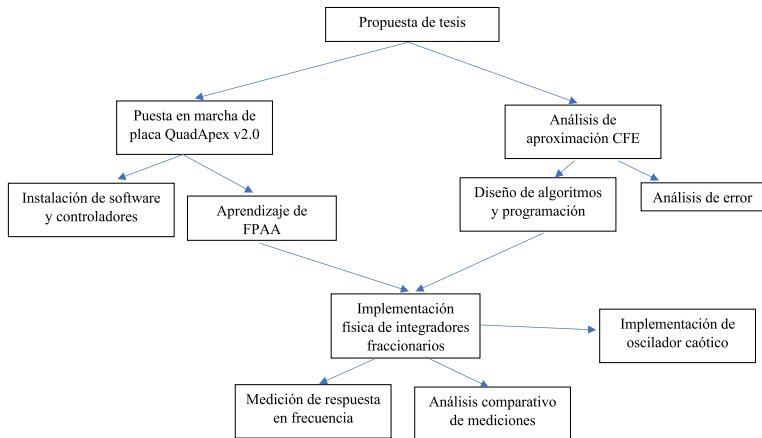







Diagrama de bloques








Cronograma de actividades

Actividades	1er Bimestre				2do Bimestre				3er Bimestre			
1. Puesta en marcha de placa FPAA QuadApex v2.0.												
Instalación de software AD2 y controladores.												
Soldadura de componentes.	■											
Realización de manual de la placa y aprendizaje de esta.		■										
2. Programación:												
Algoritmo de Lookup Table en MATLAB y Python.		■										
Método numérico de Grunwald-Letnikov para derivada fraccionaria.		■										
Simulación de integradores fraccionarios con aproximación de expansión de fracciones continuas (CFE) de primer orden.			■									
Simulación y comparación experimental de filtro pasa-bajas activo de primer orden.			■									
3. Implantación experimental de:												
Lookup table.				■								
Integrador fraccionario CFE de primer orden.				■								
4. Con NI ELVIS II+:												
Análisis de Bode de filtro pasa-bajas e integrador fraccionario con CFE de primer orden.					■							
5. Análisis e implementación de:												
Oscilador caótico entero de artículo IEEE.					■							
Oscilador caótico de Chen fraccionario.					■							
6. Análisis de integradores fraccionarios												
Análisis de CFE para integradores fraccionarios de segundo orden					■	■						
Implementación de integradores fraccionarios de segundo orden.					■	■						
Análisis de frecuencias en AD2.					■	■						
7. Programación:												
Gráficas de error de aproximación en MATLAB.						■	■					
Algoritmo de generación de funciones de transferencia de aproximación CFE para integradores fraccionarios de n-ésimo orden.						■	■					
8. Con NI ELVIS II+:												
Análisis de Bode de filtros bi cuadráticos de integrador fraccionario con CFE									■	■		
9. Implementación de oscilador caótico												
Implementación de oscilador caótico memristivo										■	■	
9. Escritura de tesis											■	■
El escrito se realizó en conjunto con las actividades		■		■		■		■		■		■





Bibliografía I

-  I. Petráš, *Fractional-Order Nonlinear Systems*. Springer Berlin Heidelberg, 2011.
-  E. Gunay and K. Altun, "A performance comparison study of programmable platforms: FPAA and FPGA implementation of COOK communication system," *European Conference on Circuit Theory and Design (ECCTD)*, sep 2017.
-  C. D. Olds, *Continued Fractions*. The Mathematical Association of America, 2009.
-  I. Petráš and J. Terpak, "Fractional calculus as a simple tool for modeling and analysis of long memory process in industry," *Mathematics*, vol. 7, p. 511, jun 2019.
-  C. Li, W. J.-C. Thio, J. C. Sprott, H. H.-C. lu, and Y. Xu, "Constructing infinitely many attractors in a programmable chaotic circuit," *IEEE Access*, vol. 6, pp. 29003–29012, 2018.


Bibliografía II


-  B. T. Krishna and K. V. V. S. Reddy, “Active and passive realization of fractance device of order $1/2$,” *Active and Passive Electronic Components*, vol. 2008, pp. 1–5, 2008.
-  B. Krishna, “Studies on fractional order differentiators and integrators: A survey,” *Signal Processing*, vol. 91, pp. 386–426, Mar. 2011.
-  J. G. Lu and G. Chen, “A note on the fractional-order chen system,” *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 27, pp. 685–688, feb 2006.
-  M. S. Charles Alexander, *Fundamentals of Electric Circuits*. McGraw-Hill Education, 2016.
-  L. P. Huelsman and P. E. Allen, *Introduction to the Theory and Design of Active Filters (Electrical Engineering Series)*. McGraw-Hill Book Company, 1980.


Bibliografía III


-  J. M. Muñoz-Pacheco, “Infinitely many hidden attractors in a new fractional-order chaotic system based on a fracmemristor,” *The European Physical Journal Special Topics*, vol. 228, pp. 2185–2196, oct 2019.
-  J. M. M. Pacheco and E. T. Cuautle, *Electronic Design Automation of Multi-Scroll Chaos Generators*. BENTHAM SCIENCE PUB, 2010.
-  A. Buscarino, L. Fortuna, M. Frasca, and G. Sciuto, *A Concise Guide to Chaotic Electronic Circuits*. Springer-Verlag GmbH, 2014.
-  S. W. Khubalkar, A. S. Junghare, M. V. Aware, A. S. Chopade, and S. Das, “Demonstrative fractional order – PID controller based DC motor drive on digital platform,” *ISA Transactions*, vol. 82, pp. 79–93, nov 2018.


Bibliografía IV

- 

A. Tepljakov, E. A. Gonzalez, E. Petlenkov, J. Belikov, C. A. Monje, and I. Petráš, "Incorporation of fractional-order dynamics into an existing PI/PID DC motor control loop," *ISA Transactions*, vol. 60, pp. 262–273, jan 2016.
- 

S. Das, *Functional Fractional Calculus for System Identification and Controls*.
Springer-Verlag GmbH, 2007.
- 

M. D. Ortigueira, *Fractional Calculus for Scientists and Engineers*.
Springer-Verlag GmbH, 2011.
- 

K. S. Adel S. Sedra, *Microelectronic Circuits*.
Oxford University Press Inc, 2015.
- 

R. Caponetto and D. Porto, "Analog implementation of non integer order integrator via field programmable analog array," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 39, pp. 107–111, jan 2006.

Bibliografía V



I. S. Jesus and J. A. T. Machado, "Development of fractional order capacitors based on electrolyte processes," *Nonlinear Dynamics*, vol. 56, pp. 45–55, jun 2008.



K. Biswas, S. Sen, and P. Dutta, "Realization of a constant phase element and its performance study in a differentiator circuit," *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, vol. 53, pp. 802–806, sep 2006.







N. Fragoulis, G. Souliotis, D. Besiris, and K. Giannakopoulos, "Field programmable analogue array design based on the wave active filter design method," *AEU - International Journal of Electronics and Communications*, vol. 63, pp. 889–895, oct 2009.



Y. Chen, I. Petras, and D. Xue, "Fractional order control - a tutorial," *American Control Conference*, 2009.

Bibliografía VI

-  A. Charef, "Analogue realisation of fractional-order integrator, differentiator and fractional $PI^\lambda D^\mu$ controller," *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, vol. 153, pp. 714–720, nov 2006.
-  L. Dorcak, J. Terpak, I. Petras, J. Valsa, and E. Gonzalez, "Comparison of the electronic realization of the fractional-order system and its model," *Proceedings of the 13th International Carpathian Control Conference (ICCC)*, may 2012.
-  A. Tepljakov, E. Petlenkov, and J. Belikov, "Efficient analog implementations of fractional-order controllers," *Proceedings of the 14th International Carpathian Control Conference (ICCC)*, may 2013.
-  B. Kumari and N. Gupta, "Experimental investigation on chaotic oscillator coupled dielectric resonator antenna for medical applications," *IEEE International Conference on Antenna Innovations & Modern Technologies for Ground, Aircraft and Satellite Applications (iAIM)*, nov 2017.

Bibliografía VII



F. Jiang, X. Wang, J. Jin, and D. Yang, *The application of chaotic duffing oscillators to ballistocardiograph signal detection*. IEEE, jul 2010.



G. Wang, D. Chen, J. Lin, and X. Chen, "The application of chaotic oscillators to weak signal detection," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 46, pp. 440–444, apr 1999.



V. Tepin, *Self-parametric chaotic oscillators for secure communication systems*. St. Petersburg State Polytech. Univ, 2002.

Introducción

¿Qué es el caos?

El caos se refiere a un tipo de comportamiento dinámico complejo que posee algunas características muy especiales:

- Se describe mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Posee extrema sensibilidad a pequeñas variaciones.
- Presenta trayectorias encerradas en el espacio de fase.

Introducción

Aplicaciones de osciladores caóticos

- Técnicas de modulación.
- Sistemas de comunicación.
- Encriptación de datos usando caos.
- Modelado de sistemas biológicos.
- Reacciones químicas.
- Toma de decisiones críticas en política, economía y eventos militares.

