

Transponat

Att *transponera* en matris A görs ofta för att dimensioner ska sammanfalla vid beräkningar.

Att transponera en matris är väldigt enkelt. Vi byter helt enkelt plats på varje element i matrisen, på följande vis

$$A_{i,j} \rightarrow A_{j,:}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\dim(A) = 3 \times 3$$

$$\dim(A^T) = 3 \times 3$$

För kvadratiska matriser är dimensionen av A och dess transponat samma!

$$A_{11}=1, A_{12}=2, A_{13}=3 \quad A_{11}^T=1, A_{12}^T=4, A_{13}^T=7$$

$$A_{21}=4, A_{22}=5, A_{23}=6 \quad A_{21}^T=5$$

$$A_{31}=7, A_{32}=8, A_{33}=9 \quad A_{31}^T=9$$

Transponat är definierad för **alla** matriser, oavsett dimension

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad B^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\dim(B) = 2 \times 3$$

$$\dim(B^T) = 3 \times 2$$

$$B_{11}=1, B_{12}=2, B_{13}=3$$

$$B_{21}=4, B_{22}=5, B_{23}=6$$

Generellt sätt gäller följande för transponat

$$\dim(A) = m \times n$$

$$\Rightarrow \dim(A^T) = n \times m$$

Om man ser på en vektor som en rad- eller kolonnmatrixt går det även att transponera den

$$\bar{u} = (a \ b), \quad \bar{u}^T = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

1×2

2×1

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \bar{u} = (s \ t), \quad \bar{u} = \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix}$$

$$B\bar{u} = ? \quad \text{är ej}$$

$$B\bar{u}^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ 14 \end{pmatrix}$$

1. Anta att vi har en matris A

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}$$

Beräkna $(A^T)^T$

$$\underline{(A^T)^T} = \underline{\begin{pmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{pmatrix}}^T = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} = \underline{A}$$

2. Zero matix

$$\text{Vad får du om du multiplicerar } O_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{med ex } B = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} ?$$

$$O_{3 \times 3} B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Identity matix

$$I_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

$$I_{3 \times 3} B = ? \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = B$$

Identitetsmatrisen ger tillbaka samma kvadratiska matris som den multipliceras med!

När identitetsmatrisen multipliceras med en kvadratisk matrisk är operation dessutom **kommutativ**. Dvs

$$I_{3 \times 3} B = B I_{3 \times 3} = B$$

$$B I_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$