

Heimadæmi 2 - Tölvunarfræði 2

Magnús Daníel Einarsson

January 2023

Verkefni 1

[Biðraðir] Biðröð (queue) sem er útfærð með fylki hefur tvo vísa (indexes): head og tail (sjá glæru 13 í fyrirlestri 3).

- Hver geta gildin á þessum tveimur vísum verið þegar biðröðin er tóm? Rökstyðjið í nokkrum orðum.
- Hver geta gildin á þessum tveimur vísum verið þegar biðröðin er tóm? Rökstyðjið í nokkrum orðum.

Lausn:

- Þegar biðröðin er tóm þá eru báðir vísir með sama gildið, gildið null.
- Þegar tail + 1 er jafnt og head þá er biðröðin full.

Verkefni 2

[Biðraðir] Bókin er með útfærslu á biðröð með fylki af breytilegri lengd: ResizingArrayQueue.java. Í henni er innri aðferðin Resize sem er notuð til að stækka/minnka fylkið þegar þörf er á. Búið til sýnidæmi þar sem þið byrjið með biðröðina æfingunni á glæru 14 í fyrirlestri 3. Hún inniheldur 4 stök og er í fylki af stærðinni (capacity) 6.

- Setjið tvö stök inn í þessa biðröð og sýnið stöðuna á henni eftir það.
- Setjið svo eitt stak í viðbót (sjöunda stakið) inn í biðröðina og sýnið hvernig fylkið lítur út eftir að Resize aðferðin sem gefin er í bókinni hefur verið framkvæmd.

Lausn:

- Fyrsti strengurinn fer í stak 1 og síðari í stak 2, eftir þetta er tail komið á sama stak og head. Bæði enda á staki 3. Fylkið stækkar samt ekki.

q[]	D	Stak 1	Stak 2	A	B	C
	0	1	2	3	4	5
				Head		
				Tail		

- Eftir að sjöunda staki er bætt við þá tvöfaldast fylkið og verður með 12 stök. Head

verður stak 0 og tail verður stak 6.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A	B	C	D	Stak1	Stak2						
Head						Tail					

Verkefni 3

3. [Slöngutáknun] Gefið slöngutáknun fyrir eftirfarandi föll:

a)

$$f(N) = N\sqrt{N} + \frac{N^3 + N^2 \log N}{N}$$

b)

$$f(N) = 3(N+1)^3 + 2N^2 \log N$$

c)

$$F(N) = \frac{\log N^3 + 1}{\log N^2} + \frac{1}{N}$$

Lausn:

a) Ef reiknað er úr formúlunni fæst

$$N\sqrt{N} + N^2 + N \log N$$

Stóra O og slöngutáknun af þessu er N^2

b)

$$f(N) = 3(N+1)^3 + 2N^2 \log N$$

Fyrst þarf að reikna í sviga, þá er N^3 hæsta gildið, svo bætum við 3 við fyrir framan til að fá slöngutáknunina $3N^3$

c)

$$F(N) = \frac{\log N^3 + 1}{\log N^2} + \frac{1}{N}$$

Regla um logra er að hægt er að færa veldi fyrir framan logra og fáum við því

$$\frac{3 \log N}{2 \log N} + \frac{1}{2 \log N} + \frac{1}{N}$$

$$\text{Styttum út og fáum: } \frac{3}{2} + \frac{1}{2 \log N} + \frac{1}{N}$$

Þegar N stefnir á óendanleika þá stefna $\frac{1}{2 \log N} + \frac{1}{N}$ á 0, því er slöngutáknun $\frac{3}{2}$

Verkefni 4

Finnið vaxtarhraða á keyrslutíma sem fall af N fyrir forritsbútinn í æfingadæminu hér að ofan. Sýnið vaxtarhraðann með slöngutáknum og rökstyðjið svar ykkar með útreikningum.

```
long sum = 0;
for (long i=1; i<=N; i=2*i)
    for (long j=1; j<=2*i; j++)
```

Lausn: Innri for loopan hefur $2n$ vaxtahraða og ytri for loopan hefur vaxtahraðann $\log_2 n$. $2n$ er með sama lokaða form og 2^{k+1} . Þegar við setjum þetta upp með summu þá kemur:

$$\sum_{k=0}^{\log_2(n)} 2^{k+1}$$

Út úr þessu kemur svarið $4n-2$ (Þetta er lokað form á summunni). Slöngutáknun á því er $4n$.

	$\sim 4 \log_2 N$	$\sim 10 N \log_2 N$	$\sim 2N^2$	$\frac{1}{10} 2^N$
N = 10	13.28ns	0.322 μ s	0.2 μ s	0.1024 μ s
N = 100	26.5ns	6.64 μ s	20 μ s	4 * 10 ¹² ár
N = 1000	39.8ns	0.1ms	2ms	3.39 * 10 ²⁸³ ár
N = 10 ⁶	79.7ns	0.2sek	0.55 klst	$\frac{2^{1000000}}{10}$ ns
N = 10 ⁹	119.5ns	4.98min	63.4 ár	Fjandi há tala