Университет ИТМО Физико-технический мегафакультет Физический факультет

Группа P3219 К работе допущен

Студент Ануфриев Андрей Сергеевич Работа выполнена 07.10.25

Преподаватель Коробков Максим Петрович Отчет принят

Отчет по лабораторной работе № 1.01

Исследование распределения случайной величины

1. **Цель работы:**

   Исследовать распределение случайной величины, характеризующей время вычисления 10!, на основе многократных измерений данного временного интервала.

2. **Задачи, решаемые при выполнении работы:**

   1. Провести многократные измерения определенного интервала времени.
   2. Построить гистограмму распределения результатов измерения.
   3. Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
   4. Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же, как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

3. **Объект исследования:**

   Случайная величина – результат измерения промежутка времени между началом выделения памяти для переменной и записи результата в память.

4. **Метод экспериментального исследования:**

   Многократное косвенное вычисление определенного интервала времени с помощью вызова системного времени и нахождения разницы начала и окончания.
   Экспериментальная установка: ноутбук “ASUS Vivobook”, программа PyCharm, язык программирования Python. Точность системного времени 1 наносекунда, но в данных результат $*10^6$ т.е. значения от 0 до 999.

5. **Рабочие формулы и исходные данные.**

   - $\langle t \rangle_N = \frac{1}{N}(t_1 + t_2 + \ldots + t_N) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i$ – среднее арифметическое всех результатов измерений.
   - $\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ – выборочное среднеквадратичное отклонение.
   - $\rho_{max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ – максимальное значение плотности распределения.
   - $\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ – среднеквадратичное отклонение среднего значения.
   - $\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right)$ – нормальное распределение, описываемое функцией Гаусса.
   - $\Delta t = t_{\alpha,N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}$ – доверительный интервал.

   Исходные данные: N = 10^4 , высокий режим энергопотребления, отсутствие сторонних процессов, подключённая зарядка.

6. **Измерительные приборы.**

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер	Цифровой	5-41	10^{-9}

7. **Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1)**

```python
import time

def f(n):
    if n == 1: return 1
    if n == 2: return 2
    if n >= 3: return f(n-1)*n
def data(iterations, filename="timing_log.txt"):
    with open(filename, 'w') as file:
        for i in range(iterations):
            start_time = time.time()
            f(10)
            end_time = time.time()
            execution_time = (end_time - start_time)*10000000
            file.write(f"{execution_time:2.0f}\n")
data(10**4, filename: "performance_log.csv")
```

8. Результаты прямых измерений и их обработки (*таблицы, примеры расчетов*).

Результаты прямых измерений приведены в таблице 1.

Вот получившиеся результаты:

- $\langle t\rangle_N = \frac{1}{10000}\sum_{i=1}^{10000} t_i\, N_i = 13{,}0158$ с
- $\sum_{i=1}^{N}(t_i - \langle t\rangle N_i) = 0$
- $\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{9999}\sum_{i=1}^{10000}(t_i - 13{,}0158)^2} = 3{,}37883^2\ c$
- $\rho_{\max} = \frac{1}{3{,}378*\sqrt{2\pi}} = 0{,}118071132\ c^{-1}$

9. Расчет результатов косвенных измерений (*таблицы, примеры расчетов*).

- $\langle t\rangle_N = \frac{1}{10000}\sum_{i=1}^{10000} t_i\, N_i = 13{,}0158 * 10^{-2}$ с
- $\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{9999}\sum_{i=1}^{10000}(t_i - 13{,}0158)^2} = 3{,}37883\ c$
- $\rho_{\max} = \frac{1}{3{,}378*\sqrt{2\pi}} = 0{,}118071132\ c^{-1}$

$\sigma_{\langle t\rangle} = \sqrt{\frac{1}{10000*9999}\sum_{i=1}^{10000}(t_i - 13{,}0158)^2} = 0{,}033788*10^{-2}\ c$

- $t_{min} = 5\ c, t_{max} = 41\ c, \sqrt{N} \approx 7$ – тогда для построения гистограммы возьмем 7 интервалов $\Delta t = 5{,}142857143 * 10^{-2}\ c$

Таблица 2. Данные для построения гистограммы.

<table>
<tr><th>Границы интервалов, с</th><th>ΔN</th><th>$\frac{\Delta N}{N\Delta t}$, c^{-1}</th><th>t, c</th><th>ρ, c^{-1}</th></tr>
<tr><td>5</td><td rowspan="2">2306</td><td rowspan="2">0,044839</td><td rowspan="2">7,571429</td><td rowspan="2">0,032237</td></tr>
<tr><td>10,14286</td></tr>
</table>

10,14286 15,28571	5523	0,107392	12,71429	0,117602
15,28571 20,42857	2048	0,039822	17,85714	0,042299
20,42857 25,57143	107	0,002081	23	0,0015
25,57143 30,71429	5	9,72E-05	28,14286	5,24E-06
30,71429 35,85714	6	0,000117	33,28571	1,81E-09
35,85714 41	5	9,72E-05	38,42857	6,15E-14

Опытное значение плотности вероятности (третий интервал): $\frac{\Delta N}{N\Delta t} = \frac{14}{10000 \cdot 5{,}142857143} = 2{,}722222222146605e - 4$

Нормальное распределение, описываемое функцией Гаусса: $\rho(13{,}0158\ ) \ = \frac{1}{3{,}37883\ \sqrt{6{,}28}} exp(-\frac{(13{,}0158 - 15{,}28571)^2}{2*5{,}142857143^2})$ = 1.0714 c^{-1}

Стандартные доверительные интервалы представлены в таблице 3.

	ΔN	ΔN/N	P
t+-a	16,39463	6611	0,6611
t+-2a	19,77346	9829	0,9829
t+-3a	23,15229	9974	0,9974

10. Расчет погрешностей измерений (*для прямых и косвенных измерений*)**:**

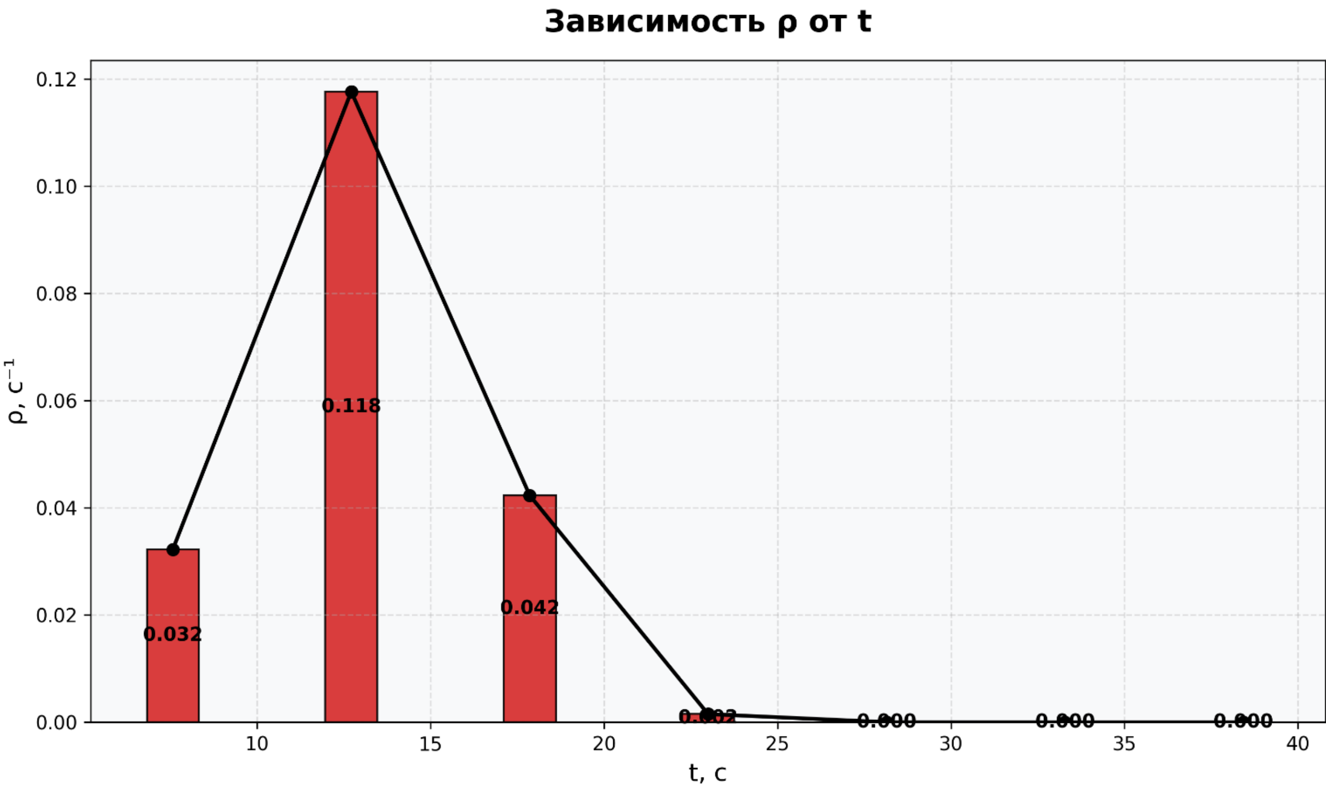
$\Delta_{ux} = 1$ с; $\overline{\Delta \text{x}} = t_{\alpha,\text{N}} \cdot \sigma_{\langle t \rangle} \approx 2{,}01 \cdot 0.0337883 = 0{,}067914483;\ t_{\alpha,\text{N}}\ \approx 2{,}01;$

Абсолютная погрешность с учетом погрешности прибора: $\Delta\text{x} = \sqrt{(\overline{\Delta\text{x}})^2 + (\frac{2}{3}\Delta_{ux})^2} \approx 0{,}06352\ c$

Относительная погрешность измерения: $\varepsilon_x = \frac{\Delta \text{x}}{\bar{x}} \cdot 100\%$ =5,29%

11. Графики:

График 1 – Гистограмма и функция Гаусса



12.
Окончательные результаты.

- Среднеквадратичное отклонение среднего значения $\sigma_{\langle t\rangle}$ = 3,37883 c
- Табличное значение коэффициента Стьюдента $t_{\alpha,N}$ для доверительной вероятности $\alpha = 0{,}95$: $t_{\alpha,N} = 2{,}01$
- Доверительный интервал $\Delta t = 5{,}1428c$
- Среднее арифметическое всех результатов измерений $\langle t\rangle_N$ = 13,0158c
- Выборочное среднеквадратичное отклонение: σ_N = 3,3497 c
- Максимальное значение плотности распределения ρ_{max} = 0,1180 c^{-1}

13. Выводы и анализ результатов работы.

Было исследовано распределение случайной величины на примере многократных замеров временного отрезка, получена выборка из 10000 измерений, на основе которых построена гистограмма, стандартные доверительные интервалы были занесены в соответствующие таблицы. После заполнения таблиц была построена гистограмма и функция Гаусса.

При сравнении гистограммы с графиком функции Гаусса - распределения случайной величины (при таких же начальных параметрах) – было отмечено сходство поведения построенной опытным путём функции с теоретико-статистической сущностью.

В ходе работы я ознакомиться с законом распределения случайной величины и подробно его изучить.

Приложения

Таблица 1 (первые строки) вся таблица по ссылке.

t_i, c	$t_i - \langle t\rangle N_i, c$	$(t_i - \langle t\rangle N_i)^2, c^2$
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305

5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
5	-8,0158	64,25305
6	-7,0158	49,22145
6	-7,0158	49,22145
6	-7,0158	49,22145
7	-6,0158	36,18985
7	-6,0158	36,18985
7	-6,0158	36,18985
7	-6,0158	36,18985
7	-6,0158	36,18985
7	-6,0158	36,18985
7	-6,0158	36,18985
7	-6,0158	36,18985