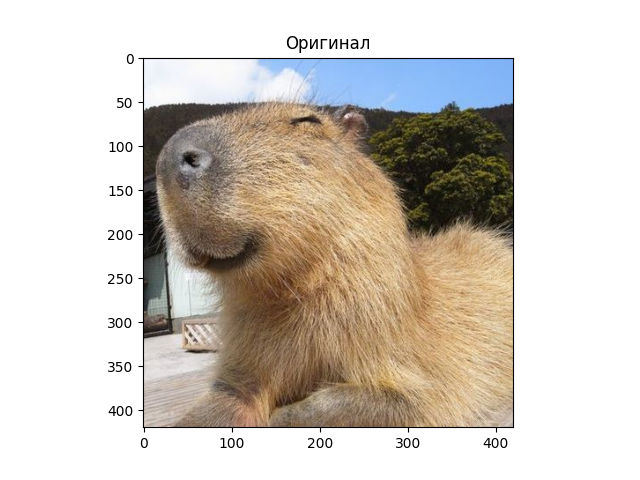
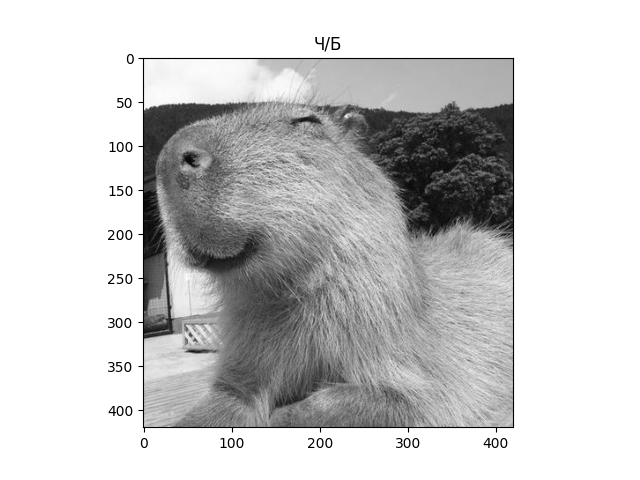
**Введение в теорию обратных задач**

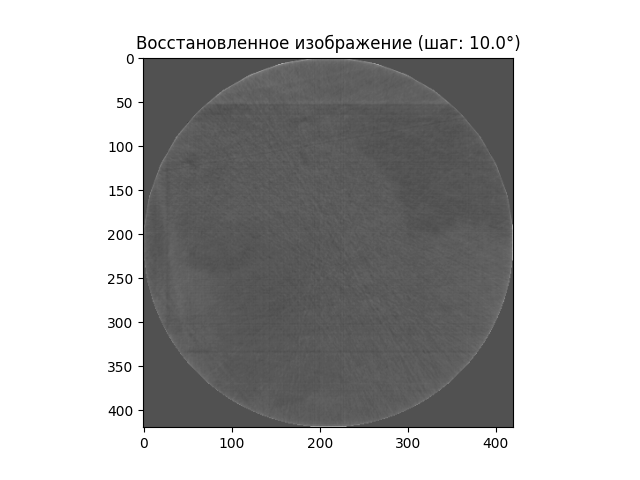
**Лабораторная работа № 1**

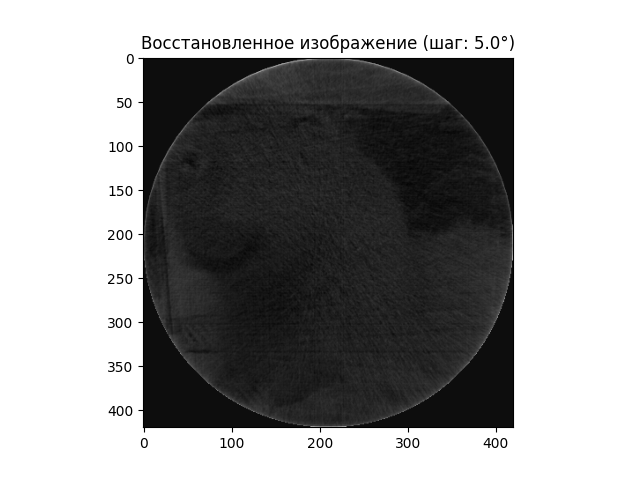
**4ПМ Вехорев Герман Алексеевич**

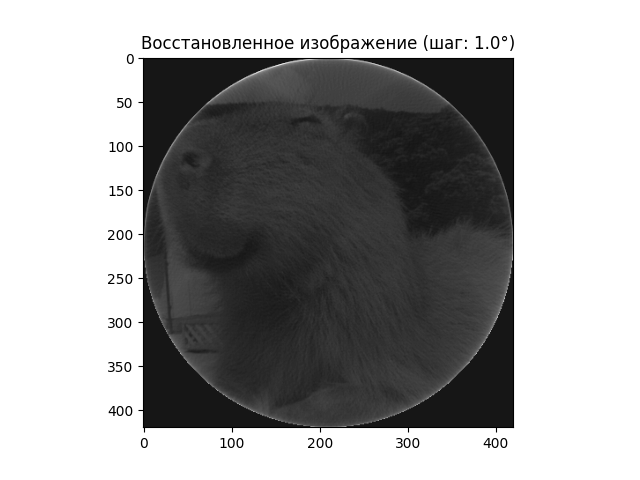
***Практика***

******

******

******

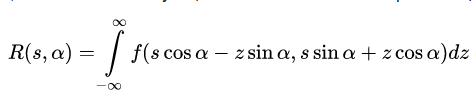
******

******

import numpy as np  
import matplotlib.pyplot as plt  
from skimage import color, io  
from skimage.transform import radon, iradon  
  
  
print("1...")  
img = io.imread("input\_image.png")  
gray\_img = color.rgb2gray(img)  
  
print("2...")  
plt.imshow(img)  
plt.title("Оригинал")  
plt.show()  
  
print("3...")  
plt.imshow(gray\_img, cmap=*"gray"*)  
plt.title("Ч/Б")  
plt.show()  
  
print("4...")  
  
for step\_deg in [10., 5., 1.]:  
 print(f" {step\_deg} deg...")  
  
 n\_points = int(round(180. / step\_deg))  
 theta = np.linspace(0., 180., n\_points, endpoint=False)  
 radon\_data = radon(gray\_img, theta=theta)  
 restored\_image = iradon(radon\_data, theta)  
  
 plt.imshow(restored\_image, cmap=*"gray"*)  
 plt.title(f"Восстановленное изображение (шаг: {step\_deg}°)")  
 plt.show()  
  
print("Done!")

***Теория***

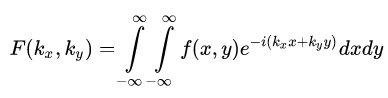
Пусть f(x,y) -- функция двух действительных переменных, определённая на всей плоскости и достаточно быстро убывающая на бесконечности (так, чтобы соответствующие несобственные интегралы сходились). Тогда преобразованием Радона функции f(x,y) называется функция



По сути, это интеграл от функции вдоль прямой, перпендикулярной вектору и проходящей на расстоянии s (измеренного вдоль вектора с соответствующим знаком) от начала координат.

Как связаны преобразования Радона и Фурье. Формула обращения.

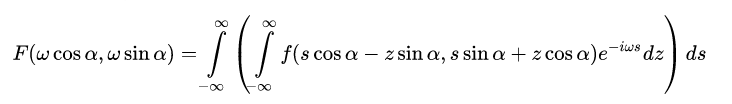
Рассмотрим двумерное преобразование Фурье от функции f(x,y):



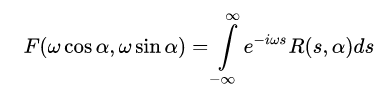
Сделаем замену переменных:

и

Получаем:



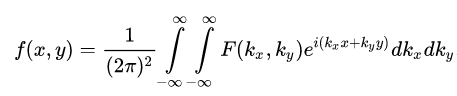
Внутренний интеграл – прямое преобразование Радона функции f(x,y):



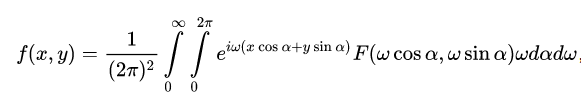
(\*).

Итак, одномерное преобразование Фурье от преобразования Радона для функции f(x,y) есть не что иное как двумерное преобразование Фурье от функции f(x,y).

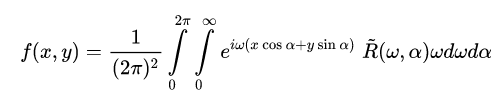
Из F можно получить f путём обратного преобразования Фурье:



или, в полярных координатах:



Из этого выражения и (\*) получаем формулу для обратного преобразования Радона:



где

