

基于M/G/K排队模型的高速公路收费站设置方法研究

张晋伟¹, 邹云¹, 武立超²

(1.重庆交通科研设计院, 重庆 400067; 2.重庆市城市建设投资公司, 重庆 400074)

摘要: 高速公路收费站的通行能力直接影响着整个路段的通行能力, 并在总体上制约着公路的交通运行状况, 因此优化高速公路收费站设置、改善高速公路收费站通行能力是提高高速公路服务水平的有效方法。根据高速公路收费站的交通流特性, 应用M/G/K排队模型, 推导出在不同服务水平下收费站所能服务的最大交通量矩阵, 并由此作出收费站设置决策, 具有相当的经济价值和社会价值。

关键词: 高速公路; 收费站; 通行能力; 服务水平

中图分类号: U412.366.1

文献标识码: A

文章编号: 1002-4786(2010)05-0163-04

DOI: 10.3869/j.1002-4786.2010.05.006

Setting Method of Expressways' Toll Station Based on M/G/K Queuing Model

ZHANG Jin-wei¹, ZOU Yun¹, WU Li-chao²

(1.China Merchants Chongqing Communications Research & Design Institute Co., Ltd., Chongqing 400067, China;

2.Chongqing City Construction Investment Corporation, Chongqing 400074, China)

Abstract: The traffic capacity of expressways' toll station directly affects the traffic capacity of

163

4 结论

综上所述, 本文通过分析各种停车方式的优缺点及适用性, 得出以下结论:

a)地面停车经济、方便, 但停车数量有限且影响环境;

b)地下停车不占用土地, 但造价较高且运行维护成本高;

c)坡道式立体停车库空间利用率高, 便于管理, 但造价较高;

d)机械式立体停车库具有节省土地面积, 自动化程度高, 节能环保, 适应性强等优势, 虽然也存在后期维护费用投入高, 设备重量大等缺点, 但却是城市尤其是用地紧张的中心区域理想的停车方式。

在实际停车设施项目建设时, 可结合实际加以选择, 希望本文能为决策者提供一定的帮助和参

考。

参考文献

[1] 梅振宇. 城市路内停车设施设置优化方法研究[D]. 南京: 东南大学, 2006.

[2] 颜黄平, 胡国清. 立体停车库发展综述[J]. 重庆工业高等专科学校学报, 2000, 15(1): 14-16.

[3] W K Chow. On Ventilation Design for Unerground Car Parks[J]. Tunneling and Underground Space Technology, 1995, 11(2): 12-13.

[4] 胡国宁. 机械式立体停车设备使用效益分析[J]. 中国设备工程, 2008, (3): 12-13.

[5] 白忠喜. 城市停车难与机械式立体停车设备[J]. 绍兴文理学院学报, 2005, 25(8): 43-47.

收稿日期: 2009-07-14

whole road, and restricts the operational status of highway traffic. Therefore optimizing the setting of expressways' toll station and improving its traffic capacity is an effective method to heighten the service level of expressway. According to the traffic flow characteristics of expressways' toll stations, the maximum traffic matrixes under different service levels are deduced applying M/G/K queuing model, thus the decision-making of toll stations' setting is done. It is of great economic and social value.

Key words: expressway; toll station; traffic capacity; service level

0 引言

高速公路收费站是公路交通流的瓶颈,研究表明,车辆在高速公路上的延误时间中有36%是由于停车收费而造成的^[1]。因此研究收费站的通行能力、优化高速公路收费站设置是解决道路通畅的重要途径之一。一般来说,收费广场所需的车道数是由交通量、单个收费通道的通行能力和设计服务水平等级三个因素综合决定的。本文以典型高速公路主线收费站为研究对象,研究结论具有普遍的实用性,可为收费站的设计、建设和运营提供参考。

1 高速公路收费站的交通流特性

1.1 车辆的到达分布

高速公路收费站通行能力研究的基础是利用数学方法来描述交通流的具体特征,现实中车辆的到达是随机的,根据交通流理论,交通量较小的路段上车辆的到达分布符合泊松分布(Poisson),即一定时间间隔内到达收费站的车辆分布符合泊松流^[2]。高速公路上的交通量较城市道路要小,可以用泊松分布描述车辆的到达。

Δt 时间间隔内到达收费站的车辆数为 n 的概率为:

$$p(n) = \frac{(\lambda \Delta t)^n e^{-\lambda \Delta t}}{n!}$$

式中: λ ——车辆的单位时间平均到达率(辆/h)。

1.2 车辆收费时间分布

收费时间为服务时间与车辆离开时间之和。服务时间是指从车辆停车接受服务至车辆开动的这段时间;车辆离开时间为本车驶离收费口,后面排队车辆到达并停驶的这段时间。

1.2.1 服务时间分布

服务时间可以定义为司机领卡(入口)或送卡交费(出口)所花费的时间,根据服务时间的分布拟合检验发现,一般情况下车辆领卡或送卡的服务时间服从正态分布,而交费服务中包括两种服务:一种是无找零的服务,这种服务时间也符合正态分布;

另一种是找零服务,该服务时间与正态分布虽有一定的偏差,但假设检验证明其仍符合正态分布。表1给出了高速公路收费站服务时间的一般统计结果。

表1 服务时间统计参数结果

平均收费时间(s)	8.6
服务时间方差 σ^2	5.5

1.2.2 车辆离开时间分布

根据离开时间定义,不同车型的离开时间存在明显差异,因为交通流中特大型车比例很小,调查中得到的样本数据太少,不能说明一般情况,因此表2仅列出了小型车和大中型车两种车型的离开时间均值和方差。

表2 不同车型离开时间统计参数

小型车	平均收费时间(s)	5.5
	收费时间方差 σ^2	1.83
大中型车	平均收费时间(s)	8.3
	收费时间方差 σ^2	5.5

2 公路收费站车辆延误分析

车辆通过收费站的延误时间是计算收费站车辆折算系数和评价收费站服务水平的重要依据。当车辆通过收费站时,其延误时间主要由以下几个部分组成:

a) 车辆进入收费站的减速时间 t_1 :

$$t_1 = \frac{v_0}{3.6a_1} \quad (1)$$

b) 车辆在收费站的平均逗留时间 W :

$$W = E[S] + W_q \quad (2)$$

c) 车辆驶离收费站的加速时间 t_2 :

$$t_2 = \frac{v_0}{3.6a_2} \quad (3)$$

式中: v_0 ——正常行驶速度;

a_1 ——车辆的减速度;

a_2 ——车辆的加速度;

W_q ——平均排队时间;

$E[S]$ ——服务时间期望值。

平均延误时间主要通过调查车辆通过收费站上下游两个观测断面的时间差获取。在实际应用中,由式(1)、式(3)可知,在不同交通量条件下车辆的减速与加速时间一般无大的差异,但不同的交通量会导致平均逗留时间明显不同,故式(2)是延误计算的重点。

3 收费站通行能力计算

3.1 收费站车辆折算系数

收费站的通行能力分析需要度量不同车型对收费通道通行能力的影响程度,通常以车辆折算系数度量其影响程度。根据调查得知,主线收费站的交通组成与路段一致,小型车在交通流中的比例(约70%)远高于其他车辆^[3]。因此,收费站的车辆折算系数标准车型选用小型车。

从前面的研究可知,不同车型对收费站通行能力的影响程度主要表现为离开时间(因为此处不再区分不同车型的服务时间分布差异性)的不同。因此,在收费站通行能力研究中,车辆折算系数的计算标准为收费时间。根据收费时间的不同,计算得到适合不同地域收费站通行能力分析的车辆折算系数。表3列出了一般情况下的车辆折算系数。

表3 收费站车辆折算系数

车型	车辆折算系数
小型车	1.0
大中型车	1.3
特大型车	1.7

3.2 单通道通行能力

收费车道的基本通行能力是指道路与交通处于理想情况下,每一条收费车道在单位时间内能够通过的最大交通量,按下面公式计算:

$$C_b = \frac{3600}{T_s + T_c} \quad (4)$$

式中: C_b ——收费车道的基本通行能力;

T_s ——标准车服务时间;

T_c ——标准车离开时间。

收费站的理想道路条件是指收费车道宽度不小于3m,收费岛的宽度不小于2.2m,收费岛的长度不小于30m,收费广场具有开阔的视野、良好的平

面线形和路面情况^[4]。理想的交通条件是指车辆组成单一的标准车,即小型车,车辆之间保持适当的最小车头时距,且无任何方向的干扰。实际观测的收费车道一般均能满足理想的道路条件。利用小型车的服务时间和离开时间可以计算出不同类型收费站收费车道的基本通行能力。由式(4)可知,收费车道的基本通行能力与收费时间成反比。

3.3 多通道通行能力

在具有多通道情况下,选择排队论模型中的M/G/K模型可较好地描述收费站的实际运行状态,式(5)~式(9)是M/G/K模型的统计参数计算公式。

平均排队时间:

$$W_q = \frac{D[S+G] + (E[S+G])^2}{2E[S+G] + (K - \lambda E[S+G])} \times \left[1 + \sum_{i=0}^{K-1} \frac{(K-1)! (K - \lambda E[S+G])}{i! (\lambda E[S+G])^{K-i}} \right]^{-1} \quad (5)$$

平均逗留时间:

$$W = E[S+G] + W_q \quad (6)$$

平均排队长度:

$$L_q = \frac{\lambda D[S+G] + \lambda (E[S+G])^2}{2E[S+G] + (K - \lambda E[S+G])} \times \left[1 + \sum_{i=0}^{K-1} \frac{(K-1)! (K - \lambda E[S+G])}{i! (\lambda E[S+G])^{K-i}} \right]^{-1} \quad (7)$$

由于服务时间和离开时间均服从正态分布,故以下公式成立:

$$E[S+G] = E[S] + E[G] \quad (8)$$

$$D[S+G] = D[S] + D[G] \quad (9)$$

式中: λ ——平均来车强度;

K ——收费车道数;

$E[S]$ ——服务时间期望值;

$E[G]$ ——离开时间期望值;

$D[S]$ ——服务时间方差;

$D[G]$ ——离开时间方差。

根据M/G/K排队论模型,利用收费站服务时间和离开时间的期望值和方差,可得出收费站在不同收费车道数(以列表表示)以及不同排队程度(以行表示)下可处理的最大车辆数矩阵如下:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1L_q} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2L_q} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{K1} & a_{K2} & a_{K3} & \cdots & a_{KL_q} \end{pmatrix} \quad (10)$$

其中: L_q ——平均排队长度,即平均排队车辆数;

K ——收费车道数。

4 收费站服务水平等级与服务矩阵

4.1 服务水平等级

收费站的服务水平是司机与乘客对收费站的内部交通流运作过程满意度的量化标准,常用的评价指标有收费时间的长短、排队长度的长短、车辆延误时间的长短等^[5]。研究表明,收费时间的长短受收费方式、收费设备以及收费人员素质等的影响较大。车辆在收费站的延误时间长短虽然可以较好地评价收费站的交通条件质量,但易造成在相同的延误下,不同类型收费站的服务水平不一致且延误数据不易获得、可信度低。目前我国高速公路收费站的服务水平通常采用车辆的平均排队长度指标来划分,可分为四级,如表4所示。

表4 收费站服务水平等级划分标准

服务水平	平均排队车辆数	司机乘客感觉
一级	$L_q \leq 1$	良好
二级	$L_q \leq 4$	一般
三级	$L_q \leq 8$	焦躁
四级	$L_q > 8$	无法忍受

4.2 服务矩阵

本文定义服务矩阵为收费站在不同收费车道数和不同服务等级条件下收费站可处理的最大车辆数所组成的矩阵。由以上分析可知,在矩阵(10)中分别对应 $L_q=1$ 、 $L_q=4$ 、 $L_q=8$ 、 $L_q>8$ (可取 $L_q=9$)的矩阵列项即为该收费站在不同收费车道数以及一、二、三、四服务等级下收费站可处理的最大车辆数。故服务矩阵为一 K 行四列矩阵,如下所示:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{14} & a_{18} & a_{19} \\ a_{21} & a_{24} & a_{28} & a_{39} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{K1} & a_{K4} & a_{K8} & a_{K9} \end{pmatrix} \quad (11)$$

在实际应用中,利用以上服务矩阵,根据远景交通量的预测可确定收费站的分期修建目标,根据实际交通量的年、月、周、日、季节的变化特性可确定不同服务水平下的收费车道的开启数,从而减少运营成本,具有实际的社会、经济价值。

5 应用实例

根据M/G/K排队论模型,结合福银高速昌九段某收费站的调查统计数据得到最大处理车辆数矩阵(取 $K=6$, $L_q=9$)如下:

$$\begin{pmatrix} 180 & 191 & 200 & 207 & 212 & 213 & 216 & 218 & 219 \\ 368 & 389 & 405 & 417 & 426 & 433 & 436 & 438 & 439 \\ 558 & 587 & 612 & 628 & 637 & 644 & 650 & 655 & 658 \\ 746 & 783 & 813 & 836 & 853 & 864 & 871 & 874 & 876 \\ 939 & 982 & 1019 & 1047 & 1070 & 1085 & 1092 & 1094 & 1095 \\ 1133 & 1183 & 1225 & 1258 & 1286 & 1301 & 1312 & 1317 & 1319 \end{pmatrix} \quad (12)$$

分析以上矩阵可知,随着收费通道数的成倍增加,可以服务的车辆数并不呈相同比例增加,而是要稍微偏大一些,这是由于车辆到达后在有多通道时,车辆的分配不是简单地按通道数平均分配,因此用M/G/K模型更能表现收费通道车辆分配的实际情况。

相应地,该收费站的服务矩阵为:

$$\begin{pmatrix} 180 & 207 & 218 & 219 \\ 368 & 417 & 438 & 439 \\ 558 & 628 & 655 & 658 \\ 746 & 836 & 874 & 876 \\ 939 & 1047 & 1094 & 1095 \\ 1133 & 1258 & 1317 & 1319 \end{pmatrix} \quad (13)$$

假设该路段的设计交通量为400辆/h,那么为了保证一级服务水平就必须开通至少三个收费通道,如果可以接受二级服务水平则两个收费通道即可满足要求。

6 结论

本文在分析高速公路收费站交通流特征的基础上,基于M/G/K排队模型结合收费站服务水平划分得出了高速公路收费站的服务矩阵,并结合实例加以阐述,在高速公路收费站建设规划方面作了有益的尝试,研究的结果具有一定的创新性、实用性,同时也具有相当的经济价值和社会价值。

参考文献

- [1] 王殿海. 交通流理论[M]. 北京: 人民交通出版社, 2002
- [2] 徐吉谦. 交通工程总论[M]. 北京: 人民交通出版社, 1991, 51-57.
- [3] 任福田. 道路通行能力[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1990, 78-80.
- [4] 王建华, 姚小军, 荆炜. 107国道新乡段服务水平调查分析[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2002, 22(5): 29-31.

作者简介: 张晋伟(1980-), 男(汉族), 四川达州人, 助理工程师, 硕士, 研究方向为道路工程。

收稿日期: 2009-07-15