Санкт-Петербургский Политехнический Университет им. Петра Великого

Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики

Отчёт по лабораторной работе №2 по дисциплине “Теория принятия экономических решений”

**Сокращение размерности выборки на основе метода PCA**

Выполнил студент:

Мишутин Д. В.

Группа:

3630102/70301

Проверил:

К.ф.-м.н., доцент

Павлова Людмила Владимировна

Санкт-Петербург

2020 г.

Оглавление

[1 Постановка задачи 3](#_Toc56813950)

[2 Численные эксперименты 3](#_Toc56813951)

[2.1 Отладка метода с использованием модельных данных 3](#_Toc56813952)

[2.2 Отладка метода с использованием данных из репозитория “iris” 6](#_Toc56813953)

[2.3 Отладка метода с использованием данных из репозитория “german” 8](#_Toc56813954)

[3 Реализация 10](#_Toc56813955)

[4 Выводы 10](#_Toc56813956)

[5 Литература 10](#_Toc56813957)

[6 Приложения 10](#_Toc56813958)

# 1 Постановка задачи

Отладить метод главных компонент (Principal Component Analysis, PCA) на модельных коррелированных данных с их визуализацией, как исходных, так и в терминах главных компонент, и вычислить выборочные матрицы ковариаций.

Так же применить PCA к данным из репозитория – “german” и “iris”.

На всех наборах данных производим центрирование () для более точного разложения.

# **2 Численные эксперименты**

## 2.1 Отладка метода с использованием модельных данных

Пусть имеется выборка объёма , размерности , из нормального распределения .

- вектор средних, - матрица ковариаций признаков. Пусть .

1. После генерации были получены следующие выборочные характеристики:
   1. Исходные данные:

* Выборочная матрица ковариаций:

Расчётные формулы:

* Первые 5 строк таблицы:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Строка \ Признак** | **1-ый признак** | **2-ой признак** | **3-ий признак** | **4-ый признак** |
| **0** | -0.614131 | 0.200560 | 1.015251 | 1.829942 |
| **1** | 0.000016 | 1.242109 | 2.484203 | 3.726296 |
| **2** | 0.978808 | 1.941024 | 2.903241 | 3.865458 |
| **3** | -2.084482 | -0.220456 | 1.643571 | 3.507598 |
| **4** | 1.283508 | 2.644657 | 4.005806 | 5.366955 |

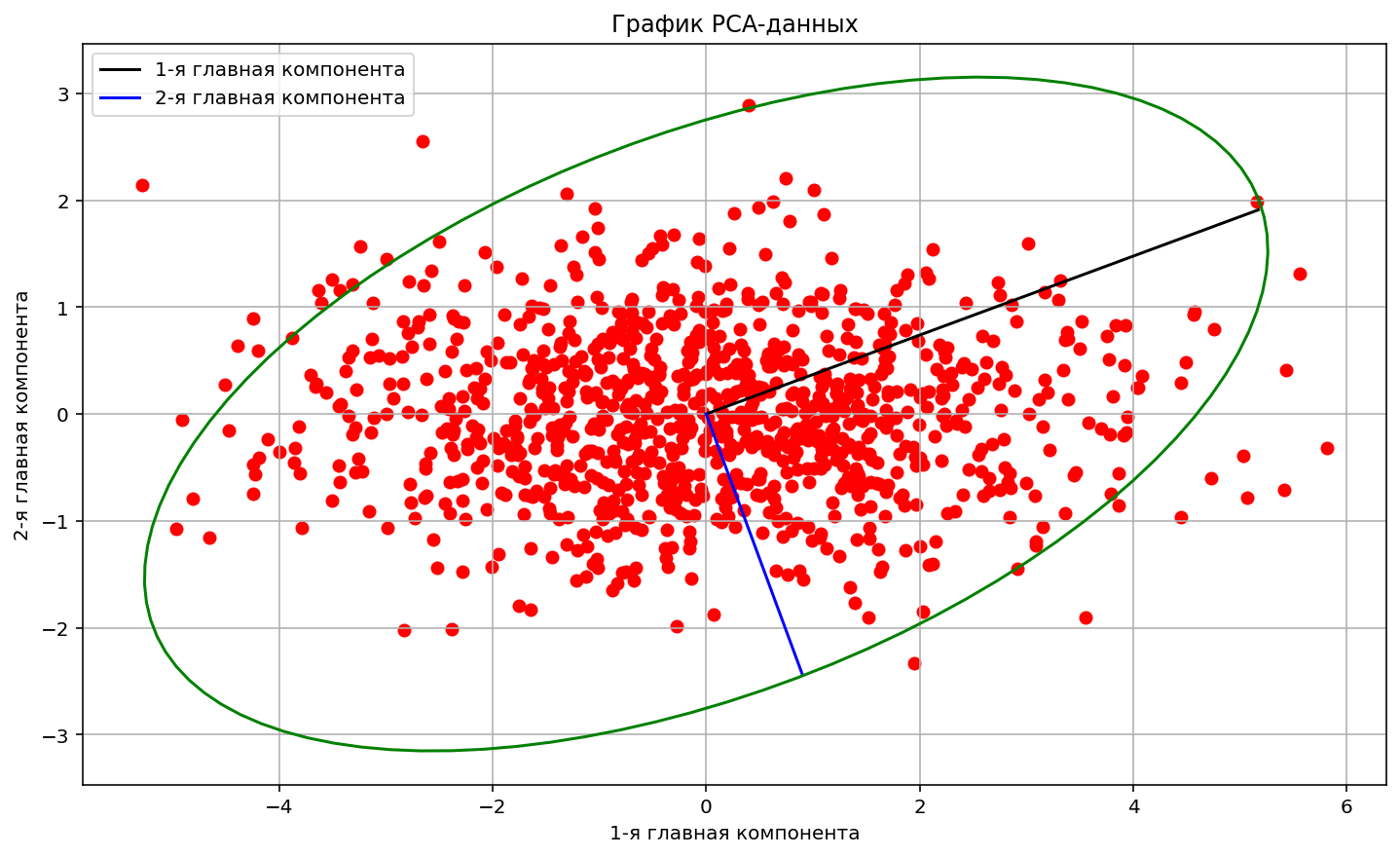
* 1. PCA-данные (2 главные компоненты):
* Выборочная матрица ковариаций:

Расчётные формулы:

* Первые 5 строк таблицы:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Строка \ компонента** | **1-я главная компонента** | **2-я главная компонента** |
| **0** | -0.936433 | -0.054295 |
| **1** | 0.411214 | -0.228703 |
| **2** | 1.122467 | 0.311252 |
| **3** | -1.064819 | -1.400659 |
| **4** | 2.070431 | 0.065672 |

* График:



1. Анализ полученных результатов:

Как видим, первая главная компонента задаёт основную дисперсию выборки, и в случае задачи сокращения размерности, спроецировав на неё мы потеряем наименьшее количество информации.

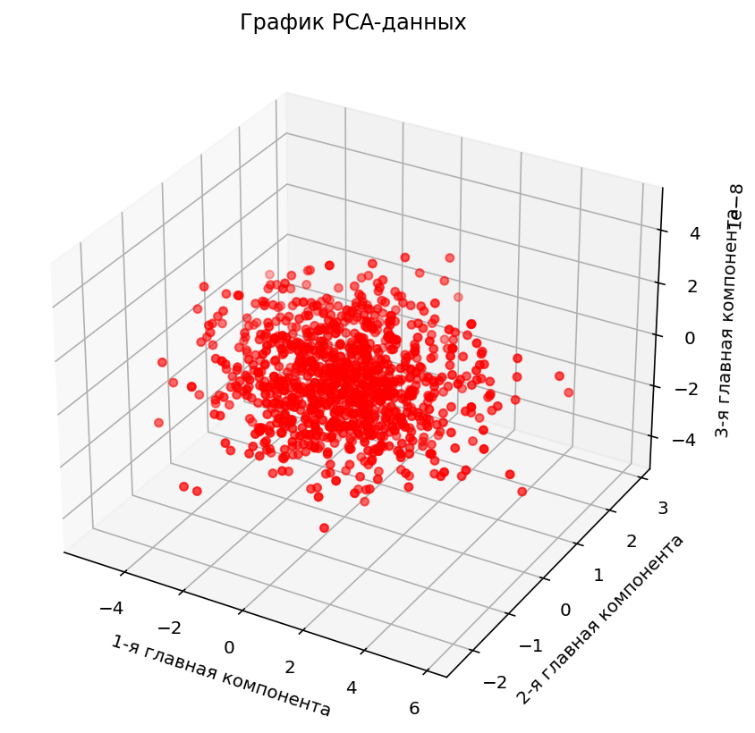
* 1. PCA-данные (3 главные компоненты):
* Выборочная матрица ковариаций:

Расчётные формулы:

* Первые 5 строк таблицы:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Строка \ компонента** | **1-я главная компонента** | **2-я главная компонента** | **3-я главная компонента** |
| **0** | -0.936433 | -0.054295 | 2.768957e-09 |
| **1** | 0.411214 | -0.228703 | -1.322754e-08 |
| **2** | 1.122467 | 0.311252 | 1.775848e-09 |
| **3** | -1.064819 | -1.400659 | 1.667514e-08 |
| **4** | 2.070431 | 0.065672 | 5.650787e-10 |

* График:



1. Анализ полученных результатов:

Судя по PCA-графику и матрице выборочных корреляций, на разделимость данных метод PCA не сильно повлиял.

## 2.2 Отладка метода с использованием данных из репозитория “iris”

После генерации были получены следующие выборочные характеристики:

* 1. Для исходных данных:
* Выборочная матрица ковариаций:

Расчётные формулы:

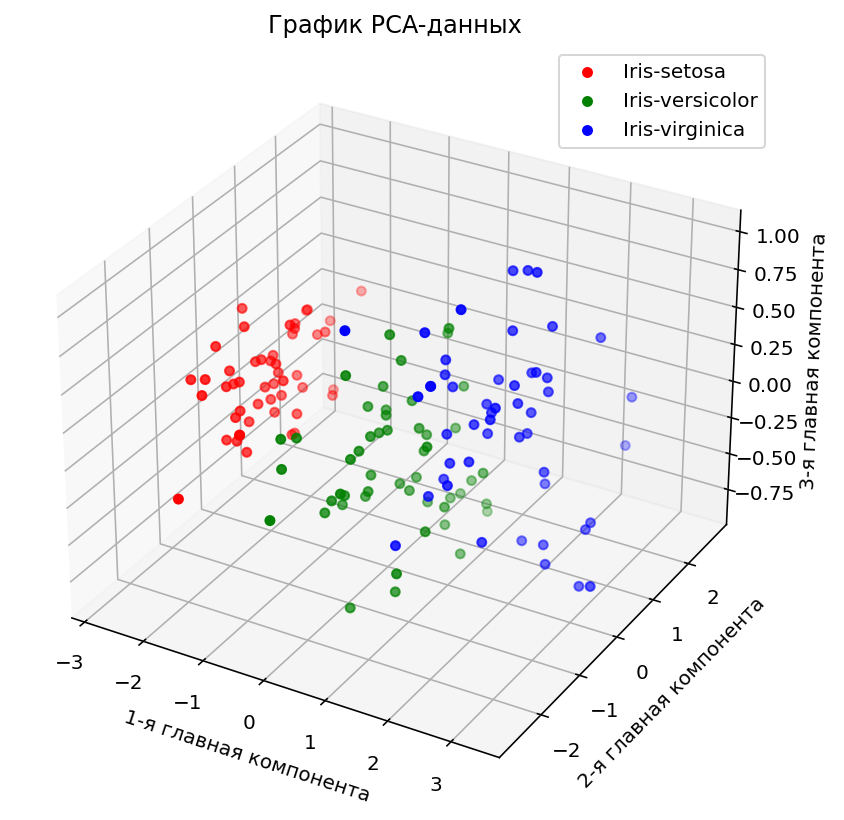
* Первые 5 строк таблицы:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Строка \ признак** | **Длина чашелистика** | **Ширина чашелистика** | **Длина лепестка** | **Ширина лепестка** | **Вид** |
| **0** | 5.1 | 3.5 | 1.4 | 0.2 | Iris-setosa |
| **1** | 4.9 | 3.0 | 1.4 | 0.2 | Iris-setosa |
| **2** | 4.7 | 3.2 | 1.3 | 0.2 | Iris-setosa |
| **3** | 4.6 | 3.1 | 1.5 | 0.2 | Iris-setosa |
| **4** | 5.0 | 3.6 | 1.4 | 0.2 | Iris-setosa |

* 1. Для PCA-данных:
* Выборочная матрица ковариаций:
* Первые 5 строк таблицы:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Строка \ компонента** | **1-я главная компонента** | **2-я главная компонента** | **3-я главная компонента** | **Вид** |
| **0** | -2.264542 | 0.505704 | -0.121943 | Iris-setosa |
| **1** | -2.086426 | -0.655405 | -0.227251 | Iris-setosa |
| **2** | -2.367950 | -0.318477 | 0.051480 | Iris-setosa |
| **3** | -2.304197 | -0.575368 | 0.098860 | Iris-setosa |
| **4** | -2.388777 | 0.674767 | 0.021428 | Iris-setosa |

* График:



1. Анализ полученных результатов:

Опять же судя по PCA-графику и матрице выборочных корреляций, на разделимость данных метод PCA не сильно повлиял. Данные как были слабо связаны, так и остались.

## 2.3 Отладка метода с использованием данных из репозитория “german”

Рассмотрим данные из репозитория (файл *german.data-numeric*). Данные представляют 1000 объектов (1000 резюме различных людей), относящихся к одному из двух классов. Каждый объект характеризует набор из 24 численных признаков, являющихся характеристиками материального, финансового, семейного положения и его трудоустройства.

К первому классу относятся объектов, ко второму - .

После генерации были получены следующие выборочные характеристики:

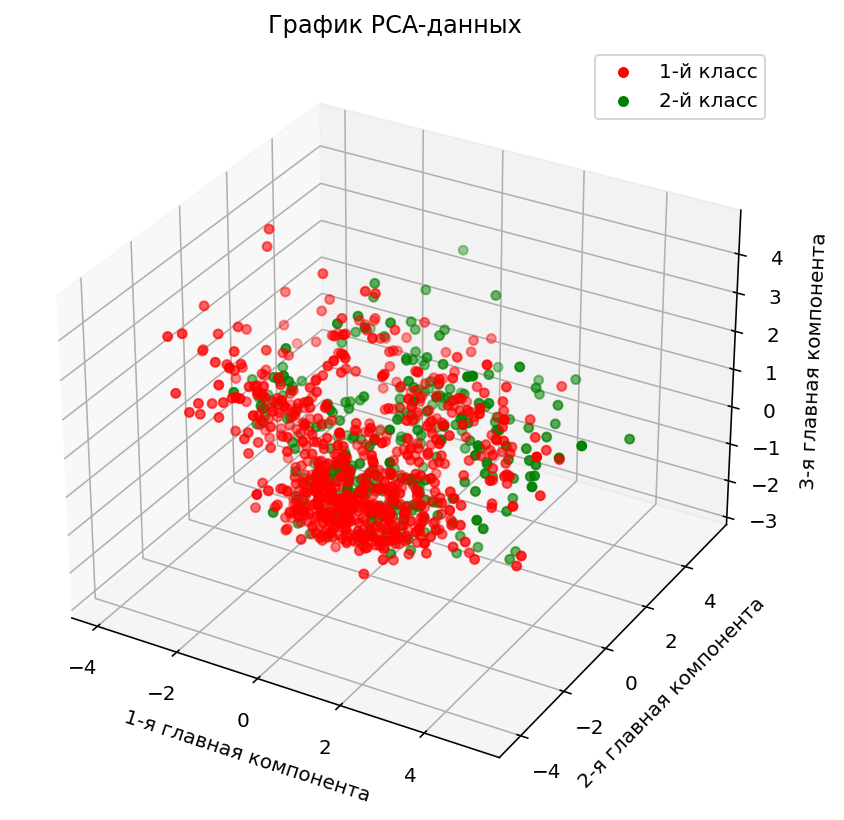
* 1. Для PCA-данных:
* Выборочная матрица ковариаций:

Расчётные формулы:

* Первые 5 строк таблицы:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Строка \ компонента** | **1-я главная компонента** | **2-я главная компонента** | **3-я главная компонента** | **Класс** |
| **0** | 0.013234 | -2.879658 | 0.778201 | 1 |
| **1** | 0.262257 | 0.976117 | -2.366935 | 2 |
| **2** | -2.186073 | -1.928887 | 1.823518 | 1 |
| **3** | 1.494757 | 1.342950 | 0.994195 | 1 |
| **4** | 1.234749 | -0.307253 | 1.973626 | 2 |

* График:



1. Анализ полученных результатов:

Мы сократили размерность с 24 до 3 признаков. Наблюдались как большие, так и малые значения в выборочной матрице корреляции исходной выборки. Следовательно, сложно сделать какие-то однозначные выводы. Наблюдается некоторая зависимость, но данные достаточно плохо разделимы.

# 3 Реализация

Была использована среда *IPython Notebook* (язык *Python 3.8.2*): модули *numpy* для работы с массивами и математических расчётов, *pandas* - для хранения данных в таблицах, *matplotlib.pyplot* – для построения графиков; *PCA* из модуля *sklearn.decomposition* для стандартизации матрицы наблюдений и *display* из модуля *IPython.display* для отображения pandas’ских таблиц в браузере.

# 4 Выводы

PCA – это проверенный и эффективный метод снижения размерности данных, особенно в случае когда эти признаки в данных имеют заметную линейную коррелированность. Чем сильнее линейная корреляция, тем меньше потеря информации.

# 5 Литература

[Основы работы с *numpy* (отдельная глава курса)](https://stepik.org/course/401)

Лекции по ТПЭР, “Метод PCA”, Павлова Л. В., 2020 г.

# 6 Приложения

[Код лабораторной](https://github.com/MeShootIn/economics-decision-theory/blob/main/lab_2/main.ipynb)