

Санкт-Петербургский Политехнический Университет  
им. Петра Великого

Институт прикладной математики и механики  
Кафедра прикладной математики

Отчёт по лабораторной работе №2 по дисциплине “Математическая  
статистика”

**Характеристики положения выборки**

Выполнил студент:

Мишутин Д. В.

Группа:

3630102/70301

Проверил:

К.ф.-м.н., доцент

Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург

2020 г.

## Оглавление

1 Постановка задачи.....	3
2 Теория.....	3
3 Реализация.....	4
4 Результаты.....	4
5 Выводы.....	6
6 Литература.....	6
7 Приложения.....	6

## Список таблиц

Стандартное нормальное распределение.....	4
Стандартное распределение Коши.....	5
Распределение Лапласа.....	5
Распределение Пуассона.....	5
Равномерное распределение.....	5

## 1 Постановка задачи

Любыми средствами сгенерировать выборки с мощностями 10, 100 и 1000 элементов для 5 распределений. Для каждой выборки вычислить следующие характеристики положения:

$avrg$  (выборочное среднее),  $med$ ,  $x$ ,  $Z_R$ ,  $Z_Q$ ,  $Z_{tr}$ ,  $npr$   $r \approx \frac{n}{4}$ . Построить по ним таблицы.

Распределения:

- Стандартное нормальное распределение:

$$N(x, 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (1.1)$$

- Стандартное распределение Коши:

$$C(x, 0, 1) = \frac{1}{\pi(1+x^2)} \quad (1.2)$$

- Распределение Лапласа:

$$L\left(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\sqrt{2}|x|} \quad (1.3)$$

- Распределение Пуассона:

$$P(k, 10) = \frac{10^k}{k!} e^{-10} \quad (1.4)$$

- Равномерное распределение:

$$U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3}) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}}, & \text{при } |x| \leq \sqrt{3} \\ 0, & \text{при } |x| > \sqrt{3} \end{cases} \quad (1.5)$$

## 2 Теория

Характеристики положения:

- Выборочное среднее:

$$avrg = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.1)$$

- Выборочная медиана:

$$\text{med } x = \begin{cases} x_{k+1}, n=2k+1 \\ \frac{1}{2}(x_k + x_{k+1}), n=2k \end{cases} \quad (2.2)$$

- Полусумма экстремальных значений:

$$Z_R = \frac{1}{2}(x_1 + x_n) \quad (2.3)$$

- Полусумма квартилей:

$$Z_Q = \frac{1}{2}\left(Z_{\frac{1}{4}} + Z_{\frac{3}{4}}\right) \quad (2.4)$$

- Усечённое среднее:

$$Z_{tr} = \frac{1}{n-2r} \sum_{i=r+1}^{n-r} x_i \quad (2.5)$$

### 3 Реализация

Был использован язык *Python 3.8.2*: модуль *numpy* для генерации выборок с различными распределениями и математических расчётов, модуль *pandas* для оптимального хранения статистических данных и функция *display* из модуля *IPython.display* для их корректного отображения в таблицах.

После вычисления характеристик положения 1000 раз, для каждой характеристики находятся их средние значения и дисперсии:

$$E(z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i \quad (3.1)$$

$$D(z) = E(z^2) - E^2(z) \quad (3.2)$$

### 4 Результаты

Таблица 1 Стандартное нормальное распределение

n=10	avg	med x	Z <sub>R</sub>	Z <sub>Q</sub>	Z <sub>tr</sub>
E(z)	0.009773	0.008853	0.019712	0.003966	0.021376
D(z)	0.097848	0.128740	0.190887	0.110150	0.160456
n=100	avg	med x	Z <sub>R</sub>	Z <sub>Q</sub>	Z <sub>tr</sub>
E(z)	0.003273	0.003452	0.002322	-0.000084	0.003374
D(z)	0.009964	0.015673	0.093959	0.012457	0.020648
n=1000	avg	med x	Z <sub>R</sub>	Z <sub>Q</sub>	Z <sub>tr</sub>
E(z)	0.000905	0.000723	-0.000894	0.00124	0.000420
D(z)	0.000940	0.001552	0.062108	0.00116	0.001945

Таблица 2 Стандартное распределение Коши

n=10	avrg	med x	$Z_R$	$Z_Q$	$Z_{tr}$
$E(z)$	-12.309807	0.004064	-6.148294e+01	-0.016856	-20.416613
$D(z)$	161834.047069	0.276286	4.045976e+06	0.750808	448912.991232
n=100	avrg	med x	$Z_R$	$Z_Q$	$Z_{tr}$
$E(z)$	-0.523585	-0.004339	-2.431580e+01	-0.006744	0.948759
$D(z)$	875.221257	0.025640	2.090211e+06	0.055550	1124.344348
n=1000	avrg	med x	$Z_R$	$Z_Q$	$Z_{tr}$
$E(z)$	-0.404621	0.000934	-1.985864e+02	-0.000136	0.175097
$D(z)$	520.951391	0.002476	1.282599e+08	0.004587	995.705649

Таблица 3 Распределение Лапласа

n=10	avrg	med x	$Z_R$	$Z_Q$	$Z_{tr}$
$E(z)$	0.000229	0.006801	0.003777	0.001469	-0.000735
$D(z)$	0.098106	0.066493	0.405711	0.085741	0.163438
n=100	avrg	med x	$Z_R$	$Z_Q$	$Z_{tr}$
$E(z)$	0.003109	0.002424	-0.002923	0.003922	-0.003257
$D(z)$	0.010295	0.005968	0.419241	0.010031	0.019170
n=1000	avrg	med x	$Z_R$	$Z_Q$	$Z_{tr}$
$E(z)$	0.000696	0.000528	0.017757	0.001273	0.001895
$D(z)$	0.001020	0.000534	0.404961	0.001030	0.002020

Таблица 4 Распределение Пуассона

n=10	avrg	med x	$Z_R$	$Z_Q$	$Z_{tr}$
$E(z)$	9.979300	9.818500	10.288000	9.885750	9.957500
$D(z)$	0.939362	1.378308	1.653056	1.114103	1.550555
n=100	avrg	med x	$Z_R$	$Z_Q$	$Z_{tr}$
$E(z)$	10.010780	9.852000	10.996500	9.914500	10.022340
$D(z)$	0.098454	0.202596	0.987738	0.156002	0.201905
n=1000	avrg	med x	$Z_R$	$Z_Q$	$Z_{tr}$
$E(z)$	10.000941	9.997000	11.657000	9.991125	9.999796
$D(z)$	0.010283	0.002991	0.689351	0.004562	0.019172

Таблица 5 Равномерное распределение

n=10	avrg	med x	$Z_R$	$Z_Q$	$Z_{tr}$
$E(z)$	-0.026104	-0.034972	-0.014265	-0.028204	-0.034356
$D(z)$	0.099940	0.228635	0.048268	0.138834	0.170442
n=100	avrg	med x	$Z_R$	$Z_Q$	$Z_{tr}$
$E(z)$	0.003063	0.004823	0.000906	0.003369	0.010592
$D(z)$	0.009809	0.028060	0.000538	0.014772	0.019582
n=1000	avrg	med x	$Z_R$	$Z_Q$	$Z_{tr}$
$E(z)$	0.000368	-0.000764	-0.000029	0.000347	0.000398

$D(z)$	0.000960	0.002870	0.000006	0.001504	0.001909
--------	----------	----------	----------	----------	----------

## 5 Выводы

В процессе работы вычислены значения характеристик положения для каждого из 5 распределений на выборках фиксированных мощностей и получены следующее ранжирование характеристик положения:

1. Стандартное нормальное распределение:  
 $Z_R < Z_{tr} < med\ x < avrg < Z_Q$
2. Стандартное распределение Коши:  
 $Z_R < avrg < Z_Q < med\ x < Z_{tr}$
3. Распределение Лапласа:  
 $med\ x < avrg < Z_Q < Z_{tr} < Z_R$
4. Распределение Пуассона:  
 $Z_Q < med\ x < Z_{tr} < avrg < Z_R$
5. Равномерное распределение:  
 $med\ x < Z_R < Z_Q < avrg < Z_{tr}$

## 6 Литература

[Основы работы с \*numpy\* \(отдельная глава курса\)](#)

[Pandas обзор](#)

## 7 Приложения

[Код лабораторной](#)