Санкт-Петербургский Политехнический Университет им. Петра Великого

Институт прикладной математики и механики

Кафедра прикладной математики

Отчёт по лабораторной работе №7 по дисциплине “Математическая статистика”

**Проверка гипотезы о законе распределения генеральной совокупности. Метод хи-квадрат**

Выполнил студент:

Мишутин Д. В.

Группа:

3630102/70301

Проверил:

К.ф.-м.н., доцент

Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург

2020 г.

Оглавление

[1 Постановка задачи 3](#_Toc42813993)

[2 Теория 3](#_Toc42813994)

[2.1 Метод максимального правдоподобия (ММП) 3](#_Toc42813995)

[2.2 Критерий Пирсона 3](#_Toc42813996)

[3 Реализация 4](#_Toc42813997)

[4 Результаты 4](#_Toc42813998)

[4.1 Метод максимального правдоподобия (ММП) 4](#_Toc42813999)

[4.2 Критерий Пирсона 4](#_Toc42814000)

[5.3 Проверка гипотезы о нормальности для равномерного распределения 5](#_Toc42814001)

[5 Выводы 5](#_Toc42814002)

[6 Литература 5](#_Toc42814003)

[7 Приложения 6](#_Toc42814004)

Список иллюстраций и таблиц

[Таблица 1 Вычисления](#таблица_1) ………………………………………………………………………………………………………….………….4

[Таблица 2 Вычисления](#таблица_2) ………………………………………………………………………………………………………………………5

# 1 Постановка задачи

Сгенерировать выборку объёмом 100 элементов для стандартного нормального распределения . По сгенерированной выборке оценить параметры и нормального закона методом максимального правдоподобия. В качестве основной гипотезы будем считать, что сгенерированное распределение имеет вид . Проверить основную гипотезу, используя критерий согласия . В качестве уровня значимости взять . Привести таблицу вычислений .

# **2 Теория**

Нормальное распределение:

## 2.1 Метод максимального правдоподобия (ММП)

МНМ – метод оценивания неизвестного параметра путём максимизации функции правдоподобия :

Оценкой максимального правдоподобия будем называть такое значение из множества допустимых значений , для которого принимает максимальное значение для заданных .

Тогда при оценивании математического ожидания и дисперсии нормального распределения получим:

Отсюда находятся выражения для оценок и :

## 2.2 Критерий Пирсона

Разобьём генеральную совокупность на непересекающихся подмножеств , где – вероятность того, что точка попала в -ый промежуток.

Так как генеральная совокупность это , то крайние промежутки будут бесконечными:

Пусть – частота попадания выборочных элементов в .

В случае справедливости гипотезы относительно частоты при больших должны быть близки к , значит в качестве меры имеет смысл взять:

Тогда

Для выполнения гипотезы должны выполняться следующие условия:

где – квантиль распределения с степенями свободы порядка , – заданный уровень значимости.

# 3 Реализация

Был использован язык *Python 3.8.2*: модуль *numpy* для генерации выборок на основе стандартного нормального распределения и вычисления описательных статистик, модуль *scipy.stats* для расчёта коэффициентов, модуль *pandas* для оптимального хранения статистических данных и функция *display* из модуля *IPython.display* для их корректного отображения в таблицах.

# 4 Результаты

## 4.1 Метод максимального правдоподобия (ММП)

При подсчёте оценок параметров закона нормального распределения с помощью МНМ были получены следующие результаты:

## 4.2 Критерий Пирсона

Таблица 2 Вычисления

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| **1** | -1 | 15.0 | 0.1465 | 0.0083 |
| **2** | -0.5 | 14.0 | 0.1428 | 0.0055 |
| **3** | 0 | 16.0 | 0.1870 | 0.3909 |
| **4** | 0.5 | 27.0 | 0.1925 | 3.1189 |
| **5** | 1 | 10.0 | 0.1557 | 1.9923 |
| **6** | inf | 18.0 | 0.1755 | 0.0118 |

## 5.3 Проверка гипотезы о нормальности для равномерного распределения

Размер выборки , заданный отрезок .

Таблица 3 Вычисления

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| **1** | -2 | 0.0 | 0.0120 | 0.2399 |
| **2** | 1 | 18.0 | 0.8693 | 0.0216 |
| **3** | 4 | 2.0 | 0.1187 | 0.0587 |
| **4** | inf | 0.0 | 0.0000 | 0.0000 |

# 5 Выводы

Табличное значение квантиля . Полученное значение критерия согласия Пирсона для нормального распределения следовательно основная гипотеза не может быть опровергнута на уровне значимости .

Для равномерного распределения полученное значение критерия Пирсона означает, что из полученной выборки мы не можем опровергнуть гипотезу о нормальности данного распределения.

# 6 Литература

[Основы работы с *numpy* (отдельная глава курса)](https://stepik.org/course/401)

[Документация по *scipy*](https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/index.html)

[Pandas обзор](https://www.dataquest.io/blog/pandas-cheat-sheet/)

[Таблица значений](http://statsoft.ru/home/textbook/modules/sttable.html#chi)

# 7 Приложения

[Код лабораторной](https://github.com/MeShootIn/matstat/blob/master/lab_7/lab_7.ipynb)