3º Exercício Programa de PMR 3401
Data de entrega: 03/07/20
Método de Elementos Finitos (MEF)

1) Torres de turbinas eólicas são sujeitas a carregamentos dinâmicos que podem induzir comportametos vibracionais indesejáves.
(ver: https://www.youtube.com/watch?v=H4GXjpMgHFE)

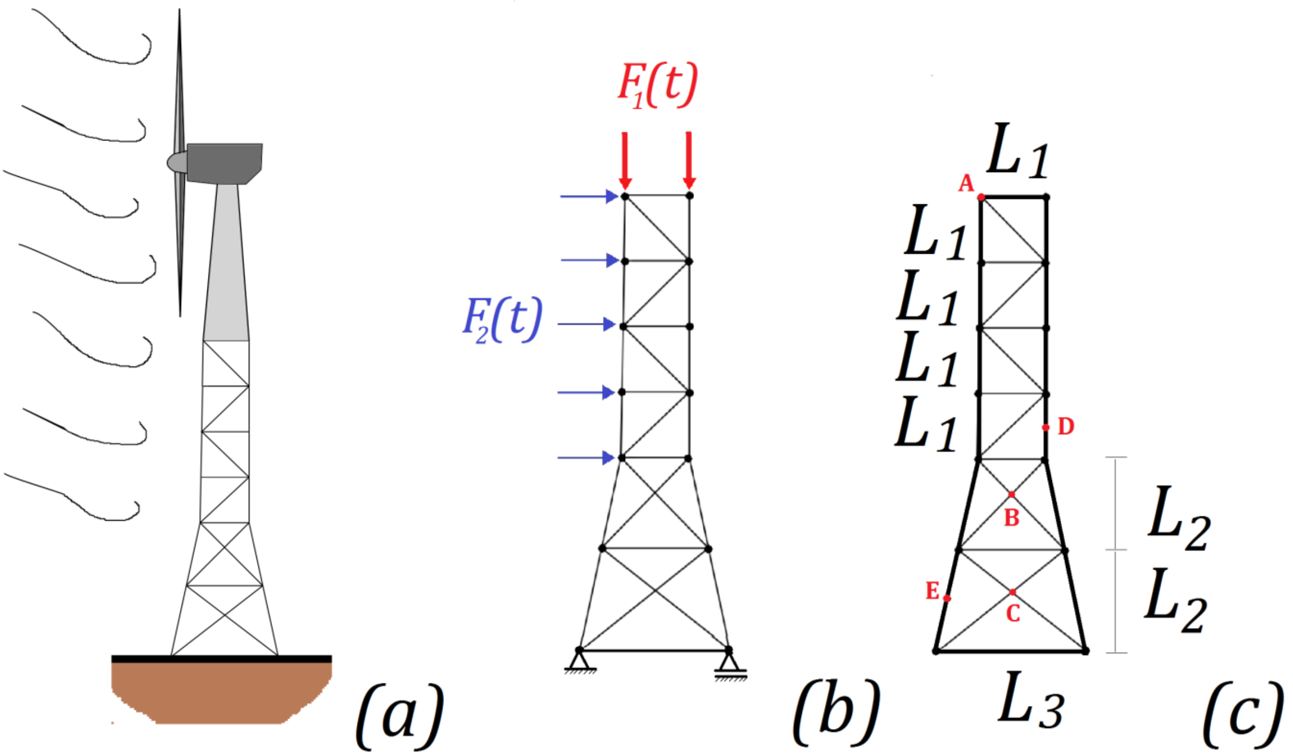


Figura 1 – (a) Ilustração de uma torre de turbina eólica sob ação do vendo. (b)Estrutura da torre: carregamentos e condições de contorno do problema. (c) Domínio do problema: dimensões da torre.

A figura 1.a ilustra a torre de uma turbina eólica sob ação do vento. A torre é modelada por pórticos sob ação de dois carregamentos dinâmicos: $\overrightarrow{F_1(t)}$ que é a força de desbalanceamento do rotor e $\overrightarrow{F_2(t)}$ que é a força de arrasto do vento na torre, dados por :

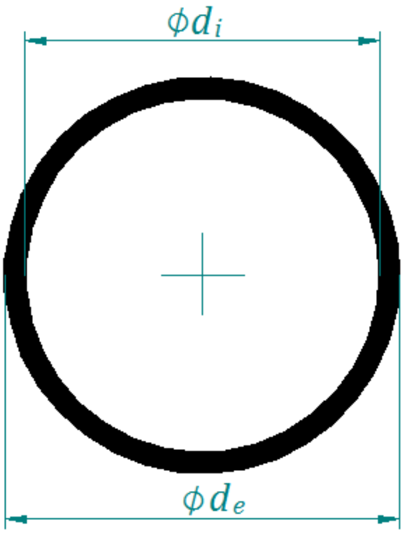
$$\overrightarrow{F_1(t)} = 2.F.\sin(2\pi t)\vec{j}$$

$$\overrightarrow{F_2(t)} = \begin{cases} 5.D\vec{\imath} & se\ \ t_1 \leq t \leq t_2 \\ 0 \quad se\ \ t < t_1\ ou\ t > t_2 \end{cases}$$

A geometria da estrutura é apresentada na figura 1.c sendo que as pórticos tem seção vazada circular. Todas as pórticos internas (em linhas finas) tem seção com diâmetro interno e externo, d_{1i} e d_{1e} menores do que as demais pórticos (em linhas espessas) de diâmetros interno e externo d_{2i} e d_{2e}, ver figura 2. A tabela 1 lista todos os parâmetros do problema com **unidades no S.I**:

F	D	t_1	t_2	L_1	L_2	υ
8000	2000	2,0	8,0	2,0	3,0	0,29
d_{1i}	d_{1e}	d_{2i}	d_{2e}	L_3	E	ρ
0,072	0,080	0,090	0,100	4,0	210.10^9	7650

Tabela 1 – Parâmetros do problemas (todas as unidades em S.I).



$$I = \frac{\pi(d_e^4 - d_i^4)}{64}$$

Figura 2: Seções transversais das pórticos.

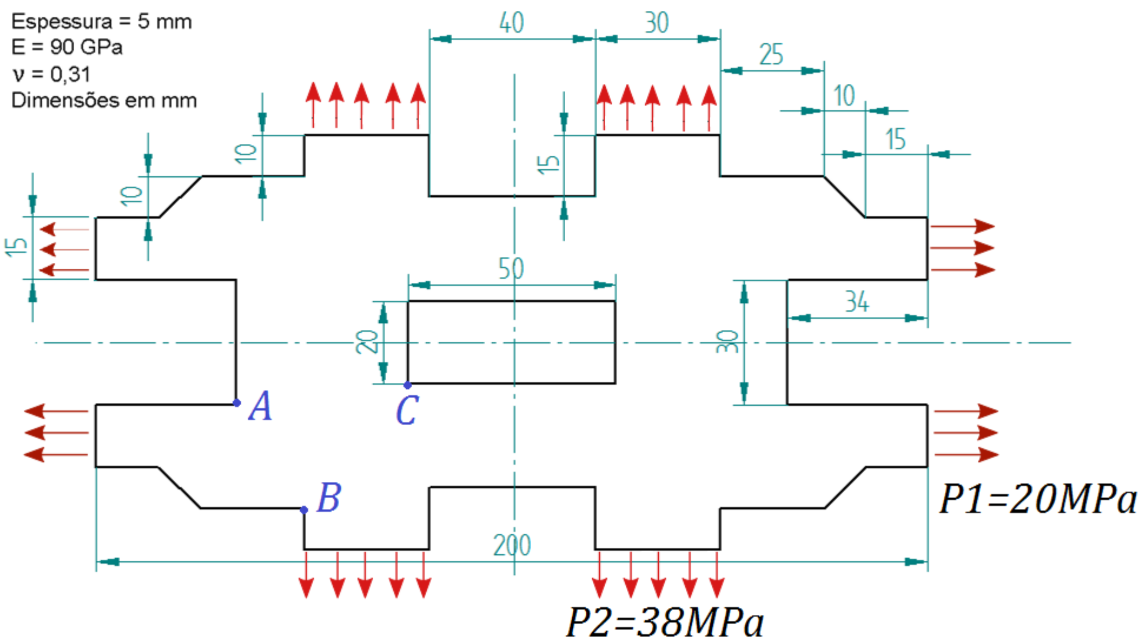
a) Utilizando o software ANSYS ou similar e evitando gráficos de <u>fundo preto</u>:

- **a.1)** Obtenha e plote os 6 primeiros modos de vibrar e frequências de ressonância da estrutura (sem amortecimento);
- **a.2)** Obtenha a resposta transiente da estrutura utilizando o método direto Newmark β. Considere os coeficientes de amortecimento do modelo de Rayleigh $\alpha = 3x10^{-1}$ e $\beta = 3x10^{-2}$ ([**C**]=α[**M**]+β[**K**]). Plote em um mesmo gráfico as tensões mecânicas σ nos pontos A e B (da viga que ascende da esquerda para direita) e em outro gráfico os deslocamentos u nos pontos D e E (ambos no centro do pórtico) indicados na figura em função do tempo. **Condição inicial: velocidade e deslocamentos nulos**;
- **a.3)** Obtenha o diagrama de resposta em frequência da norma dos deslocamentos nas direções x e y (||u|| vs f) para B e C (da viga que ascende da esquerda para direita) de forma que sejam observados os picos de ressonância correspondentes às três primeiras frequências obtidas em (a.1) (sem amortecimento). Sendo ||u||= $\left\| \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \right\|$ a amplitude de deslocamento.
- **a.4)** Discuta a influência da discretização da malha nos valores de frequência de ressonância e da discretização do tempo Δt no deslocamento do ponto A.

b) Utilizando o software SCILAB (ou MATLAB):

- **b.1)** Desenvolva um **programa específico** de MEF para resolver o problema acima, itens **a.1** até **a.3**, baseando-se nos programas listados na apostila *a13-3401.doc*;
- **b.2)** Compare os resultados do ANSYS (ou similar) com os resultados do seu programa (por exemplo, plote ambos os resultados no mesmo gráfico).

2) Considere a peça **simétrica** da figura abaixo.



Resolva o problema usando o programa ANSYS (ou similar) considerando estado plano de tensões (“plane stress”), ou seja:

a) Plote a estrutura deformada e identifique o máximo valor de deslocamento e onde ocorre;

b) Plote as tensões mecânicas de von Mises na estrutura e obtenha os valores de tensão nos pontos A, B e C. Verifique a influência da discretização da malha nos resultados;

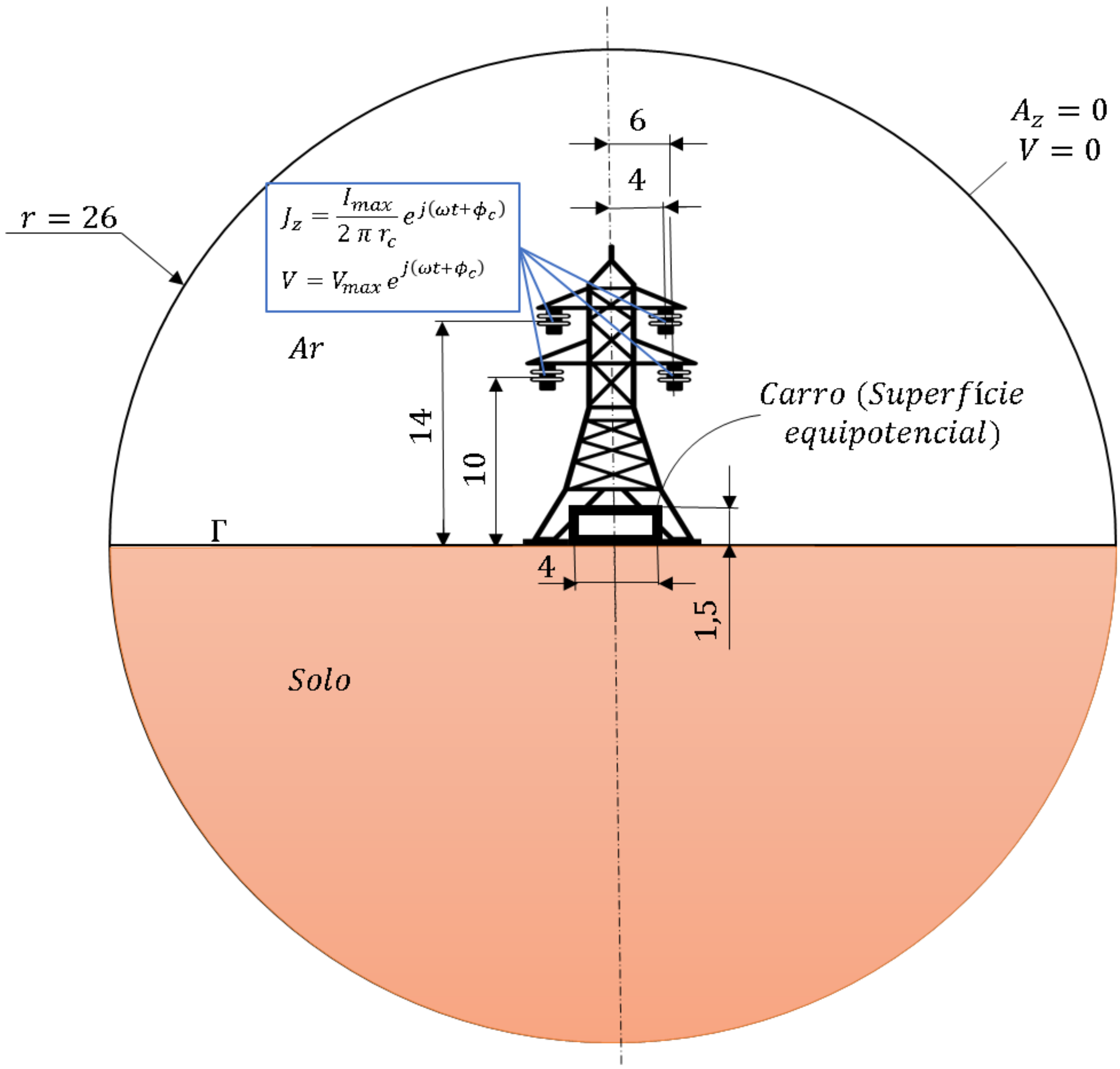
c) Identifique o máximo valor de tensão de von Mises e onde ocorre, bem como os demais pontos onde ocorrem concentração de tensões na estrutura. Sugira modificações na estrutura para reduzir a concentração de tensões;

OPTATIVO

Esse exercício (EX) é optativo e entrará no cálculo da média final da seguinte forma: MF=0,8M+0,2EX, onde M é a média calculada como descrito no programa do curso e EX a nota desse exercício. A nota desse exercício somente será levada em conta caso aumente a média M (independentemente de seu valor).

Método de Elementos Finitos (MEF)

A energia elétrica por nós utilizada é transmitida por linhas de transmissão. Abaixo é apresentada uma figura esquemática de um carro nas proximidades de uma torre de transmissão. Essas torres geram campos elétricos e campos magnéticos que podem ser modelados de acordo com as equações de Maxwell.



Combinando as equações de Maxwell obtém-se que o campo elétrico $\vec{E}$ é definido por meio do gradiente de potencial elétrico espacial V:

$$\vec{\mathrm{E}} = -\nabla V$$

1)

onde o potencial elétrico espacial V é

$$\nabla^2 V = 0$$

2)

Como pode ser observado na figura, na fronteira externa do domínio $V = 0$. Admitindo a hipótese de um sistema elétrico simétrico e equilibrado, podemos obter o potencial elétrico nas fases dos condutores por meio de

$$V = V_{max}\, e^{j(\omega t + \phi_c)}$$

3)

onde $V_{max}\, e^{j(\omega t)}$ é a representação complexa ($j \coloneqq \sqrt{-1}$) da tensão nominal fase-terra e ϕ_c é a defasagem angular e $\omega = 2\pi f$ é frequência angular. Embora a corrente esteja variando no tempo, o problema pode ser resolvido como estático.
Na fronteira entre dois meios diferentes, representada na figura anterior por Γ, as condições de contorno para o campo elétrico são definidas por

$$\vec{\mathrm{n}} \times \left(\vec{E}_1 - \vec{E}_2\right) = 0 \qquad (4)$$

$$\vec{n} \cdot \left(\sigma_1 \vec{E}_1 - \sigma_2 \vec{E}_2\right) = 0 \qquad (5)$$

Já o campo magnético $\vec{H}$ é definido por

$$\vec{H} = \vec{B}/\mu \qquad 6)$$

onde μ representa a permeabilidade do meio e $\vec{B}$ é a densidade de fluxo magnético que é calculado através da utilização de um potencial vetor magnético A_z

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

7)

onde $\vec{A} = (0,0,A_z)$.
O potencial vetor magnético A_z, que como observado na figura vale $A_z = 0$ na fronteira externa do domínio, é obtido por meio da manipulação das equações de Maxwell

$$\nabla^2 A_z = -\mu \cdot J_z$$

8)

onde J_z é o vetor de densidade de corrente nas linhas de transmissão que para sistemas elétricos simétrico e equilibrados vale

$$J_z = \frac{I_{max}}{2\,\pi\, r_c}\, e^{j(\omega t + \phi_c)} \qquad (9)$$

em que $I_{max}\, e^{j\omega t}$ representa a corrente nominal complexa circulando nos condutores e r_c é o raio dos cabos condutores. Fora das linhas de transmissão $J_z = 0$.
As condições de contorno para grandezas magnéticas em Γ são

$$\vec{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0 \tag{10}$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \tag{11}$$

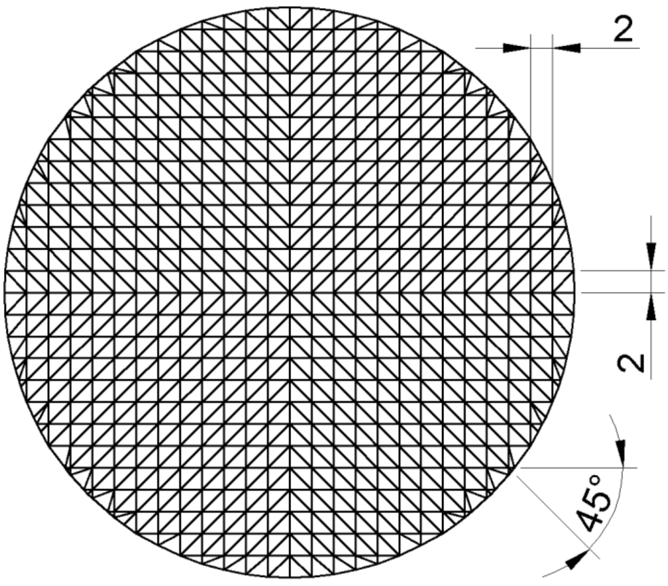
onde $\vec{n}$ é um vetor normal a superfície da fronteira Γ e σ_1 e σ_2 representam as condutividades dos meios 1 e 2.

1) Assuma que a superfície externa do carro é um equipotencial e que os valores das constantes no domínio da figura são

$V_{max}[kV]$	$I_{max}[A]$	$\phi_c[rad]$	$f[Hz]$	$r_c[m]$
500	200	0	60	0,02

$\mu_{ar}[H/m]$	$\mu_{solo}[H/m]$	$\sigma_{ar}[S/m]$	$\sigma_{solo}[S/m]$
$1{,}2566 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 1{,}2567 \cdot 10^{-6}$	$1{,}0 \cdot 10^{-10}$	$1{,}0 \cdot 10^{-2}$

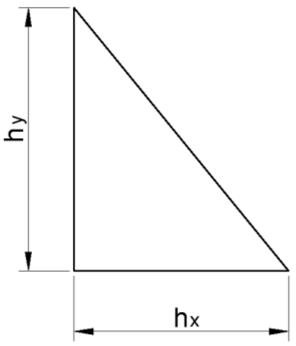
Considere as constantes dadas e as condições de contorno apresentadas anteriormente e resolva o problema no domínio da figura utilizando o método dos elementos finitos (MEF) com malha triangular (ver figura abaixo), utilizando interpolação linear e levando em conta a simetria do domínio:



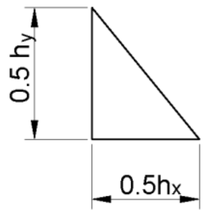
a) Plote a distribuição dos escalares V(x,y) e $A_z(x, y)$ utilizando curvas de nível no domínio da figura.

b) Plote o vetor de densidade de fluxo magnético $\vec{B}$(x,y), o vetor de intensidade de campo magnético $\vec{H}$(x,y) e o vetor de intensidade de campo elétrico $\vec{E}(x, y)$ (use o comando apropriado no SCILAB ou MATLAB). ;

Para os itens a) e b) utilize dois tipos de discretizações, sendo que, na segunda discretização, o tamanho dos elementos seja a metade do tamanho dos elementos da primeira discretização (ver exemplo abaixo).



Discretização 1



Discretização 2

APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

Os trabalhos podem ser feitos em grupos de no máximo dois alunos ou individualmente. Os resultados devem ser apresentados da seguinte forma:

a) Inicialmente, apresente todo o equacionamento do problema a ser implementado no SCILAB (ou MATLAB).
b) NÃO será aceita a utilização de comandos prontos do SCILAB (ou MATLAB) para a solução da equação de derivadas parciais acima.
c) Todos os resultados do tipo f(x,y) devem ser plotados usando-se funções do SCILAB (ou MATLAB) como mesh, contour, surf, etc…(escolha uma) (coloque título e legenda nos gráficos). NÃO será aceita a simples apresentação de tabelas ou a listagem dos valores da função nos nós da malha.
d) A geração da malha de elementos finitos pode ser feita de forma simples e específica para esse problema.
e) O sistema matricial final pode ser resolvido simplesmente usando-se um comando do SCILAB (ou MATLAB) do tipo x=A-1*b. No entanto, caso o tamanho da matriz seja maior do que o máximo permitido pelo SCILAB (ou MATLAB) use um método iterativo como Gauss-Seidel ou Sobre-relaxação.
f) NÃO use os comandos de manipulação simbólica do SCILAB (ou MATLAB) na solução desse problema.
g) NÃO usar o módulo Workbench do Ansys.
h) Entregue os arquivos *.sci (ou *.m), os quais devem estar decentemente comentados.
i) Qualquer discussão ou comparação deve ser acompanhada de gráficos e/ou outras indicações que o levou às conclusões.
j) Entregue o relatório impresso quando as atividades presenciais da USP retornarem à normalidade. NÃO será aceita a entrega do relatório em disquete ou por e-mail. O relatório deve ser organizado em seções, os resultados devem ser discutidos e apresentados na sequência descrita neste EP, e no final do relatório deve incluir uma conclusão.
k) O prazo final para entrega do relatório será informado depois, assim que a CG nos passar uma posição de como e quando serão feitas as avaliações com nota.