- ➢ Optimización con función cuadrática
- ➢ Ecuaciones exponenciales y logarítmicas
- ➢ Funciones logarítmicas

1. Determine el CVA y el CS de las siguientes ecuaciones:

a. $4 \cdot 3^{x+1} - 9^{x-1} = 243$

Sol:

* C.V.A $= \mathbb{R}$

* $4 \times 3^{x+1} - (3^2)^{(x-1)} = 243$

$4 \times 3^{x+1} - 3^{2(x-1)} = 243$

$4 \times 3^x \times 3 - 3^{2x-2} = 243$

$12\,3^x - \frac{1}{9} \cdot 3^{2x} = 243$

$12\,3^x - \frac{1}{9}(3^x)^2 = 243$

$12a - \frac{1}{9}a^2 = 243$

$\frac{1}{9}a^2 - 12a + 243 = 0$

$3^{2x-2} = 3^{2x-2}$

$= 3^x \cdot \frac{1}{3^2}$

$3^{2x} = (3^x)^2$

Hacemos $3^x = a$

Calculadora:

$a = 81 \quad , \quad a = 27$

$3^x = 81 \ \wedge \ 3^x = 27$

$x = \lg_3(81) \ \wedge \ x = \lg_3(27)$

$x = 4 \ \wedge \ x = 3$

C.S $= \{4; 3\}$

a.

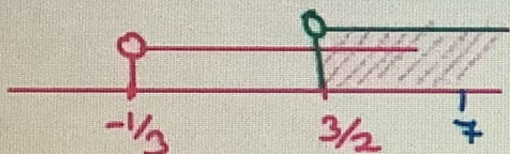
b. $\log(3x+1) - \log(2x-3) = 1 - \log 5$

b. $\log(3x+1) - \log(2x-3) = 1 - \log 5$

Sol b

* $C.V.A = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 3x+1 > 0 \wedge 2x-3 > 0\}$

$x > -\frac{1}{3} \wedge x > \frac{3}{2}$



* $C.V.A = \left]\frac{3}{2}; +\infty\right[$ ✓

* $\lg(3x+1) - \lg(2x-3) + \lg 5 = 1$

$\rightarrow \lg_{10}\left[\frac{(3x+1)\cdot 5}{2x-3}\right] = 1$

$\frac{(3x+1)\cdot 5}{2x-3} = 10^1$

$15x + 5 = 20x - 30$

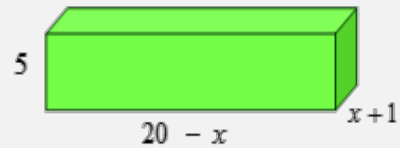
$35 = 5x$

$\Rightarrow x = 7 \in C.V.A$ ✓

$\therefore CS = \{7\}$.

3. Una fábrica de turrones desea diseñar una caja para su producto, cuyas longitudes (en cm) se muestra en la figuraDetermine

a. Una función V para el volumen en términos de x y su dominio restringido.
b. Las dimensiones de la caja para que el volumen sea el máximo posible.



Sol:

Def:

V: Volumen (cm^3)

x: en la imagen (cm)

función:

$v(x) = 5(20-x)(x+1)$

$V(x) = 5(20x + 20 - x^2 - x)$

$V(x) = -5x^2 + 95x + 100$

Restricciones:

$20 - x > 0 \wedge x + 1 > 0$

$20 > 0 \wedge x > -1$

$-1 < x < 20$

$x \in]-1; 20[$

$V(h; k)$ $h = x$, $k =$ Volumen

1ero $\Rightarrow h = \frac{-b}{2a} \rightarrow h = 9{,}5$

2do $\Rightarrow k = f(9{,}5) = 551{,}25 \Rightarrow$ Volumen maximo

L: 20 − 9,5

L: 10,5 cm

An: 9,5 + 1

An: 10,5 cm

Al: 5 cm

Dada la función f con regla de correspondencia $f(x) = \begin{cases} 2^{x+1} - 2, & \text{si } x \leq 1 \\ \ln(x-1), & \text{si } x > 1 \end{cases}$. Trace su gráfica, calcule e indique las coordenadas de los puntos de corte con los ejes. Además, escriba la ecuación de la asíntota, indicando si es vertical u horizontal.

Sol:

$f_1(x) = 2^{x+1} - 2 \; ; \; x \leq 1$

$f_2(x) = \ln(x-1) \; ; \; x > 1$

tabulación

x	$f_1(x)$
1	2
0	0
−1	−1

Asíntota

$y = 2^{x+1} - 2$

$y = -2$

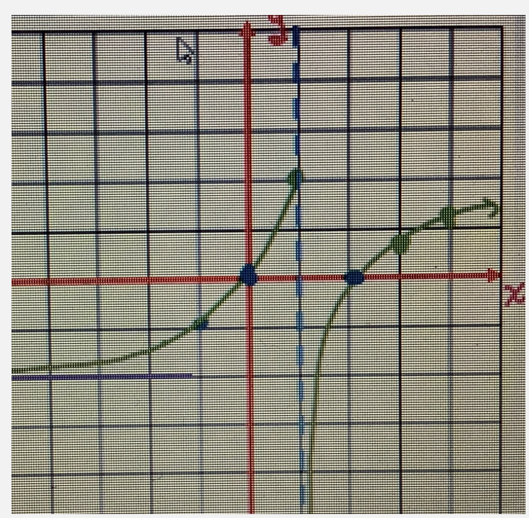
tabulación

x	$f_2(x)$
2	0
3	0,693
4	1,098

Asíntota

$x - 1 = 0$

$x = 1$



Dada la función f con regla de correspondencia $f\ x = \log_3(5-x)+1$. Trace su gráfica y justifique que f^{-1} existe, luego determine la regla de correspondencia de f^{-1} y su dominio.

Sol

$\text{Dom} f = \{x \in \mathbb{R} / 5 - x > 0\}$

$\text{Dom} f =]-\infty ; 5[$

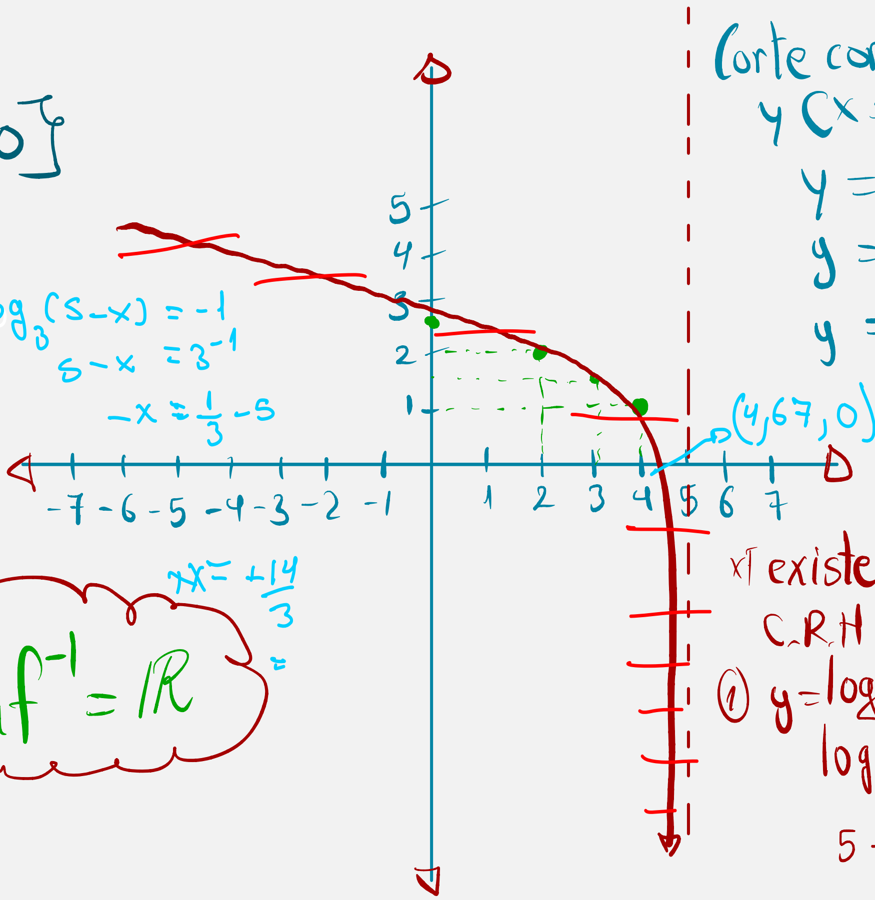
tabulación

x	$f(x) = y$
5	Asíntota
4	1
3	1,63
2	2

Asíntota

$x - 5 = 0$

$x = 5$



$\log_3(5-x) = -1$

$5 - x = 3^{-1}$

$-x = \frac{1}{3} - 5$

$x = +\frac{14}{3} =$

$\text{Dom} f^{-1} = \mathbb{R}$

Corte con el eje y $(x=0)$

$y = f(x)$

$y = f(0)$

$y = 2,46$

f^{-1} existe por el C.R.H

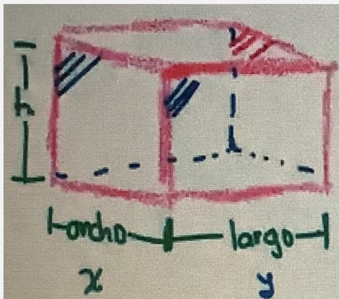
① $y = \log_3(5-x)+1$

$\log_3(5-x) = y-1$

$5 - x = 3^{y-1}$

$x = 5 - 3^{y-1}$

Una caja rectangular con tapa, de altura h se construye teniendo en cuenta que las medidas del largo y el ancho suman 40 unidades. Determine una función que exprese su área total en términos de su lado menor x, y determine su dominio restringido.



→ Area total

$A = 2x.h + 2y.h + 2x.y$

$= 2x.h + 2(40-x)h + 2x(40-x)$

$A(x) = \cancel{2x}.h + 80h - \cancel{2x}h + 80x - 2x^2$

$A(x) = -2x^2 + 80x + 80h$

Def

x: ancho de la caja

A: Área total

Dato

$x + y = 40$

$y = 40 - x$

Restricciones

$x>0 \wedge y>0$, $h>0$ → $x<y$

$40-x>0$

$40>x$

$x < 40-x$

$2x < 40$

$x < 20$

$0<x<40$

→ $x \in]0;40[$ ⇝ $x \in]0;20[$