



Controladores Proporcional Integral Derivativo (PID)

Ing. Eddie Angel
Sobrado Malpartida
sobrado.ea@pucp.edu.pe

Consideraciones

- Para controlar un proceso es necesario:
 - ✓ Conocer las características del proceso
 - ✓ Tener conocimientos básicos de los conceptos de control
 - ✓ Aprovechar las bondades que tienen los equipos modernos
 - ✓ Conocer algunas estrategias de control para aplicaciones más complejas

Variable del proceso, Set Point y Error

Variable del proceso PV

- La variable medida que se desea estabilizar (controlar) recibe el nombre de variable del proceso ('process value') y se abrevia PV.
- Un ejemplo de variable de proceso es la temperatura la cual mide el controlador mediante un termopar o un pt100.
- Otro ejemplo de una PV puede ser un caudal (litros/min), este se mide mediante un sensor y su transductor adecuado que entreguen una señal de 4 a 20mA proporcional al caudal. La corriente 4-20mA entra al controlador donde se reescala a las unidades originales de la PV

Variable del proceso, Set Point y Error

Variable del
proceso PV

- Otros ejemplos pueden ser velocidad, presión, humedad, etc, cada uno medida con el sensor adecuado y se conviertan comúnmente a 4-20mA para ingresar al controlador

Variable del proceso, Set Point y Error

Set Point SP

- El valor prefijado (Set Point, SP) es el valor deseado de la variable del proceso, es el valor al cual el control se debe encargar de mantener la PV.
- Por ejemplo en un horno la temperatura actual es 155°C y el controlador esta programado de modo de la llevar la temperatura a 200C:

Luego $PV=155$ y $SP = 200$

Error

- Se define error como la diferencia entre la variable del proceso PV y el set Point SP:

$$E=SP-PV$$

- En el ejemplo anterior $E=Sp-PV=200^{\circ}C-155^{\circ}C=45^{\circ}C$
- Recuerde que el error puede ser positivo o negativo. EN este caso será positivo cuando la temperatura sea menor que el Set Point $PV<SP$

Objetivos de Control

- Las características de un buen control son difíciles de determinar de forma genérica, y son muy independientes del tipo de planta sobre la que se trabaja. Sin embargo se intenta obtener una respuesta del proceso (PV):

- ✓ Estable
- ✓ Rápido
- ✓ Adecuadamente amortiguado
- ✓ Aceptable error en régimen estacionario (lo ideal cero)



- El sistema de control debe **atenuar los efectos** de ruidos, perturbaciones y cambios de carga mientras la planta se mantiene a un **SP constante**

Acciones de control

Control Proporcional
(P)

Control Proporcional

- El **control de dos posiciones** produce variaciones y un ciclaje continuo que muchos procesos no pueden tolerar.
- El **control proporcional** modula al elemento final de control en forma continua entre los límites máximos y mínimos.
- La relación entre la señal de salida del controlador $u(t)$ y la señal de error $e(t)$ es:

$$u(t) = Kp * e(t)$$

Donde : $e(t) = SP - PV(t)$

Kp : **constante de proporcionalidad** o conocida como **ganancia** del controlador (Kc)

Control Proporcional: Ganancia

- Su equivalente en función de transferencia se obtiene aplicando la transformada de Laplace:

$$U(s) = Kp * E(s)$$

- Este tipo de controlador puede ser visto como un amplificador con una ganancia ajustable, su representación es la mostrada en la figura.

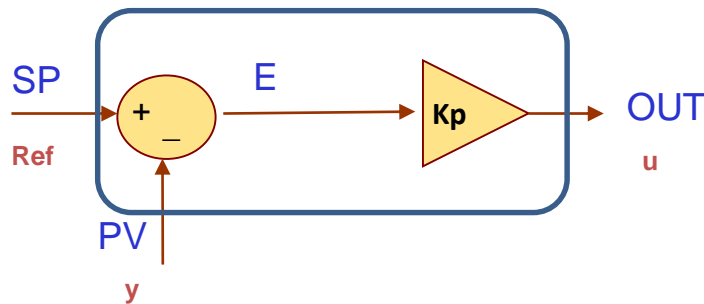
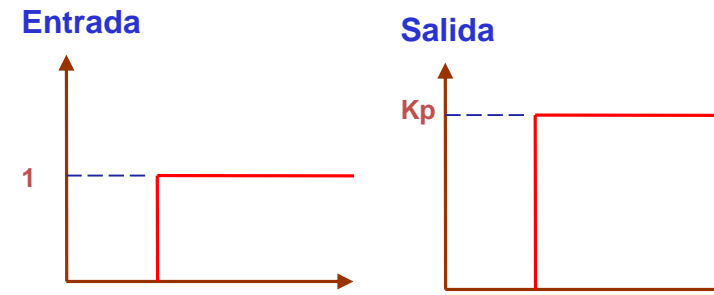


Diagrama de bloques de la acción proporcional



Representación grafica de la acción proporcional

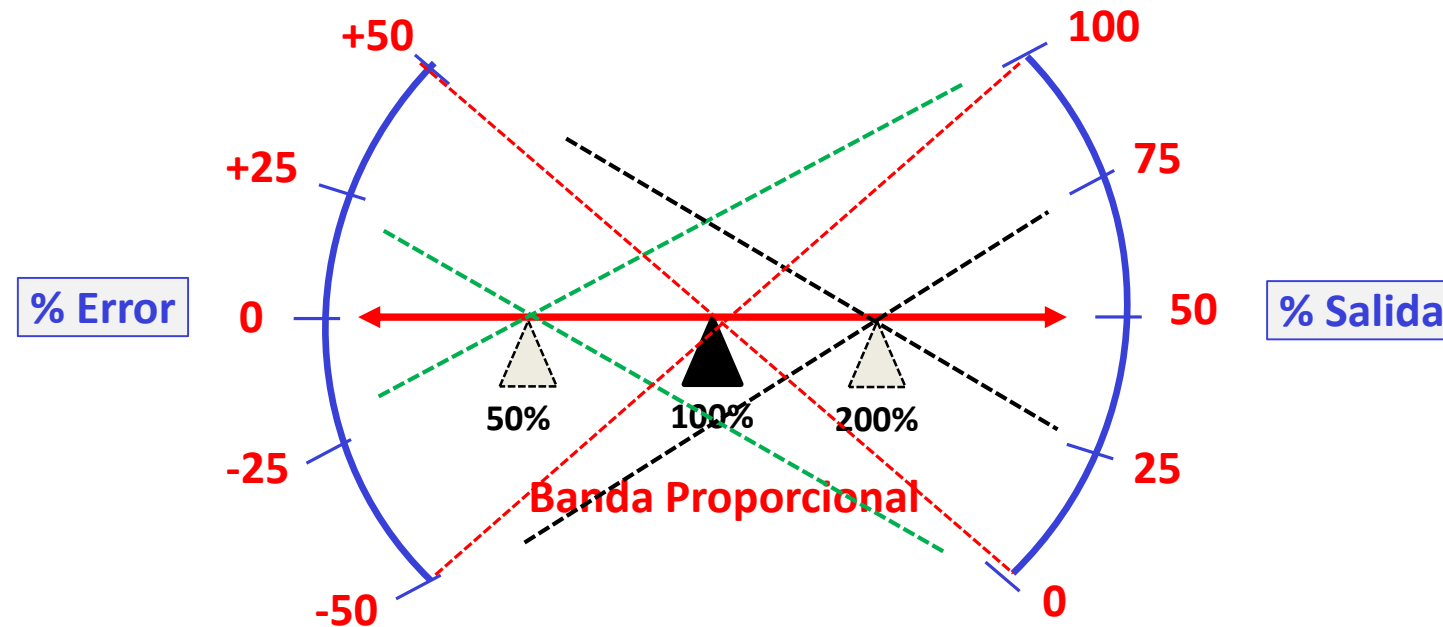
Control Proporcional: Banda Proporcional

- El controlador proporcional es esencialmente un amplificador con ganancia ajustable (K_p)
- También K_p se expresa como **banda proporcional** (BP).
- La banda proporcional es la inversa de la ganancia **expresada en porcentaje**:

$$BP(\%) = \frac{100}{K_c} \%$$

Control Proporcional: Banda Proporcional

- La **BANDA PROPORCIONAL** es el porcentaje de cambio de plena escala que se **requiere** en la entrada del controlador ($e(t)$), para cambiar su salida de control (**OUT(t)**) de 0 a 100%.



- La Banda proporcional se define como el **error requerido** (como porcentaje del fondo de escala) para provocar un cambio del 100% en la salida del controlador

Control Proporcional: Banda Proporcional

- Como una manera de aclaración de este concepto, comparemos en la tabla algunos valores de BP con sus equivalentes en ganancia:

Banda Proporcional	Ganancia
1%	100.0
10%	10.0
50%	2.0
100%	1.0
500%	0.2
1000%	0.1

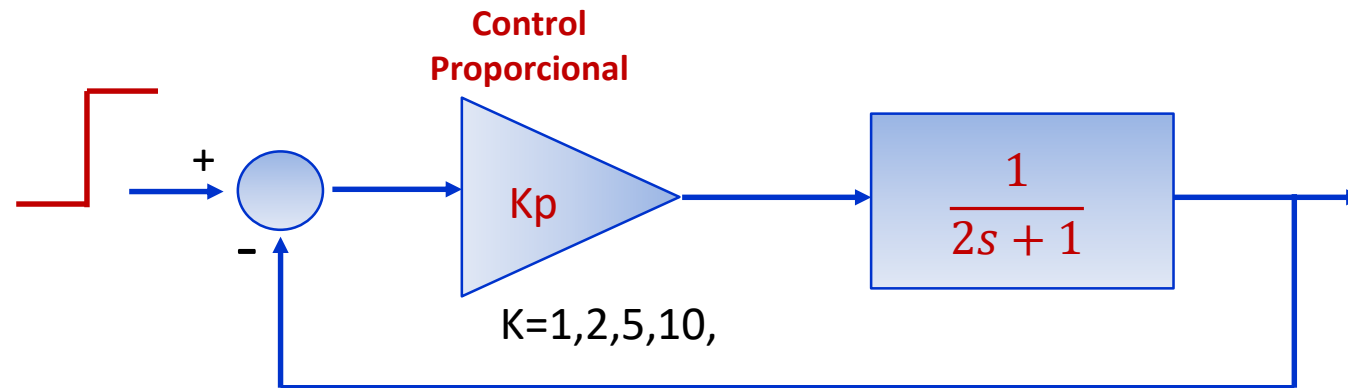
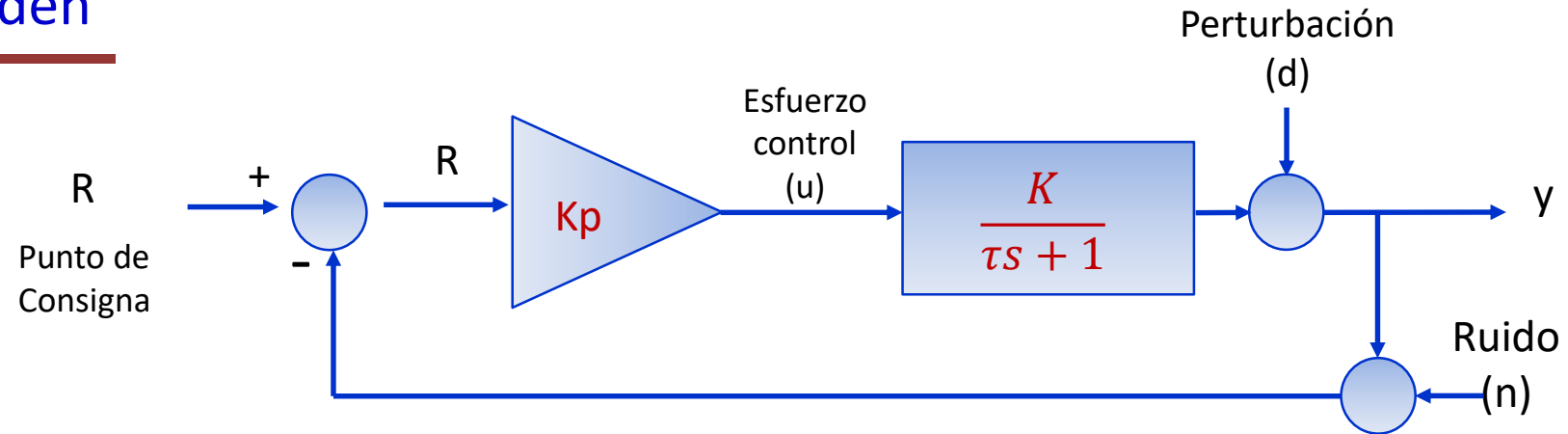
Comparación entre Banda Proporcional y Ganancia

Control Proporcional: Banda Proporcional

- Un aumento de la ganancia significa disminuir la BP.
- La ganancia o banda son ajustables y se modifican en el campo para una respuesta óptima a cambios del proceso.
- Los controladores industriales actualmente, utilizan el ajuste de ganancia y/o banda proporcional.

Simulación de un Control Proporcional

Planta de 1er orden



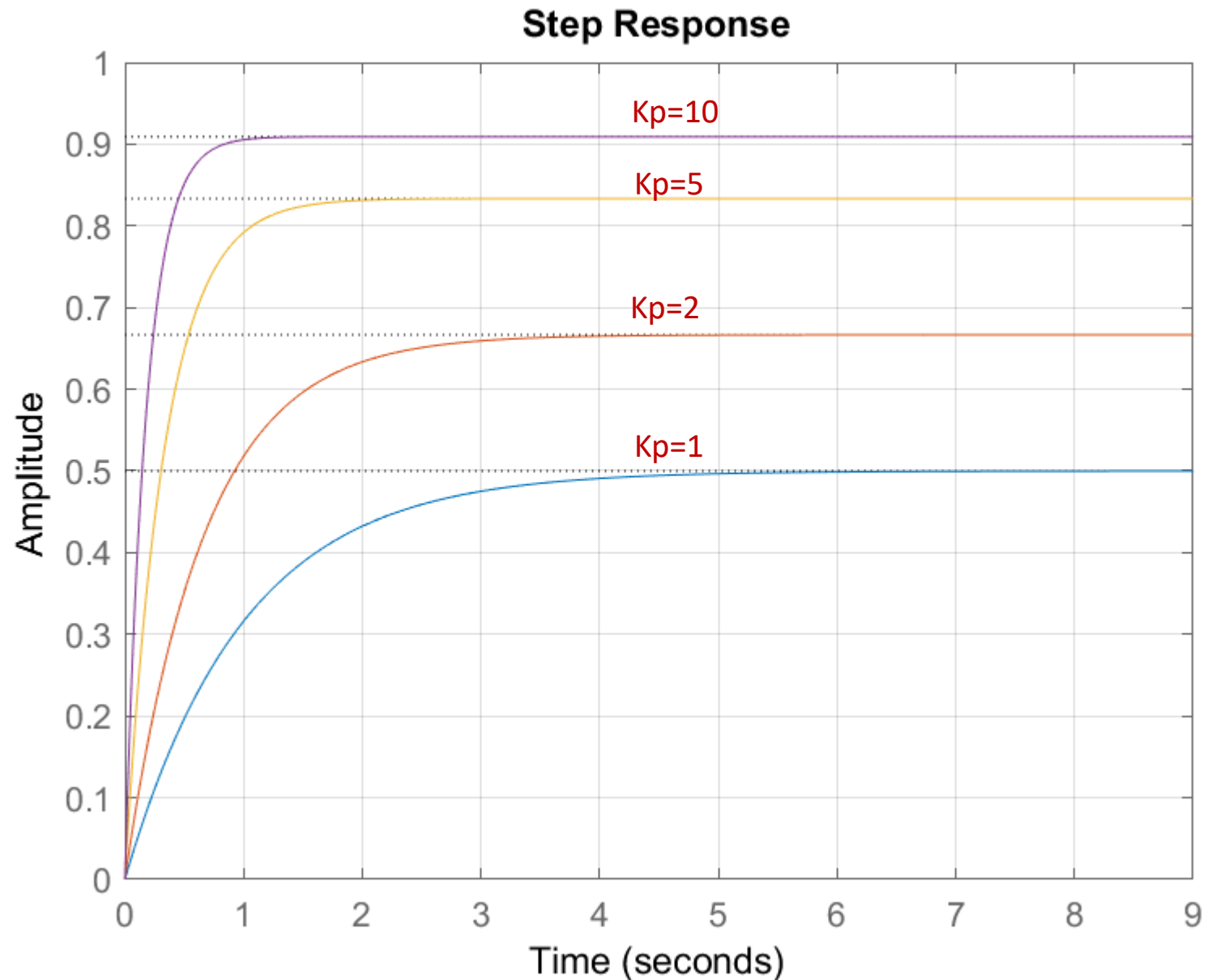
Simulación de un Control Proporcional

Respuesta en el tiempo

Notar que para diversos valores de K el error disminuye

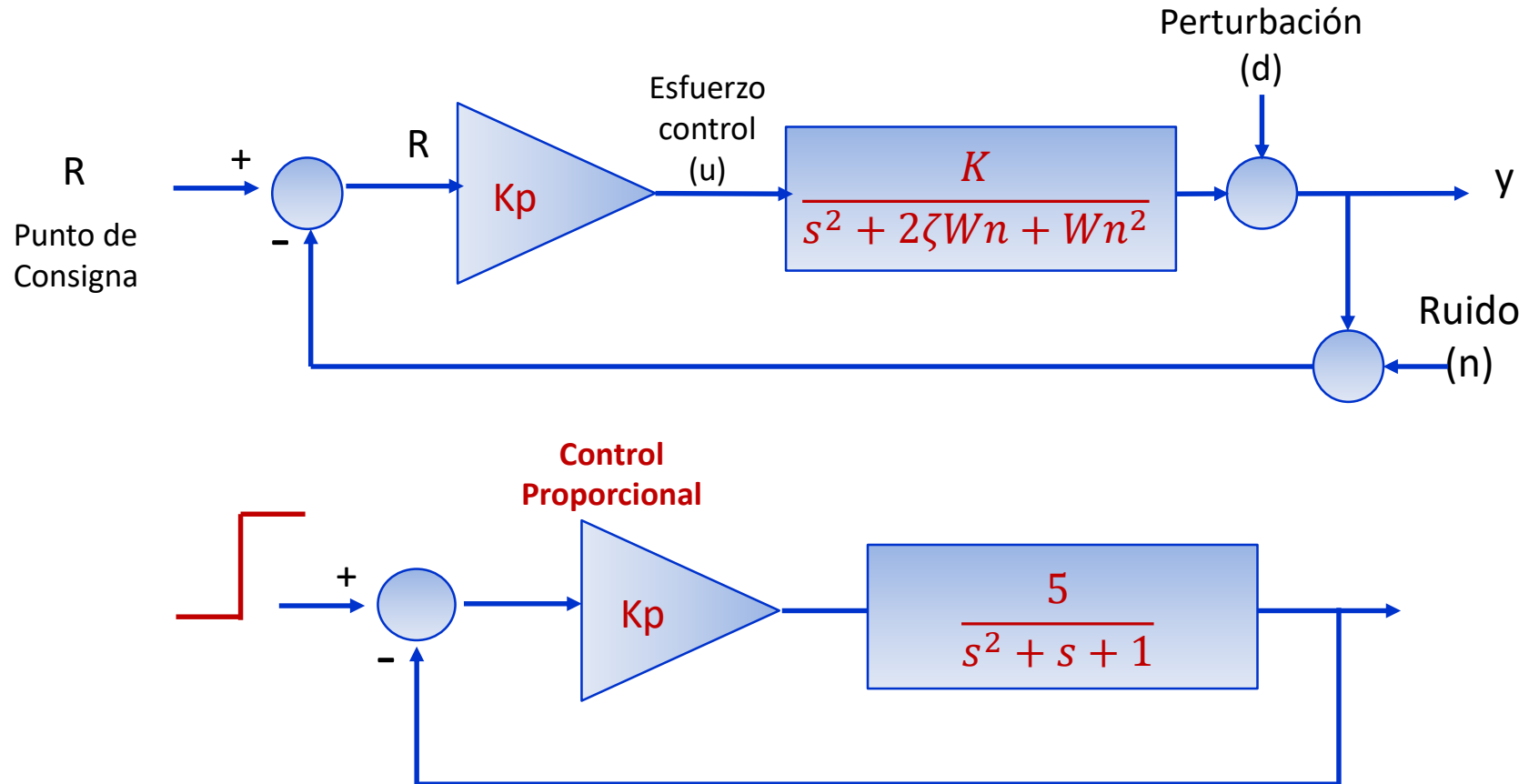


```
den =[2 1 ]  
for k=[1 2 5 10]  
num=k  
sistema=tf(num,den)  
sist=feedback(sistema,1)  
step(sist)  
hold on  
end  
grid
```



Simulación de un Control Proporcional

Planta de 2do orden



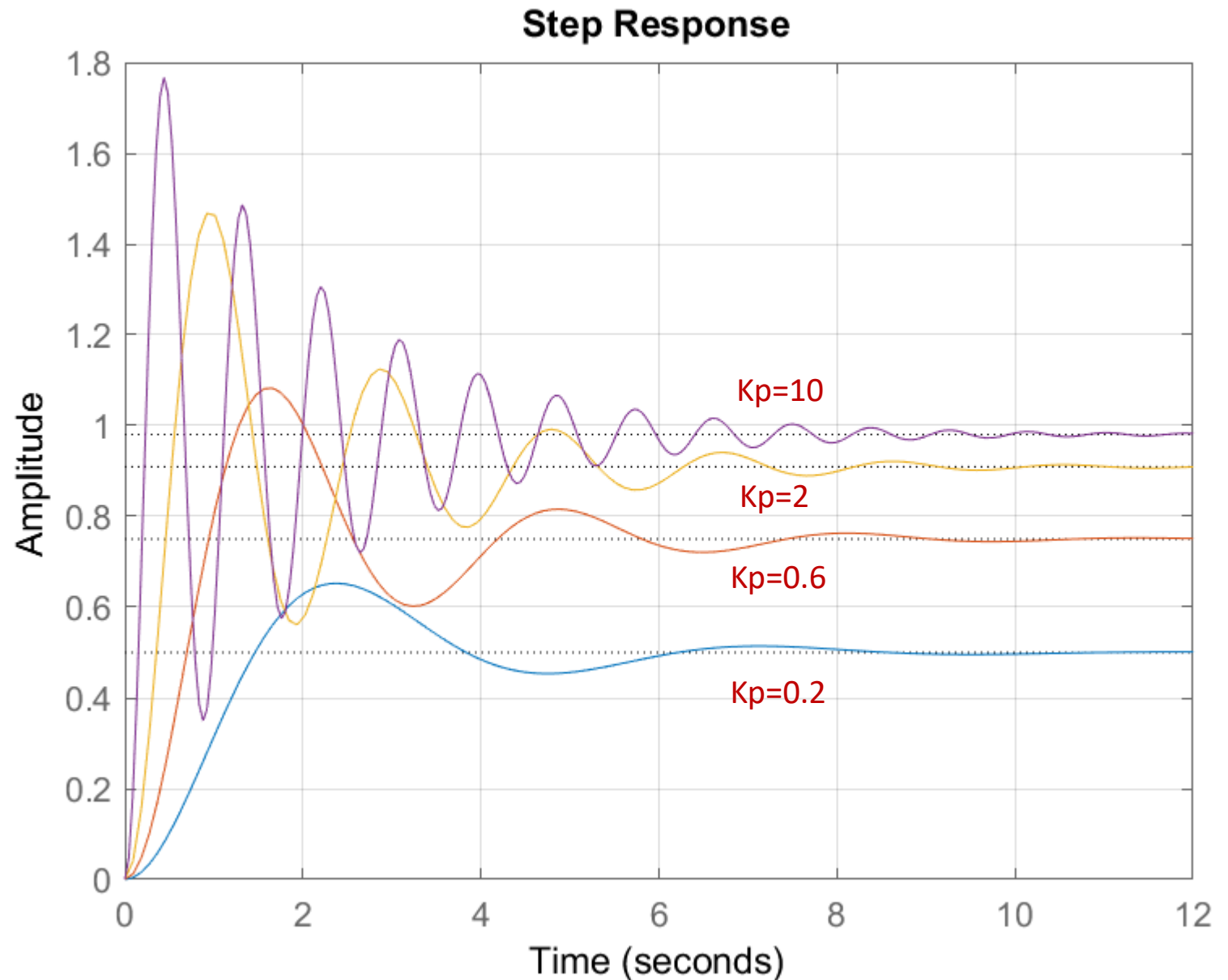
Simulación de un Control Proporcional

Respuesta en el tiempo

Notar que para diversos valores de K el error disminuye



```
den=[1 1 1]
for k=[0.2 0.6 2 10]
num=5*k
sistema=tf(num,den)
sist=feedback(sistema,1)
step(sist)
hold on
end
grid
```



Consideraciones del control P

Como ventajas se pueden mencionar:

- La **instantaneidad** de aplicación
- La facilidad de comprobar los resultados

Como desventajas:

- La **falta** de **inmunidad al ruido**
- La imposibilidad de corregir algunos **errores** en el **régimen permanente**.
- El **aumento de la ganancia** proporcional en forma exagerada puede hacer que **transformen al sistema en inestable**.

Acciones de control

Control Integral

(I)

Control Integral

- En este control la salida $u(t)$ es proporcional a la integral de la entrada $e(t)$:

$$u(t) = K_i * \int_0^t e(t).dt$$

Donde : $e(t) = SP - PV(t)$
 K_i : constante integral

- Es decir, la respuesta del controlador es **proporcional a la duración de la señal de error o desviación**
- Transformando por Laplace:

$$U(s) = K_i * \frac{E(s)}{s}$$

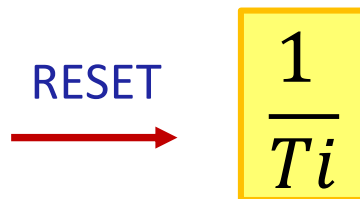
Asumiendo condiciones iniciales cero

Ganancia Integral y Tiempo Integral

- Se suele poner las distintas constantes en función de la ganancia proporcional k_p , de esta forma se define a la constante k_i como:

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} \quad T_i : \text{tiempo integral}$$

- Un rápido análisis dimensional muestra que $1/T_i$ representa a una frecuencia, la que se denomina frecuencia de reposición ó RESET, y no es más que la cantidad de veces que se acumula la acción proporcional por la presencia de la acción integral , si el error persiste y es constante.



Ganancia Integral y Tiempo Integral

- El tiempo integral T_i es el **intervalo de tiempo** que se requiere para obtener una **variación de OUT** igual a la que se obtiene con sólo un **controlador tipo P**, estimulando al sistema con una función escalón.
- Las unidades de T_i es **minutos (segundos) por repetición**, es decir el tiempo en minutos (segundos) necesario para repetir la acción proporcional
- La constante de proporcionalidad K_i representa el **número de veces por minuto (velocidad de reajuste)** que la acción integral hace una corrección igual en magnitud a la corrección de la acción proporcional. Se expresa en **repeticiones por minuto**

$$K_i = 12 \text{ repeticiones por minuto}$$

$$T_i = 1/K_i = 1/12 = 0.083 \text{ minutos por repetición}$$

$$K_i = 12/60 = 0.2 \text{ repeticiones por segundo}$$

$$T_i = 1/K_i = 1/0.2 = 5 \text{ segundos por repetición}$$

Control Proporcional + Integral

- El valor de la salida del controlador $u(t)$ se cambia a una razón proporcional a la señal de error $e(t)$, es decir:

$$u(t) = Kp * e(t) + \frac{Kp}{Ti} * \int_0^t e(t).dt$$

- Siendo su equivalente en función de la transferencia de Laplace:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = Kp * \left[1 + \frac{1}{sTi} \right]$$

Donde Kp = Ganancia proporcional Ti = Tiempo Integral.

Control Proporcional + Integral

- La salida del controlador está constantemente **cambiando mientras existe error**, lo cual permite eliminar este error.
- Ambos parámetros son ajustables, el **tiempo integral** ajusta la acción de control integral, mientras que un cambio en el valor de la **ganancia proporcional**, afecta las partes integral y proporcional de la acción de control.

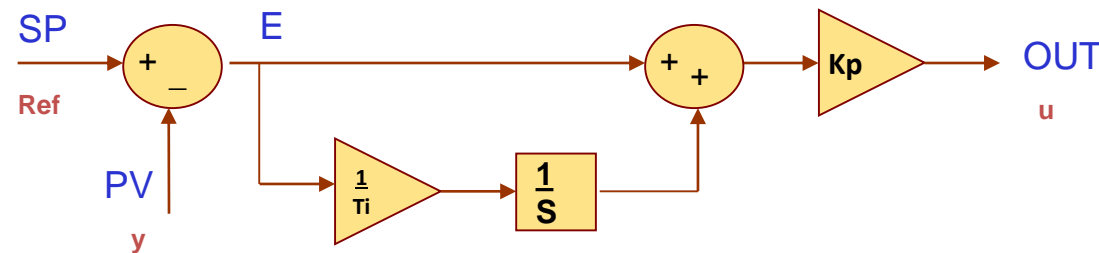


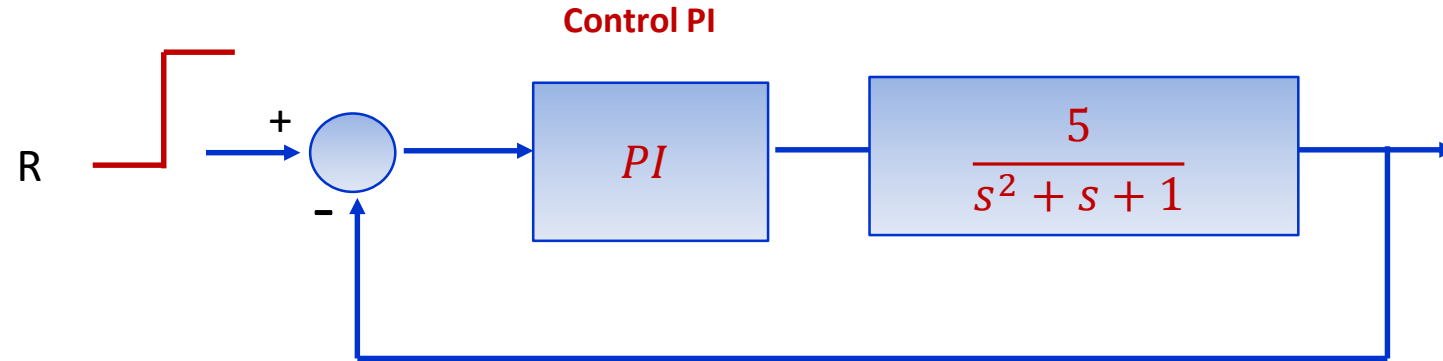
Diagrama de bloques de la acción integral

Consideraciones del control PI

- Mejora el amortiguamiento y reduce el sobrepaso máximo
- Incrementa el tiempo de levantamiento (respuesta lenta), mejora el margen de ganancia y de fase y la magnitud de pico de resonancia y filtra el ruido a alta frecuencia (filtro pasa bajo), disminuye el ancho de banda.
- Elimina error permanente. es decir, si el error en estado estable a una entrada dada es constante, el control PI lo reduce a cero.
- Este tipo de controlador se utiliza generalmente cuando se desea mejorar el error en estado estacionario.
- Los sistemas se pueden hacer más oscilatorios e inestables, si no se ajusta correctamente el parámetro integral.
- Aumenta el tipo del sistema en 1: Agrega un polo en el origen de la función de transferencia en lazo abierto.
- Además, la acción integral es desestabilizadora, razón por la cual va siempre acompañada por la acción proporcional
- Hace aparecer el efecto indeseable denominado wind-up (cuando el actuador satura).

Simulación de un Control PI

Planta de 2do orden



Simulación de un Control PI

Respuesta en el tiempo

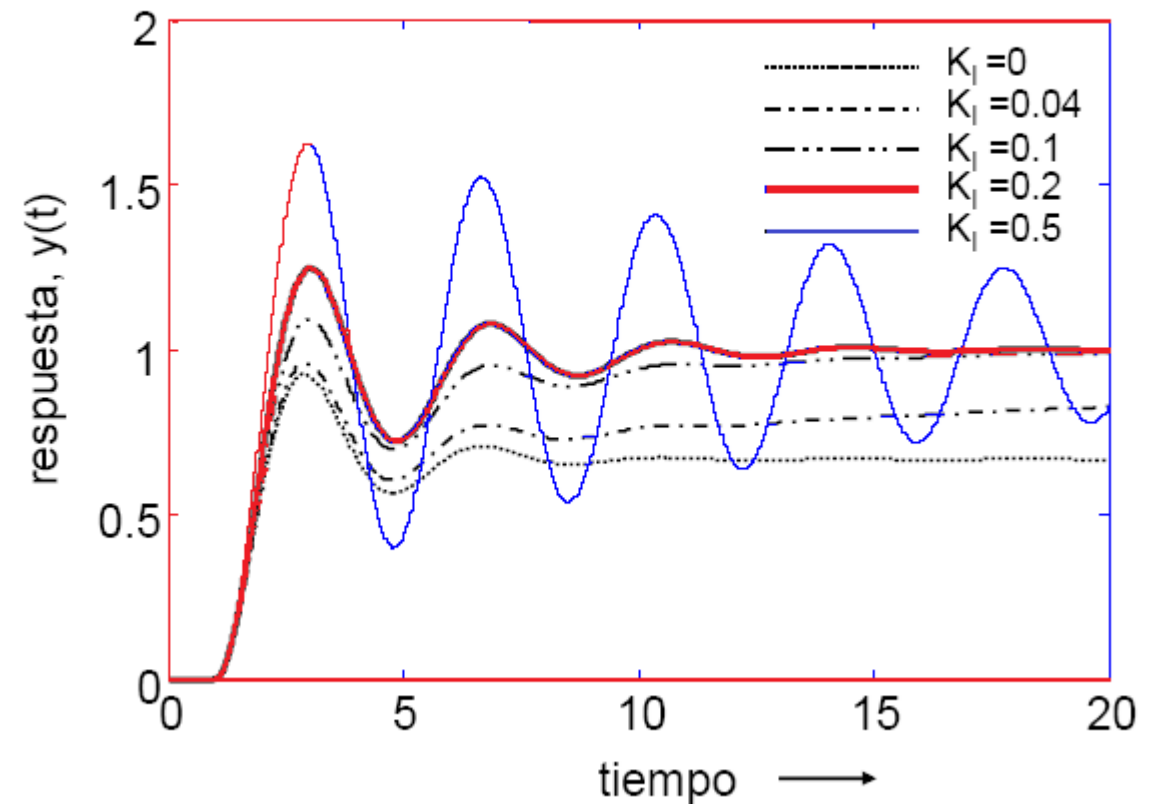
Notar que para

Matlab 

falta

Ejemplo: [Control PI de una Planta de 2^{do} Orden]

$K_P=0.4$ (cte)



Acciones de control

Control Derivativa

(I)

Control Derivativo

- En este caso la salida $u(t)$ es proporcional a la primera derivada de $e(t)$.

$$u(t) = kd \frac{de(t)}{dt}$$

$$kd = Kp * Td$$

$$e(t) = SP - PV(t)$$

Kp : Ganancia proporcional

Td : tiempo derivativo

- Transformando a Laplace y con condiciones iniciales nulas

$$\frac{U(s)}{E(s)} = sKd$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = sKpTd$$

Control Proporcional + Derivativo

- La acción y su función de transferencia se definen como:

$$u(t) = Kp * e(t) + kp * Td \frac{de(t)}{dt}$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = Kp * [1 + sTd]$$

Donde :

- $e(t) = SP - PV(t)$
- Kp : Ganancia proporcional
- Td : tiempo derivativo

- La acción derivativa es anticipativa , es decir adelanta la acción de control frente a la aparición de una tendencia de error (derivada), esto tiende a estabilizar el sistema

Control Proporcional + Derivativo

- La magnitud de señal de salida de este tipo de acción, también llamada control de velocidad, es **proporcional a la velocidad de cambio de la señal de error**. (derivada del error) por lo que apenas $e(t)$ varíe su valor la derivada de $e(t)$ lo demostrará y con mayor valor cuanto mas violenta sea la variación , confiriéndole al controlador características de anticipar la acción de control lo que se interpreta como **velocidad de reacción**.
- Su diagrama de Bloques se muestra:

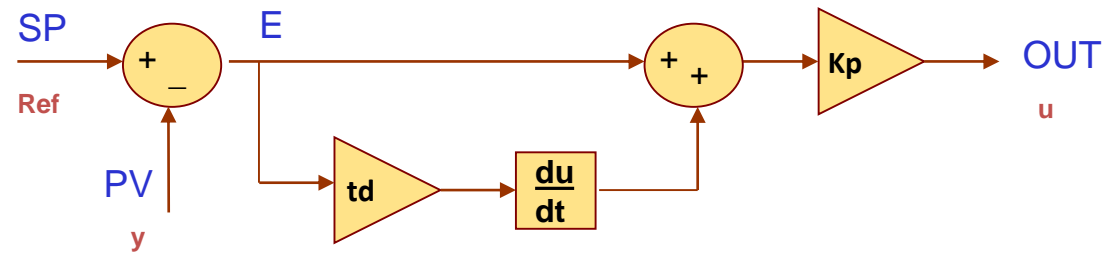
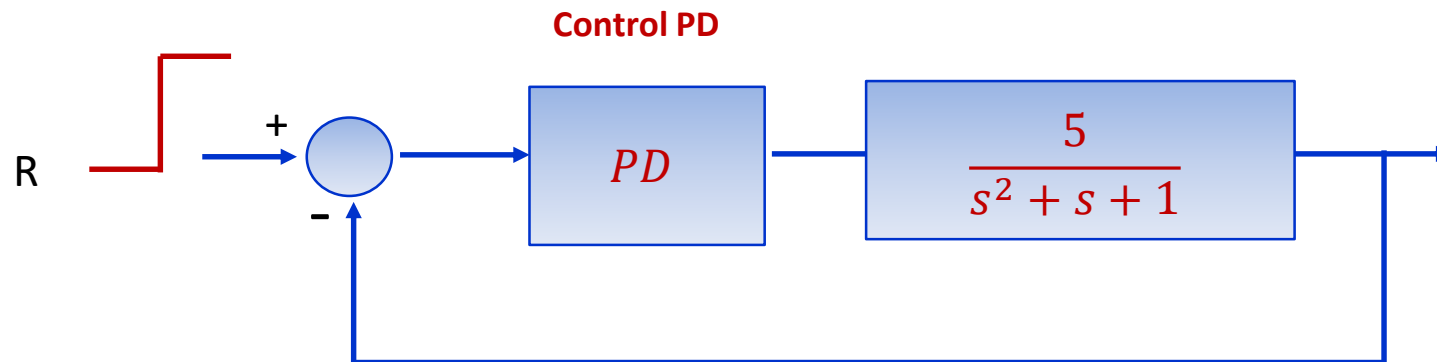
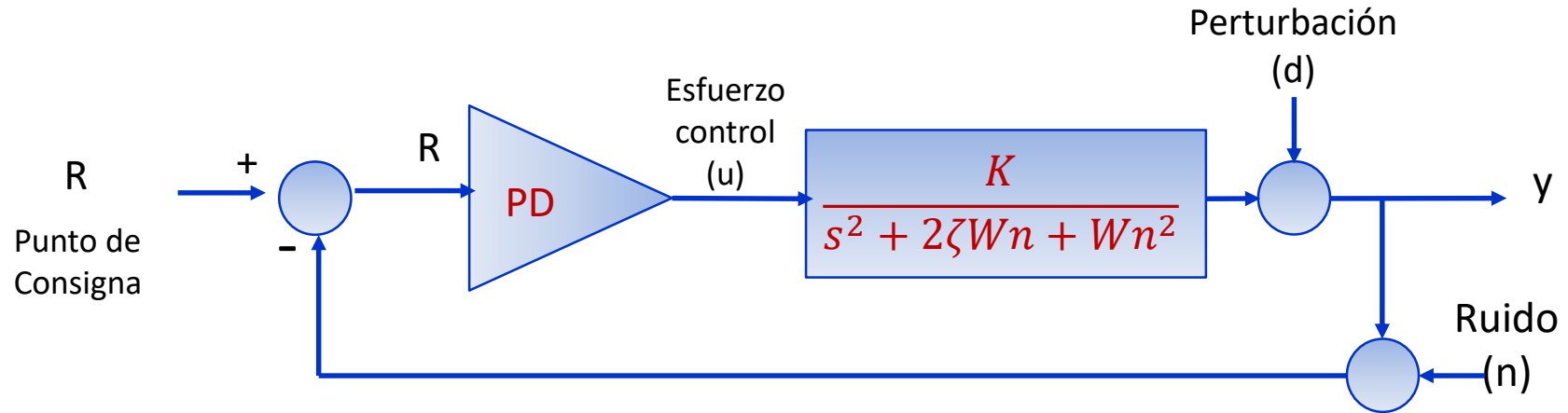


Diagrama de bloques de la acción derivativo

Simulación de un Control PD

Planta de 2do orden

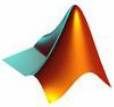


Simulación de un Control PD

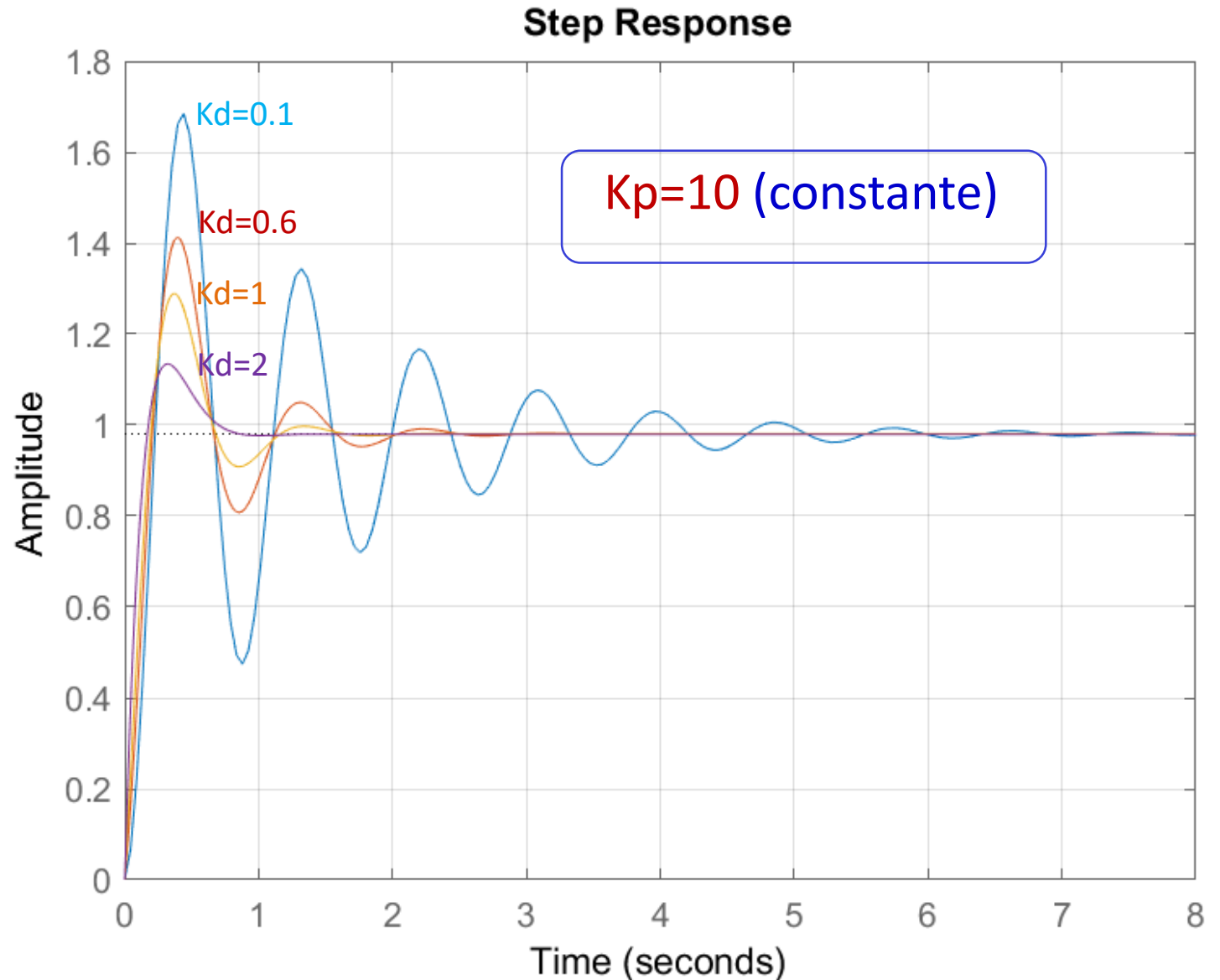
Respuesta en el tiempo

Notar que para

Matlab



```
denc=1  
den=[1 1 1];  
kp=10;  
for kd=[0.1 0.6 1 2]  
    numc=[kd kp]  
    num=5  
    numt=conv(numc,num)  
    sistema=tf(numt,den)  
    sist=feedback(sistema,1)  
    step(sist)  
    hold on  
end  
grid
```



Consideraciones del control PD

- Agrega un cero en el origen de la función de transferencia en lazo abierto.
- Mejora el **amortiguamiento** y reduce el **sobrepaso máximo**
- Aumenta la **velocidad de la respuesta** del lazo cerrado, como consecuencia reduce el tiempo de establecimiento
- Incrementa el **ancho de banda** mejora el margen de ganancia y de fase y la magnitud de pico de resonancia. Como problema puede acentuar el ruido en altas frecuencias y no es efectivo para sistemas ligeramente amortiguados o inicialmente estables
- Generar grandes señales de control en presencia de errores de control de frecuencias altas, por ello es **inaplicable ante la presencia de ruido**, este hace que la variable de control tome valores contrapuestos y máximos cuando la pendiente del ruido entra como señal de error. Esto también puede ocurrir en cambios bruscos de SP. Es necesario entonces filtrar la señal para eliminar el ruido. Los filtros pueden ser

Consideraciones del control PD

- Adecuado en sistemas con grandes cantidades de inercia o retardos como ocurre con la temperatura
- Esta acción es inversa a la integral en el sentido que acelera en vez de retardar
- Llamada modo predictivo por actuar sobre la tendencia del error. La acción derivativa representa la tendencia del cambio, es decir, es una proyección hacia donde se desplazará el proceso en el futuro
- Si la derivada de $e(t)$ es nula no hay acción alguna por parte de este control, lo que implica que no tendrá ningún efecto sobre el error estacionario constante, también aumenta la amortiguación sobre las oscilaciones del sistema (tiende a estabilizar) permitiendo usar ganancias k_p más elevadas.

Control Proporcional + Integral + Derivativo

- El control Proporcional-Integral-Derivativo (PID) añade la función derivada al control PI. Esta función opone cualquier cambio y es proporcional al rango de cambio. Cuanto más rápido cambia el punto de control, mayor acción correctiva proporciona el sistema PID.
-
- Si el punto de control se aleja del punto de ajuste, la función derivada emite una acción correctiva para que el punto de control regrese más rápido que a través de la acción integral por sí sola. Si el punto de control se acerca al punto de ajuste, la función derivada reduce la acción correctiva para que se acerque de manera más lenta al punto de ajuste, lo cual reduce la posibilidad de sobrecalentamiento.

Control Proporcional + Integral + Derivativo

- La acción derivada tiene el efecto de **eliminar los sobre picos** que aparecen cuando **se añade la acción integral** a la acción proporcional.
- Actúa cuando se presenta algún cambio en la entrada del controlador, quedando de lado luego para permitir a las acciones proporcional e integral eliminar el error remanente

RESUMEN: Efecto de las acciones de control

Acción de Control	Efecto en el régimen Transitorio y Estabilidad	Efecto en el régimen Permanente	Acción ante Perturbaciones
Proporcional	<ul style="list-style-type: none">Disminuye el tiempo de respuesta del sistema, haciéndolo mas rápidoEn sistemas de orden 2 o superior, tiende a hacer la respuesta mas oscilatorio e incluso inestable	<ul style="list-style-type: none">Al aumentar la ganancia, disminuye el error estacionario en sistemas de primer orden (tipo 0)En sistemas de tipo 1 o superior no mejora el régimen permanente	<ul style="list-style-type: none">No es capaz de eliminar el efecto de una perturbación que se mantiene en el tiempo, aunque pueda reducirlo aumentando la ganancia
Integral	<p><u>Empeora el transitorio</u></p> <ul style="list-style-type: none">Aumenta el sobre impulso y el tiempo de establecimiento del sistema, haciéndolo mas oscilatorio o incluso inestable	<p><u>Mejora el estacionario</u></p> <ul style="list-style-type: none">Elimina totalmente el error estacionario a una entrada escalón	<ul style="list-style-type: none">Elimina el efecto de perturbaciones sostenidas en el tiempo
Derivativa	<p><u>Mejora el Transitorio</u></p> <ul style="list-style-type: none">Reduce el tiempo de establecimientoAumenta el amortiguamiento y disminuye el sobre impulso máximo	<ul style="list-style-type: none">No actúa en régimen permanente (derivada nula) por lo que no puede corregir el error estacionario	<ul style="list-style-type: none">No ejerce ninguna acción ante perturbaciones constantes, por lo que no es capaz de eliminar su efecto

RESUMEN: características de los controladores

Control	Características
P	<ul style="list-style-type: none">• Acción puramente proporcional al error actual (presente)• Puede ser efectivo en sistemas con dinámica de bajo orden• Comúnmente genera error en estado estacionario• Se puede contrarrestar el error en estado estacionario con una alta ganancia, sin embargo aumenta oscilaciones y el esfuerzo de control
PD	<ul style="list-style-type: none">• Añade una acción anticipativa (futuro)• Ayuda a amortiguar los sistema• No modifica el error en estado estacionario• Altamente sensibles a ruidos
PI	<ul style="list-style-type: none">• Añade una acción integrativa del error (pasado)• Ayuda a eliminar el error en estado estacionario• Generalmente disminuye el amortiguamiento y hasta puede provocar inestabilidad• Puede ayudar a disminuir la sensibilidad a ruidos