Repaso para Señales:

TEMARIO

- Medidas de tendencia central: media, mediana, moda, media ponderada.
- Medidas de dispersión: Varianza, desviación estándar y coeficiente de variación.
- Medidas de posición: cuartiles, deciles y percentiles.

En estadística, las medidas de tendencia central son estadísticas que resumen la ubicación central o típica de un conjunto de datos. Las tres medidas de tendencia central más comunes son la media, la mediana y la moda.

Digamos que asignamos los siguientes pesos a cada edad:

Edades: 20,25,30,35,40,40,45,50,55

Pesos: 1,2,3,4,5,4,3,2,1

- Media (promedio): 37.78
- Mediana: 40
- Moda: 40
- Media Ponderada=38
- Varianza Poblacional= σ2=66.48

$$\text{Media Ponderada} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i \times w_i)}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

Supongamos que tenemos el siguiente conjunto de datos
que representan las alturas (en centímetros) de un grupo de personas:

175,168,180,165,172,170,178,160,182

- Media (promedio): 174.5
- Mediana: 172
- Moda: No hay

Supongamos que tenemos el siguiente conjunto de datos que representan las calificaciones de un grupo de estudiantes en un examen:

60,65,70,75,80,85,85,90,90,95,95,95,100,100,100

- Media (promedio): 92.67
- Mediana: 90
- Moda: 95 y 100

Número de fallas en un circuito	Frecuencias absolutas
0	20
1	25
2	18
3	12
4	5
Total	80

Calcular con respecto al número de fallas:

a) La media ponderada poblacional (1 pto.)
b) La varianza poblacional (1 pto.)

- Media Ponderada=1.46
- Varianza Poblacional= σ2=1.42

Temperatura (x_i)	Frecuencia (f_i)
10	4
20	6
30	5
40	3

- Media Ponderada=23.89
- Varianza Poblacional= σ2=101.409

Puntaje (x_i)	Frecuencia (f_i)
80	4
85	6
90	8

- Media Ponderada=86.11
- Varianza Poblacional= σ2=15.43

Estas medidas de tendencia central son importantes porque proporcionan información rápida y fácilmente interpretable sobre la distribución de los datos. Ayudan a resumir grandes cantidades de información en un solo valor, lo que facilita la comparación entre diferentes conjuntos de datos y la toma de decisiones basadas en datos. Además, son fundamentales en la inferencia estadística y en la construcción de modelos estadísticos.

Supongamos que tenemos el siguiente conjunto de datos que representa el número de horas que un grupo de estudiantes estudia por día durante una semana:

$$4, 5, 6, 3, 7, 5, 4$$

Calcularemos algunas medidas de dispersión para este conjunto de datos:

1. **Rango:**
   El rango es la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo en el conjunto de datos.
   - $\text{Rango} = \text{Valor máximo} - \text{Valor mínimo}$
   - $\text{Rango} = 7 - 3 = 4$
2. **Varianza y Desviación estándar:**
   Primero, calculamos la media:
   - $\mu = \frac{4+5+6+3+7+5+4}{7} = \frac{34}{7} \approx 4.86$

     Luego, calculamos la varianza:
   - $\sigma^2 = \frac{(4-4.86)^2+(5-4.86)^2+(6-4.86)^2+(3-4.86)^2+(7-4.86)^2+(5-4.86)^2+(4-4.86)^2}{7}$
   - $\sigma^2 = \frac{0.7396+0.0264+0.7396+3.9636+3.9636+0.0264+0.7396}{7}$
   - $\sigma^2 = \frac{9.1988}{7} \approx$ 1.551

     Finalmente, la desviación estándar es la raíz cuadrada de la varianza:
   - $\sigma = \sqrt{1.314} \approx$ 1.245
3. **Desviación media absoluta:**
   Calculamos la diferencia absoluta entre cada valor y la media, y luego tomamos la media de esas diferencias:
   - $\text{DMA} = \frac{|4-4.86|+|5-4.86|+|6-4.86|+|3-4.86|+|7-4.86|+|5-4.86|+|4-4.86|}{7}$
   - $\text{DMA} = \frac{0.86+0.14+1.14+1.86+2.14+0.14+0.86}{7}$
   - $\text{DMA} = \frac{6.1}{7} \approx$ 1.02
4. **Percentiles, cuartiles y quintiles:**
   Podríamos calcular los percentiles, cuartiles y quintiles para tener una idea más detallada de la distribución de los datos.
5. **Rango intercuartil:**
   Podríamos calcular el rango intercuartil para ver la dispersión de los datos en torno a la mediana.
6. **Coeficiente de variación:**
   Calculamos el coeficiente de variación usando la desviación estándar y la media calculadas anteriormente:
   - $CV = \left(\frac{\sigma}{\mu}\right) \times 100$
   - $CV = \left(\frac{1.146}{4.86}\right) \times 100 \approx$ 25.61 %

Estos cálculos proporcionan una medida de la dispersión de los datos en el conjunto dado.

$\text{Datos: } 4, 5, 6, 3, 7$
$\text{Frecuencias: } 2, 3, 1, 1, 1$

Ahora, calcularemos algunas medidas de dispersión para este conjunto de datos con sus respectivas frecuencias:

1. **Rango:**
   El rango es la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo en el conjunto de datos. Dado que los datos tienen frecuencias, necesitaremos tener en cuenta todas las repeticiones.
   - $\text{Rango} = \text{Valor máximo} - \text{Valor mínimo}$
   - $\text{Rango} = 7 - 3 = 4$
2. **Varianza y Desviación estándar:**
   Para calcular la varianza y la desviación estándar con datos agrupados por frecuencia, necesitamos los siguientes pasos:
   - Calcular la media ponderada.
   - Calcular la varianza ponderada.
   - Calcular la desviación estándar como la raíz cuadrada de la varianza.

   Primero, calculamos la media ponderada:
   - $\mu = \frac{(4\times2)+(5\times3)+(6\times1)+(3\times1)+(7\times1)}{2+3+1+1+1}$
   - $\mu = \frac{8+15+6+3+7}{8} = \frac{39}{8} = 4.875$

   Luego, calculamos la varianza ponderada:
   - $\sigma^2 = \frac{(4-4.875)^2\times2+(5-4.875)^2\times3+(6-4.875)^2\times1+(3-4.875)^2\times1+(7-4.875)^2\times1}{8}$
   - $\sigma^2 = \frac{(0.765625\times2)+(0.015625\times3)+(1.515625\times1)+(2.765625\times1)+(5.015625\times1)}{8}$
   - $\sigma^2 = \frac{1.53125+0.046875+1.515625+2.765625+5.015625}{8}$
   - $\sigma^2 = \frac{10.875}{8} \approx 1.359$

   Finalmente, la desviación estándar es la raíz cuadrada de la varianza:
   - $\sigma \approx \sqrt{1.359} \approx 1.166$
3. **Desviación media absoluta:**
   Para calcular la desviación media absoluta con datos agrupados por frecuencia, necesitamos los siguientes pasos:
   - Calcular la media ponderada.
   - Calcular las desviaciones absolutas ponderadas de cada dato con respecto a la media.
   - Calcular la media de estas desviaciones absolutas ponderadas.

   La media ponderada ya la calculamos anteriormente: $\mu = 4.875$

   Luego, calculamos las desviaciones absolutas ponderadas:
   - $\text{DMA} = \frac{|4-4.875|\times2+|5-4.875|\times3+|6-4.875|\times1+|3-4.875|\times1+|7-4.875|\times1}{8}$
   - $\text{DMA} = \frac{(0.875\times2)+(0.125\times3)+(1.125\times1)+(1.875\times1)+(2.125\times1)}{8}$
   - $\text{DMA} = \frac{1.75+0.375+1.125+1.875+2.125}{8}$
   - $\text{DMA} = \frac{7.25}{8} = 0.90625$
4. **Coeficiente de variación:**
   Calculamos el coeficiente de variación usando la desviación estándar y la media calculadas anteriormente:
   - $CV = \left(\frac{\sigma}{\mu}\right) \times 100$
   - $CV = \left(\frac{1.166}{4.875}\right) \times 100 \approx 23.93\%$

Estas son algunas de las medidas de dispersión calculadas para el conjunto de datos con frecuencias.

Supongamos que tenemos el siguiente conjunto de datos, que representan las edades de diez personas:

$$22, 25, 28, 30, 32, 35, 40, 45, 50, 55$$

1. **Media:**
   Para calcular la media, sumamos todos los valores y dividimos por el número total de valores:
   $\text{Media} = \frac{22+25+28+30+32+35+40+45+50+55}{10} = \frac{362}{10} = 36.2$
2. **Mediana:**
   Como tenemos 10 datos, la mediana será el promedio de los dos valores centrales (5º y 6º) ya que el número de datos es par:
   $\text{Mediana} = \frac{32+35}{2} = \frac{67}{2} = 33.5$
3. **Moda:**
   No hay una moda clara en este conjunto de datos ya que no hay ningún valor que se repita más que los demás.
4. **Percentiles:**
   Los percentiles dividen los datos en 100 partes iguales. Podemos calcularlos utilizando la fórmula:
   $\text{Percentil} = \left(\frac{p}{100}\right) \times (n+1)$
   donde p es el percentil deseado y n es el número total de datos.
   - Percentil 25 (primer cuartil, Q1):
     $\text{Percentil } 25 = \left(\frac{25}{100}\right) \times (10+1) = 2.75$
     El valor correspondiente al percentil 25 es el tercer dato ordenado, que es 28.
   - Percentil 50 (mediana):
     Ya lo calculamos previamente y obtuvimos 33.5.
   - Percentil 75 (tercer cuartil, Q3):
     $\text{Percentil } 75 = \left(\frac{75}{100}\right) \times (10+1) = 8.25$
     El valor correspondiente al percentil 75 es el noveno dato ordenado, que es 45.
5. **Deciles:**
   Los deciles dividen los datos en 10 partes iguales.
   - Primer decil (D1):
     $\text{Primer decil (D1)} = \left(\frac{10}{100}\right) \times (10+1) = 1.1$
     El valor correspondiente al primer decil es el segundo dato ordenado, que es 25.
   - Quinto decil (D5):
     Ya lo calculamos previamente y obtuvimos 33.5.
   - Noveno decil (D9):
     $\text{Noveno decil (D9)} = \left(\frac{90}{100}\right) \times (10+1) = 9.9$
     El valor correspondiente al noveno decil es el décimo dato ordenado, que es 55.

- Para el primer cuartil (Q1):
  $Q1 = \text{Percentil } 25$
  En el ejemplo anterior, ya calculamos que $Q1 = 28$.
- Para el segundo cuartil (Q2) (que es la mediana):
  $Q2 = \text{Mediana}$
  En el ejemplo anterior, ya calculamos que $Q2 = 33.5$.
- Para el tercer cuartil (Q3):
  $Q3 = \text{Percentil } 75$
  En el ejemplo anterior, ya calculamos que $Q3 = 45$.

Entonces, en resumen:

- Primer cuartil (Q1) = 28
- Segundo cuartil (Q2) (mediana) = 33.5
- Tercer cuartil (Q3) = 45

El coeficiente de correlación y la covarianza miden la asociación lineal entre dos variables aleatorias. Sobre estas medidas, podemos afirmar lo siguiente:

Estudiante	Horas de estudio (X)	Rendimiento académico (Y)
1	5	90
2	7	85
3	3	75
4	6	80
5	4	70

1. **Calcular la covarianza**:

   Primero, calculemos las medias del número de horas de estudio (X) y el rendimiento académico (Y).

- Media de X (horas de estudio): $(5 + 7 + 3 + 6 + 4)/5 = 5$ horas
- Media de Y (rendimiento académico): $(90 + 85 + 75 + 80 + 70)/5 = 80$

   Ahora, utilicemos la fórmula de covarianza:

$$\text{Covarianza} = \frac{\sum (X - \text{Media de X}) \cdot (Y - \text{Media de Y})}{n}$$

$$\text{Covarianza} = \frac{(5-5)\cdot(90-80) + (7-5)\cdot(85-80) + (3-5)\cdot(75-80) + (6-5)\cdot(80-}{5}$$

$$\text{Covarianza} = \frac{0 \cdot 10 + 2 \cdot 5 + (-2)\cdot(-5) + 1 \cdot 0 + (-1)\cdot(-10)}{5}$$

$$\text{Covarianza} = \frac{0 + 10 + 10 + 0 + 10}{5}$$

$$\text{Covarianza} = \frac{30}{5}$$

$$\text{Covarianza} = 6$$

1. **Calcular el coeficiente de correlación**:

   Primero, calculemos las desviaciones estándar del número de horas de estudio (X) y el rendimiento académico (Y).

- Desviación estándar de X: $\sqrt{\frac{\sum (X - \text{Media de X})^2}{n}}$
- Desviación estándar de Y: $\sqrt{\frac{\sum (Y - \text{Media de Y})^2}{n}}$

   Desviación estándar de X:

$$\sqrt{\frac{(0)^2 + (2)^2 + (-2)^2 + (1)^2 + (-1)^2}{5}} = \sqrt{\frac{0 + 4 + 4 + 1 + 1}{5}} = \sqrt{\frac{10}{5}} = \sqrt{2}$$

   Desviación estándar de Y:

$$\sqrt{\frac{(10)^2 + (5)^2 + (-5)^2 + (0)^2 + (-10)^2}{5}} = \sqrt{\frac{100 + 25 + 25 + 0 + 100}{5}} = \sqrt{\frac{250}{5}} = \sqrt{50}$$

Ahora, utilicemos la fórmula del coeficiente de correlación:

$$\text{Coeficiente de correlación} = \frac{\text{Covarianza}}{\text{Desviación estándar de X} \times \text{Desviación estándar de Y}}$$

$$\text{Coeficiente de correlación} = \frac{6}{\sqrt{2} \times \sqrt{50}} = \frac{6}{\sqrt{100}} = \frac{6}{10} = 0.6$$

Interpretación:

- La covarianza es positiva (6), lo que indica que a medida que el número de horas de estudio aumenta, el rendimiento académico tiende a aumentar.
- El coeficiente de correlación es positivo (0.6), lo que confirma una correlación positiva moderada entre el número de horas de estudio y el rendimiento académico.

En este ejemplo, aunque la covarianza es positiva, es importante tener en cuenta que podría ser negativa en otros conjuntos de datos, lo que indicaría una relación negativa entre las variables. El coeficiente de correlación estándarizaría la relación entre las variables, lo que facilita la comparación entre diferentes conjuntos de datos.

Horas de estudio (X)	Rendimiento académico (Y)	Frecuencia
5	90	3
7	85	2
3	75	1
6	80	2
4	70	2

Ahora, para calcular la covarianza y el coeficiente de correlación ponderados, primero multiplicaremos cada valor de la diferencia por la frecuencia correspondiente y luego sumaremos estos productos antes de dividir por la suma de las frecuencias.

.. **Calcular la covarianza ponderada:**

$$\text{Covarianza ponderada} = \frac{\sum f \cdot (X - \text{Media de X}) \cdot (Y - \text{Media de Y})}{\sum f}$$

Donde f representa la frecuencia de cada observación.

.. **Calcular el coeficiente de correlación ponderado:**

$$\text{Coeficiente de correlación ponderado} = \frac{\text{Covarianza ponderada}}{\sqrt{\text{Varianza ponderada de X}} \times \sqrt{\text{Varianza ponderad}}}$$

Media ponderada de X:

$$\text{Media ponderada de } X = \frac{\sum (X \cdot \text{Frecuencia})}{\sum \text{Frecuencia}}$$
$$= \frac{(5 \cdot 3) + (7 \cdot 2) + (3 \cdot 1) + (6 \cdot 2) + (4 \cdot 2)}{3 + 2 + 1 + 2 + 2}$$
$$= \frac{15 + 14 + 3 + 12 + 8}{10}$$
$$= \frac{52}{10}$$
$$= 5.2$$

Media ponderada de Y:

$$\text{Media ponderada de } Y = \frac{\sum (Y \cdot \text{Frecuencia})}{\sum \text{Frecuencia}}$$
$$= \frac{(90 \cdot 3) + (85 \cdot 2) + (75 \cdot 1) + (80 \cdot 2) + (70 \cdot 2)}{3 + 2 + 1 + 2 + 2}$$
$$= \frac{270 + 170 + 75 + 160 + 140}{10}$$
$$= \frac{815}{10}$$
$$= 81.5$$

Entonces, la media ponderada de X es 5.2 y la media ponderada de Y es 81.5.

Paso 2: Calcular la covarianza ponderada:

La covarianza ponderada se calcula utilizando la fórmula:

$$\text{Covarianza ponderada} = \frac{\sum f \cdot (X - \text{Media ponderada de } X) \cdot (Y - \text{Media ponderada de } Y}{\sum f}$$

Sustituyendo los valores, tenemos:

$$\text{Covarianza ponderada} = \frac{(3 \cdot (5 - 5.2) \cdot (90 - 81.5)) + (2 \cdot (7 - 5.2) \cdot (85 - 81.5)) + (1 \cdot (3 \cdot}{3 + 2 + 1 + 2 + 2}$$
$$= \frac{(-0.6 \cdot 8.5) + (1.8 \cdot 3.5) + (-2.2 \cdot -6.5)}{10}$$
$$= \frac{(-5.1) + (6.3) + (14.3)}{10}$$
$$= \frac{15.5}{10}$$
$$= 4.7$$

Entonces, la covarianza ponderada es 4.7

Paso 3 (continuación): Calcular las varianzas ponderadas de X y Y:

Varianza ponderada de X:

$$\text{Varianza ponderada de } X = \frac{\sum f \cdot (X - \text{Media ponderada de } X)^2}{\sum f}$$

Sustituyendo los valores, tenemos:

$$\text{Varianza ponderada de } X = \frac{(3 \cdot (5 - 5.2)^2) + (2 \cdot (7 - 5.2)^2) + (1 \cdot (3 - 5.2)^2)}{10}$$

$$= \frac{(3 \cdot (-0.4)^2) + \quad + (1 \cdot (-2.2)^2)}{}$$

$$= \frac{(3 \cdot 0.16) + (2 \cdot 3.24) + (1 \cdot 4.84)}{10}$$

$$= \frac{0.48 + 6.48 + 4.84}{10}$$

$$= \frac{11.8}{10}$$

$$= \quad 1.55$$

Varianza ponderada de Y:

$$\text{Varianza ponderada de } Y = \frac{\sum f \cdot (Y - \text{Media ponderada de } Y)^2}{\sum f}$$

Sustituyendo los valores, tenemos:

$$\text{Varianza ponderada de } Y = \frac{(3 \cdot (90 - 81.5)^2) + (2 \cdot (85 - 81.5)^2) + (1 \cdot (75 - 81.5)^2)}{10}$$

$$= \frac{(3 \cdot 72.25) + (2 \cdot 12.25) + (1 \cdot 42.25)}{10}$$

$$= \frac{216.75 + 24.5 + 42.25}{10}$$

$$= \frac{283.5}{10}$$

$$= \quad 55.25$$

Paso 4: Calcular el coeficiente de correlación ponderado:

Ahora, podemos calcular el coeficiente de correlación ponderado utilizando la covarianza ponderada y las varianzas ponderadas de X y Y:

$$\text{Coeficiente de correlación ponderado} = \frac{\text{Covarianza ponderada}}{\sqrt{\text{Varianza ponderada de } X} \times \sqrt{\text{Varianza ponderac}}}$$

Sustituyendo los valores, tenemos:

$$\text{Coeficiente de correlación ponderado} = \frac{1.55}{\sqrt{1.18} \times \sqrt{28.35}}$$

$$= \frac{}{\sqrt{1.18} \times 5.33}$$

$$= \frac{1.55}{1.086 \times 5.33}$$

$$= \frac{1.55}{5.793}$$

$$\approx \quad 0.51$$

Entonces, el coeficiente de correlación ponderado es aproximadamente 0.51

1. **Covarianza**:
   - En el ejemplo, la covarianza ponderada es de aproximadamente 4.70
   - Una covarianza positiva indica que las variables tienden a moverse en la misma dirección: cuando una variable es alta, la otra tiende a ser alta también, y viceversa.
   - Por otro lado, una covarianza negativa indicaría que las variables tienden a moverse en direcciones opuestas: cuando una variable es alta, la otra tiende a ser baja, y viceversa.
   - Sin embargo, la covarianza no proporciona una medida estandarizada y puede ser difícil de interpretar por sí sola.
2. **Coeficiente de correlación**:
   - El coeficiente de correlación ponderado es de aproximadamente 0.51
   - El coeficiente de correlación es una medida estandarizada de la relación lineal entre dos variables, que oscila entre -1 y 1.
   - Un valor de 1 indica una correlación positiva perfecta, -1 indica una correlación negativa perfecta y 0 indica que no hay relación lineal.
   - En este caso, el coeficiente de correlación de aproximadamente 0.51 indica una correlación positiva, pero débil, entre el número de horas de estudio y el rendimiento académico.

En resumen, la covarianza y el coeficiente de correlación proporcionan información sobre la relación entre dos variables. La covarianza cuantifica esta relación, pero es difícil de interpretar por sí sola. El coeficiente de correlación, al ser una medida estandarizada, proporciona una comprensión más clara de la fuerza y la dirección de la relación entre las variables, lo que facilita su interpretación y comparación entre diferentes conjuntos de datos. En este ejemplo, aunque la covarianza es positiva, el coeficiente de correlación muestra que la relación es débil.

ı 4 1 de 1 pur

La distribución de probabilidad de una variable aleatoria describe las probabilidades asociadas con los posibles valores de la variable. Según el tipo de variable, podemos utilizar las siguientes distribuciones:

1. **Distribución Uniforme**: Todos los valores tienen la misma probabilidad de ocurrir. Es útil cuando todos los resultados son igualmente probables, como en el lanzamiento justo de un dado.
2. **Distribución Binomial**: Describe el número de éxitos en un número fijo de ensayos independientes, cada uno con la misma probabilidad de éxito. Es adecuada para situaciones con dos resultados posibles, como éxito o fracaso, como en el lanzamiento de una moneda varias veces.
3. **Distribución Normal (Gaussiana)**: Es una de las distribuciones más importantes en estadística. Describe la distribución de una variable continua y simétrica alrededor de su media. Muchos fenómenos naturales se distribuyen aproximadamente de manera normal, como la altura de las personas o los errores de medición.
4. **Distribución de Poisson**: Modela la cantidad de eventos que ocurren en un intervalo de tiempo o espacio fijo, dado que estos eventos ocurren de manera independiente y a una tasa constante promedio. Se utiliza para modelar eventos raros pero posibles, como el número de llamadas que recibe un centro de atención al cliente en una hora.
5. **Distribución Exponencial**: Es un caso especial de la distribución de Poisson y describe el tiempo entre eventos en un proceso de Poisson. Se utiliza para modelar tiempos de espera, como el tiempo entre llegadas de clientes a un mostrador de atención al cliente.
6. **Distribución de Bernoulli**: Es un caso especial de la distribución binomial donde solo hay dos resultados posibles: éxito o fracaso. Se utiliza para modelar experimentos con dos resultados posibles y una sola prueba, como lanzar una moneda una vez.

Estas son solo algunas de las distribuciones de probabilidad más comunes. La elección de la distribución adecuada depende de la naturaleza de los datos y el fenómeno que se está estudiando.

1. **Distribución Uniforme**:

   Ejemplo: Supongamos que se lanza un dado justo de 6 caras. Queremos calcular la probabilidad de obtener un número impar.

   Solución:

   Como cada cara del dado tiene la misma probabilidad de salir y hay tres números impares (1, 3 y 5) en el dado, la probabilidad de obtener un número impar sería:

   $P(\text{Número impar}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

2. **Distribución Binomial**:

   Ejemplo: Se lanza una moneda justa 5 veces. Queremos encontrar la probabilidad de obtener exactamente 3 caras.

   Solución:

   Utilizando la fórmula de la distribución binomial, con $n = 5, k = 3$, y $p = 0.5$ (probabilidad de éxito en un solo lanzamiento de la moneda justa), calculamos:

   $P(X = 3) = \binom{5}{3} \times (0.5)^3 \times (0.5)^{5-3}$

   $= 10 \times 0.125 \times 0.125 = 0.3125$

3. **Distribución Normal**:

   Ejemplo: Supongamos que las puntuaciones en un examen siguen una distribución normal con una media de 75 y una desviación estándar de 10. Queremos encontrar la probabilidad de que un estudiante seleccionado al azar tenga una puntuación entre 70 y 80.

   Solución:

   Utilizando las propiedades de la distribución normal, podemos estandarizar y usar tablas de la distribución normal estándar o calculadoras online para encontrar esta probabilidad.

4. **Distribución de Poisson**:

   Ejemplo: En promedio, se reciben 3 llamadas telefónicas por minuto en una línea de ayuda. Queremos encontrar la probabilidad de recibir exactamente 2 llamadas telefónicas en el próximo minuto.

   Solución:

   Utilizando la fórmula de la distribución de Poisson, con $\lambda = 3$, calculamos:

   $P(X = 2) = \frac{e^{-3} \times 3^2}{2!}$

   $= \frac{0.0498 \times 9}{2} = 0.1494$

5. **Distribución Exponencial**:

   Ejemplo: El tiempo entre llegadas de autobuses a una parada sigue una distribución exponencial con una tasa de llegada de 0.2 autobuses por minuto. Queremos encontrar la probabilidad de que pase más de 5 minutos antes de que llegue el próximo autobús.

   Solución:

   Utilizando la función de distribución acumulativa de la distribución exponencial, calculamos:

   $P(X > 5) = 1 - e^{-0.2 \times 5}$

   $= 1 - e^{-1} \approx 1 - 0.3679 = 0.6321$

6. **Distribución de Bernoulli**:

   Ejemplo: Se lanza una moneda justa. Queremos encontrar la probabilidad de obtener cara en un solo lanzamiento.

   Solución:

   Como la moneda es justa, la probabilidad de obtener cara (éxito) es igual a la probabilidad de obtener cruz (fracaso), es decir, $p = 0.5$.

5 0 de 1 puntos

La transformación de Fourier transforma una señal desde el dominio del tiempo hacia el dominio de frecuencia angular. La transformación de Laplace transforma una señal desde el dominio del tiempo hacia el dominio del plano complejo de Laplace. Este plano complejo extiende la frecuencia angular añadiendo una dimensión que modela la atenuación o amplificación de las oscilaciones. Entre las aplicaciones de estas transformaciones podemos destacar las siguientes.

1. **Comunicaciones y procesamiento de señales**: Tanto la Transformada de Fourier como la Transformada de Laplace son fundamentales en el análisis y procesamiento de señales en sistemas de comunicaciones. En comunicaciones, la Transformada de Fourier se utiliza para analizar la modulación de señales y para el diseño de filtros. La Transformada de Laplace se aplica en el análisis de sistemas lineales invariantes en el tiempo, como filtros y sistemas de comunicación.
2. **Ingeniería eléctrica y electrónica**: En esta área, estas transformadas son esenciales para analizar circuitos eléctricos y electrónicos. La Transformada de Laplace permite analizar sistemas en régimen transitorio y establecer criterios de estabilidad en sistemas de control. La Transformada de Fourier se utiliza para el análisis de señales eléctricas y para el diseño de sistemas de comunicación.
3. **Procesamiento de imágenes**: La Transformada de Fourier se utiliza extensamente en el procesamiento de imágenes para realizar operaciones como filtrado, convolución y correlación, lo que es esencial en aplicaciones como el procesamiento de imágenes médicas, reconocimiento facial y procesamiento de imágenes satelitales.
4. **Acústica y procesamiento de audio**: En el análisis de señales de audio y en la síntesis de sonido, tanto la Transformada de Fourier como la Transformada de Laplace son herramientas clave. La Transformada de Fourier se utiliza para descomponer señales de audio en sus componentes de frecuencia, mientras que la Transformada de Laplace se aplica en el modelado y análisis de sistemas dinámicos en el dominio del tiempo.
5. **Procesamiento de señales biomédicas**: En aplicaciones biomédicas, como el análisis de electrocardiogramas (ECG), electroencefalogramas (EEG) y otras señales fisiológicas, estas transformadas se utilizan para extraer características relevantes de las señales, diagnosticar patologías y monitorear la salud de los pacientes.
6. **Física y matemáticas**: En la física y las matemáticas, estas transformadas son fundamentales para resolver ecuaciones diferenciales y sistemas de ecuaciones, así como para analizar el comportamiento de sistemas dinámicos y campos físicos en diferentes dominios.
7. **Procesamiento de señales de radar y sonar**: En aplicaciones de radar y sonar, estas transformadas se utilizan para analizar las señales reflejadas y extraer información sobre la distancia, velocidad y dirección de los objetos detectados.

Estas son solo algunas de las muchas aplicaciones de las transformadas de Fourier y Laplace en una amplia gama de campos científicos y tecnológicos. Su versatilidad y poder analítico las hacen herramientas indispensables en el análisis y procesamiento de señales y sistemas en diversas disciplinas.

a 1

Las unidades de medición de la fase, la frecuencia lineal y la frecuencia angular son respectivamente:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) + y$$

$\omega =$ rad/s ; $\tau_g = -\frac{d\phi}{d\omega}$ => retardo de grupo

$\phi =$ rad

$t = s$

$y =$ desplazamiento vertical

$\left[\frac{\phi}{\omega}\right] =$ Segundos

$\tau_\phi = -\frac{\phi}{\omega}$ => Retardo de fase

$x(t) = 1 \sin(100\pi t + 100\pi)$ → Fase o Desfase → rad o grados (°)

↑ Amplitud ↑ Frecuencia Angular rad/s

Frecuencia lineal

$f = 50$ Hers

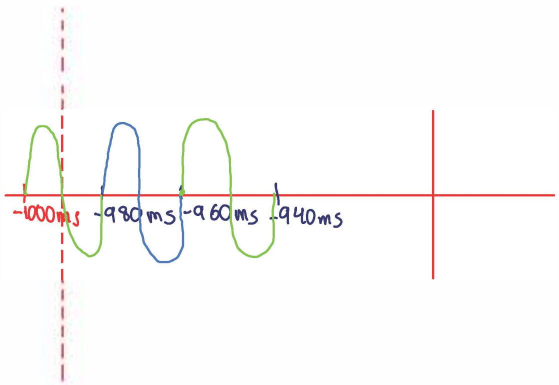
$\omega = 2\pi \cdot f$

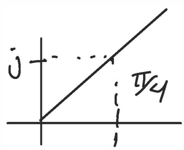
$\omega = 2\pi(50)$

$T = \frac{1}{50 \text{ Hers}} = 20 \text{ ms}$

Frecuencia Angular $(\omega) = 2\pi \times$ Frecuencia Lineal (f)

$$x(t) = 1 \cdot \sin(100\pi(t+1))$$





$$z = z^{z_0} = e^{z_0 \cdot \ln z} = e^{(1+j)\cdot(\ln|\sqrt{2}| + j\,\pi/4)}$$

$$z = e^{\ln|\sqrt{2}| + j\pi/4 + \ln|\sqrt{2}|j - \pi/4}$$

$$z = e^{\ln|\sqrt{2}|} \cdot e^{-\pi/4} \cdot e^{(\pi/4 + \ln\sqrt{2})j}$$

$$z = \sqrt{2}\, e^{-\pi/4} \cdot e^{(\pi/4 + \ln|\sqrt{2}|)j}$$

modulo $= 2e^{-\pi/4}$; Argumento: $\pi/4 + \ln(\sqrt{2})$

$f(t) = 5$; $F(s) = ?$

$$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-st} \cdot 5\, dt$$

$$F(s) = 5\left[-\frac{e^{-st}}{s} + \frac{e^{-st}}{s}\right]\Big|^{+\infty}$$

$$F(s) = \frac{5}{5}\cdot\left(\lim_{t\to\infty} -e^{-st} + 1\right)$$

$$\lim_{t\to+\infty} -e^{-st} = 0$$

$$-s < 0$$

$$F(s) = \frac{5}{5}$$

$f(t) = \cos t$; $F(s) = ?$

$$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cdot e^{-st}\, dt = \int_0^{\infty} \cos t \cdot e^{-st}\, dt$$

$$\cos(t) = \frac{e^{jt} + e^{-jt}}{2}$$

$$F(s) = \int_0^{\infty} \frac{(e^{jt} + e^{-jt})}{2}\cdot e^{-st}\, dt$$

$$F(s) = \frac{1}{2}\left(\int_0^{\infty} e^{t(-s+j)} dt + \int_0^{\infty} e^{t(-s-j)} dt\right)$$

$$F(s) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{-s+j}\cdot e^{t(-s+j)}\Big|_0^{\infty} + \frac{1}{-s-j}\cdot e^{t(-s-j)}\Big|_0^{\infty}\right)$$

$$F(s) = +\frac{1}{2}\left(\frac{-1}{-s+j} - \frac{1}{-s-j}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{s+j+s-j}{s^2+sj-sj+1}\right)$$

$$F(s) = \frac{1}{2}\cdot\frac{2s}{s^2+1} = \frac{s}{s^2+1}$$

$f(t) = t$; $F(s) = ?$

$$F(s) = \int_0^{+\infty} t\cdot e^{-st} dt$$

$u = t$

$du = dt$

$\int dv = \int e^{-st} dt$

$v = -\frac{e^{-st}}{s}$

$$F(s) = -t\cdot\frac{e^{-st}}{s} + \int \frac{e^{-st}}{s}\cdot dt$$

$$F(s) = -t\cdot\frac{e^{-st}}{s} - \frac{e^{-st}}{s^2}\Big|_0^{\infty}$$

$$F(s) = \lim_{t\to\infty}\left(-t\cdot\frac{e^{-st}}{s} - \frac{e^{-st}}{s^2}\right) - \left(-0 - \frac{1}{s^2}\right)$$

$$F(s) = \frac{1}{s^2}$$

Recordar:

$s = \sigma + j\omega$

σ: Alteraciones de Amplitud

$j\omega$: oscilaciones

Decibelios:

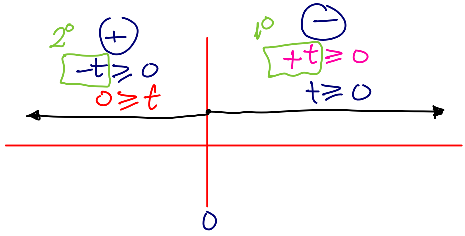
Escala Lineal

$$\underset{\text{deci}}{10}\ \log_{\underset{\text{Belio}}{10}} |A|^2 = \underbrace{20\log_{10}|A|}_{\text{Decibelios}} = A_{dB}$$

Repaso:

$$f(t) = e^{-|t|}\, u(t)$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} \cdot dt$$



$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{0} e^{t} \cdot e^{-j\omega t}\, dt + \int_{0}^{\infty} e^{-t} \cdot e^{-j\omega t}\, dt$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{0} e^{t(1-j\omega)} + \int_{0}^{\infty} e^{t\cdot(-1-j\omega)}\, dt$$

$$F(\omega) = \frac{1}{1-j\omega} \cdot e^{t\cdot(1-j\omega)} \Big|_{-\infty}^{0} + \frac{1}{-1-j\omega}\, e^{t\cdot(-1-j\omega)}\, dt$$

$$\lim_{x \to -\infty} e^{kx} = 0 \; ; \; -k < 0 \;\; \wedge \;\; \lim_{x \to \infty} e^{kx} = 0 ; \; k < 0$$

$$F(\omega) = \frac{1}{1-j\omega} - \frac{1}{1-j\omega} \cdot \lim_{t \to -\infty} e^{t\cdot(1-j\omega)} + \frac{1}{-1-j\omega} \cdot \lim_{t \to \infty} e^{t\cdot(-1-j\omega)} + \frac{1}{1+j\omega}$$

$$F(\omega) = \frac{1}{1-j\omega} + \frac{1}{1+j\omega} = \frac{2}{1+\omega^2}$$

modulo: $\dfrac{2}{1+\omega^2}$; Argumento = 0

$x(t) = e^{-|t-2|}$

Hallar: $x(t-3)$

$+$ $\quad$ $-$

2° $\boxed{-t+5} \geq 0$ $\quad$ 1° $\boxed{t-5} \geq 0$

$5 \geq t$ $\quad$ $t \geq 5$

5

$$x(t) = e^{-|t-3-2|} = e^{-|t-5|}$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|t-5|} \cdot e^{-j\omega t}\, dt$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+5} e^{t-5} \cdot e^{-j\omega t}\, dt + \int_{+5}^{+\infty} e^{-t+5} \cdot e^{-j\omega t}\, dt$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{5} e^{-5} \cdot e^{t(1-j\omega)}\, dt + \int_{5}^{\infty} e^{5} \cdot e^{t(-1-j\omega)}\, dt$$

$$F(\omega) = e^{-5} \cdot \frac{1}{1-j\omega} \cdot e^{t(1-j\omega)} \Big|_{-\infty}^{5} + e^{5} \cdot \frac{1}{-1-j\omega} \cdot e^{t(-1-j\omega)} \Big|_{5}^{+\infty}$$

$$F(\omega) = e^{-5} \cdot \frac{1}{1-j\omega} \cdot e^{5(1-j\omega)} - e^{-5} \cdot \frac{1}{1-j\omega} \cdot \lim_{t \to -\infty} e^{t(1-j\omega)} +$$

$$e^{5} \cdot \frac{1}{-1-j\omega} \cdot \lim_{t \to +\infty} e^{t(-1-j\omega)} - e^{5} \cdot \frac{1}{-1-j\omega} \cdot e^{-5(1+j\omega)}$$

$$\lim_{x \to -\infty} e^{kx} = 0 \,;\, -k < 0 \;\wedge\; \lim_{x \to \infty} e^{kx} = 0 \,;\, k < 0$$

$$F(\omega) = \frac{1}{1-j\omega} \cdot e^{-5j\omega} + \frac{1}{1+j\omega} \cdot e^{-5j\omega}$$

$$F(\omega) = e^{-5j\omega} \left(\frac{1+j\omega + 1 + j\omega}{1 + j\omega - j\omega + \omega^2} \right) = \frac{2 \cdot e^{-5j\omega}}{1+\omega^2}$$

$$\text{modulo} = \frac{2}{1+\omega^2} \quad , \quad \text{Argumento} = -5\omega$$