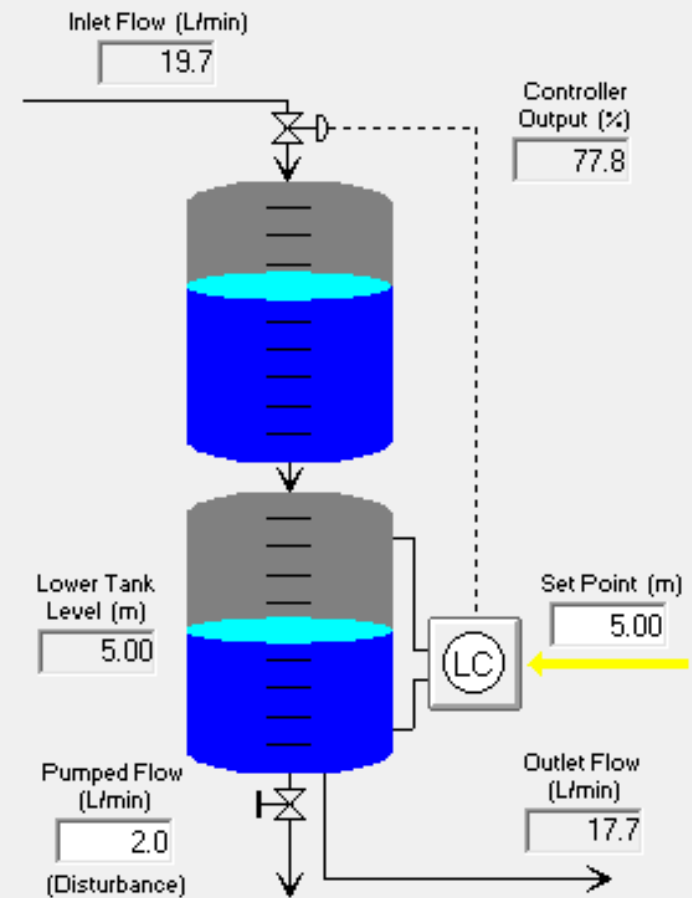
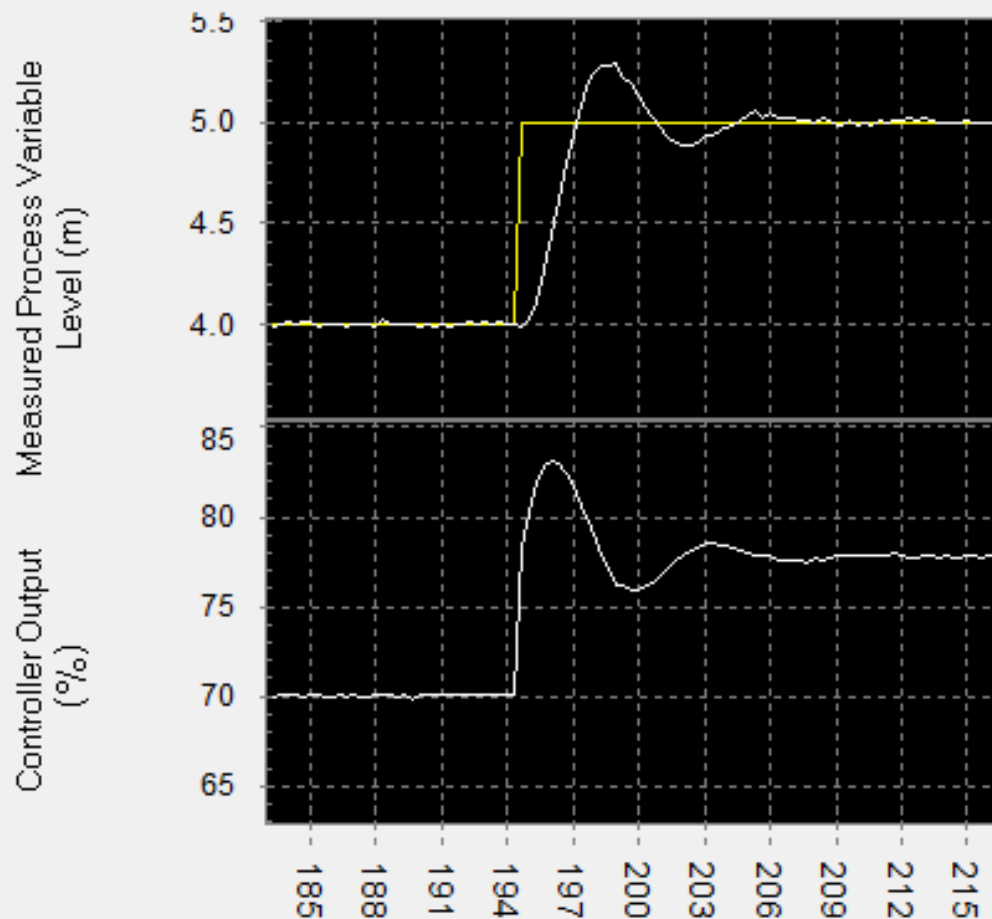


Especificaciones en el dominio del tiempo (Indicadores de desempeño)

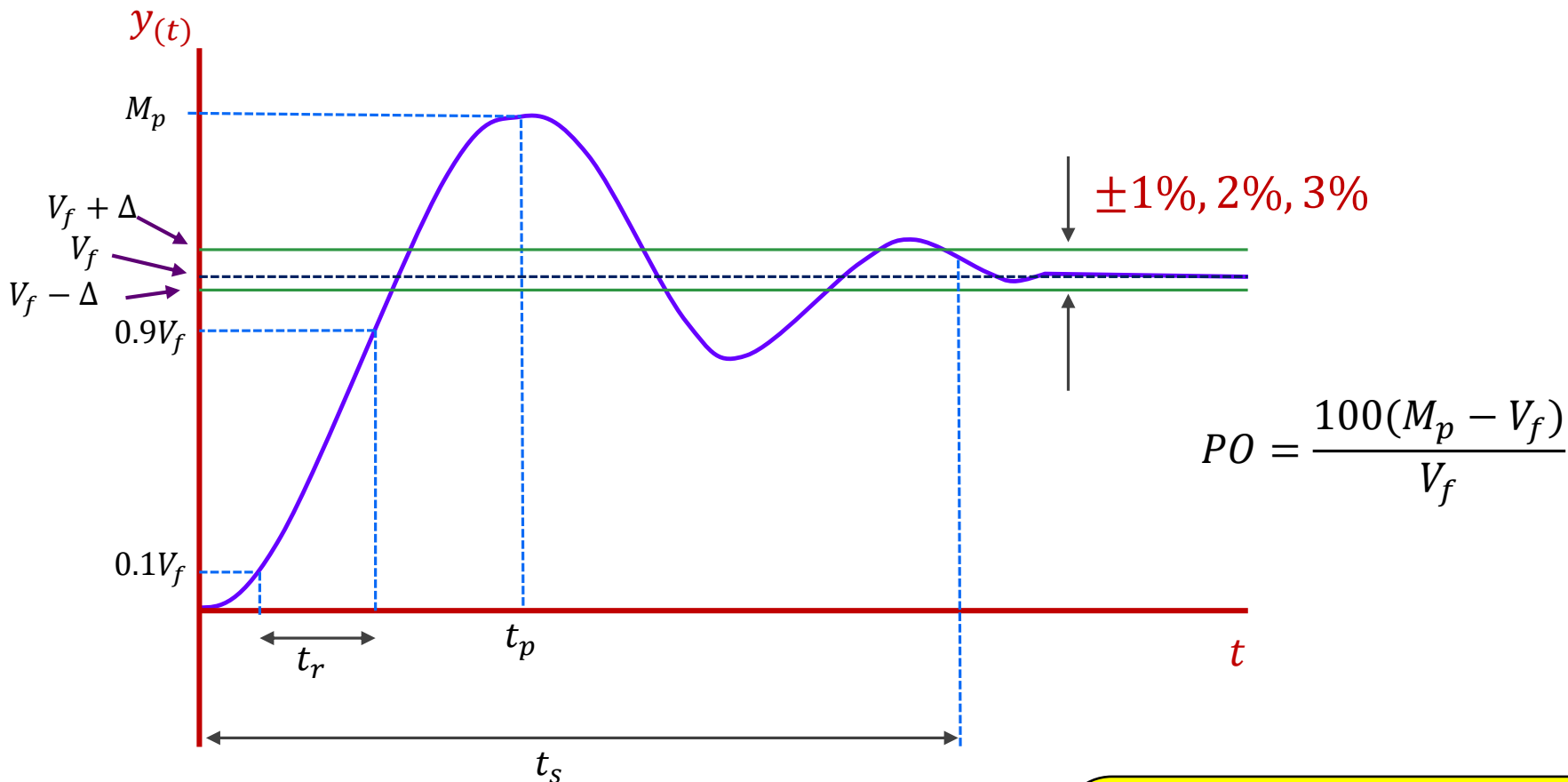
Ing. Eddie Sobrado

Como responde el sistema? Su desempeño

- La respuesta de la variable física en el tiempo, cuando esta ya es controlada (sistema de control), presenta un desempeño que es analizada mediante **indicadores**



Indicadores de Desempeño



- La calidad de la respuesta de un sistema dinámico cualquiera puede medirse a través de **indicadores** obtenidos de la respuesta a un escalón.

PO: porcentaje sobreimpulso
 t_s : tiempo de asentamiento
 t_r : tiempo de levantamiento
 t_p : tiempo pico

Especificaciones de la respuesta transitoria

t_r : *Tiempo de levantamiento*

t_p : *Tiempo pico*

M_p : *Máximo Sobreimpulso*

t_s : *Tiempo de asentamiento*

- **Tiempo de levantamiento o de subida (T_r):** Es el tiempo requerido para que la respuesta pase del 10 al 90%, del 5 al 95% o del 0 al 100% de su valor final.

Definición de los indicadores de desempeño

- **Tiempo pico (Tp):** Es el tiempo requerido para que la respuesta alcance el primer pico del sobrepaso.
- **Sobreimpulso o Sobrepaso máximo:** Es el valor pico (máximo pico MP, Overshoot) máximo de la curva de respuesta, medido a partir del valor final. Si el valor final en estado estable de la respuesta es diferente de la **unidad**, es común usar el **porcentaje** de sobrepaso máximo.

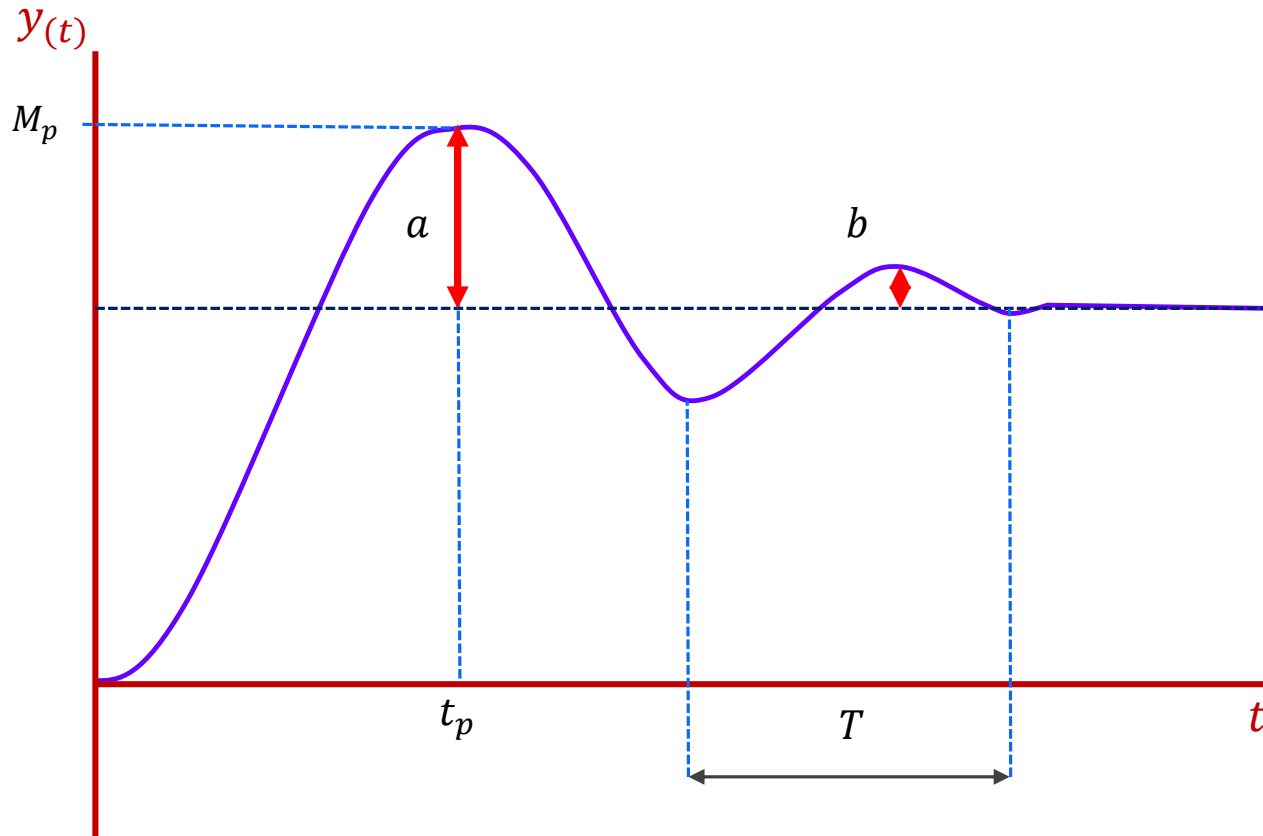
$$MP = Overshoot = y(t_p) - y(\infty)$$

$$\%PO = \%MP = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} * 100\%$$

Definición de los indicadores de desempeño

- **Tiempo de asentamiento o de establecimiento (T_s):**
Es el tiempo que se requiere para que la curva de respuesta alcance un rango alrededor del valor final del tamaño especificado por el porcentaje absoluto del valor final (por lo general, de 2 a 5%) y permanezca dentro de él. El tiempo de asentamiento se relaciona con la mayor constante de tiempo del sistema de control.

Indicadores de Desempeño



$T = \text{periodo de oscilación}$

$\frac{b}{a} = \text{razón de decaimiento}$

Indicadores de Desempeño

- Las especificaciones en el dominio del tiempo son muy importantes, dado que casi todos los sistemas de control son sistemas en el dominio del tiempo; es decir, deben presentar **respuestas de tiempo aceptables**. Esto significa que **el controlador debe modificarse hasta que la respuesta transitoria del sistema de control sea satisfactoria**.
- Los valores de T_r , T_p , T_s y M_p determinan la forma de la curva de respuesta.

Indicadores de Desempeño

Recomendaciones de interés:

- Es conveniente que la respuesta transitoria sea suficientemente rápida y amortiguada. Por tanto, para una respuesta transitoria conveniente de un sistema de segundo orden, el factor de amortiguamiento relativo debe estar entre 0.4 y 0.8.
- Valores de ξ pequeños ($\xi < 0.4$) producen un valor de sobrepaso excesivo en la respuesta transitoria, y un sistema con un valor ξ grandes ($\xi > 0.8$) responden con lentitud.

Porcentaje de Sobreimpulso (P.O.)

- Para un sistema de segundo orden (sin ceros)

$$y(t) = K \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \right] e^{-\zeta w_n t} \text{sen}(\sqrt{1 - \zeta^2} w_n t + \phi) \quad \cos(\phi) = \zeta$$

- El valor pico ocurrirá cuando:

$$\left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=T_p} = 0 \rightarrow T_p = \frac{\pi}{w_d}$$

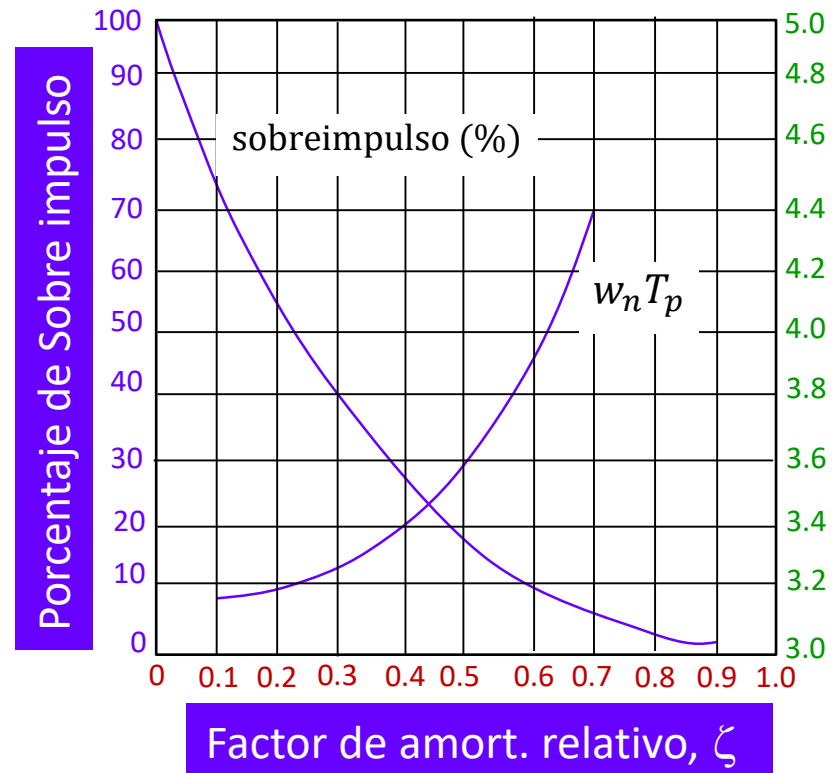
$$M_p = y(T_p)$$

$$P.O. = \frac{100(M_p - K)}{K}$$

$$P.O. = 100e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

ω_d : Frecuencia natural amortiguada

Sistemas de 2do Orden SIN ceros



Tiempo de Asentamiento (T_s)

- Para un sistema de segundo orden (sin ceros)

$$y(t) = K \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \text{sen}(\sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n t + \phi) \right]$$

- Una buena aproximación para ζ pequeño:

$$e^{-\zeta \omega_n T_s} \approx 0.02 \quad \Rightarrow \quad \zeta \omega_n T_s \approx 4$$

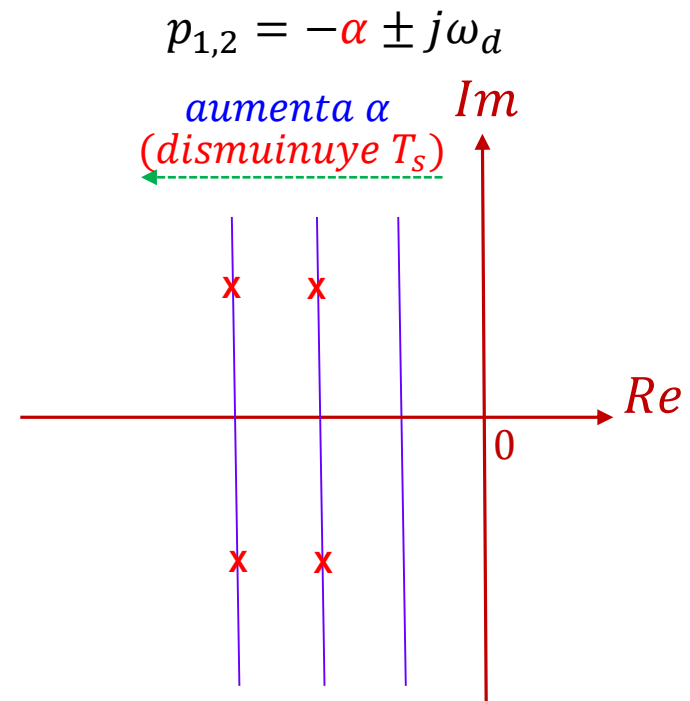
Criterio del 2%

$$T_s(2\%) \approx \frac{4}{\zeta \omega_n} = \frac{4}{\alpha}$$

Criterio del 5%

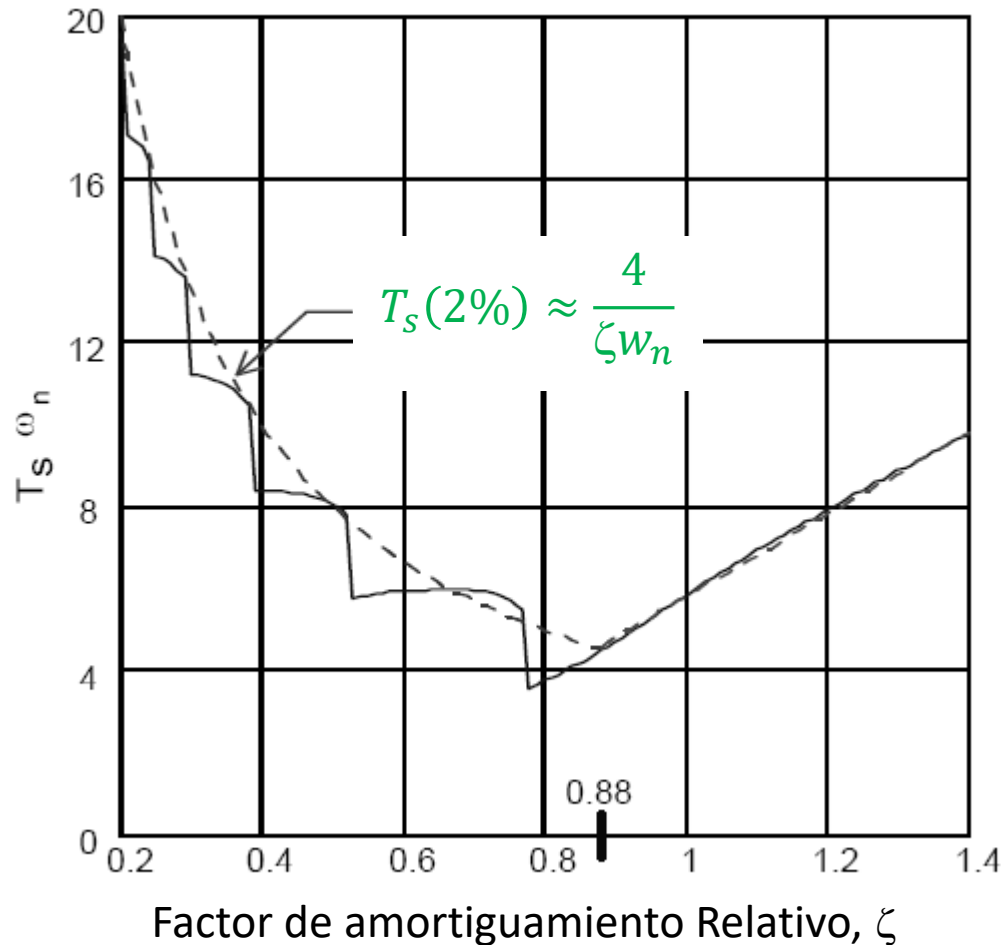
$$T_s(2\%) \approx \frac{3}{\zeta \omega_n}$$

$$G(s) = \frac{K(\alpha^2 + \omega_d^2)}{s^2 + 2\alpha s + (\alpha^2 + \omega_d^2)}$$



Tiempo de Asentamiento (T_s)

- Para un sistema de segundo orden (sin ceros)



Para $\zeta \leq 0.88$

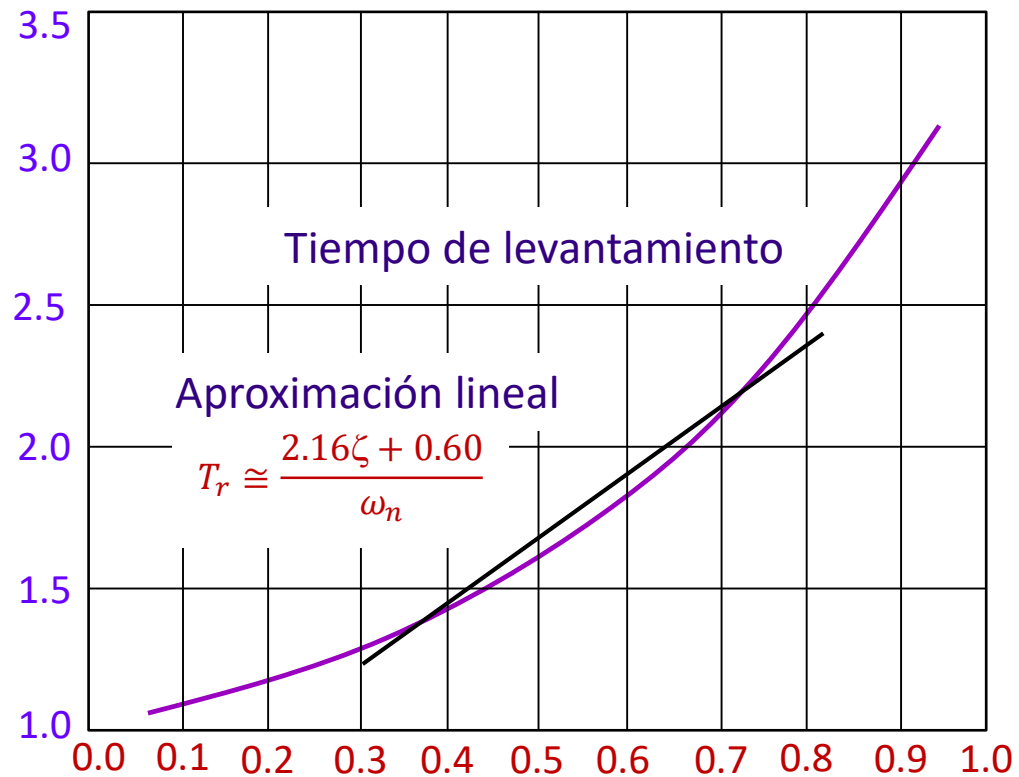
$$T_s(2\%) \approx \frac{4}{\zeta \omega_n}$$

Para $0.88 < \zeta < 1.4$

$$T_s(2\%) \approx \frac{10\zeta - 4.2}{\omega_n}$$

Tiempo de Levantamiento (Tr)

Sistemas de 2do Orden SIN ceros

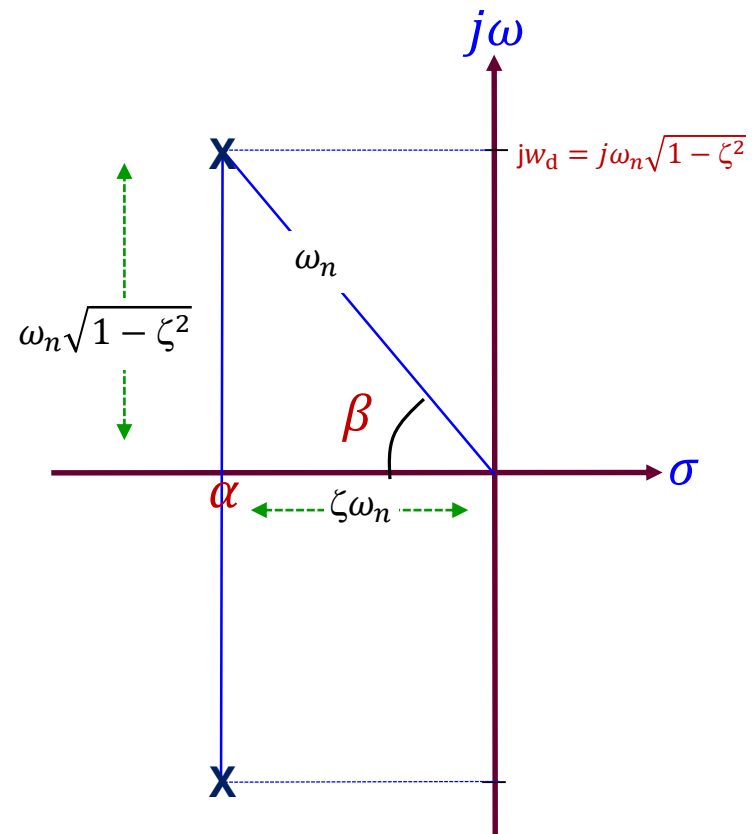


Recordar siempre

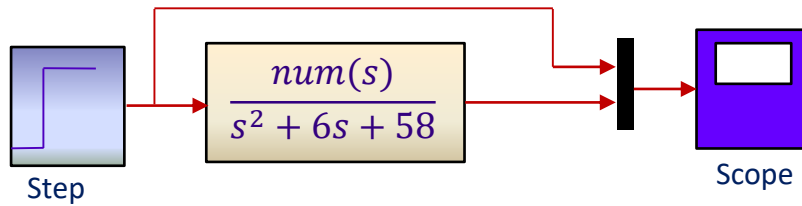
- Si la ecuación característica: $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$
- Los dos polos del sistema que se obtienen resolviendo la ecuación característica, resulta:

$$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_d$$



Ejemplo 1



Del denominador:

$$2\zeta\omega_n = 6$$

$$\zeta\omega_n = 3$$

$$\omega_n^2 = 58$$



$$\omega_n = \sqrt{58} = 7.616$$

$$\zeta = \frac{3}{\omega_n}$$



$$\zeta = \frac{3}{\sqrt{58}} = 0.394$$

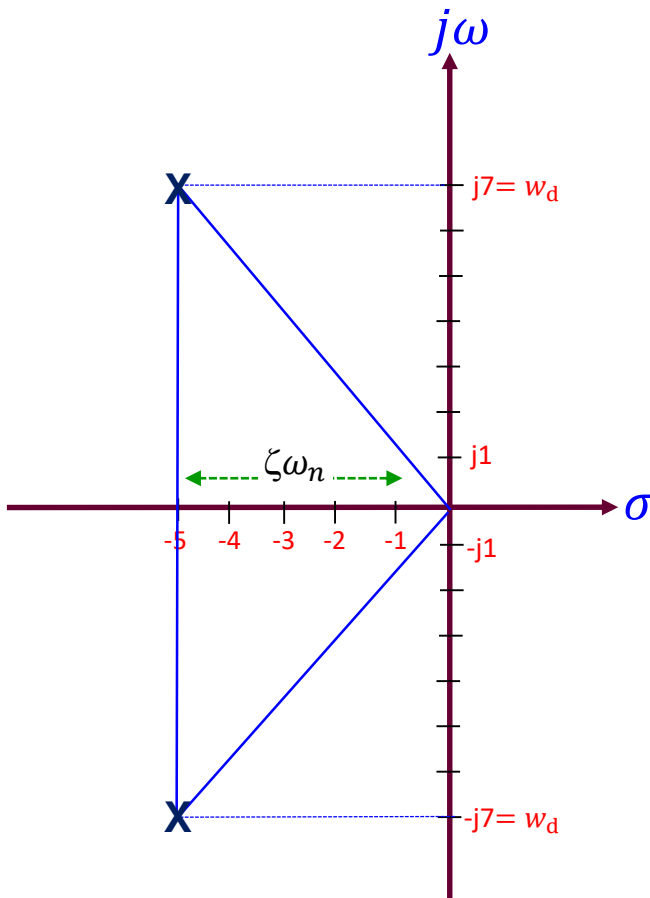
Por tanto:

$$\%PO = e^{-0.394\pi/\sqrt{1-(0.394)^2}} * 100 = 26\%$$

$$\%PO = 26\%$$

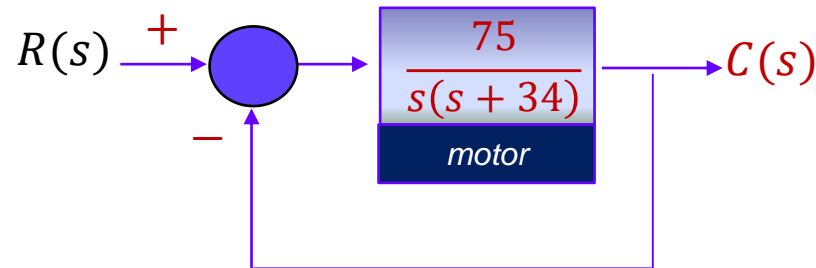
$$T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{3} = 1.333$$

$$T_p = \frac{\pi}{7} = 0.449$$



Ejemplo 2

Definir los parámetros de respuesta transitoria del sistema



Desarrollo:

La función de transferencia de lazo cerrado es

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{375}{s^2 + 34s + 375}$$

Se utiliza la siguiente igualdad

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{375}{s^2 + 34s + 375} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Ejemplo 2

se obtiene

$$\omega_n^2 = 375$$

$$\omega_n = \sqrt{375}$$

$$\sigma = 17$$

$$2\zeta\omega_n = 34$$

$$\zeta = \frac{34}{2\sqrt{375}} = 0.877876$$

$$\omega_d = \sqrt{86}$$

A partir de aquí se obtienen los parámetros de respuesta transitoria

$$\beta = \tan^{-1} \frac{\omega_d}{\sigma} = 0.499 \text{ rad.}$$

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} = 0.2849 \text{ segundos} \quad M_p = e^{-(\sigma/\omega_d)\pi} = 0.00315 = 0.315\%$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = 0.33876 \text{ segundos} \quad t_s = \frac{4}{\sigma} = 0.23529 \text{ segundos}$$

Tarea

- Determine los indicadores de desempeño: **P.O.**, **Ts**, y **Tr** para los siguientes sistemas :

$$G_1(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

$$G_2(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$$

$$G_3(s) = \frac{1}{s^2 + 1.76s + 1}$$

Verifique sus resultados con ayuda del **Matlab/Simulink** e Interprete los resultados.