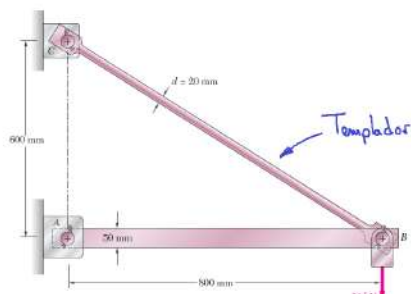
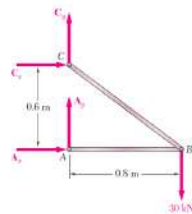


Concepto de esfuerzo



D.C.L



$$\sum M = 0$$

$$\sum F = 0$$

En estática los cuerpos rígidos

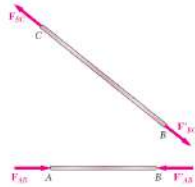
$$A = 40 \text{ kN}$$

$$C_x = 40 \text{ kN}$$

$$C_y = 30 \text{ kN}$$

$\sigma = \text{sigma}$

$\sigma = \text{esfuerzo normal}$



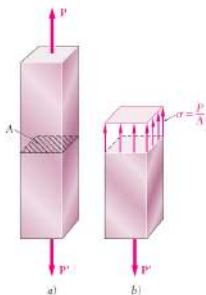
Es necesario asegurar que la estructura no falle



Existen 3 tipos de falla:

- Resistencia
- Deformación
- Estabilidad (Pandeo)

Esfuerzos en los elementos de una estructura



$$\sigma = \frac{F_n}{A}$$

Para la figura:

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

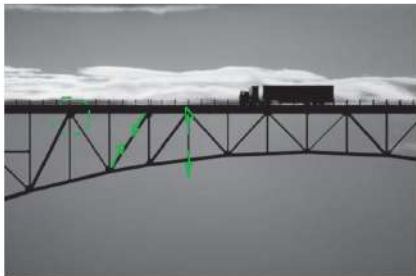
$$P = 50 \text{ kN}$$

$$A = 314 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\sigma = \frac{50 \cdot 10^3 \text{ N}}{314 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 159\,235\,668,8 \text{ Pa}$$

$$\approx 159,2 \text{ MPa} \downarrow$$

Carga axial, esfuerzo normal



$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

Esfuerzo cortante

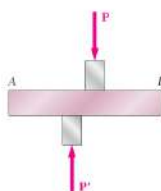
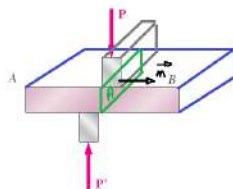


Figura 1.14 Elemento con cargas transversales.

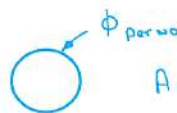
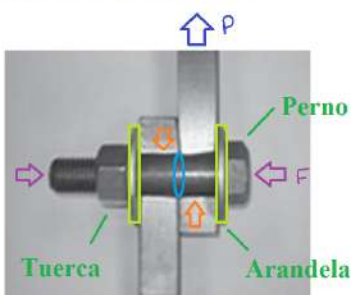


$$\tau = \text{Tau}$$

$\tau = \text{esfuerzo cortante}$

$$\tau = \frac{P}{A} \dots \frac{\text{N}}{\text{m}^2} (\text{Pa})$$

Ejemplo cizallamiento simple



$$A = \frac{\pi \cdot \phi^2}{4}$$

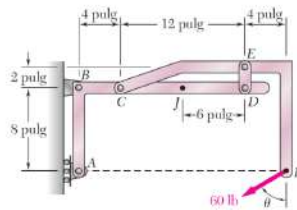
$$\tau = \frac{P}{A}$$

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Fotografía 1.2 Vista en corte de una conexión con un perno en cortante.

Problema 03

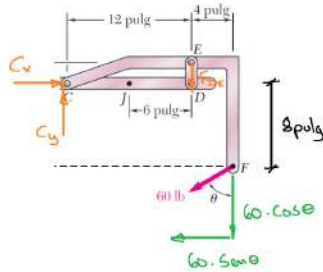
Si se sabe que el eslabón DE tiene $\frac{1}{8}$ pulg de espesor y 1 pulg de ancho, determine el esfuerzo normal en la porción central de dicho eslabón cuando a) $\theta = 0^\circ$, b) $\theta = 90^\circ$



Consideraciones

- Las deformaciones son minimas $\delta \approx 0$

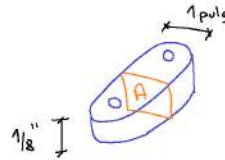
Diagrama de cuerpo libre D.C.L, para CEF



$$\sum M_C = 0$$

$$-F_{DE} \cdot 12 \text{ pulg} - 60 \cdot \sin \theta \cdot 8 \text{ pulg} - 60 \cdot \cos \theta \cdot 16 \text{ pulg} = 0$$

$$F_{DE} = 80 \cdot \cos \theta + 40 \cdot \sin \theta$$



$$A = \frac{1}{8} \text{ pulg} \cdot 1 \text{ pulg} = \frac{1}{8} \text{ pulg}^2$$

a) $\theta = 0^\circ$

$$F_{DE} = 80 \text{ lbf}$$

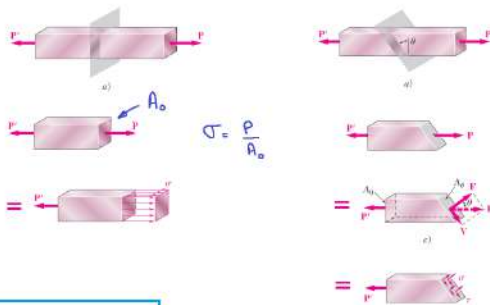
$$\sigma_{DE} = \frac{F_{DE}}{A} = \frac{80 \text{ lbf}}{\frac{1}{8} \text{ pulg}^2} = +640 \text{ psi} \quad \text{Tracción}$$

b) $\theta = 90^\circ$

$$F_{DE} = 40 \text{ lbf}$$

$$\sigma_{DE} = \frac{F_{DE}}{A} = \frac{40 \text{ lbf}}{\frac{1}{8} \text{ pulg}^2} = +320 \text{ psi} \quad \text{Tracción}$$

Esfuerzo en un plano oblicuo bajo carga axial

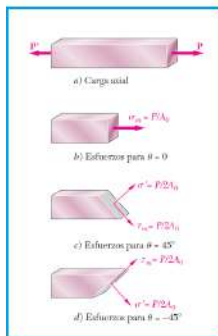


$$F = P \cdot \cos \theta \quad V = P \cdot \sin \theta$$

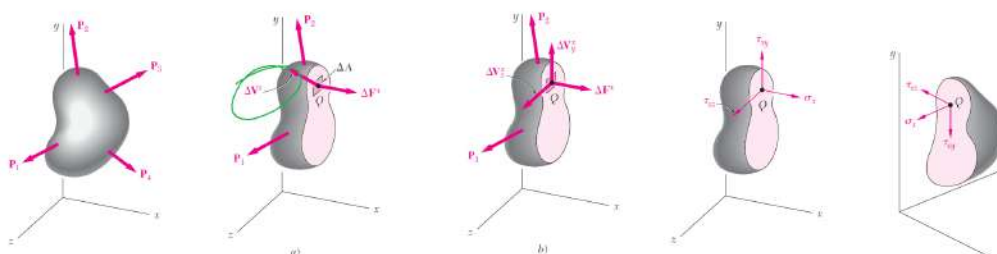
$$A_\theta = \frac{A_0}{\cos \theta}$$

$$\sigma = \frac{P \cdot \cos \theta}{\frac{A_0}{\cos \theta}} = \frac{P}{A_0} \cdot \cos^2 \theta$$

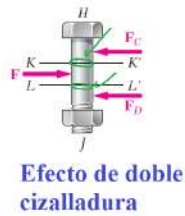
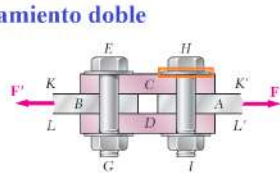
$$\tau = \frac{P \cdot \sin \theta}{\frac{A_0}{\cos \theta}} = \frac{P}{A_0} \cdot \sin \theta \cos \theta$$



Esfuerzos bajo condiciones generales de carga



Cizallamiento doble



$$F = 2P$$

$$\tau = \frac{F}{2A}$$

Esfuerzos de aplastamiento en conexiones

1.8 Aplicación al análisis y diseño de estructuras sencillas

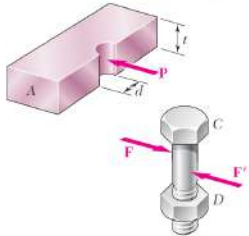


Figura 1.20

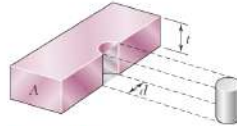


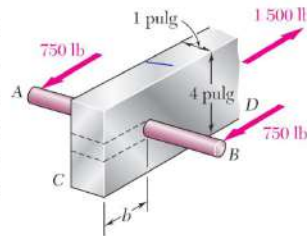
Figura 1.21

$$\sigma_b = \frac{P}{t \cdot d}$$

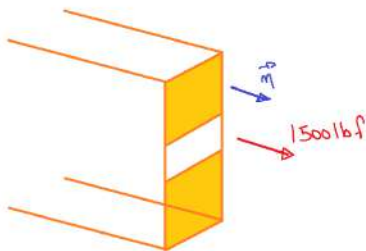
Esfuerzo de aplastamiento

Problema 08

Una varilla de acero AB con $\frac{5}{8}$ pulg de diámetro se ajusta a un orificio redondo cerca del extremo C del elemento de madera CD. Para la carga mostrada, determine a) el esfuerzo máximo normal promedio en la madera, b) la distancia b para la cual el esfuerzo cortante promedio es de 100 psi sobre las superficies indicadas por líneas punteadas, c) el esfuerzo de aplastamiento promedio sobre la madera.



a) Esfuerzo máximo en la madera



$$\sigma = \frac{F_v}{A} = \frac{1500 \text{ lbf}}{4 \text{ pulg} \times 1 \text{ pulg} - \frac{5}{8} \text{ pulg} \times 1 \text{ pulg}} = 444,4 \frac{\text{lbf}}{\text{pulg}^2} = 444,4 \text{ psi} = 0,44 \text{ ksi}$$

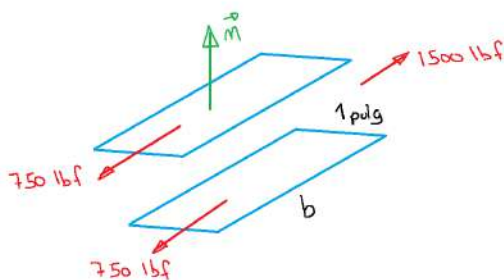
$$1 \text{ psi} = \frac{1 \text{ lbf}}{\text{pulg}^2}$$

$$1 \text{ ksi} = 1000 \text{ psi} = \frac{1000 \text{ lbf}}{\text{pulg}^2}$$

$$1 \text{ Kip} = 1000 \text{ lbf}$$

$$1 \text{ pulg} = 2,54 \text{ cm}$$

b) la distancia b para el esfuerzo cortante promedio es 100 psi en las líneas indicadas



$$\tau = \frac{750 \text{ lbf}}{b \times 1 \text{ pulg}^2}$$

$$100 \frac{\text{lbf}}{\text{pulg}^2} = \frac{750 \text{ lbf}}{b \times 1 \text{ pulg}^2}$$

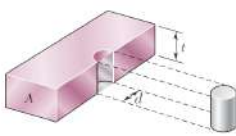
$$b = 7,5 \text{ pulg}$$

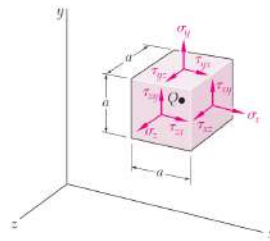
c) El esfuerzo de aplastamiento sobre la madera

$$\sigma_b = \frac{P}{t \cdot d}$$

Esfuerzo de aplastamiento

$$\sigma_b = \frac{1500 \text{ lbf}}{\frac{5}{8} \text{ pulg}^2} = 2400 \text{ psi}$$





9 esfuerzos

$$\begin{aligned}\tau_{xy} &= \tau_{yx} \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} \\ \tau_{zx} &= \tau_{xz}\end{aligned}$$

Consideraciones de diseño

$$\sigma_U = \frac{P_U}{A}$$

$$\text{Factor de seguridad} = F.S. = \frac{\text{carga última}}{\text{carga permisible}} \quad (1.24)$$

Una definición alterna del factor de seguridad se basa en el uso de esfuerzos:

$$\text{Factor de seguridad} = F.S. = \frac{\text{esfuerzo último}}{\text{esfuerzo permisible}} \quad (1.25)$$

Problema 05

La barra de un remolque para aviones se posiciona por medio de un cilindro hidráulico sencillo conectado mediante una varilla de acero de 25 mm de diámetro a las dos unidades idénticas de brazo y rueda DEF. La masa de toda la barra del remolque es de 200 kg, y su centro de gravedad se localiza en G. Para la posición mostrada, determine el esfuerzo normal en la varilla.

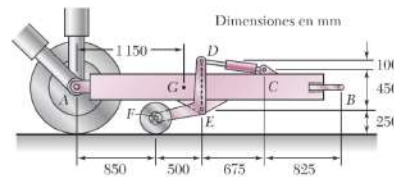
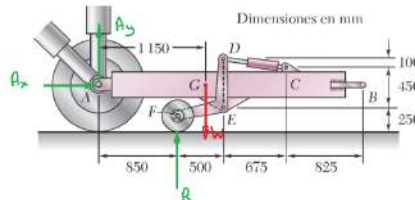


Diagrama de cuerpo libre D.C.L: Brazo y rueda



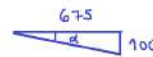
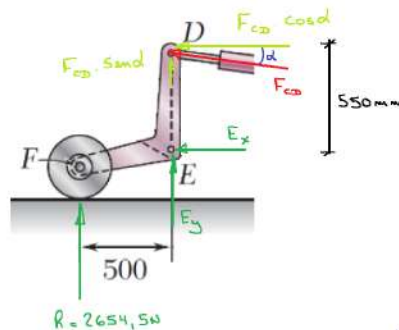
$$W = 200 \text{ kg} \times 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1962 \text{ N} \downarrow$$

$$\sum M_A = 0$$

$$R \cdot 850 - 1962 \cdot 1150 = 0$$

$$R = 2654.5 \text{ N} \downarrow$$

Diagrama de cuerpo libre para el brazo



$$\alpha = \arctan \frac{100}{675}$$

$$\alpha = 8.42^\circ$$

$$\sum M_E = 0$$

$$-R \cdot 500 + F_{cd} \cdot \cos 8.42 \cdot 550 = 0$$

$$F_{cd} = -2439.5 \text{ N} \downarrow$$

La barra CD está en compresión



Barra CD

$$A = \frac{\pi \cdot (0.025 \text{ m})^2}{4}$$

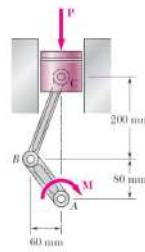
$$A = 4.908 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\sigma_{cd} = \frac{-2439.5 \text{ N}}{4.908 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = -4969708.6 \text{ Pa}$$

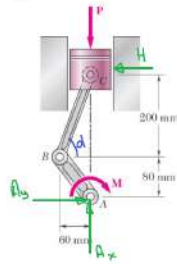
$$\approx -4.97 \text{ MPa} \downarrow$$

Problema 04

Un par M con magnitud de $1500 \text{ N}\cdot\text{m}$ se aplica a la manivela de un motor. Para la posición mostrada, determine a) la fuerza P requerida para mantener en equilibrio al sistema del motor, b) el esfuerzo normal promedio en la biela BC, la cual tiene una sección transversal uniforme de 450 mm^2 .

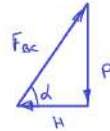
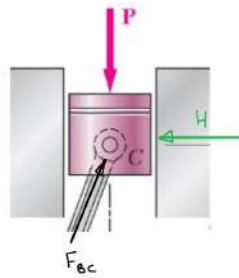


D.C.L



$$\begin{aligned} \sum M_A &= 0 \\ H \cdot 0,280 \text{ m} - 1500 \text{ N}\cdot\text{m} &= 0 \\ H &= 5357,1 \text{ N} \end{aligned}$$

DCL para el pistón



$$\tan \alpha = \frac{200}{60}$$

$$\alpha = 73,3^\circ$$

$$\tan \alpha = \frac{P}{H} = \frac{200}{60}$$

$$P = 17857 \text{ N}$$

$$\sin \alpha = \frac{P}{F_{bc}}$$

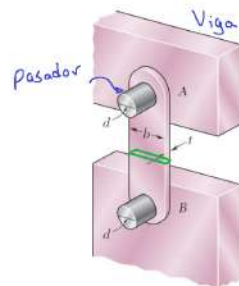
$$F_{bc} = \frac{P}{\sin \alpha} = \frac{17857 \text{ N}}{\sin 73,3^\circ} = 18643,33 \text{ N}$$

El esfuerzo normal en la biela

$$\sigma_{bc} = \frac{-18643,33 \text{ N}}{450 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = -41429620 \text{ Pa} \approx -41,4 \text{ MPa}$$

Problema 09

El eslabón AB, cuyo ancho es $b = 50 \text{ mm}$ y su grosor $t = 6 \text{ mm}$, se emplea para soportar el extremo de una viga horizontal. Si se sabe que el esfuerzo normal promedio en el eslabón es de -140 MPa y que el esfuerzo cortante promedio en cada uno de los pasadores es de 80 MPa , determine a) el diámetro d de los pasadores, b) el esfuerzo promedio de aplastamiento en el eslabón.



$$\begin{aligned} &6 \text{ mm} \\ &50 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\text{Area} = 300 \text{ mm}^2$$

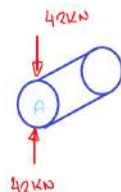
$$\sigma_{\text{eslabón}} = -140 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{pasador}} = 80 \text{ MPa}$$

Para el eslabon AB

$$\sigma = -\frac{P}{A} = -140 \text{ MPa} = \frac{P}{300 \times 10^{-6} \text{ m}^2} \quad P = 42000 \text{ N} = 42 \text{ kN}$$

El pasador se encuentra en simple cizalladura



$$\tau = 80 \text{ MPa}$$

$$A_{\text{pasador}} = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$80 \text{ MPa} = \frac{42000 \text{ N}}{\frac{\pi d^2}{4}}$$

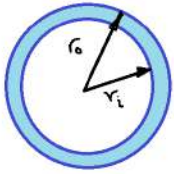
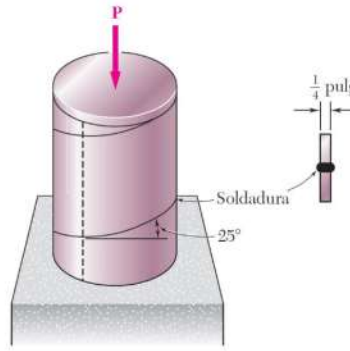
$$d = 2,585 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Aplastamiento para el eslabon

$$\sigma_b = \frac{P}{A_p} = \frac{42000 \text{ N}}{2,585 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot 6 \times 10^{-3} \text{ m}} \approx 271 \text{ MPa}$$

Problema 11

Una tubería de acero de 12 pulg de diámetro exterior se fabrica a partir de una placa de $\frac{1}{4}$ pulg de espesor soldando a lo largo de una hélice que forma un ángulo de 25° con un plano perpendicular al eje de la tubería. Si se sabe que los esfuerzos normal y cortante máximos permisibles en las direcciones respectivas normal y tangencial a la soldadura, son de $\sigma = 12$ ksi y $\tau = 7.2$ ksi, determine la magnitud P de la máxima fuerza axial que puede aplicarse a la tubería.



$$r_o = 6 \text{ pulg}$$

$$r_i = 6 \text{ pulg} - \frac{1}{4} \text{ pulg} = 5.75 \text{ pulg}$$

$$A_{\text{rea}} = \pi \cdot (r_o^2 - r_i^2) = \pi \cdot (6^2 - 5.75^2) \text{ pulg}^2 = 9.228 \text{ pulg}^2$$

$$A_o = 9.228 \text{ pulg}^2$$

$$\theta = 25^\circ$$

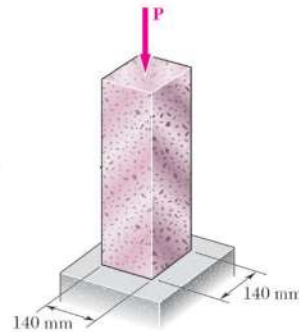
$$\sigma = \frac{P}{A_o} \cdot \cos^2 \theta \quad \Rightarrow \quad P = \frac{\sigma \cdot A_o}{\cos^2 \theta} = \frac{12 \times 10^3 \frac{\text{lb}}{\text{ft}^2} \cdot 9.228 \text{ pulg}^2}{\cos^2 25^\circ} = 134\,814 \text{ lbf} \approx 134.81 \text{ kip}$$

$$\tau = \frac{P}{A_o} \cdot \sin \theta \cos \theta \quad \Rightarrow \quad P = \frac{\tau \cdot A_o}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{7.2 \times 10^3 \frac{\text{lb}}{\text{ft}^2} \cdot 9.228 \text{ pulg}^2}{\sin 25^\circ \cos 25^\circ} = 173\,466 \text{ lbf} \approx 173 \text{ kip}$$

La carga máxima permisible es 134.81 kip

Problema 12

Una carga centrada P se aplica al bloque de granito que se muestra en la figura. Si se sabe que el valor máximo resultante del esfuerzo cortante en el bloque es de 18 MPa, determine a) la magnitud de P , b) la orientación de la superficie donde ocurre el máximo esfuerzo cortante, c) el esfuerzo normal ejercido sobre esa superficie, d) el valor máximo del esfuerzo normal en el bloque.



$$\tau = \frac{P}{A_o} \cdot \sin \theta \cos \theta$$

$$\tau_{\text{máx}} \quad \text{para} \quad \theta = 45^\circ$$

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{P}{2 \cdot A_o} \quad 18 \times 10^6 \text{ Pa} = \frac{P}{2 \times (0.140 \text{ m})^2}$$

$$P = 70\,560 \text{ N}$$

$$P = 70.56 \text{ kN}$$

c)

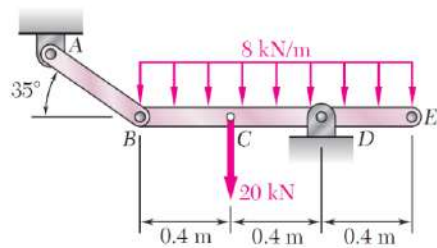
$$\sigma = \frac{P}{A_o} \cdot \cos^2 \theta \quad \text{para} \quad \theta = 45^\circ \quad \sigma = \frac{P}{2 \cdot A_o} = 18 \text{ MPa}$$

d) $\theta = 0$

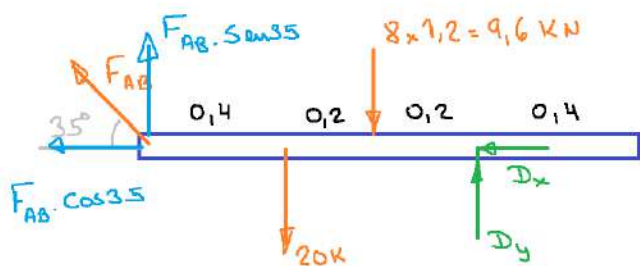
$$\sigma = \frac{P}{A_o} = 36 \text{ MPa}$$

Problema 14

El eslabón AB debe fabricarse con un acero cuya resistencia última a la tensión sea de 450 MPa. Determine el área de la sección transversal de AB para la cual el factor de seguridad es de 3.50. Suponga que el eslabón se reforzará de manera adecuada alrededor de los pasadores en A y B.



D.C.L de la barra BE



$\sum M_D = 0$

$- F_{AB} \cdot \sin 35^\circ \cdot 0,8 + 20 \text{ kN} \cdot 0,4 + 9,6 \text{ kN} \cdot 0,2 = 0$

$F_{AB} = 21,619 \text{ kN}$

Factor de seguridad = $F.S. = \frac{\text{esfuerzo último}}{\text{esfuerzo permisible}}$

$\frac{\sigma_{\text{último}}}{\sigma_{\text{perm}}} = 3,5$ $\frac{450 \text{ MPa}}{\sigma_{\text{perm}}} = 3,5$ $\sigma_{\text{perm}} = 128,57 \text{ MPa}$

$128,57 \times 10^6 \text{ Pa} = \frac{21,619 \times 10^3 \text{ N}}{\text{Area}}$

$\text{Area} = 1,681 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

$\text{Area} = 168,1 \text{ mm}^2$