INGENIERÍA DE CONTROL 2

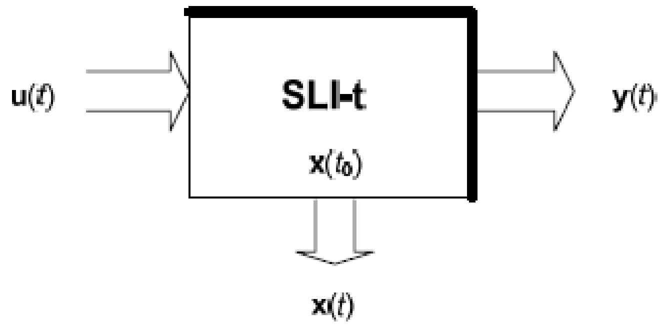
Sesión 3

2.6 FORMAS CANONICAS.- TRANSFORMACIONES DE SIMILITUD

Sucede frecuentemente, que las **variables de estado** que aparecen en el modelo de un sistema **no son las más convenientes** para tareas de análisis y diseño.

Por otro lado, existe la posibilidad de realizar una transformación lineal:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t)\\ y(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t)\end{aligned} \quad \xrightarrow{\text{Transformación de Similitud}} \quad \begin{aligned}\dot{\overline{\mathbf{x}}}(t) &= \overline{\mathbf{A}}\,\overline{\mathbf{x}}(t) + \overline{\mathbf{B}}u(t)\\ y(t) &= \overline{\mathbf{C}}\,\overline{\mathbf{x}}(t) + \overline{\mathbf{D}}u(t)\end{aligned}$$



FORMAS CANONICAS

Dadas las ec. dinámicas de un sistema SISO

$$\dot{\mathbf{x}}(\mathrm{t}) = \mathbf{A}\mathbf{x}(\mathrm{t}) + \mathbf{B}u(\mathrm{t}) \qquad (1)$$

$$y(\mathrm{t}) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\mathrm{t}) + \mathbf{D}u(\mathrm{t}) \qquad (2)$$

las cuales son transformadas a otro grupo de ecuaciones de la misma dimensión mediante la siguiente transformación

$$\mathbf{x}(\mathrm{t}) = \mathbf{P}\overline{\mathbf{x}}(\mathrm{t}) \qquad (3)$$

en donde **P** es una matriz no singular de nxn, por lo que

$$\overline{\mathbf{x}}(\mathrm{t}) = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{x}(\mathrm{t}) \qquad (4)$$

FORMAS CANONICAS (cont.)

Las nuevas ecuaciones dinámicas (transformadas)

$$\dot{\overline{\mathbf{x}}}(t) = \overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{x}}(t) + \overline{\mathbf{B}}u(t) \qquad (5)$$

$$y(t) = \overline{\mathbf{C}}\overline{\mathbf{x}}(t) + \overline{\mathbf{D}}u(t) \qquad (6)$$

Sustituyendo **(3)** en **(1)**

$$\mathbf{P}\dot{\overline{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{P}\overline{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}u(t) \qquad (7)$$

ó

$$\dot{\overline{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}\overline{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{P}^{-1}\mathbf{B}u(t) \qquad (8)$$

De (5)=(8), se tiene:

FORMAS CANONICAS (cont.)

$$\overline{\mathbf{A}} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P} \qquad (9)$$

y

$$\overline{\mathbf{B}} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{B} \qquad (10)$$

De la misma manera sustituyendo **(3)** en **(2)**

$$y(\mathrm{t}) = \mathbf{CPx}(\mathrm{t}) + \mathbf{D}u(\mathrm{t}) \qquad (11)$$

de donde

$$\overline{\mathbf{C}} = \mathbf{CP} \qquad \text{y} \qquad \overline{\mathbf{D}} = \mathbf{D} \qquad (12)$$

FORMAS CANONICAS (cont.)

Esta transformación denom. **transformación de similitud**, tiene la propiedad de que al realizarla: **la FT, la ec. característica, los valores y vectores propios** se conservan.

Ejemplo

Si

$$\Delta(s) = |s\mathbf{I} - \mathbf{A}| = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0 = 0$$

también

$$\Delta(s) = |s\mathbf{I} - \overline{\mathbf{A}}| = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0 = 0$$

FORMA CANONICA CONTROLABLE

Las ecuaciones dinámicas (1) y (2), se transforman a la FCC, mediante la transformación de la ec. (3), con

$$\mathbf{P} = \mathbf{S}\mathbf{M} \tag{13}$$

en donde

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} & \ldots & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \tag{14}$$

y

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & 1 \\ a_2 & a_3 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n-1} & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{15}$$

FORMA CANONICA CONTROLABLE

Entonces:

$$\overline{\mathbf{A}} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$\overline{\mathbf{B}} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

FORMA CANONICA CONTROLABLE

Además $\mathbf{C}$ y $\mathbf{D}$, están dadas por la ec. (12):

$$\overline{\mathbf{C}} = \mathbf{CP} \qquad \text{y} \qquad \overline{\mathbf{D}} = \mathbf{D}$$

FORMA CANONICA OBSERVABLE

El sistema descrito por las ecuaciones dinámicas (1) y (2) se transforma a la FCO mediante la transformación

$$\mathbf{x}(\mathrm{t}) = \mathbf{Q}\overline{\mathbf{x}}(\mathrm{t})$$

La matriz **Q** de la tranformación a la FCO, viene dada por:

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{MV})^{-1}$$

en donde **M** viene dada por la ec. (15) y

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{n-1} \end{bmatrix}$$

FORMA CANONICA OBSERVABLE

De donde se obtiene

$$\overline{\mathbf{A}} = \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -a_2 \\ \vdots & \vdots & & & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_{n-1} \end{bmatrix}$$

y

$$\overline{\mathbf{C}} = \mathbf{C}\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

además

$$\overline{\mathbf{B}} = \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{B} \quad \text{y} \quad \overline{\mathbf{D}} = \mathbf{D}$$

FORMA CANONICA DIAGONAL

Dadas (1) y (2), si **A** tiene autovalores distintos, existe una transformación no singular

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{T}\overline{\mathbf{x}}(t)$$

donde **T** esta compuesta por los vectores propios de **A**,

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & P_3 & \cdots & P_n \end{bmatrix}$$

aquí $\mathbf{P}_i$, i=1, 2, …, n, denota el vector propio asociado con el autovalor λ_i.

Empleando la matriz **T** hallada, en las ec. transformadas (5) y (6), se obtendrá la matriz diagonal

FORMA CANONICA DIAGONAL

$$\overline{\mathbf{A}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

en donde $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ son los n autovalores distintos.

Asimismo, de (10)-(12)

$$\overline{\mathbf{B}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{B}$$

$$\overline{\mathbf{C}} = \mathbf{C}\mathbf{T} \qquad (16)$$

$$\overline{\mathbf{D}} = \mathbf{D}$$

FORMA CANONICA DIAGONAL

Una de las ventajas de la FCD, es que las ec. de estado transformadas se presentan en forma desacoplada una de la otra y por lo tanto se pueden resolver en forma individual

FORMA CANONICA DE JORDAN

En general, cuando la matriz **A** tiene valores propios de orden múltiple, esta no se podrá transformar a la forma diagonal.

Sin embargo, existe una transformación de similitud, donde la matriz de transformación **T** se forma empleando los vectores propios y los vectores propios generalizados, con la cual se obtendrá $\overline{\mathbf{A}}$ como una matriz cuasi diagonal, la cual es conocida como forma canónica de Jordan (FCJ)

FORMA CANONICA DE JORDAN

Ejemplo

La FCJ de una matriz **A**, la cual tiene un valor propio de tercer orden λ_1 y dos valores propios distintos λ_2 y $\lambda_{3,}$, vendrá dada por

$$\overline{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$$

Ejemplo 1

Dado el modelo de estado de una planta (dado en su FCC),

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} b_0 & b_1 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

trazar su diagrama de simulación.

Ejemplo 1 (cont.)

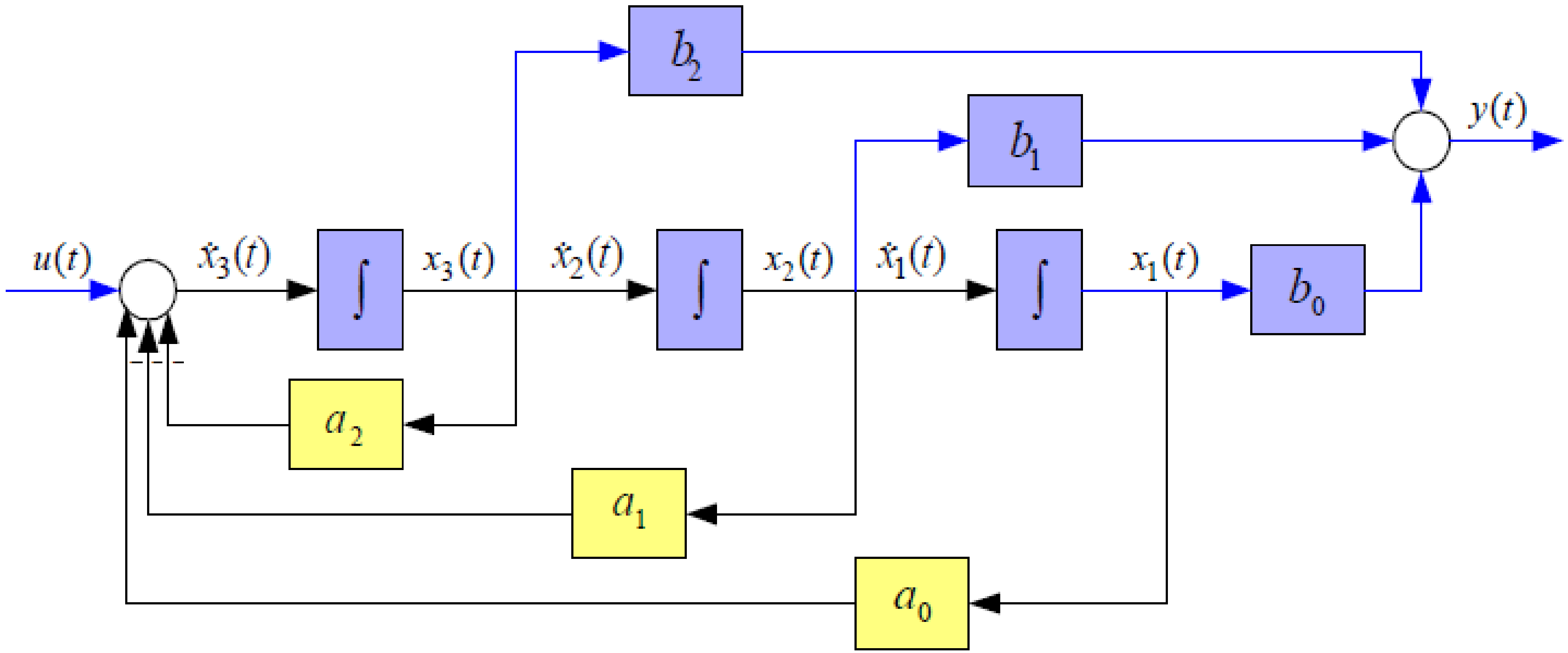
Solución

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t)$$
$$\dot{x}_2(t) = x_3(t)$$
$$\dot{x}_3(t) = -a_0 x_1(t) - a_1 x_2(t) - a_2 x_3(t) + b_2 u(t)$$

$$y(t) = b_0 x_1(t) + b_1 x_2(t) + b_2 x_3(t)$$

trazando el diagrama de simulación respectivo se tiene.

Ejemplo 1 (cont.)



Ejemplo 2

Dado el modelo de estado de una planta (dado en su FCO),

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

trazar su diagrama de simulación.

Ejemplo 2 (cont.)

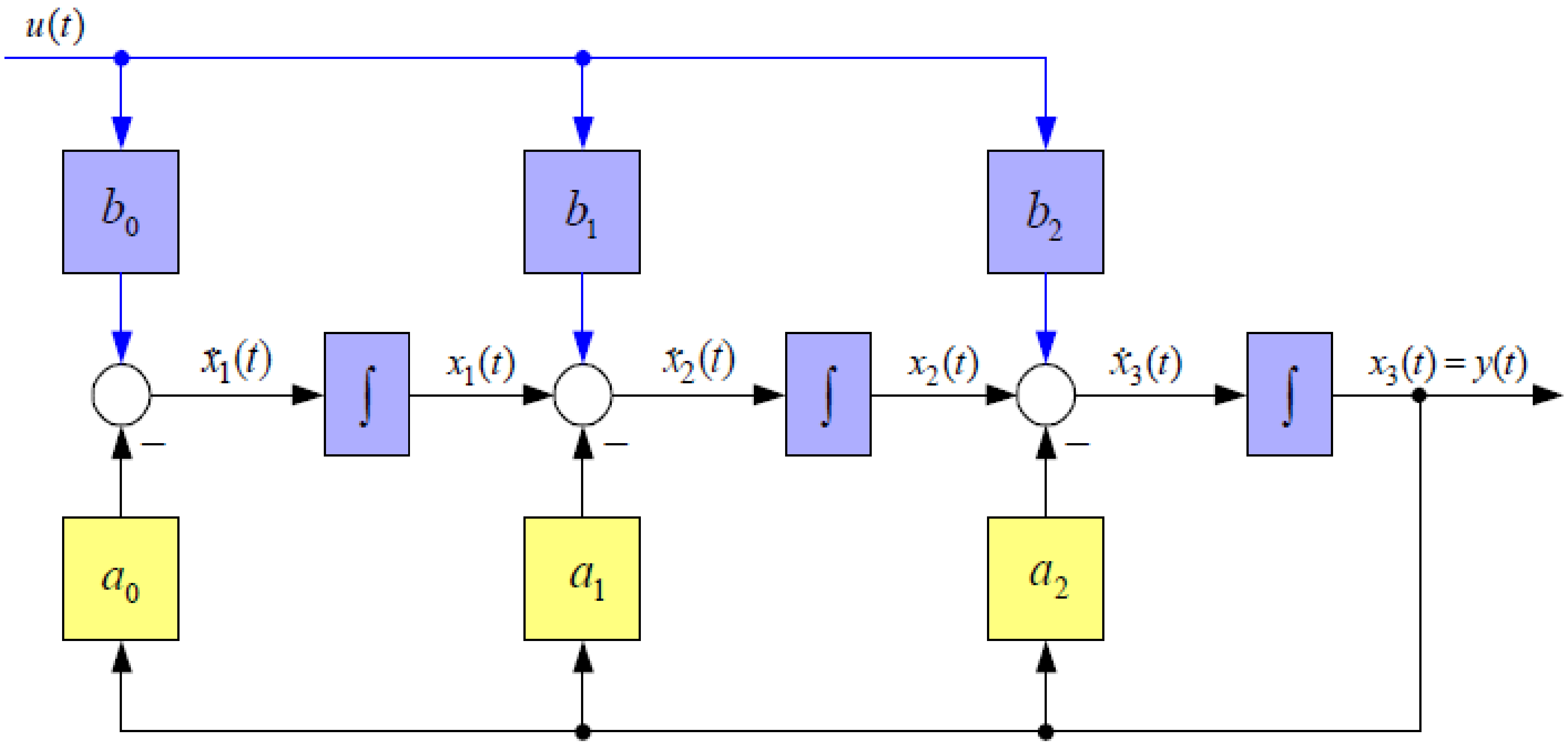
Solución

$$\dot{x}_1(t) = -a_0 x_3(t) + b_0 u(t)$$
$$\dot{x}_2(t) = x_1(t) - a_1 x_3(t) + b_1 u(t)$$
$$\dot{x}_3(t) = x_2(t) - a_2 x_3(t) + b_2 u(t)$$

$$y(t) = x_3(t)$$

trazando el diagrama de simulación respectivo se tiene.

Ejemplo 2 (cont.)



3. DISEÑO MEDIANTE LA VARIABLE DE ESTADO

3.1 INTRODUCCIÓN

- En el diseño en el espacio-estado, existen criterios para determinar (desde el inicio), si la solución que cumple las especificaciones deseadas existe o no.

- Las condiciones sobre controlabilidad y observabilidad gobiernan la existencia de una solución de un problema de control óptimo.

- Kalman demostró que una perfecta cancelación polo/cero resulta en un sistema inestable con una FT estable.

Ejemplo

Se tiene un SLI-t:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} `1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix}$$

Su diagrama de simulación viene dado por:

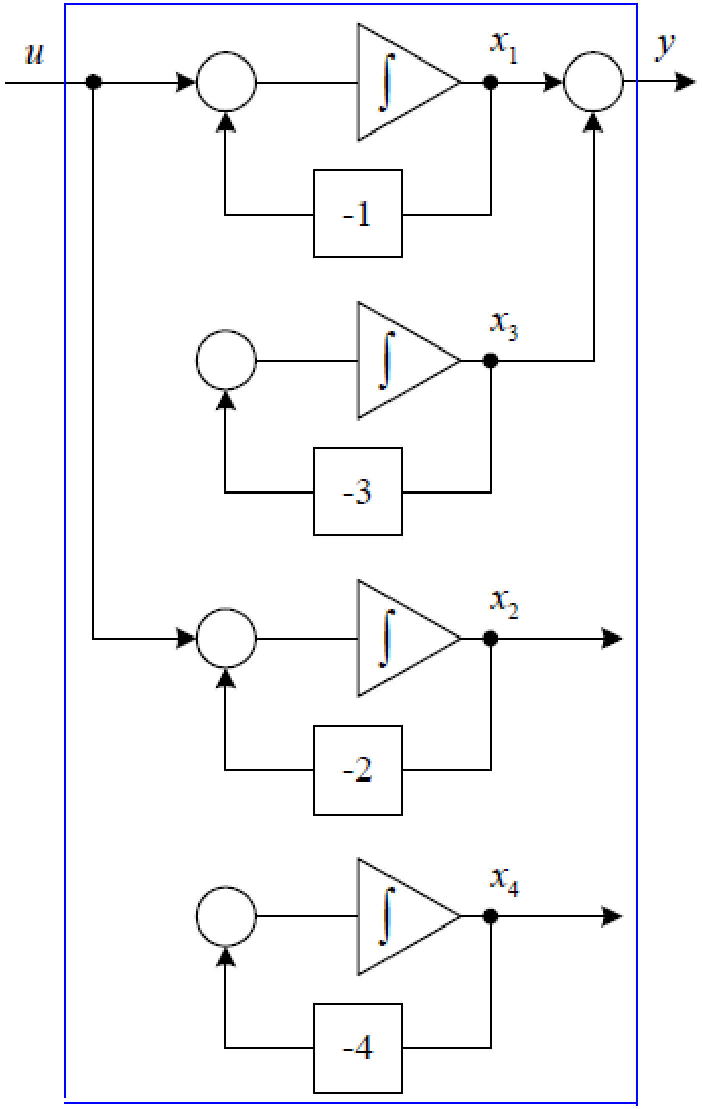
$$\dot{x}_1(t) = -x_1(t) + u(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -2x_2(t) + u(t)$$

$$\dot{x}_3(t) = -3x_3(t)$$

$$\dot{x}_4(t) = -4x_4(t)$$

$$y(t) = x_1(t) + x_3(t)$$



Ejemplo (cont.)

Las condiciones de controlabilidad y observabilidad de los cuatro estados se determinan por inspección.

El sistema estudiado consta de 4 diferentes subsistemas

x_1: controlable y observable (C y O)

x_2: controlable, pero no observable (C pero N O)

x_3: no controlable, pero observable (NC pero O)

x_4: no controlable y no observable (NC y NO)

Ejemplo (cont.)

Solamente en el primer subsistema x_1 contribuye a la FT :

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s+1}$$

¿Qué pasó?
La FT que corresponde a la dinámica descrita por el modelo de estado, tiene tres cancelaciones de polos y ceros.:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = C(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} = \frac{(s+2)(s+3)(s+4)}{(s+1)(s+2)(s+3)(s+4)}$$

RELACIÓN ENTRE CONTROLABILIDAD, OBSERVABILIDAD Y FT

Teorema

- Si la FT de un SLI-t tiene cancelación de polos y ceros, este será, o no controlable ó no observable, o ambos, dependiendo de cómo se definan las variables de estado.

- Si la FT de un SLI-t no tiene cancelación de polos y ceros, este siempre se podrá representar mediante ecuaciones dinámicas como un sistema totalmente controlable y observable.

POR QUE APARECEN?

Sistemas no controlables y no observables son originados debido a:

- Variables de estado redundantes
- Sistemas físicamente incontrolables
- Demasiada simetría

3.2 DEFINICIÓN DE CONTROLABILIDAD

3.2 DEFINICIÓN DE CONTROLABILIDAD

Considere un SLI-t

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \qquad (1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \qquad (2)$$

Se dice que un sistema es controlable si puede ser movido desde cualquier estado inicial $\mathbf{x}(t_0)$, a cualquier otro estado deseado $\mathbf{x}(t_f)$ en un intervalo de tiempo finito ($\tau = t_f - t_0 \geq 0$), aplicando una entrada continua por intervalos $\mathbf{u}(t)$.

TEOREMA

Para que el sistema descrito por la ec. (1) sea completamente controlable, es necesario y suficiente que su matriz de controlabilidad de n x nr tenga rango n:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{AB} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}$$

r- número de entradas

Definiciones

Definición.- Rango de una matriz **M** es el orden de la matriz no singular más grande contenida en **M.**

Ejemplo 1

Considere el modelo de estado de una planta

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

Determine si esta planta es o no controlable.

Solución

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{AB} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 9 & 1 \end{bmatrix};$$

$$rango\,(\mathbf{S}) = 3$$

TEOREMA

Para que un SISO descrito por la ec. (1), sea completamente controlable: **A** y **B** deben estar en la FCC o deben ser transformables a la FCC.

En este caso, el requerimiento sería que $|\mathbf{S}| \neq 0$.

Ejemplo 2

Considere el modelo de estado de una planta

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Determine si esta planta es o no controlable.

Solución

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{AB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$|\mathbf{S}| = 0 \quad - \text{singular,}$$

$$\rightarrow \text{la planta es no controlable.}$$

Ejemplo 3

Considere el modelo de estado de una planta

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Determine si esta planta es o no controlable.

Solución

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{AB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix};$$

$$|\mathbf{S}| \neq 0 \quad - \text{no singular,}$$

$$\rightarrow \text{la planta es controlable.}$$

3.3 DEFINICIÓN DE OBSERVABILIDAD

3.3 DEFINICIÓN DE OBSERVABILIDAD

Considere un SLI-t

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \qquad (1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \qquad (2)$$

Se dice que un sistema es observable, si y sólo si es posible determinar cualquier estado (inicial arbitrario) $\mathbf{x}(t_0)$ a partir de la observación de $\mathbf{y}(t)$ durante un intervalo de tiempo finito $t_0 \leq t < t_f$.

TEOREMA

Para que el sistema descrito por la ec. (1) sea completamente observable es necesario y suficiente que su matriz de observabilidad de n x np tenga rango n:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{n-1} \end{bmatrix}$$

p- número de salidas

Ejemplo 1

Considere el modelo de estado de una planta

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

Determine si esta planta es o no observable.

Solución

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}; \qquad rango\,(\mathbf{V}) = 2$$

TEOREMA

Para que un SISO descrito por la ec. (1) sea completamente observable: **A** y **C** deben estar en la FCO o deben ser transformables a la FCO.

En este caso, el requerimiento sería que $|\mathbf{V}| \neq 0$.

Ejemplo 2

Considere el modelo de estado de una planta

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} u(t);$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Determine si esta planta es o no observable.

Solución

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 0 \end{bmatrix};$$

$$|\mathbf{V}| = 0 \quad - \text{singular} \rightarrow \text{la planta es no observable.}$$

Ejemplo 3

Considere el modelo de estado de una planta

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t);$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Determine si esta planta es o no observable.

Solución

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix};$$

$$|\mathbf{V}| \neq 0 \quad - \text{no singular} \rightarrow \text{la planta es observable.}$$