Compensador en Adelanto

El Polo del controlador se trata de ubicar lo suficientemente lejos a la izquierda para no influir en la modificación que hace el cero del controlador

Ejm

(1) Sea el sistema :

$$R \longrightarrow \boxed{\frac{4}{s(s+1)}} \longrightarrow Y$$

(2) Analizamos las características del sistema con realimentación y ganancia unitaria, para ver si solo con ganancia pura (del controlador) se podría mejorar la respuesta.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{4}{s^2+s+4} = \frac{W_n^2}{s^2+2\xi W_n s + W_n^2}$$

Por comparación: $W_n = 2$

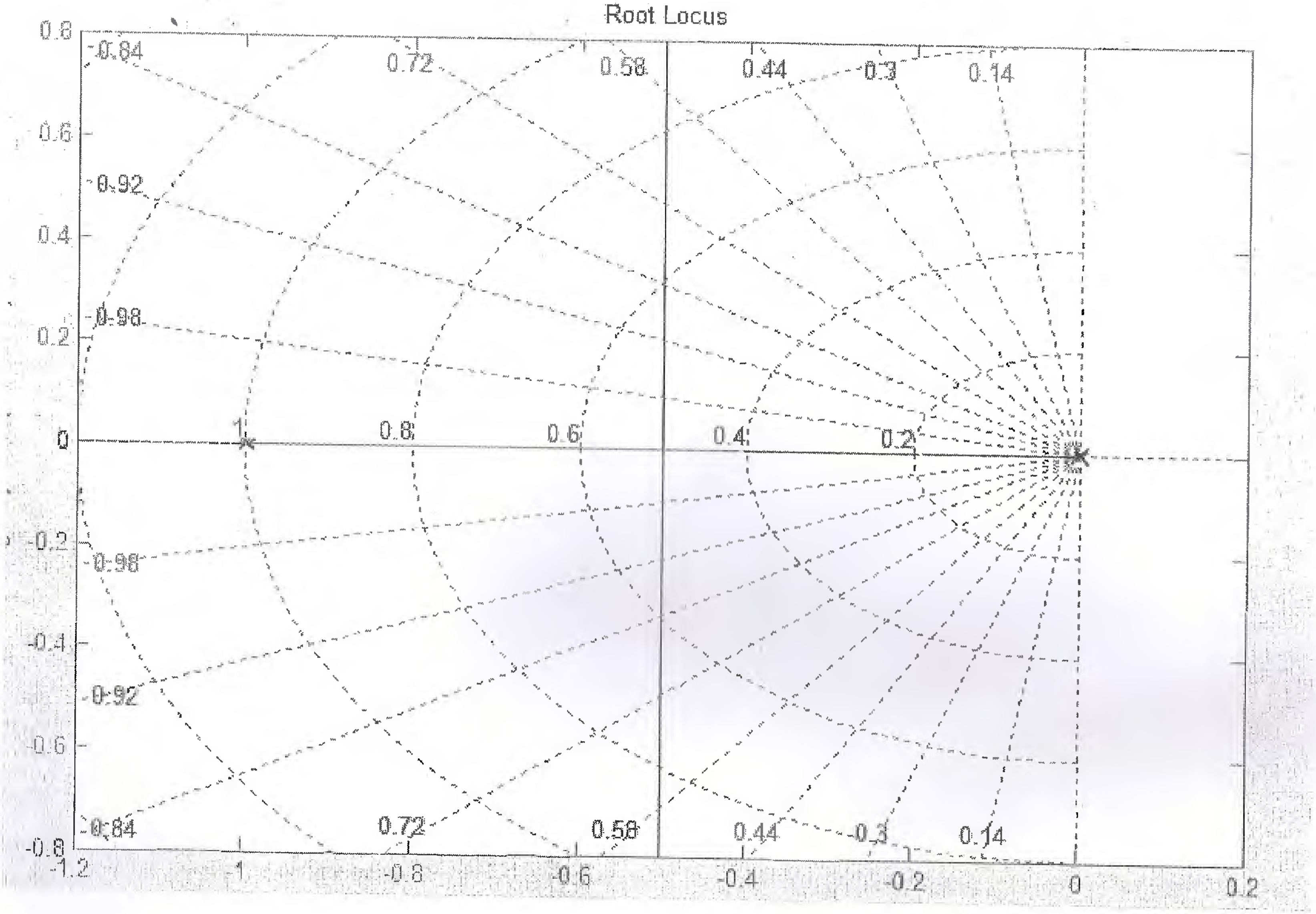
$$2\xi W_n = 1 \rightarrow \xi = 0.25$$

$$\% MP = e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \times 100 = 44.4\%$$

$$T_s(2\%) \doteq 4T = \frac{4}{\xi W_n} = 8\ sg$$

Segun los datos obtenidos se concluye que hay mucho sobreimpulso.

(3) Analizamos el LGR de la planta :



Root Locus
0.84
0.72
0.58
0.44
0.3
0.14
0.92
0.98
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0.98
0.92
0.84
0.72
0.58
0.44
0.3
0.14
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1.2
-1
-0.8
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2

④ Se busca que los polos deseados tengan la parte real -1

$$\boxed{\begin{array}{l} S_{1,2} = -1 \pm j W_n\sqrt{1-\mathcal{E}^2} \\ MP = 20\% \end{array}}$$

Como $MP = 20\% = 100 e^{\frac{-\pi \mathcal{E}}{\sqrt{1-\mathcal{E}^2}}}$

$$\ln(0.2) = \frac{-\pi\mathcal{E}}{\sqrt{1-\mathcal{E}^2}} \qquad \boxed{\mathcal{E} = 0.456}$$

además $\quad -\mathcal{E} W_n = -1$

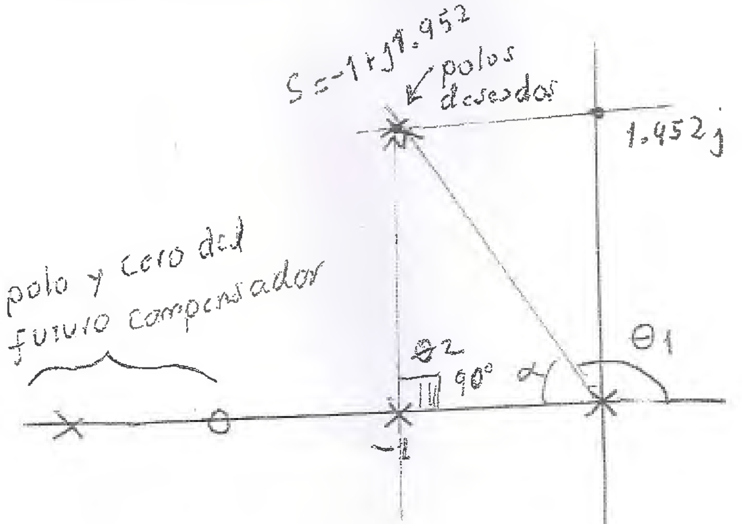
$$W_n = \frac{1}{\mathcal{E}} = \frac{1}{0.456} = \boxed{W_n = 2.193}$$

Con $\mathcal{E}$ y W_n construyo mis polos deseados en LG.

$$\boxed{S_{1,2} = -1 \pm j1.952}$$

⑤ Verificamos si los polos deseados en LG pertenecen o no al LGR del sistema no compensado ya sea por:

* observación del LGR del sistema NO compensado
* se utilice la condición de ángulo



$$Tg\,\alpha = \frac{1.952}{1}$$

$$a\tan g\left(\frac{1.952}{1}\right) = \alpha$$

$$\boxed{\alpha = 62.8742}$$

$$\theta_1 = 180 - 62.87$$

$$\boxed{\theta_1 = 117.1}$$

$$\underbrace{0°}_{\measuredangle\ zero} - \underbrace{\theta_1 - \theta_2}_{\measuredangle\ polo} = 0° - 117.1 - 90 = \boxed{-207.1°}$$

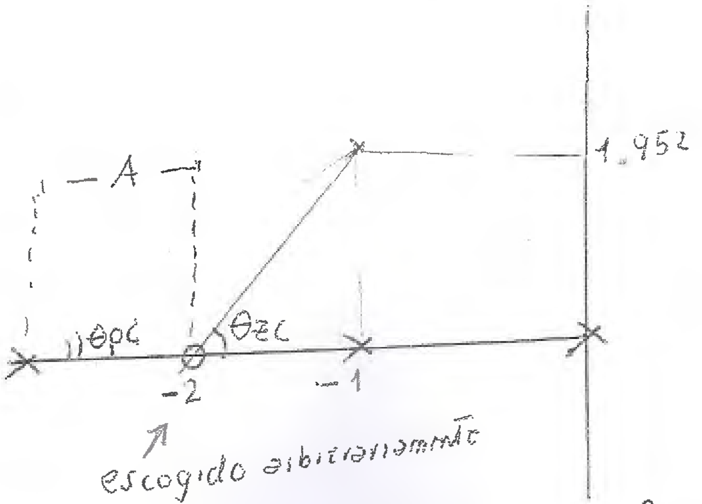
Como no resulta $-180°$ entonces el punto $S = -1 + j1.952$ No pertenece al LGR

Para que la suma de angulos de los ceros menos los angulos de los polos sea -180° se necesita:

$$-207.1^\circ + x_3 = -180$$

$$\boxed{x_3 = 27.1^\circ}$$ agregar este angulo con el compensador.

(6)



- Sabemos que hay que agregar 27.1° con el compensador.
- Una forma es fijar el valor del cero del compensador y luego determinar el valor del polo del mismo
- Escogemos arbitrariamente el valor del cero en $\boxed{Z_c = -2}$

entonces $\theta_{zc} = tg^{-1}\left(\frac{1.952}{1}\right) = 62.9^\circ$

El polo debe aportar $\theta_{pc} = 62.9 - 27.1$

$$\boxed{\theta_{pc} = 35.8}$$

$$\theta_{pc} = tg^{-1}\left(\frac{1.952}{A+1}\right) = 35.8$$

$$A = 1.7$$

$$P_c = -1.7 - 2 = \underline{-3.7}$$

El compensador hasta el momento sería:

$$\boxed{G_{c(s)} = K_c \frac{(s+2)}{(s+3.7)}}$$

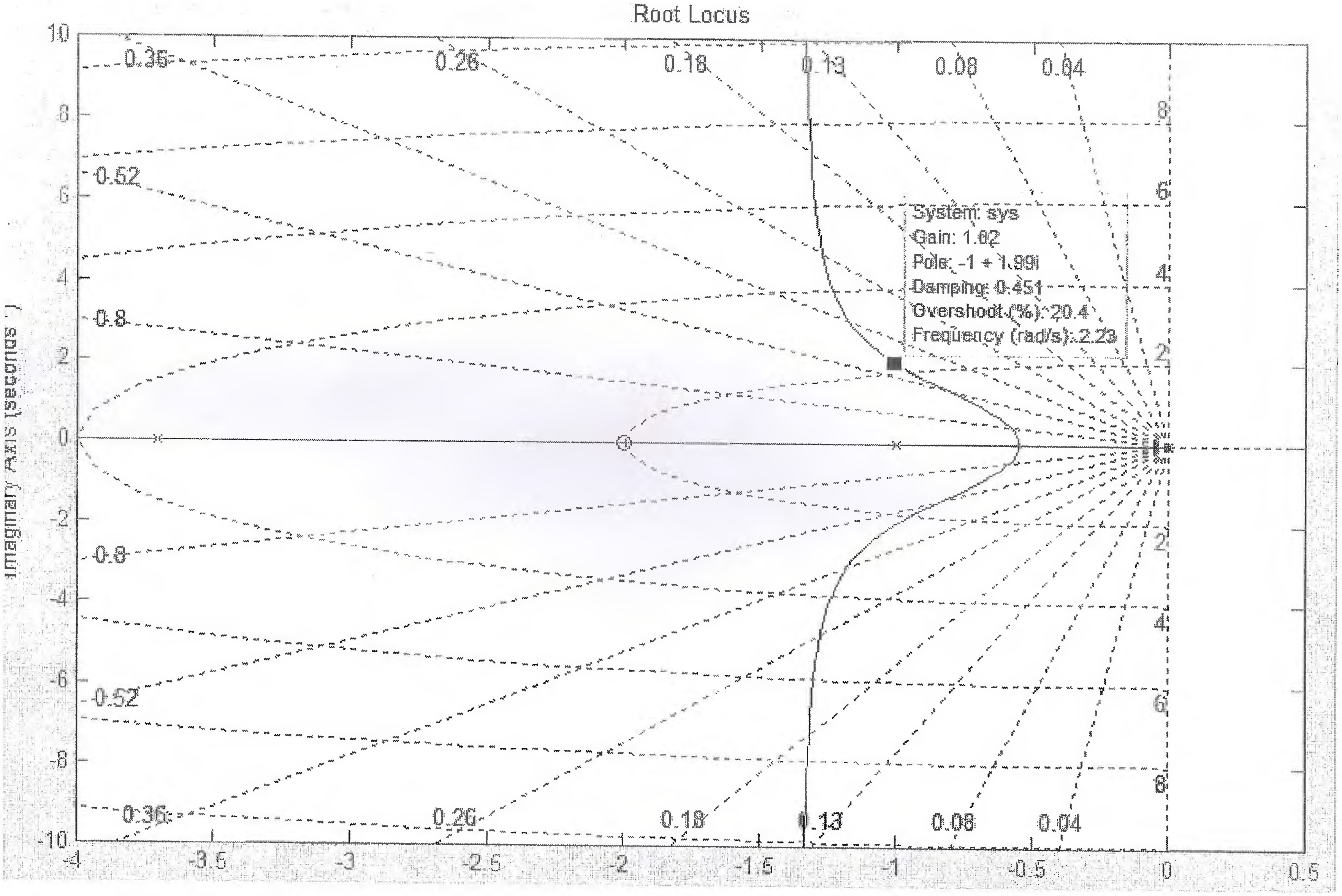
Falta calcular la ganancia de compensador K_c, para ello aplicamos la condición de magnitud.

$$\left| K_c \cdot \frac{4}{s(s+1)} \cdot \frac{(s+2)}{(s+3.7)} \right|_{s=-1+1.952j} = 1$$

$$\boxed{K_c = 1.63}$$

Finalmente el compensador será:

$$\boxed{G_{c(s)} = \frac{1.63\,(s+2)}{(s+3.7)}}$$


Root Locus
Imaginary Axis (seconds⁻¹)
System: sys
Gain: 1.02
Pole: -1 + 1.99i
Damping: 0.451
Overshoot (%): 20.4
Frequency (rad/s): 2.23
0.36
0.26
0.18
0.13
0.08
0.04
0.52
0.8
10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
-4
-3.5
-3
-2.5
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5

Ejemplo: Compensador en Adelanto

Sea el Sistema del ejemplo anterior

$$\rightarrow \boxed{\frac{4}{s(s+1)}} \rightarrow$$

Recordando se necesita que el controlador aporte 27.1°

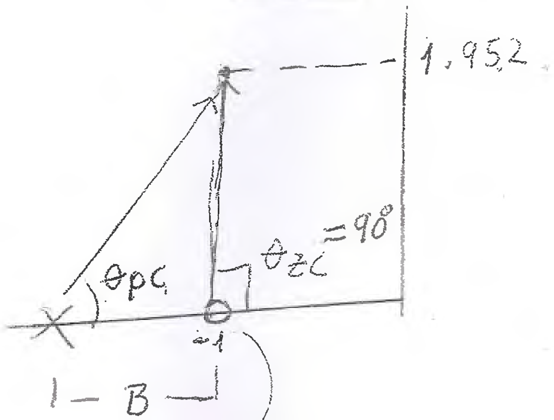
Solución

Se coloca el $\overbrace{\text{cero debajo}}^{\text{aporta } 90^\circ}$ del polo deseado (solo parte real)

y el polo se ubica de forma que satisfaga:

$$\theta polo_c = 90 - 27.1$$

$$\boxed{\theta polo_c = 62.9}$$



$$Tg(\theta pc) = \frac{1.952}{B}$$

$$Tg(62.9) = \frac{1.952}{B}$$

$$1.9542 = \frac{1.952}{B}$$

$$\boxed{B \approx 1} \rightarrow P_c = -1 - 1$$

$$\boxed{P_c = -2}$$

$$\boxed{El\ Z_c = -1}$$

El compensador será:

$$\boxed{G_{c(s)} = K_c \times \frac{(s+1)}{s+2}}$$

Falta determinar K_c por la condición de Magnitud

Condición de Magnitud:

$$\left| K_C \times \frac{(s+1)}{(s+2)} \times \frac{4}{s\cancel{(s+1)}} \right|_{s=-1+1{,}952j} = 1$$

$$\left| K_C \times \frac{4}{\sqrt{1^2+1{,}952^2}} \times \frac{1}{\sqrt{1^2+1{,}952^2}} \right| = 1$$

$$K_C = \frac{1^2+1{,}952^2}{4} = \underline{1.2}$$

$$\boxed{G_C(s) = 1.2 \cdot \frac{(s+1)}{s+2}}$$

Ejercicio: Compensador en Adelanto

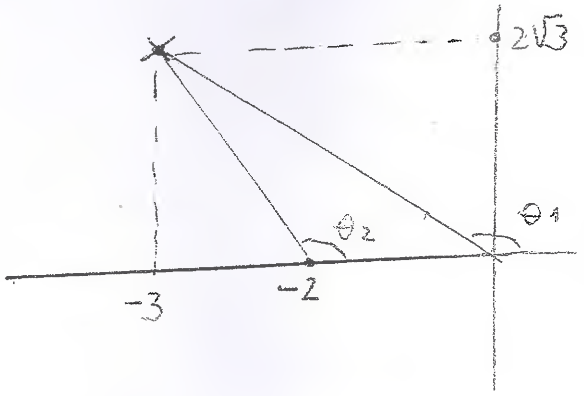
Sea el sistema $G(s) = \dfrac{5}{s(0.5s+1)}$.

se desea que el sistema en Lazo cerrado tenga los siguientes polos: $s_{1,2} = -3 \pm 2\sqrt{3}j = -3 \pm 3.464j$

Solución

1. Por verificacion del LGR, el polo deseado no pertenece al LGR, por ello el controlador modificara el LGR haciendolo pasar por este punto.

2. Calculamos el valor del angulo que debe añadir el compensador usando la condición de angulo.



$$\theta_1 = 180 - \frac{180}{\pi}\left(atan\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)\right)$$

$$\boxed{\theta_1 = 130.89}$$

$$\theta_2 = 180 - \frac{180}{\pi}\left(atan\left(\frac{2\sqrt{3}}{1}\right)\right)$$

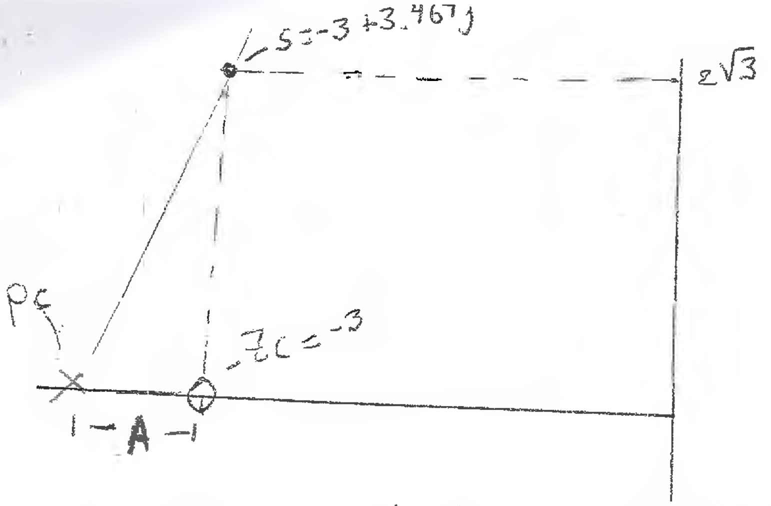
$$\boxed{\theta_2 = 106.1021}$$

Vemos que cantidad debemos agregar con el compensador:

$$0^\circ - 130.89^\circ - 106.10^\circ = -237^\circ$$

Para que llegue a -180° falta agregar 57°

③



Aplicamos un método que recomienda:

Añadir el cero debajo de la parte real del polo deseado en este caso:

$$\boxed{Zc = -3}$$

Entonces el aporte es $-90°$ por dicho Zc

faltaría $90 - 57 = 33°$. Por tanto el polo del compensador aportaría dicho angulo restante.

$$Tg\ 33° = \frac{2\sqrt{3}}{A}$$

$$A = \frac{2\sqrt{3}}{Tg\ 33} = 5.33$$

Entonces: $Pc = -3 - 5.33 = -8.33$

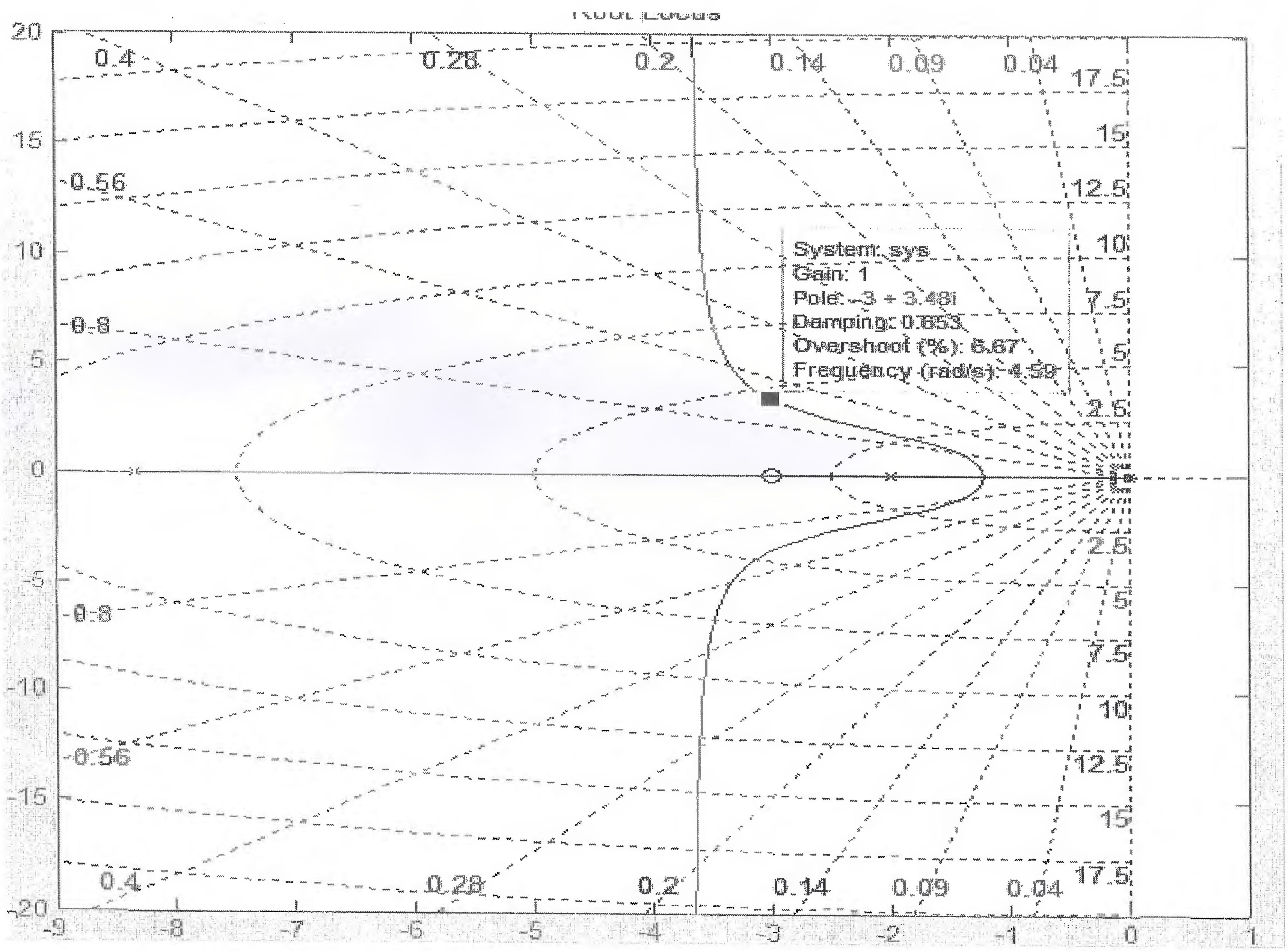
$$\boxed{Pc = -8.33}$$

Finalmente la ganancia se calcula por la condición de magnitud:

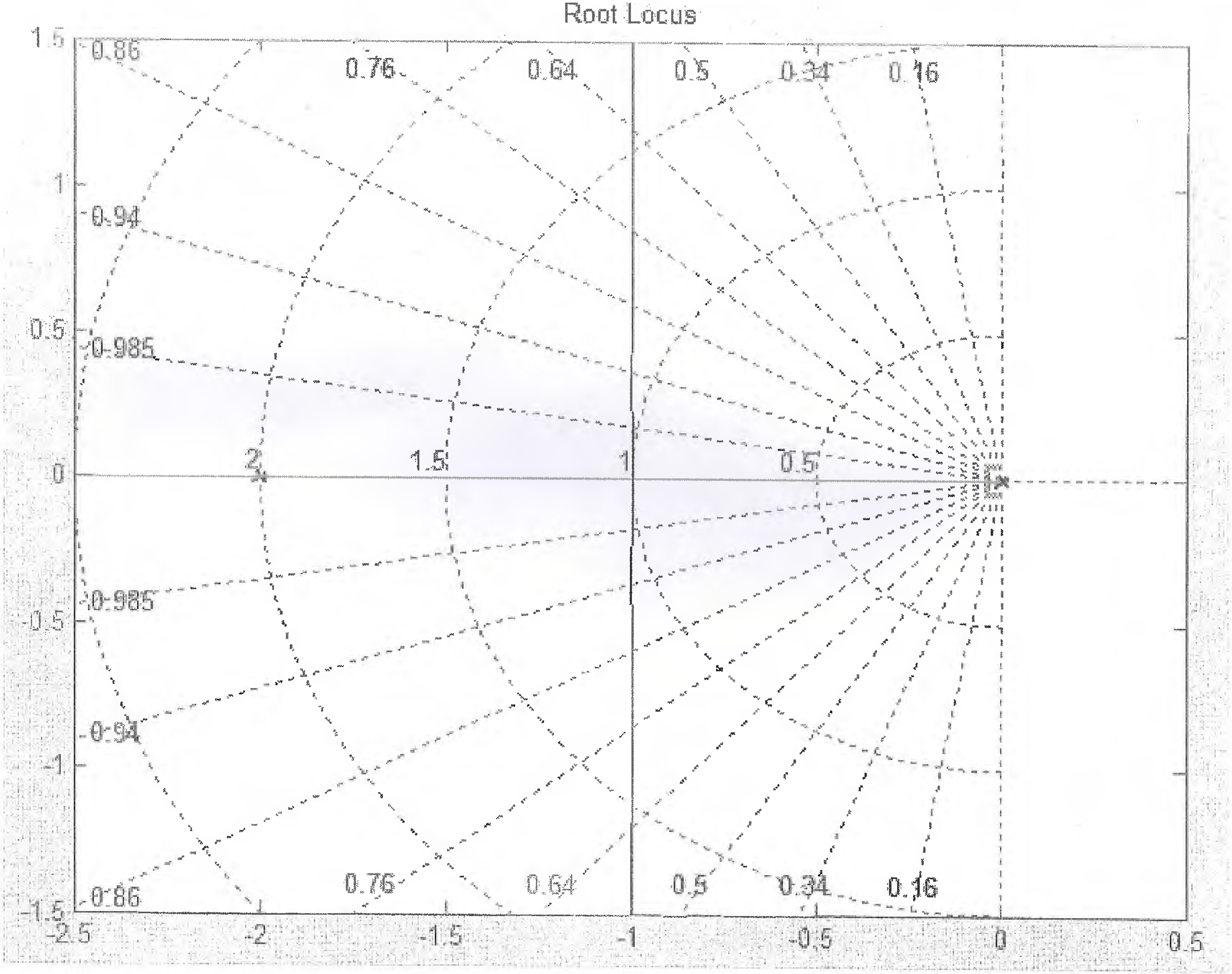
$$\left| Kc \cdot \frac{(s+3)}{(s+8.33)} \frac{5}{s(0.5s+1)} \right|_{s=-3+2\sqrt{3}j} = 1$$

$$\boxed{Kc = 3.03}$$

$\therefore$ $$\boxed{Gc = 3.03 \frac{(s+3)}{(s+8.33)}}$$



Root Locus
System: sys
Gain: 1
Pole: -3 + 3.48i
Damping: 0.653
Overshoot (%): 6.67
Frequency (rad/s): 4.59
0.4
0.28
0.2
0.14
0.09
0.04
0.56
0.8
17.5
15
12.5
10
7.5
5
2.5
20
-20
-9
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1



Root Locus
0.86
0.76
0.64
0.5
0.34
0.16
0.94
0.985
2
1.5
1
0.5
0.985
0.94
0.76
0.64
0.5
0.34
0.16
0.86
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2.5
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5

Ejercicio: Compensador Adelanto

Sea el siguiente sistema:

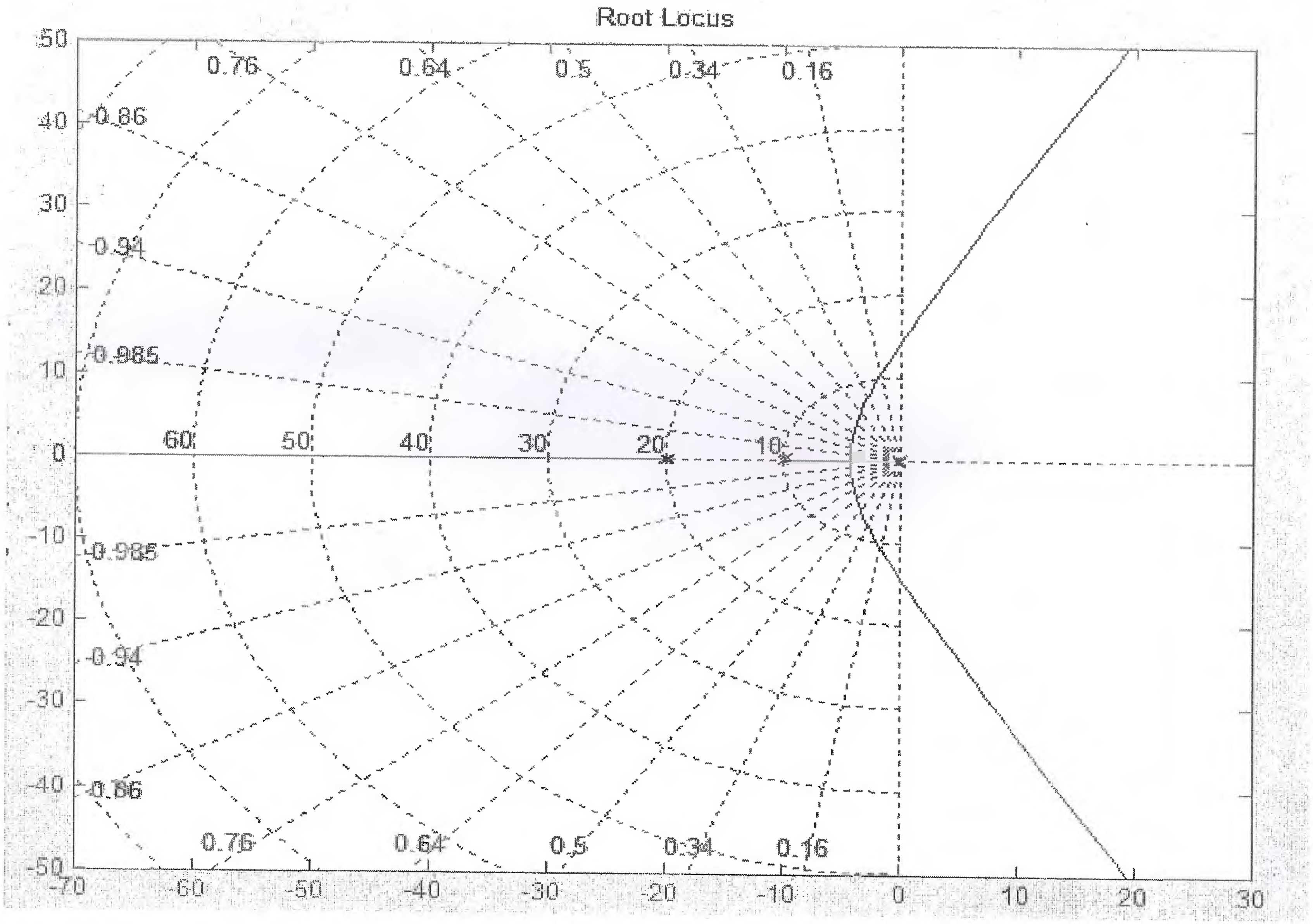
$$G(s) = \frac{400}{s(s^2 + 30s + 200)}$$

Se desea una respuesta en Lazo cerrado con $\xi = 0.5$
$\omega_n = 13.5$ rad/s.

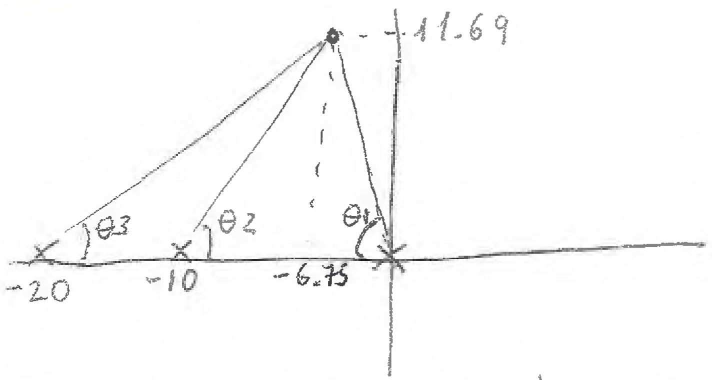
Solución

Calculamos los polos deseados:

$$\boxed{s_{1,2} = -6.75 \pm 11.69j}$$



Root Locus
0.76
0.64
0.5
0.34
0.16
0.86
0.94
0.985
60
50
40
30
20
10
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-70
-60
-50
-40
-30
-20
-10
0
10
20
30



$$\theta_1 = \frac{180}{\pi} \operatorname{atan}\left(\frac{11.69}{6.75}\right) = 59.997 \Rightarrow \theta_p = 120$$

$$\theta_2 = \frac{180}{\pi} \operatorname{atan}\left(\frac{11.69}{10-6.75}\right) = 74.46$$

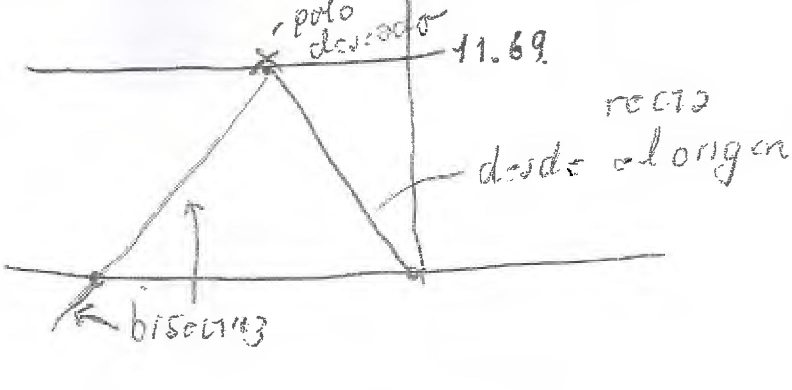
$$\theta_3 = \frac{180}{\pi} \operatorname{atan}\left(\frac{11.69}{20-6.75}\right) = 41.42.$$

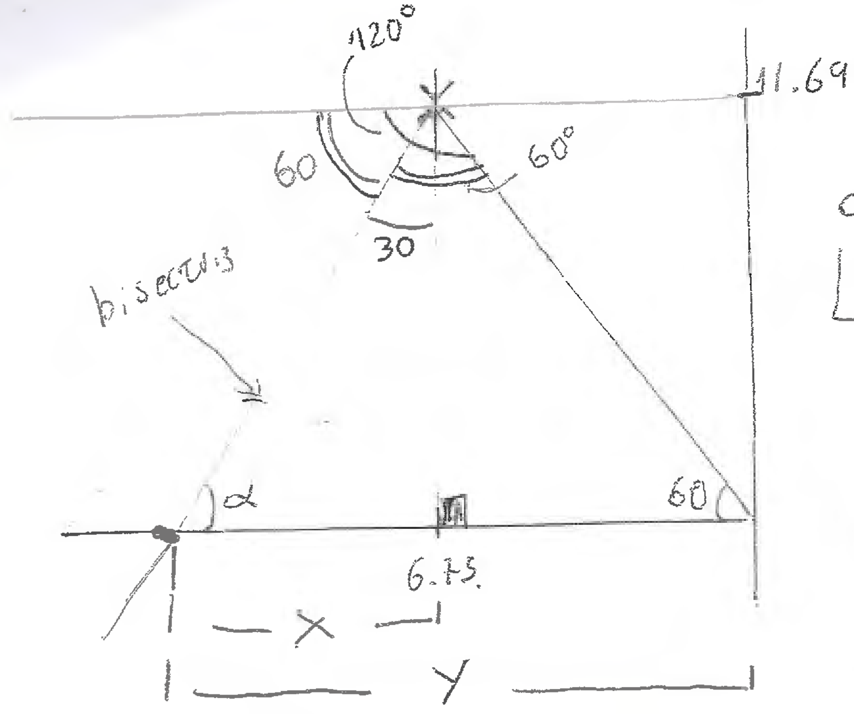
$$\measuredangle zeros - \measuredangle polos = 0 - (120 + 74.46 + 41.42)$$
$$= 0 - 235.88 = -235.88 \approx$$

Para que llegue a -180 hay que agregar:

$$\angle^{comp}_{deseado} - 235 = -180$$
$$\angle^{comp}_{deseado} = 235 - 180$$
$$\boxed{\angle^{comp}_{deseado} = 55.8}$$

- Aplicamos el Metodo de la Bisectriz para determinar el polo y zero del compensador



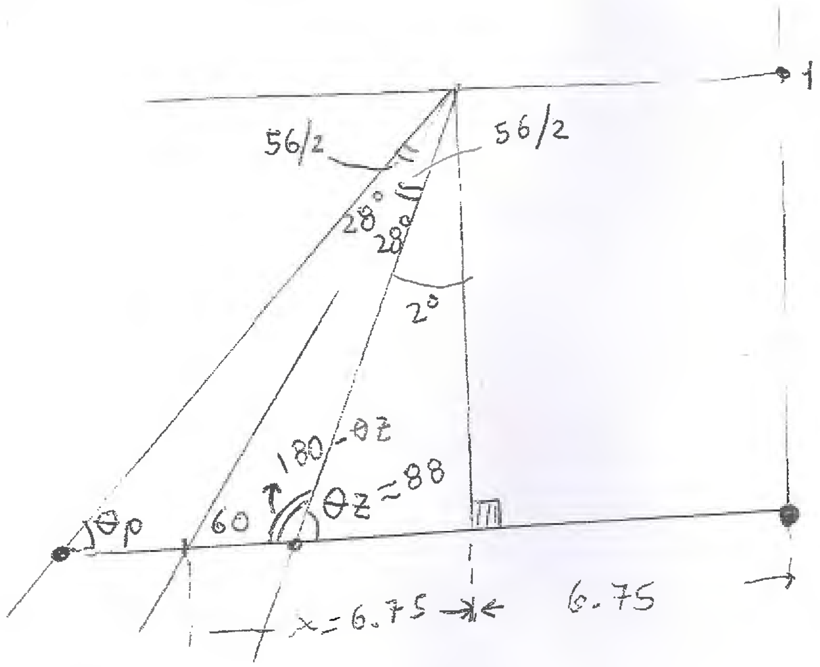


$\alpha = 180 - 30 \cong 90$

$\boxed{\alpha = 60}$

$Tg\ 60 = \dfrac{11.69}{X}$

$\boxed{X = 6.75}$



Se necesita que el compensador aporte aproximadamente $55.8° \cong 56°$

Por tanto trazamos 2 rectas con $56/2 = 28°$ a la derecha y a la izquierda de la bisectriz.

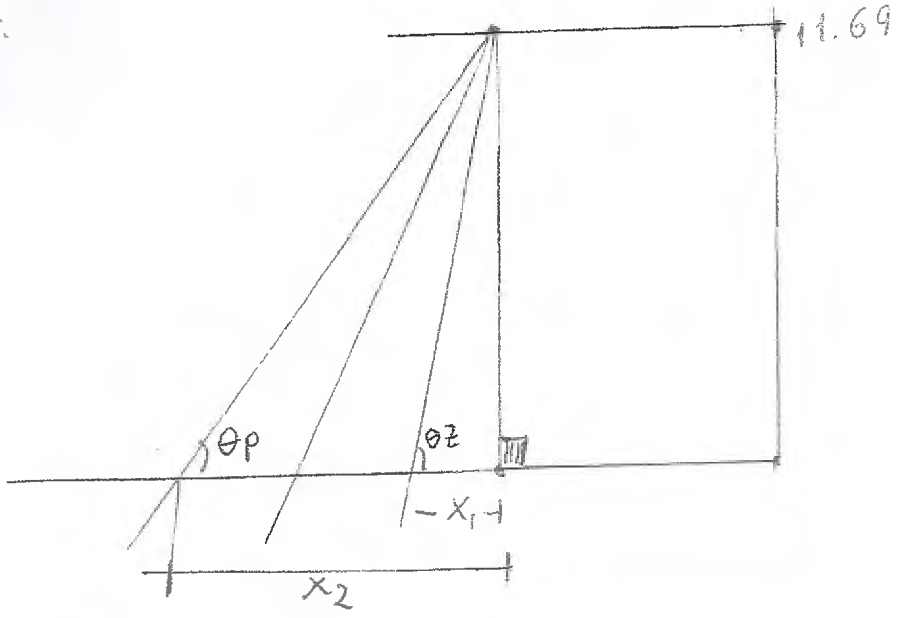
De la grafica.

(1) $180 - \theta z + 28 + 60 = 180$

$\boxed{\theta z = 88°}$

(2) $\theta p + 28 + 28 + 2 + 90 = 180$

$\boxed{\theta p = 32°}$



① $\tan 88 = \frac{11.69}{X_1} = 28.63$

$\boxed{X_1 = 0.4079}$ → $Z_C = 6.75 + 0.4079$

$\boxed{Z_C = 7.1579}$ con signo negativo

② $\tan 32° = \frac{11.69}{X_2} = 0.6249$

$\boxed{X_2 = 18.7079}$ → $P_C = 18.7079 + 6.75$

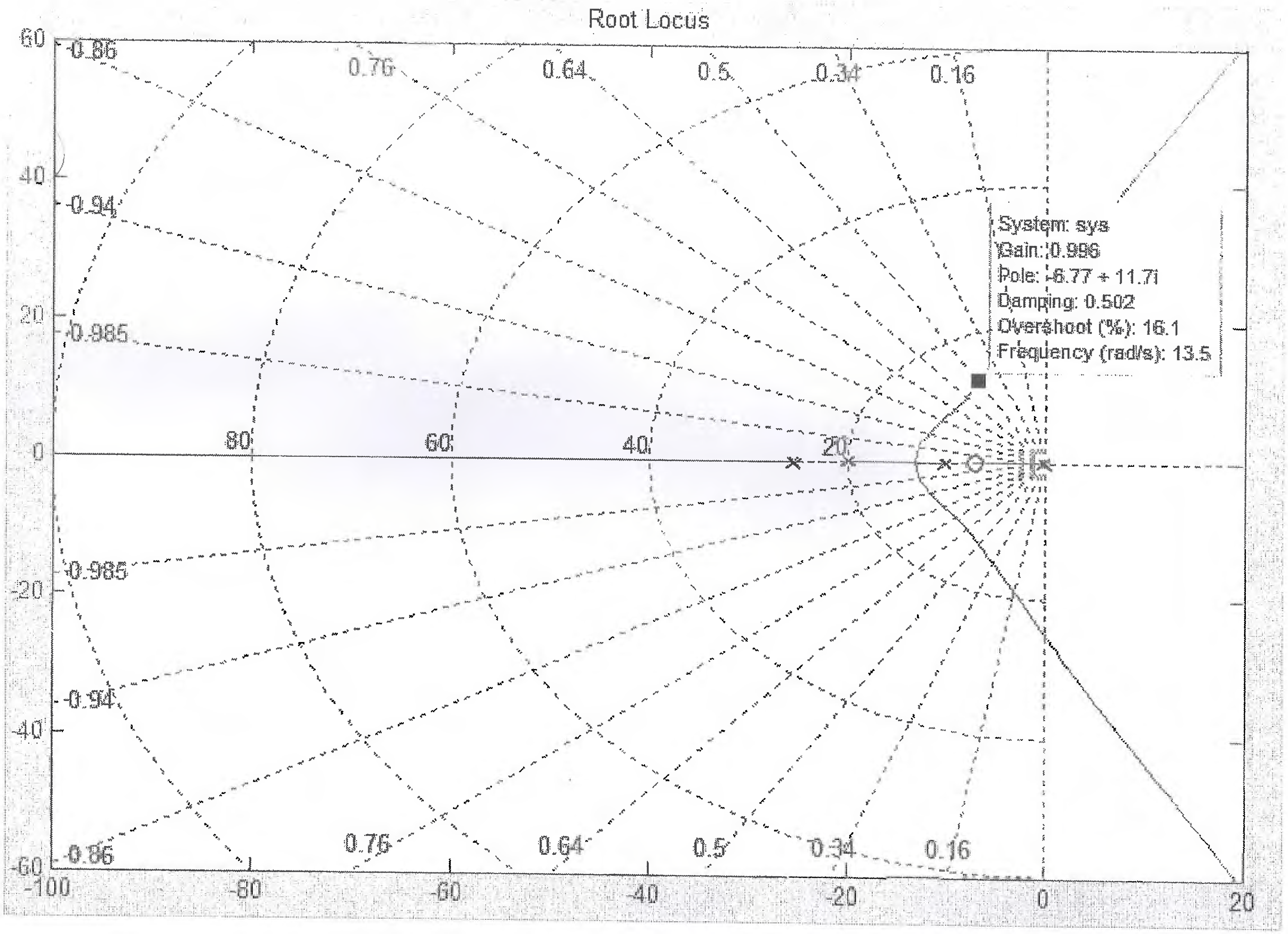
$\boxed{P_C = 25.45}$ Con signo negativo.

③ Calculo de la ganancia:

$$\left| K_C * \frac{400}{s(s^2+30s+200)} * \frac{(s+7.1579)}{(s+25.45)} \right| \Bigg|_{s=-6.75 \pm 11.69j} = 1$$

$\boxed{K_C = 13.62}$

④ $\boxed{G_C(s) = 13.62 \cdot \frac{(s+7.1579)}{(s+25.45)}}$ Compensador.


Root Locus
System: sys
Gain: 0.996
Pole: -6.77 + 11.7i
Damping: 0.502
Overshoot (%): 16.1
Frequency (rad/s): 13.5
0.86
0.76
0.64
0.5
0.34
0.16
0.94
0.985
80
60
40
20
-100
-80
-60
-40
-20
0
20
-20
-40
-60

Controlador PD : (Lugar Geometrico)

Sea el sistema $G(s) = \dfrac{1}{s(s+1)(s+3)}$

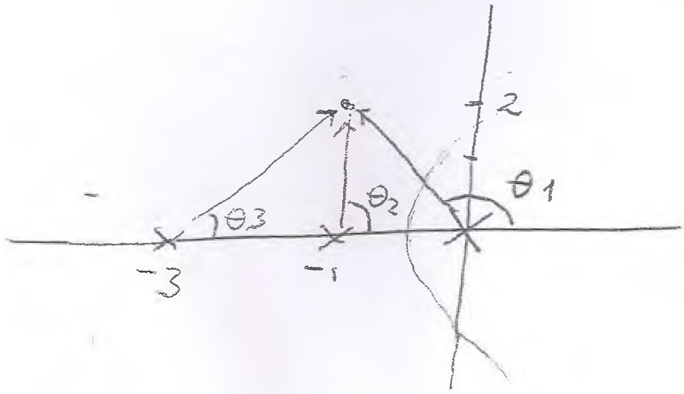
Se necesita que el sistema en Lazo cerrado satisfaga :

- e_{ss} a un escalon unitario menor que 0.1
- Polos dominantes $s = -1 \pm 2j$

Solución

- Como el sistema es de tipo 1, su $e_{ss} = 0$. Por tanto no se requiere ninguna correccion de la respuesta permanente
- Dibujamos el LGR

Observamos que el polo deseado no pertenece al LGR



$\theta_1 = 180 - tg^{-1}\left(\frac{2}{1}\right) = 116.56$

$\theta_2 = 90$

$\theta_3 = tg^{-1}\left(\frac{2}{2}\right) = 45$

$\alpha - \theta_1 - \theta_2 - \theta_3 = -180$

$\alpha - 116.56 - 90 - 45 = -180.$

$\alpha = 71.56$

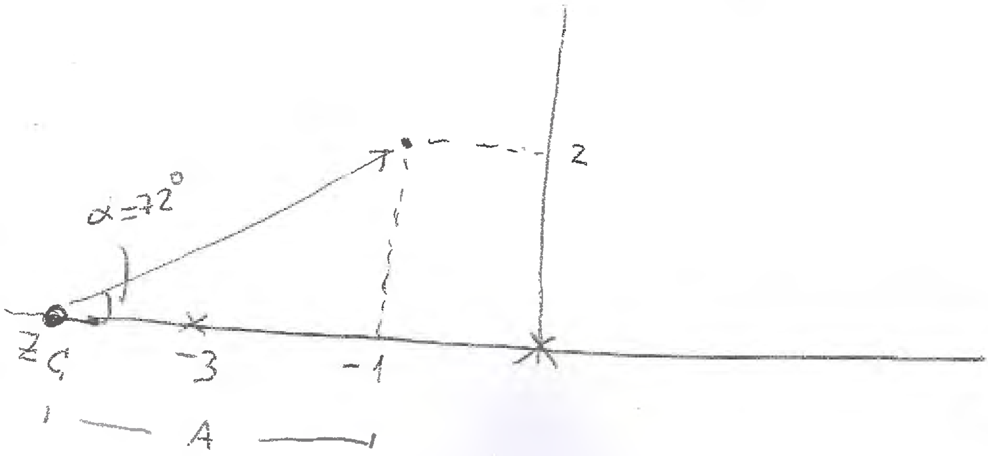
$\alpha \simeq 72°$

El angulo a añadir seria $\alpha = 72°$.

El controlador PD : $K_c(T_d s+1) = K_c T_d\left(s+\frac{1}{T_d}\right)$

El $Z_c \Rightarrow \quad T_d s+1=0$

$$\boxed{s=\frac{-1}{T_d}}$$



$$Tg(72)=\frac{2}{A} \quad \rightarrow A=\frac{2}{Tg\,72}=\frac{2}{3.077}=0.65$$

Entonces $\quad Z_c=-A-1=-0.65-1$

$$\boxed{Z_c=-1.65}$$

$$Z_c=\frac{1}{T_d}=-1.65 \qquad T_d=\frac{-1}{1.65}=0.6$$

$$\boxed{T_d=0.6}$$

Calculamos la ganancia que garantice que los Polos deseados. Sean los soluciones de la Ec. característica a lazo cerrado.

$$\left|\frac{K_c T_d(s+1.65)}{s(s+1)(s+3)}\right|_{s=-1+2j}=1$$

$$K_c T_d=6$$

$$\boxed{K_c=10}$$

$$\boxed{G_{PD}=10(0.6\,s+1)}$$

(2) Compensadores en Atrazo.

Si un sistema tiene buenas características de respuesta transitoria pero no satisface los requerimientos en respuesta permanente se usa la compensación en atrazo.

- El compensador en este caso No debe modificar apreciablemente el LGR. para lo cual se colocan el zero y polo cerca del origen. Por ello no tendran efecto sobre la condicion de modulo y angulo

$$|G_c(s)| = \left| \frac{k_c\left(s+\frac{1}{T}\right)}{\left(s+\frac{1}{BT}\right)} \right| \approx 1 \qquad k_c = 1$$

$$\angle G_c(s) < 5^\circ$$

Compensador en atraso

Ejemplo 2

Sea el sistema:

$$\boxed{\frac{K1}{s(s+4)}}$$

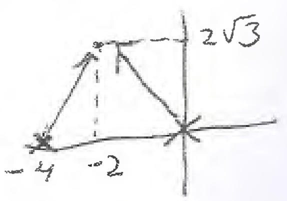
Se desea que los polos en lazo cerrado sean

$$s_{1,2} = -2 \pm 2\sqrt{3}\,j$$

y que satisfaga $\underline{Kv = 20}$

Solución

(a) Verificamos condición de ángulo:



$$\measuredangle = -\angle s - \angle s+4 = -120 - 60 = -180$$

(b) Verificamos la condición de Magnitud.

$$\left|\frac{K1}{s(s+4)}\right|_{-2+2\sqrt{3}j} = \frac{K1}{16} = 1$$

$\boxed{K_1 = 16}$ para que cumpla la condición de magnitud

El sistema sería: $\boxed{G(s) = 16/s(s+4)}$ NO compensado.

(c) Calculamos Kv del sistema

$$Kv = \lim_{s \to 0} s\,G(s) = \lim_{s \to 0} \frac{\cancel{s}\,16}{\cancel{s}(s+4)} = 4$$

$$\boxed{Kv = 4}$$

(d) Como tiene un $K_v = 4$ se busca un $K_v = 20$

$$K_v = \lim_{s\to 0} \frac{\cancel{s}\,16}{\cancel{s}(s+4)} \overbrace{K_c B}^{K} = 20$$

$$4 K_c B = 20 \qquad \text{como } K_c \simeq 1$$

$$B = \frac{20}{4} = 5$$

notamos que $B = \dfrac{K_v \text{ requerido}}{K_{v_{NO}} \text{ compensada}}$

(e) fijamos la ubicacion del cero

$$\boxed{\begin{array}{l} Z_c = -0.05 \\ P_c = \dfrac{-0.05}{B} = -0.01 \end{array}}$$

Verificamos: $\left| \dfrac{s+0.05}{s+0.01} \right|_{PDD} = \dfrac{3.98}{4} \simeq 1$ cumple ~~[illegible]~~ magnitud y angulo

$$\angle s+0.05 - \angle s-0.01 = 119.4° - 119.9° = 0.5° < 5$$

$$G_c(s) = \frac{s+0.05}{s+0.01}$$

Ejercicio : LGR. : PI

El LGR de un SC de retroalimentación simple se muestra cuya $G(s) = \frac{s+2}{(s-2)^2}$

(5) Diseñar el controlador que satisfaga:
Lo mayor respuesta transitoria y permanente a Lazo Cerrado tal que $T_{ss}(2\%) \leq 1$

Solución

$$T_s = \frac{4}{\xi w_n} \leq 1 \Rightarrow \xi w_n \geq 4$$

De la grafica del LGR hay posibles valores, porque

$$\boxed{s = -4 \pm 3.5} \text{ ó } \boxed{s = -4}$$

Analizando la ubicacion de los posibles 's' concluimos que si la Ec. caract en lazo cerrado en $s = -4 \pm 3.5$, el ξ seria tal que generaria un sobreimpulso mayor a que si los polo deseados sean $s = -4$

Por ello se escoge $s = -4$

Hallamos el valor de la Ganancia:

$$\left| Kc \frac{(s+2)}{(s-2)^2} \right|_{s=-4} = 1 \qquad Kc \frac{(2)}{(6)^2} = 1$$

$$\boxed{Kc = 18}$$

$$\boxed{G_{Total} = \frac{18(s+2)}{(s-2)^2}}$$ solo con una Ganancia el sistema se hace estable

(b) El sistema anterior requiere:

$K_v = 20$

$T_{ss}(2\%) \leq 4$

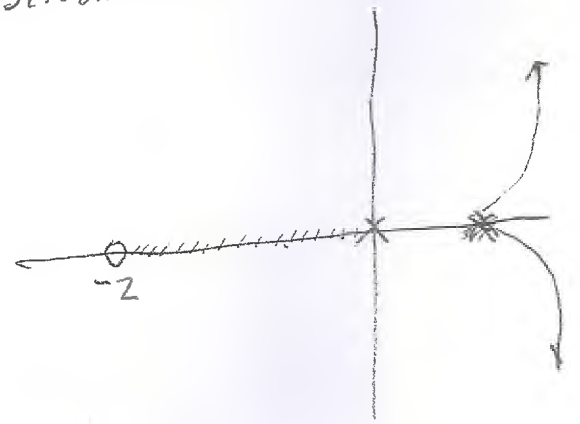
$\xi > 1$

Solución

En este caso como $G_p(s) = \frac{(s+2)}{(s-2)^2}$ se necesita reducir el error a la rampa, por lo que se hará necesario aumentar el tipo del sistema ya sea con un PI o PID

Como $T_s = \frac{4}{\xi w_n} \leq 4$ $\quad \xi w_n \geq 1$

Observando el LGR vemos



Como $\xi w_n \geq 1$

Tomamos el $Z_c = -1.5$

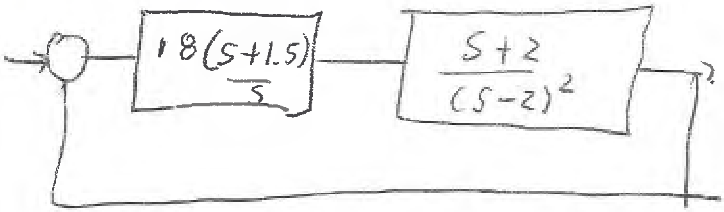
Se fija el $\underline{p_{d_{\text{escogido}}} = -1}$

Se escoge real el polo porque $\xi > 1$

El mismo formará parte del LGR.

$$\left| K_c \frac{(s+2)}{(s-2)^2} \frac{(s+1.5)}{s} \right|_{s=-1} = 1$$

$K_c = 18$



La Ec. caract. en Lazo Cerrado:

$$\boxed{s^3+14s^2+67s+54=0}$$

$s=-1$ — Polo dominante

$s=-6.5\pm 3.42j$

Por lo que se verifica que el polo dominante es $s=-1$

- Luego $\quad K_v=\lim_{s\to 0} s\left(\frac{18(s+2)}{(s-2)^2}\right)\left(\frac{s+1.5}{s}\right)=\underline{13.5}$

El $K_v>20$, por ello se traslada el Polo dominante hacia el cero, por lo que aumentará la ganancia y por ende K_v.

Se escoge $\underline{s=-1.25}$ Polo dominante.

$$\left|K_c\frac{(s+2)}{(s-2)^2}\frac{(s+1.5)}{s}\right|_{s=-1.25}=1$$

$$\boxed{K_c=70.42}$$

$$K_v=\lim_{s\to 0} s\left(70.42\frac{(s+2)}{(s-2)^2}\frac{(s+1.5)}{s}\right)=52.81$$

$$G_c(s)=70.42\left(\frac{s+1.5}{s}\right)=\frac{K_c(T_i s+1)}{T_i s}$$

$\boxed{T_i=0.66}$ $\quad$ $\boxed{K_c=70.42}$

Controlador PID

$$G_c(s) = K_c\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right) = \frac{K_c}{T_i s}\left(T_i T_d s^2 + T_i s + 1\right)$$

Ejemplo Se requiere introducir un controlador que garantice que la respuesta en lazo cerrado tenga:

$T_{s\,2\%} \leq 1$

$w_d \leq 2$

$K_v \geq 20$

Planta

$$\boxed{G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+5)}}$$

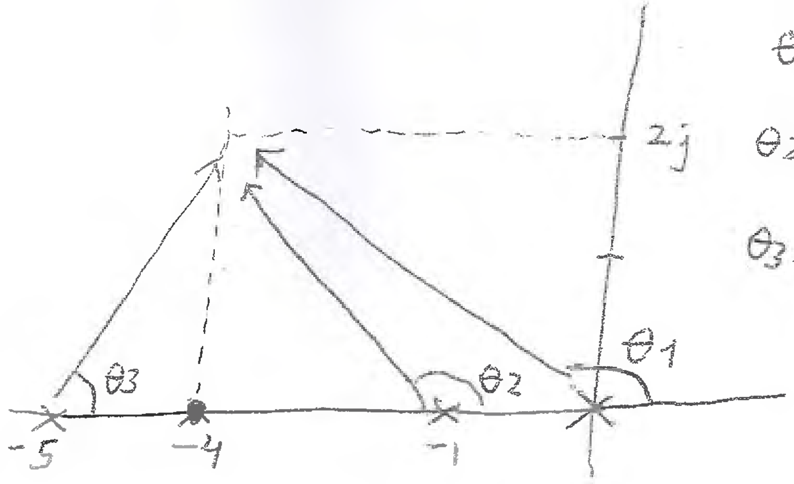
Solución

$$\left.\begin{aligned} T_s &= \frac{4}{\xi w_n} = 1 \\ w_d &= w_n\sqrt{1-\xi^2} = 2 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &\text{Combinando} \\ &\xi = \sqrt{3}/3 \\ &w_n = 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

Entonces los polos deseado: $\boxed{s_{1,2} = -4 \pm 2j}$

Ahora, la respuesta permanente exige aumentar el tipo de sistema, entonces el controlador debe ser PI o PID porque el cero en el origen del integral reduce e_{ss} a rampa

Entonces considerando el polo del integrador:



$$\theta_1 = 180 - \left(\frac{180}{\pi}\right) Tg^{-1}\left(\frac{2}{4}\right) = 153.44$$

$$\theta_2 = 180 - \left(\frac{180}{\pi}\right) Tg^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = 146.3$$

$$\theta_3 = \frac{180}{\pi}\, Tg^{-1}\left(\frac{2}{1}\right) = 63.44$$

Sumando angulo.

$$0 - 153.44 - 146.3 - 63.44 = -363.56$$

$$\angle zeros = -180 - (-363.56)$$

$$\boxed{\angle zeros = 184}$$ - aporte necesario de los zeros

Esta cantidad de angulo no puede ser añadida por un cero, por lo tanto debe ser un PID, ya que tiene 2 ceros

ubicación de los zeros

aleatoriamente

$$\boxed{Z_1 = -4}$$

Colocamos un cero debajo de la parte real del polo deseado (parte real) el cual aporta 90°

$$\angle zero\ faltante = 184 - 90 = 94$$

$$\angle zero\ falt. = 94° \rightarrow \theta = 94$$

$$\alpha = 180 - 94$$

$$\boxed{\alpha = 86}$$

$$tg\left(86 \times \frac{\pi}{180}\right) = \frac{2}{x}$$

$$14.3 = \frac{2}{x} \qquad x = \frac{2}{14.3} = 0.14$$

$$Z_2 = -4 + 0.14$$

$$\boxed{Z_2 = -3.86}$$

El controlador quedaría

$$G_{PID} = K_c \frac{(s+4)(s+3.88)}{s}$$

Aplicamos condicion de angulo

$$|G_p(s)\, G_c(s)| = 1$$

$$\left|\frac{1}{(s+1)(s+5)}\right| \left| K \frac{(s+4)(s+3.88)}{s} \right|_{s=-4+2j} = 1$$

$$\boxed{K \approx 9}$$

Entonces nuestro PID:

$$\frac{9\,(s+4)(s+3.88)}{s} = \frac{K_c}{\tau_i s}\left(\tau_i T_d s^2 + \tau_i s + 1\right)$$

$$\frac{9}{s}\left(s^2 + 8s + 16\right) = \frac{K_c T_d}{s}\left(s^2 + \frac{1}{T_d} s + \frac{1}{T_d \tau_i}\right)$$

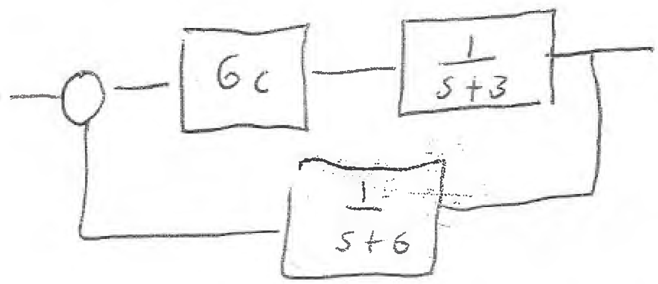
$$\boxed{\begin{array}{c} K_c = 72 \\ \tau_d = 0.125 \\ \tau_i = 0.5 \end{array}}$$

Verificamos $K_v = \lim_{s \to 0} s \left(G_c(s)\, G(s)\right) = 28.8$

$$\boxed{K_v = 28.8}$$

P - I - D (Lugar Geométrico)

Dado el sistema

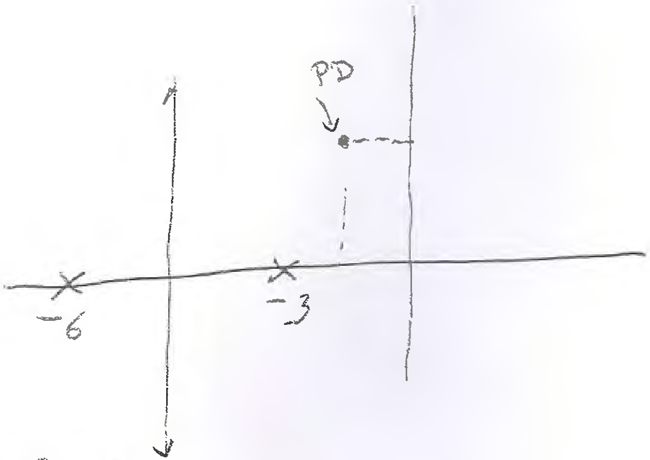


Calcule los parámetros de un controlador P, PI, PD adecuado para que el sistema responda a los polos dominantes

$$s_{1,2} = -2 \pm 2j$$

Solución

$$GH = \frac{1}{(s+3)(s+6)}$$

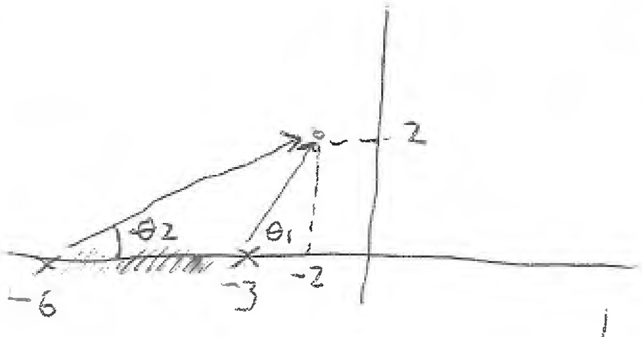


(P): Proporcional

Se observa que con un proporcional puro no se podrá lograr los polos deseados.

(PD) Proporcional + Derivativo

$$G_c = K_c(T_d s + 1)$$



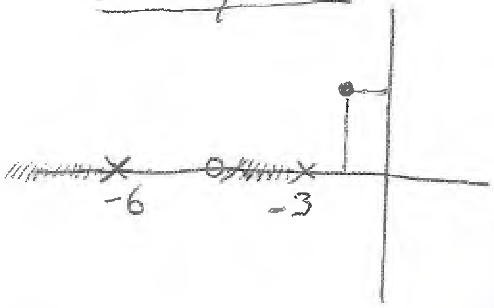
$$\theta_1 = \left(Tg^{-1}\left(\frac{2}{1}\right)\right) \times \frac{180}{\pi} = 63.44$$

$$\theta_2 = \frac{180}{\pi} \times Tg^{-1}\left(\frac{2}{4}\right) = 26.6$$

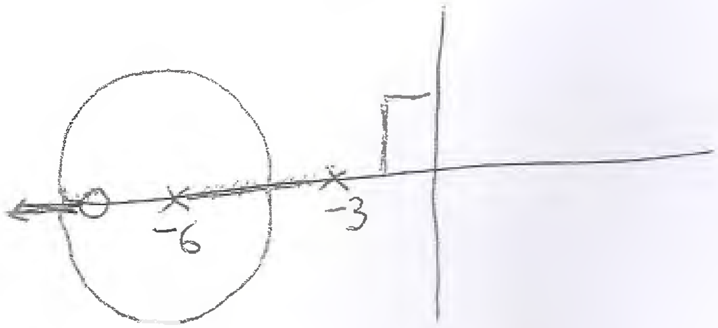
$$\angle zero - 63.44 - 26.6 = -180$$

$$\angle zero = -180 + 90 = -90$$

Otra forma

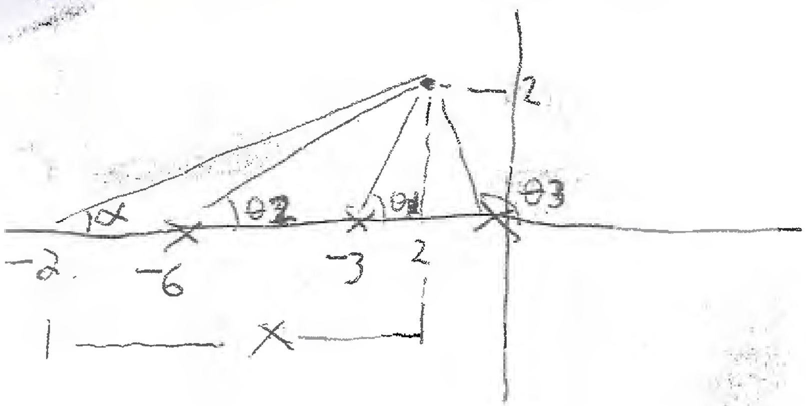


En la dos graficas de LGR se visualiza que ninguna de los ramas del LGR. puede contener los polos deseados



(PI) Proporcional + Integral

$$G_{cpi} = K_c \frac{(s+a)}{s}$$



del calculo anterior

$\theta_1 = 63.44$

$\theta_2 = 26.6$

$\theta_3 = 180 - \frac{180}{\pi} Tg^{-1}\left(\frac{2}{2}\right) = 135$

$\alpha - 63.44 - 26.6 - 135 = -180$

$\alpha = -180 + 225$

$\boxed{\alpha = 45}$

Calculo del cero:

$Tg\,\alpha = \frac{2}{x}$

$x = \frac{2}{Tg\,\alpha} = \frac{2}{Tg\,45} = \frac{2}{1} = 2$

Entonces $a = -4$

$\boxed{Z_c = -4}$

Aplicando el Teorema del Magnitud:

$|G_p K_c G_c| = 1$

$\boxed{K_c = 10}$

$G_{PI} = 10\left(\frac{s+4}{s}\right) = Kp\left(1 + \frac{4}{s}\right)$

$= Kp\left(1 + \frac{1}{0.25 s}\right)$

$K_p = 10 \quad T_i = 0.25$