Facultad de Ingeniería

Carrera de Ingeniería Electrónica
Carrera de Telecomunicaciones y Redes
Carrera de Ingeniería Mecatrónica

CURSO

Señales y Sistemas

TEMA

Sistemas LTI continuos: La integral de convolución
Propiedades de los sistemas LTI
Sistemas LTI descritos por ecuaciones diferenciales

PROFESOR

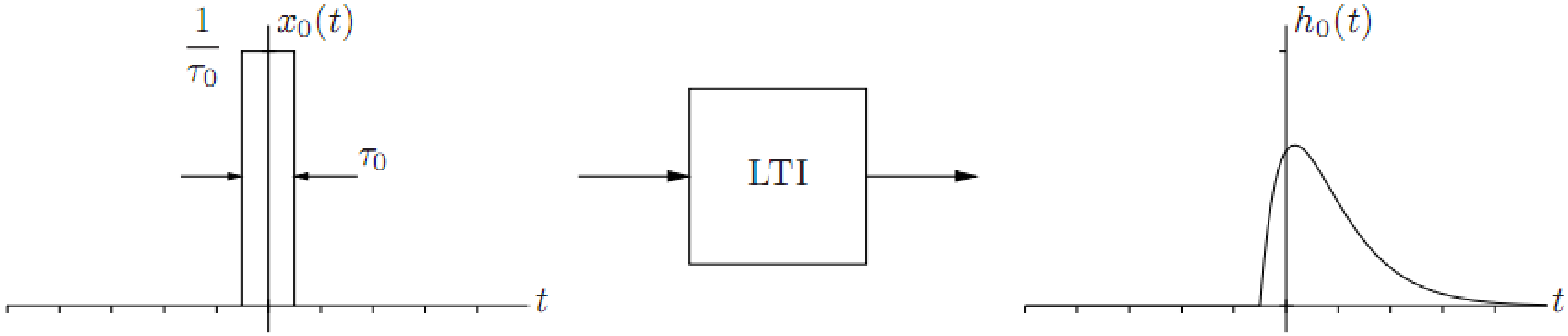
Ing. Christian del Carpio Damián

SISTEMAS LINEALES E INVARIANTES EN EL TIEMPO (LTI)

SISTEMAS LTI CONTINUOS:
LA CONVOLUCIÓN

La convolución: representación de la respuesta al impulso para sistemas LTI

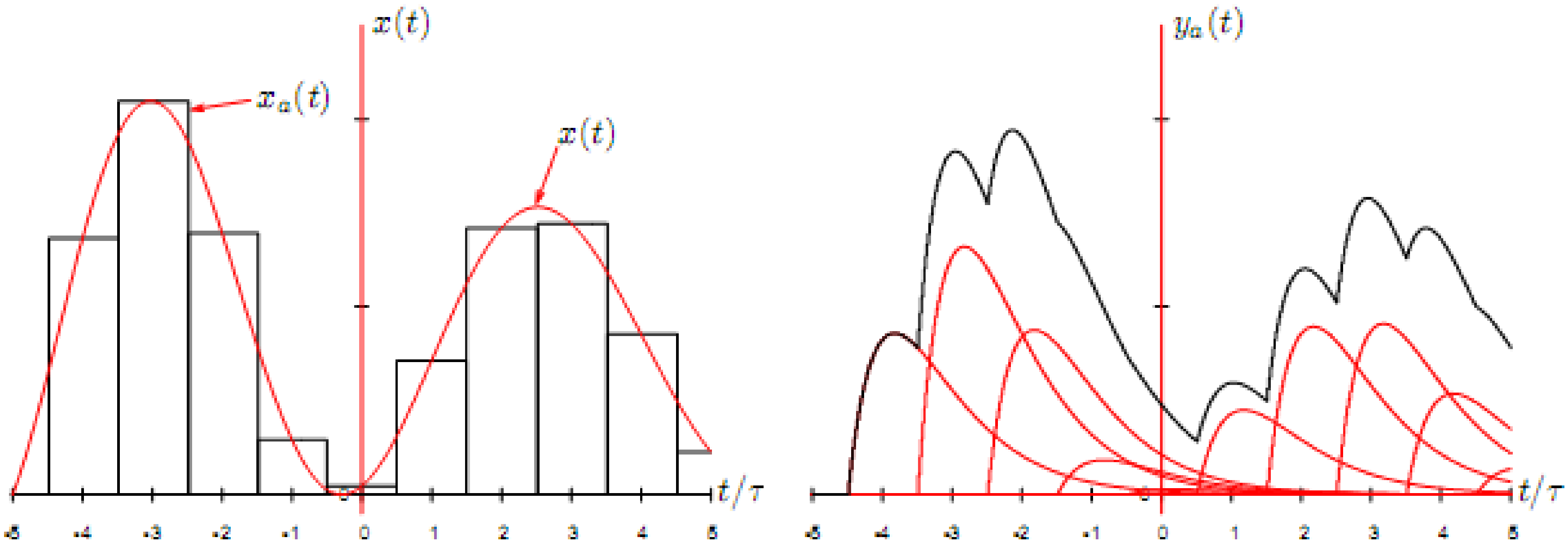
Considérese un pulso rectangular $x_0(t)$ de duración τ_0 y amplitud $1/\tau_0$ como entrada a un sistema LTI, que responde a él con la salida $h_0(t)$ tal y como se muestra en la siguiente la gráfica.



La convolución: representación de la respuesta al impulso para sistemas LTI

Por linealidad se debe cumplir que:

$$x(t) \approx x_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n\tau_0) x_0(t - n\tau_0)\tau_0$$



(a) (b)

La convolución: representación de la respuesta al impulso para sistemas LTI

Al ser el sistema LTI cada pulso $x(n\tau_0)x_0(t-n\tau_0)\tau_0$

a la entrada conduce una salida $x(n\tau_0)h_0(t-n\tau_0)\tau_0$

y por lo tanto

$$y_a(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n\tau_0)h_0(t-n\tau_0)\tau_0$$

La convolución: representación de la respuesta al impulso para sistemas LTI

$$Para\ \ \tau_0 \rightarrow d\tau\ entonces\ n\tau_0 \rightarrow \tau\ y\ x_0(t) \rightarrow \delta(t)\ ,\ por\ lo\ que$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau = x(t) * \delta(t)$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = x(t) * h(t)$$

que son las integrales de convolución

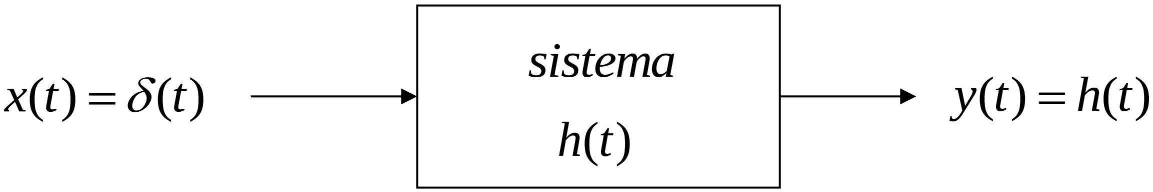
La convolución: representación de la respuesta al impulso para sistemas LTI

La señal de salida de un sistema LTI se obtiene mediante la convolución de la señal de entrada con la respuesta al impulso h(t) del sistema.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)h(\tau)d\tau = x(t) * h(t)$$

La convolución: representación de la respuesta al impulso para sistemas LTI

Por lo tanto:



$$\boxed{y(t)=x(t)*h(t)=\int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)h(\tau)d\tau}$$

La convolución: representación de la respuesta al impulso para sistemas LTI

Ejemplo 1

Sea *x(t)* la entrada a un sistema LTI con respuesta al impulso unitario *h(t), donde*

$$x(t) = e^{-at}u(t), \quad a > 0 \qquad\qquad h(t) = u(t)$$

Hallar:

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

La convolución: representación de la respuesta al impulso para sistemas LTI

Ejemplo 2

Sea *x(t)* la entrada a un sistema LTI con respuesta al impulso unitario *h(t), donde*

$$x(t) = \begin{cases} t, & 0 < t < 1 \\ 0, & para\ el\ resto \end{cases} \qquad h(t) = \begin{cases} 1, & 2 < t < 5 \\ 0, & para\ el\ resto \end{cases}$$

Hallar:

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

La convolución: representación de la respuesta al impulso para sistemas LTI

Ejemplo 3

Sea *x(t)* la entrada a un sistema LTI con respuesta al impulso unitario *h(t), donde*

$$x(t) = e^{2t}u(-t) \qquad\qquad h(t) = u(t-3)$$

Hallar:

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

La convolución: representación de la respuesta al impulso para sistemas LTI

Ejemplo 4

Sea *x(t)* la entrada a un sistema LTI con respuesta al impulso unitario *h(t), donde*

$$x(t) = e^{-t}u(t-1) \qquad\qquad h(t) = u(1-t)$$

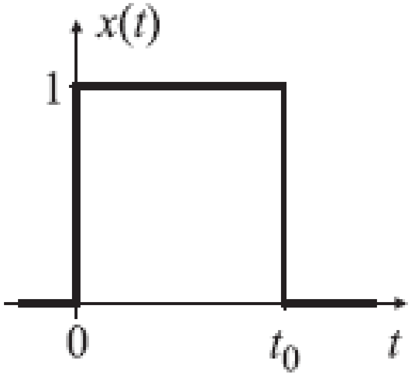
Hallar:

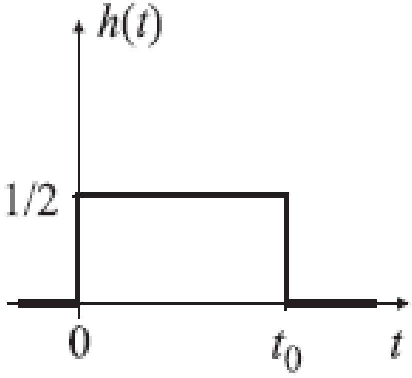
$$y(t) = x(t) * h(t)$$

La convolución: representación de la respuesta al impulso para sistemas LTI

Ejemplo 5

Sea *x(t)* la entrada a un sistema LTI con respuesta al impulso unitario *h(t), donde*



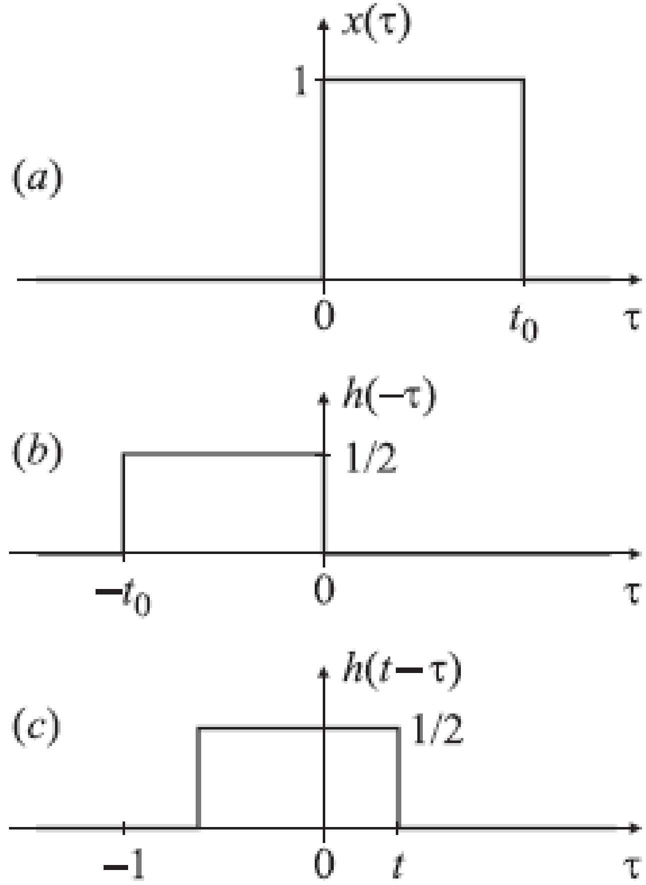


Hallar gráficamente

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

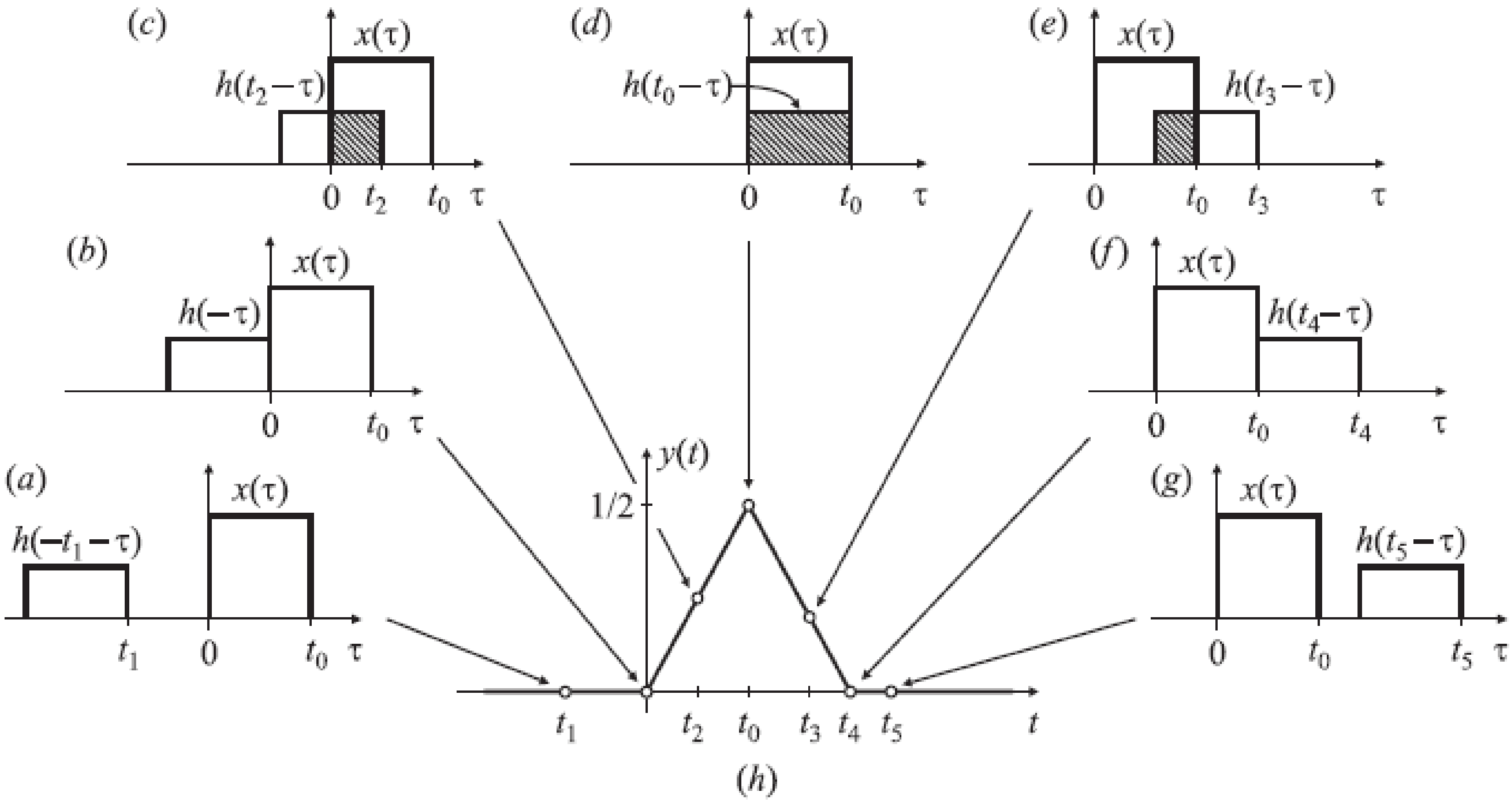
La convolución: representación de la respuesta al impulso para sistemas LTI

Solución



La convolución: representación de la respuesta al impulso para sistemas LTI

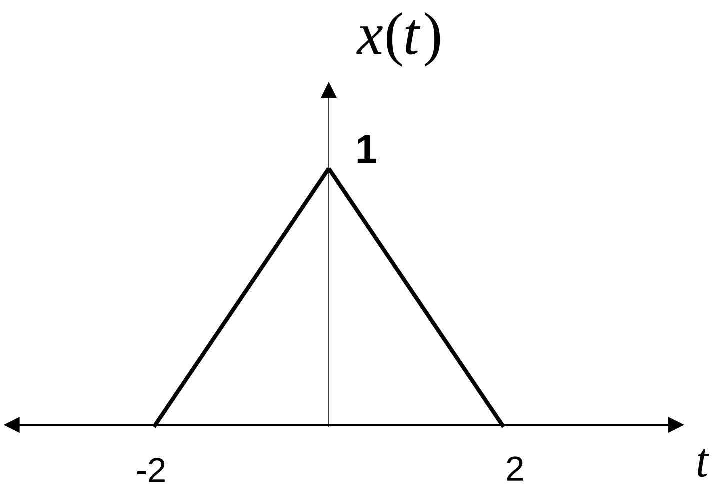
Solución

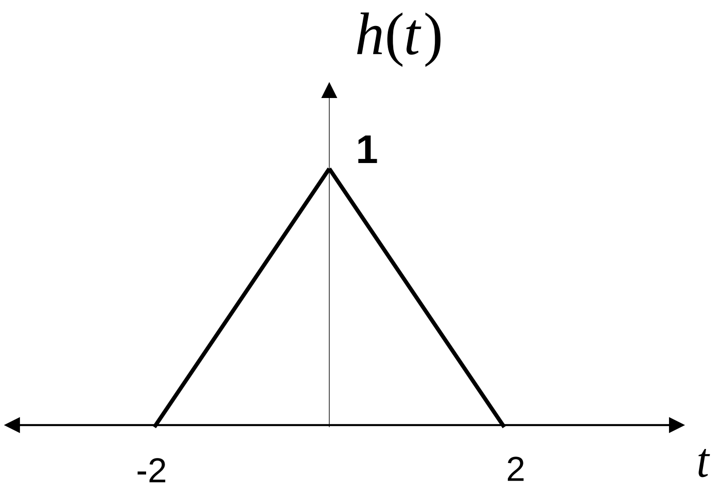


La convolución: representación de la respuesta al impulso para sistemas LTI

Ejemplo 6

Sea *x(t)* la entrada a un sistema LTI con respuesta al impulso unitario *h(t), donde*





Hallar gráficamente

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

PROPIEDADES DE LOS SISTEMAS LTI

PROPIEDADES DE LOS SISTEMAS (LTI)

Las características de un sistema LTI está determinado completamente por su respuesta al impulso. Esta propiedad se cumple solo para sistemas LTI.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)h(\tau)d\tau = x(t) * h(t) \qquad [3]$$

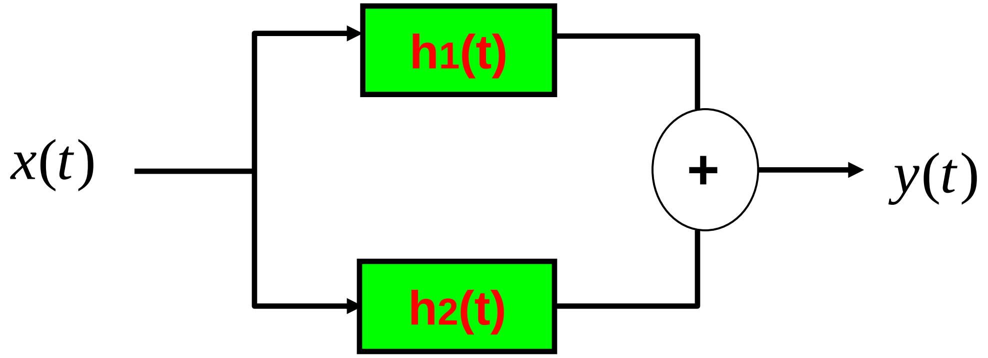
PROPIEDADES DE LOS SISTEMAS (LTI)

Propiedad conmutativa

$$x(t)*h(t)=h(t)*x(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x(\tau)h(t-\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)x(t-\tau)d\tau$$

Propiedad distributiva

$$x(t)*[h_1(t)+h_2(t)]=x(t)*h_1(t)+x(t)*h_2(t)$$

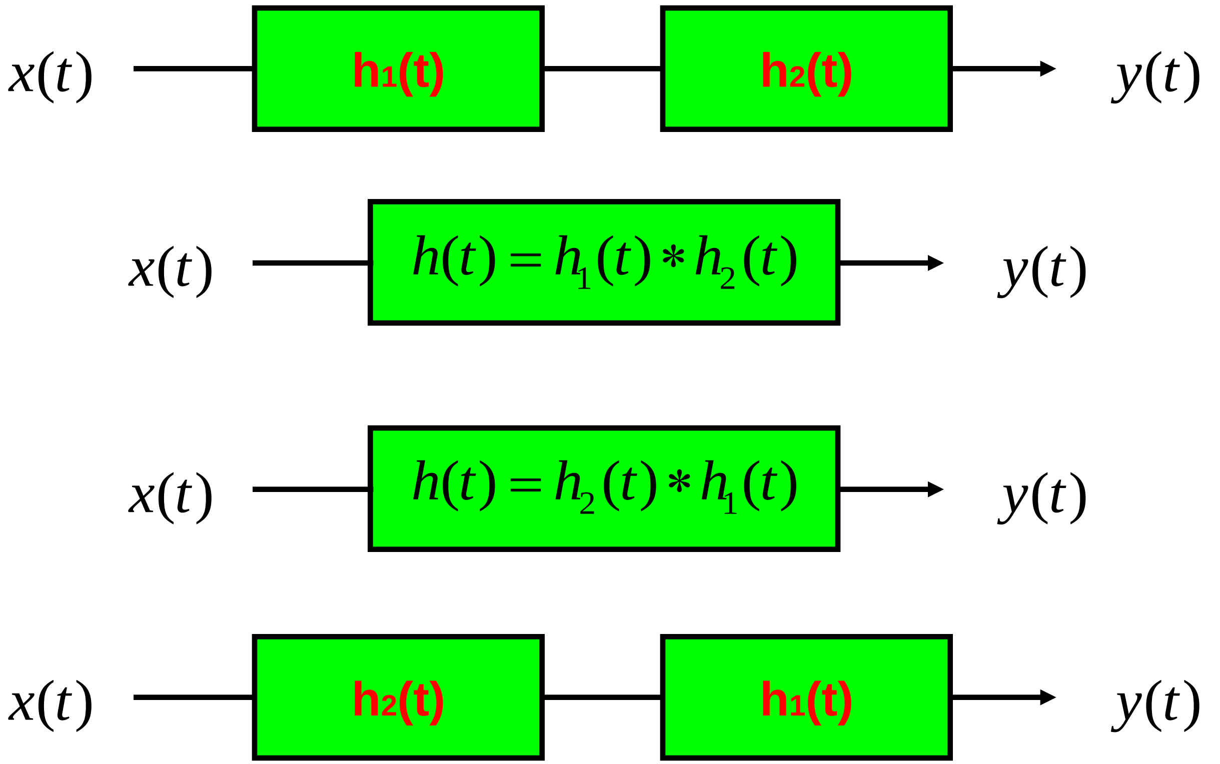


PROPIEDADES DE LOS SISTEMAS (LTI)

Propiedad asociativa

$$x(t)*[h_1(t)*h_2(t)]=[x(t)*h_1(t)]*h_2(t)$$

$$y(t)=x(t)*h_1(t)*h_2(t)$$



PROPIEDADES DE LOS SISTEMAS (LTI)

Sistemas LTI con y sin memoria

Un sistema LTI continuo es sin memoria si

$$h(t) = 0 \quad para \quad t \neq 0$$

y dicho sistema LTI sin memoria tiene la forma

$$y(t) = Kx(t)$$

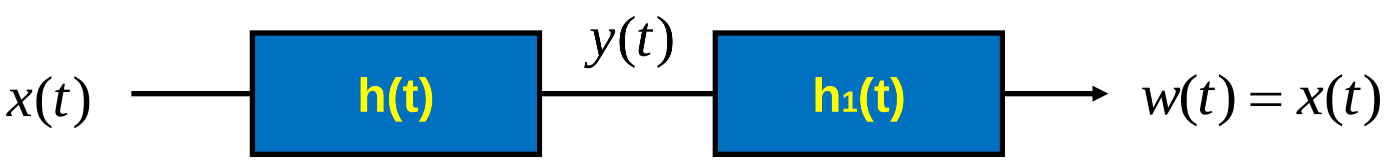
para alguna constante *K* y tiene la respuesta al impulso

$$\boxed{h(t) = K\delta(t)}$$

PROPIEDADES DE LOS SISTEMAS (LTI)

Invertibilidad de sistemas LTI

Considere un sistema LTI continuo con respuesta al impulso h(t). Entonces este sistema es invertible únicamente si existe un sistema inverso $h_1(t)$ que , cuando está conectado en serie con el sistema original, produce una salida igual a la entrada del primer sistema.



$$h(t) * h_1(t) = \delta(t)$$

PROPIEDADES DE LOS SISTEMAS (LTI)

Causalidad para los sistemas LTI

Para que un sistema LTI continuo sea causal entonces:

$$\boxed{h(t) = 0 \quad para \quad t < 0}$$

La causalidad para un sistema lineal es equivalente a la condición de reposo inicial; es decir, si la entrada a un sistema causal es 0 hasta algún punto en el tiempo, entonces la salida también debe ser 0 hasta ese tiempo.

PROPIEDADES DE LOS SISTEMAS (LTI)

Estabilidad para los sistemas LTI

Para determinar las condiciones bajo las cuales un sistema LTI es estable, se considera una entrada x(t) que esta limitada en magnitud:

$$|x(t)| < B, \quad para\ toda\ t$$

Si esta entrada se aplica a un sistema LTI con respuesta impulsiva h(t).

Entonces usando la integral de convolución, se obtiene la siguiente expresión para la magnitud de la salida.

$$|y(t)| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau \right|$$

PROPIEDADES DE LOS SISTEMAS (LTI)

Estabilidad para los sistemas LTI

$$|y(t)| \leq \int_{-\infty}^{\infty} |h(\tau)||x(t-\tau)| d\tau$$

$$|y(t)| \leq B \int_{-\infty}^{\infty} |h(\tau)| d\tau$$

Por lo tanto, el sistema es estable si la respuesta al impulso es absolutamente integrable; es decir, si

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} |h(\tau)| d\tau < \infty}$$

PROPIEDADES DE LOS SISTEMAS (LTI)

Ejercicios

Si se tienen las siguientes respuestas impulsivas de sistemas LTI. Determinar si cada sistema es causal y/o estable. Justifique sus respuestas.

$a)\ h(t) = e^{-4t}u(t-2)$

$b)\ h(t) = e^{-6t}u(3-t)$

$c)\ h(t) = e^{-2t}u(t+50)$

$d)\ h(t) = e^{2t}u(-1-t)$

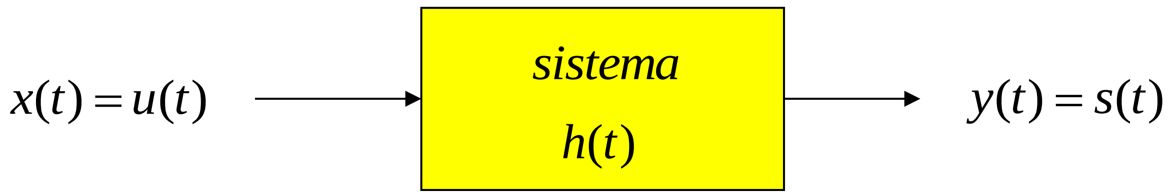
$e)\ h(t) = e^{-6|t|}$

$f)\ h(t) = te^{-t}u(t)$

$g)\ h(t) = (2e^{-t} - e^{(t-100)/100})u(t)$

PROPIEDADES DE LOS SISTEMAS (LTI)

Respuesta al escalón de un sistema LTI



$$y(t)=s(t)=u(t)*h(t)$$

$$y(t)=s(t)=\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)u(t-\tau)d\tau$$

Por lo tanto, la respuesta al escalón unitario de un sistema LTI de tiempo continuo es la integral consecutiva de su respuesta al impulso,

$$s(t)=\int_{-\infty}^{t} h(\tau)d\tau$$

PROPIEDADES DE LOS SISTEMAS (LTI)

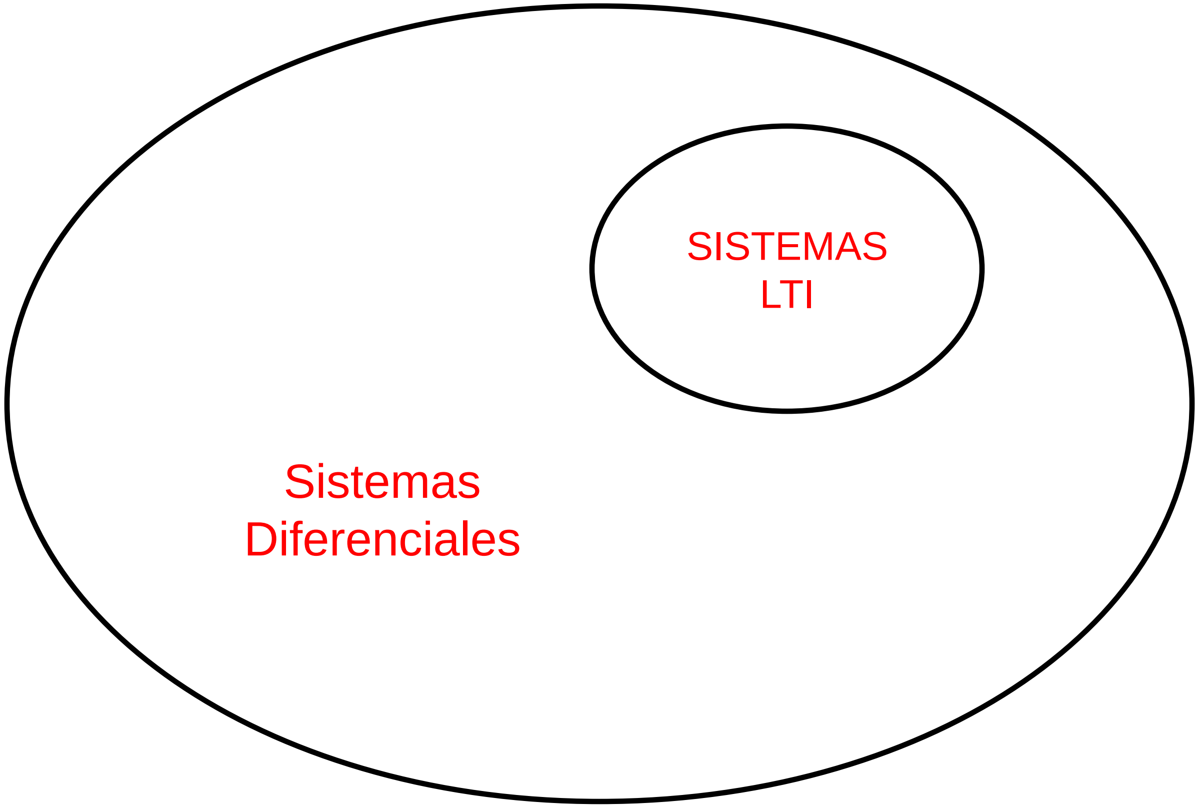
Respuesta al escalón de un sistema LTI

Así mismo, la respuesta al impulso unitario es la primera derivada de la respuesta al escalón unitario, por lo tanto

$$\boxed{h(t) = \frac{ds(t)}{dt} = s'(t)}$$

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES



SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Las ecuaciones lineales diferenciales de coeficientes constantes proporcionan otra representación para las características de entrada – salida de sistemas LTI. La forma general de una ecuación diferencial de coeficientes constantes lineal es

$$\sum_{k=0}^{N} a_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{k=0}^{M} b_k \frac{d^k x(t)}{dt^k}$$

Aquí *x(t)* es la entrada para el sistema y *y(t)* es la salida.

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

La ecuación general no especifica por completo la salida en términos de la entrada, por lo que se necesita identificar las condiciones auxiliares para determinar por completo la relación entrada – salida del sistema.

Dichas condiciones auxiliares o también llamadas condiciones iniciales resumen toda la información que es necesaria para determinar salidas futuras acerca del pasado del sistema.

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Las condiciones iniciales son los valores de las primeras **N** derivadas de la salida

$$y(t), \frac{dy(t)}{dt}, \frac{d^2y(t)}{dt^2}, \ldots, \frac{d^{N-1}y(t)}{dt^{N-1}}$$

evaluadas en el tiempo t_0 después del cual deseamos determinar *y(t)*

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Esto es, si $x(t) = 0, \quad t \le t_0 \quad \rightarrow \quad y(t) = 0, \quad t \le t_0$

Por lo tanto, la respuesta para $t \le t_0$ se puede calcular a partir de la ecuación diferencial general, con las condiciones iniciales

$$y(t_0) = \frac{dy(t_0)}{dt} = \ldots = \frac{d^{N-1}y(t_0)}{dt^{N-1}} = 0$$

Bajo la condición de *reposo inicial*, el sistema descrito por la ecuación diferencial general, es causal y LTI.

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Solución de Ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes

La respuesta de un sistema descrito por una ecuación diferencial lineal es la suma de su solución particular $y_p(t)$ y su solución homogénea $y_h(t)$.

$$\boxed{y(t) = y_p(t) + y_h(t)}$$

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

La solución homogénea o respuesta natural

La respuesta natural es la salida del sistema cuando la entrada es cero. Por esto, en un sistema en tiempo continuo la respuesta natural es la solución de la ecuación homogénea

$$\sum_{k=0}^{N} a_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = 0$$

La respuesta natural para un sistema en tiempo continuo tiene la forma

$$y_h(t) = \sum_{i=1}^{N} c_i e^{r_i t} \qquad [4]$$

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

La solución homogénea o respuesta natural

donde las r_i son las N raíces de la ecuación característica del sistema

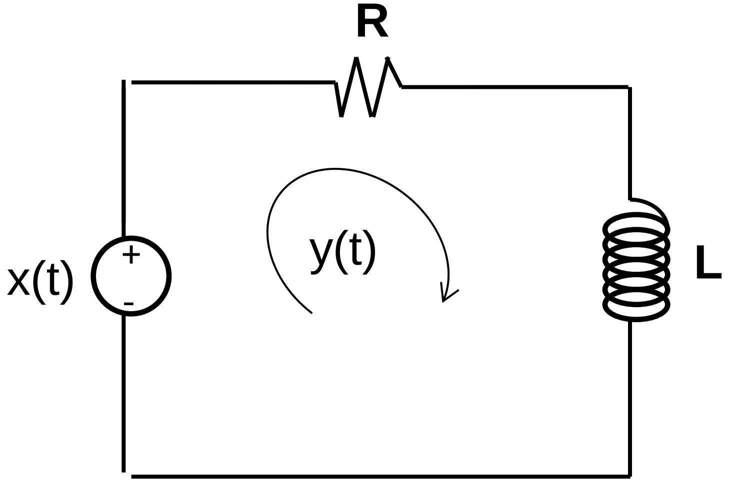
$$\sum_{k=0}^{N} a_k r^k = 0$$

La sustitución de la ecuación [4] en la ecuación homogénea establece de $y_n(t)$ es una solución para cualquier conjunto de constantes c_i

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Ejemplo 7

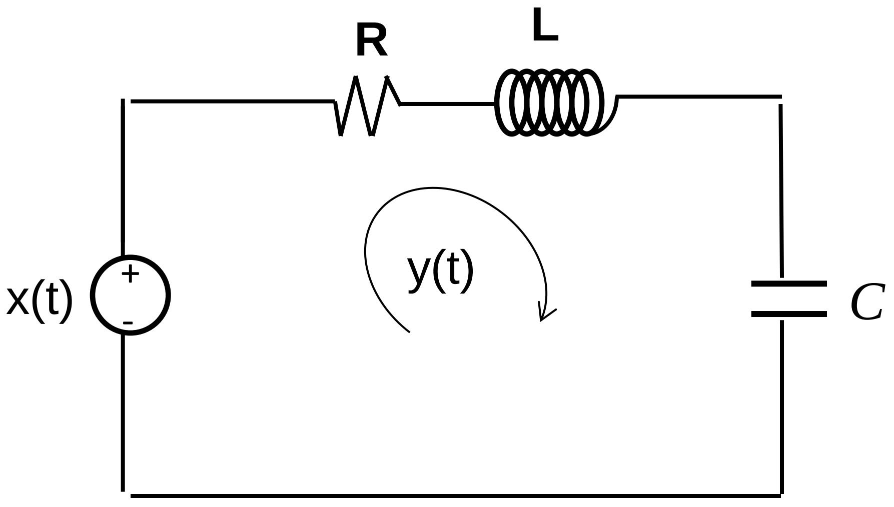
Considere un circuito RL descrito por la siguiente figura cuya entrada es el voltaje aplicado x(t) y la salida es la corriente y(t). Encuentre una ecuación diferencial que describa este sistema y determine la respuesta natural del mismo para t>0 suponiendo que la corriente que circula por el inductor en t=0 es y(0)=2A



SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Ejemplo 8

Considere un circuito RLC descrito por la siguiente figura. Determine la forma de la respuesta natural como una función de R, L y C.



SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

La solución particular o respuesta forzada

La respuesta forzada es la solución a la ecuación diferencial para la entrada suponiendo que las condiciones iniciales son cero. La solución particular representa cualquier solución para la ecuación diferencial para la entrada dada. Suele obtenerse suponiendo que la salida del sistema tiene la misma forma general que la entrada.

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

La solución particular o respuesta forzada

ENTRADA x(t)	SOLUCIÓN PARTICULAR $y_p(t)$
cualquier constante	una constante
e^{-at}	$C_1 e^{-at}$
$\cos(\omega_0 t + \theta)$	$C_1 \cos(\omega_0 t) + C_2 sen(\omega_0 t)$
$at + b$	$C_1 t + C_2$

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Ejemplo 9

Considerando el circuito RL del ejemplo 7, encuentre una solución particular para este sistema con una entrada

$$x(t) = \cos(\omega_0 t) \ \ \text{voltios}$$

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Ejemplo 10

Si se tiene la siguiente ecuación

$$\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x(t)$$

La señal de entrada es $x(t) = ke^{3t}u(t)$, donde k es un número real

Así mismo, el sistema tiene la condición de reposo inicial

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

solución:

La solución completa consiste en la suma de la solución particular y la solución homogénea

$$y(t) = y_p(t) + y_h(t)$$

La solución particular para una señal de entrada exponencial, es:

$$y_p(t) = Ye^{3t} \qquad ;t > 0 \ , \ Y = cte$$

Por lo tanto

$$y_p(t) = \frac{k}{5}e^{3t} \qquad ,t > 0$$

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Solución:

La solución homogénea debe satisfacer

$$\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 0$$

Entonces teniendo como solución de la respuesta homogénea

$$y_h(t) = Ae^{st}$$

Por lo tanto

$$Ase^{st} + 2Ae^{st} = Ae^{st}(s+2) = 0$$

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Solución:

La solución de la ecuación diferencial para *t>0* es

$$y(t) = Ae^{-2t} + \frac{k}{5}e^{3t}, \qquad t > 0$$

Si el sistema es LTI y causal, entonces

$$0 = A + \frac{k}{5} \qquad \rightarrow \qquad A = -\frac{k}{5}$$

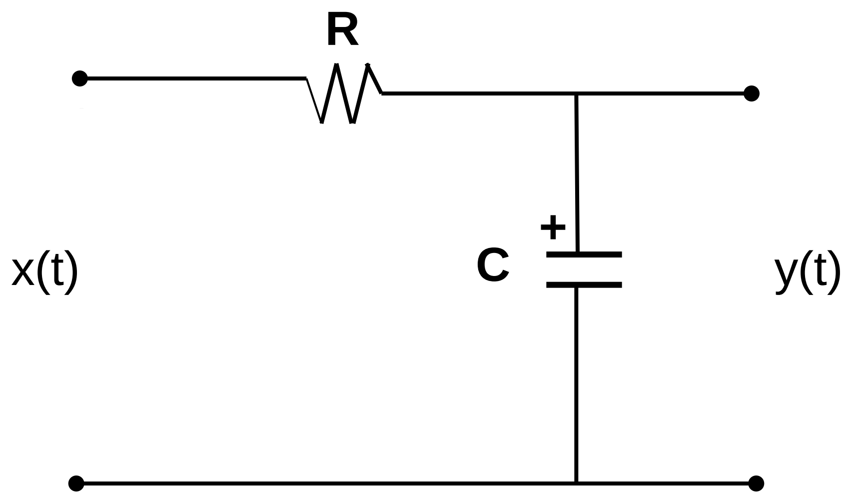
Por lo tanto debido a la condición de reposo inicial

$$y(t) = \frac{k}{5}\left[e^{3t} - e^{-2t}\right]u(t)$$

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Ejemplo 11

Sea el siguiente sistema



Determinar su respuesta impulsiva del sistema causal

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Solución:

La respuesta al escalón del sistema es

$$s(t) = (1 - e^{-at})u(t), \quad a = \frac{1}{RC}$$

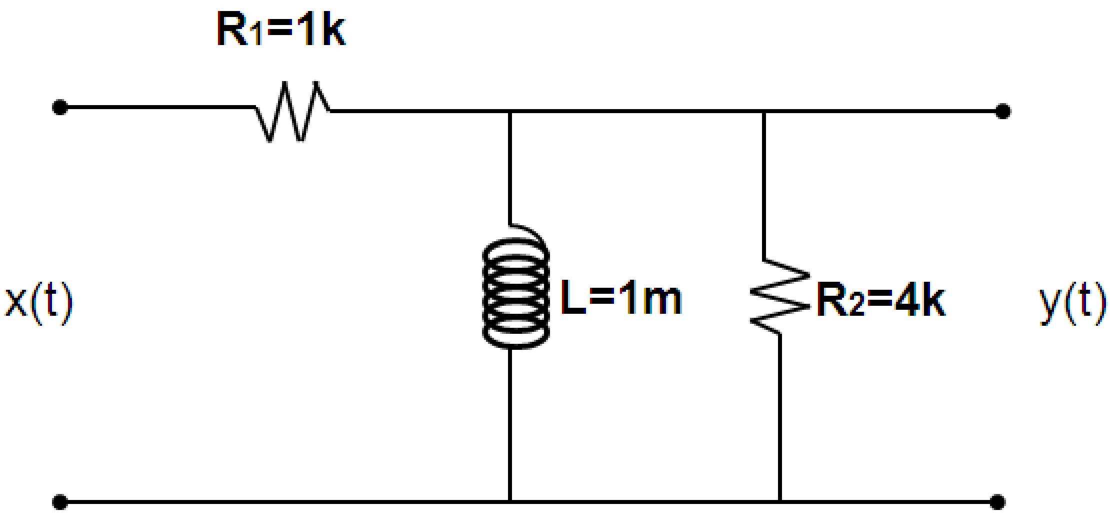
La respuesta impulsiva del sistema es

$$h(t) = ae^{-at}u(t), \quad a = \frac{1}{RC}$$

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Ejemplo 12

Sea el siguiente sistema

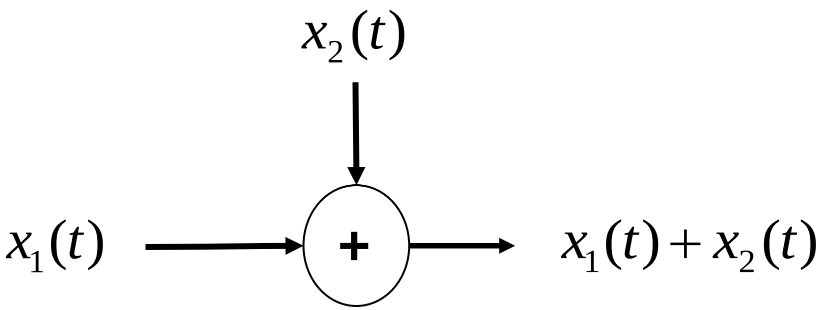


Determinar su respuesta impulsiva del sistema causal

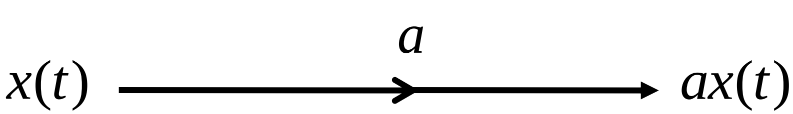
SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Representación en diagrama de bloque de sistemas de primer orden descritos mediante ecuaciones diferenciales

Componentes del diagrama de bloques



SUMADOR



MULTIPLICADOR

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Representación en diagrama de bloque de sistemas de primer orden descritos mediante ecuaciones diferenciales

Componentes del diagrama de bloques

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\mathbf{D}} \longrightarrow \frac{dx(t)}{dt}$$

DERIVADOR

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\int} \longrightarrow \int_{-\infty}^{t} x(\tau)\,d\tau$$

INTEGRADOR

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Representación en diagrama de bloque de sistemas de primer orden descritos mediante ecuaciones diferenciales

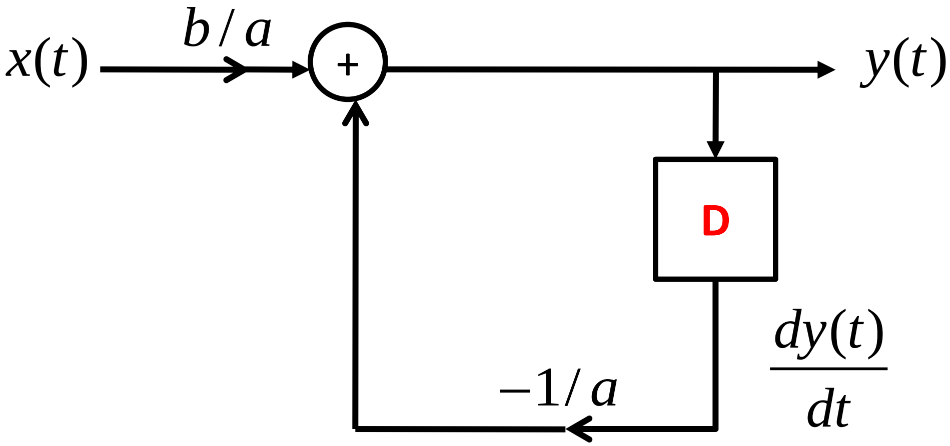
Ejemplo 13 Obtener su diagrama de bloques del sistema causal continuo descrito mediante la siguiente ecuación diferencial.

$$\frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = bx(t)$$

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Representación en diagrama de bloque de sistemas de primer orden descritos mediante ecuaciones diferenciales

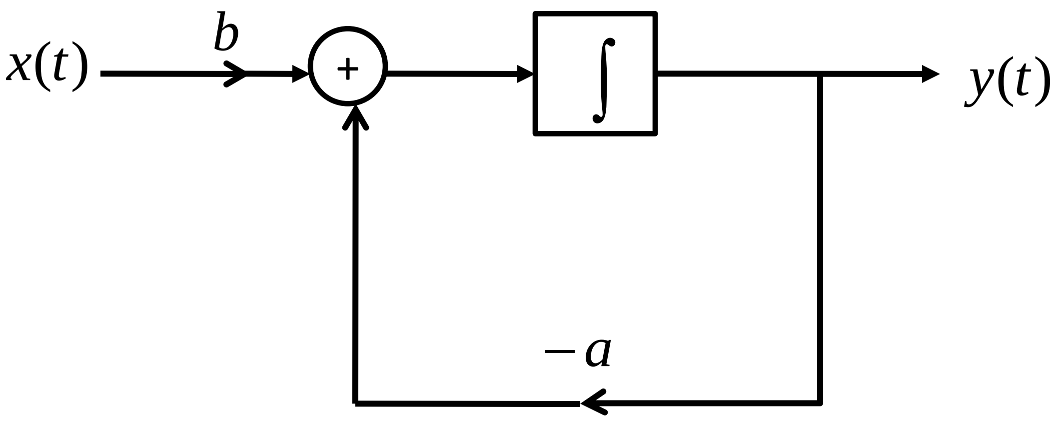
Solución:



SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Representación en diagrama de bloque de sistemas de primer orden descritos mediante ecuaciones diferenciales

Solución:



SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Representación en diagrama de bloque de sistemas de primer orden descritos mediante ecuaciones diferenciales

Ejemplo 14

Obtener su diagrama de bloques del sistema causal continuo descrito mediante la siguiente ecuación diferencial.

$$\frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + 2x(t)$$

SISTEMAS LTI CAUSALES DESCRITOS POR ECUACIONES DIFERENCIALES

Representación en diagrama de bloque de sistemas de primer orden descritos mediante ecuaciones diferenciales

Ejemplo 15

Obtener su diagrama de bloques del sistema causal continuo descrito mediante la siguiente ecuación diferencial.

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 3\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x(t)$$

FUNCIONES SINGULARES

FUNCIONES SINGULARES

El impulso unitario como un pulso corto idealizado

Tener en cuenta que:

$$\boxed{x(t) = x(t) * \delta(t)}$$

Si se toma $x(t) = \delta(t)$ se tiene

$$\boxed{\delta(t) = \delta(t) * \delta(t)}$$

FUNCIONES SINGULARES

El impulso unitario como un pulso corto idealizado

Si se considera que $\delta_\Delta(t)$ corresponde a un pulso rectangular y que

$$r_\Delta(t) = \delta_\Delta(t) * \delta_\Delta(t)$$

El límite de $r_\Delta(t)\ cuando\ \Delta \to 0$ es un impulso unitario.

FUNCIONES SINGULARES

El impulso unitario como un pulso corto idealizado

Ejemplo 16

Si se tiene el siguiente sistema LTI descrito mediante la siguiente ecuación diferencial de primer orden

$$\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x(t)$$

Con condición de reposo inicial

FUNCIONES SINGULARES

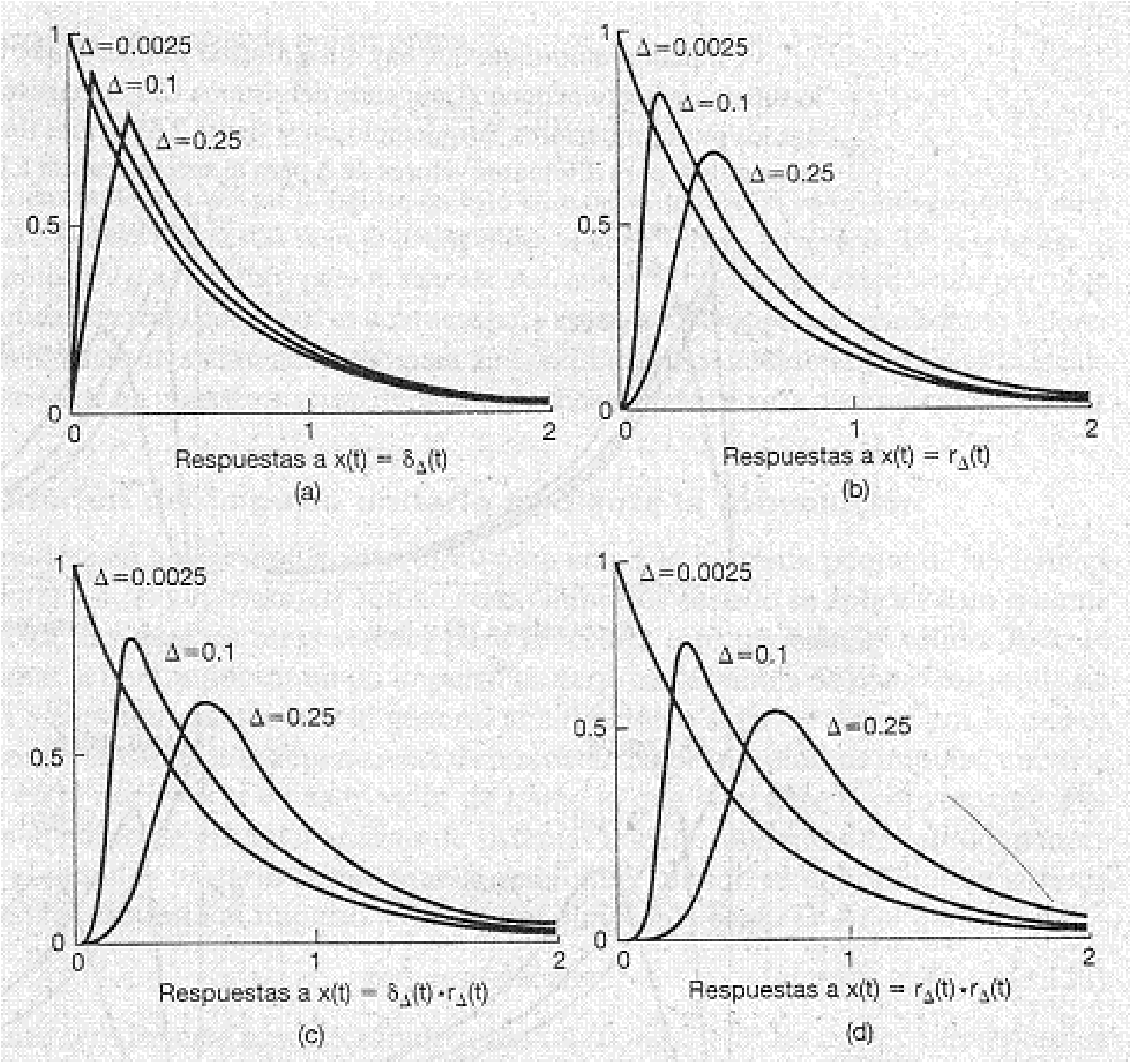


Figura 6

FUNCIONES SINGULARES

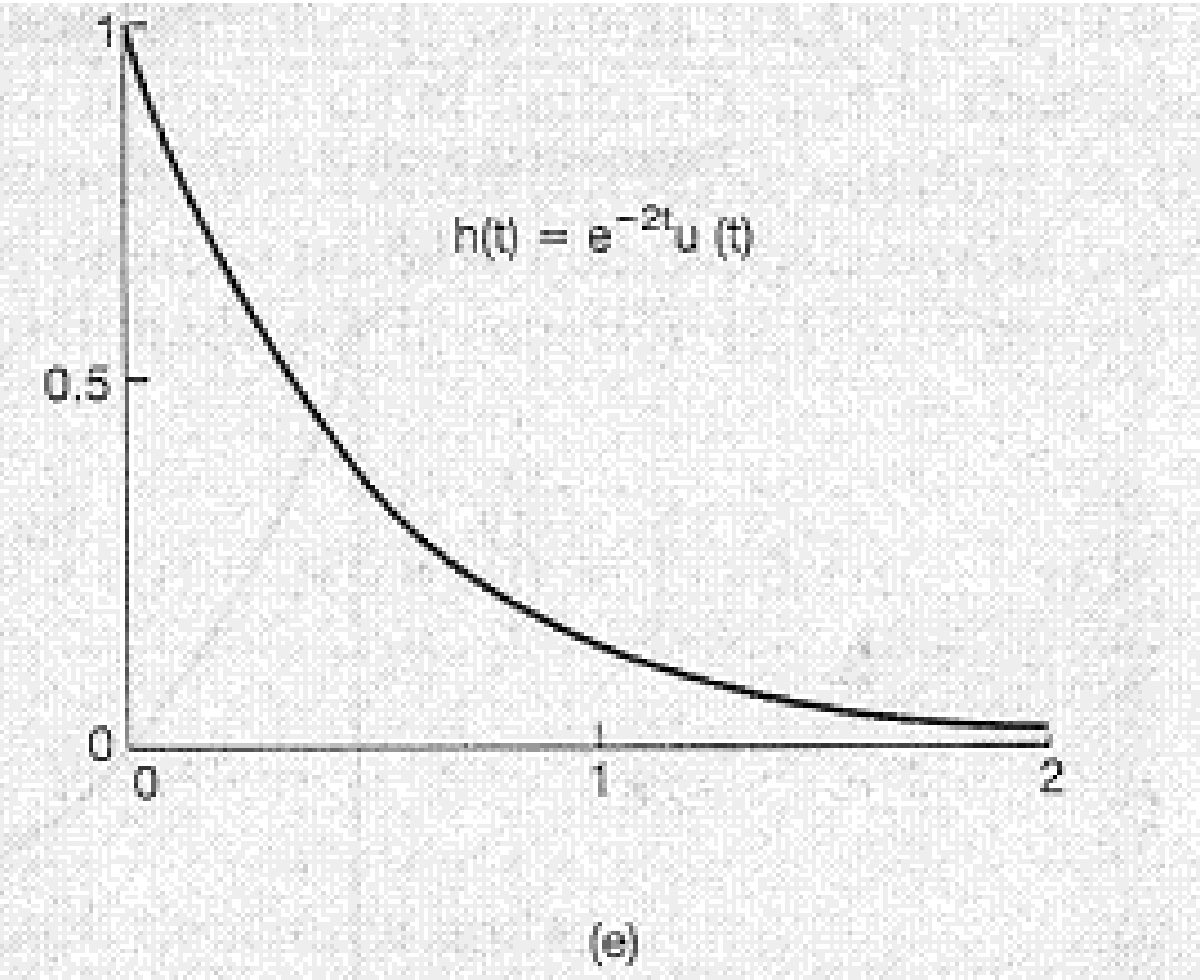


Figura 7. Respuesta impulsiva h(t) para el sistema

FUNCIONES SINGULARES

Ejemplo 17

Si se tiene el siguiente sistema LTI descrito mediante la siguiente ecuación diferencial de primer orden

$$\frac{dy(t)}{dt} + 20y(t) = x(t)$$

FUNCIONES SINGULARES

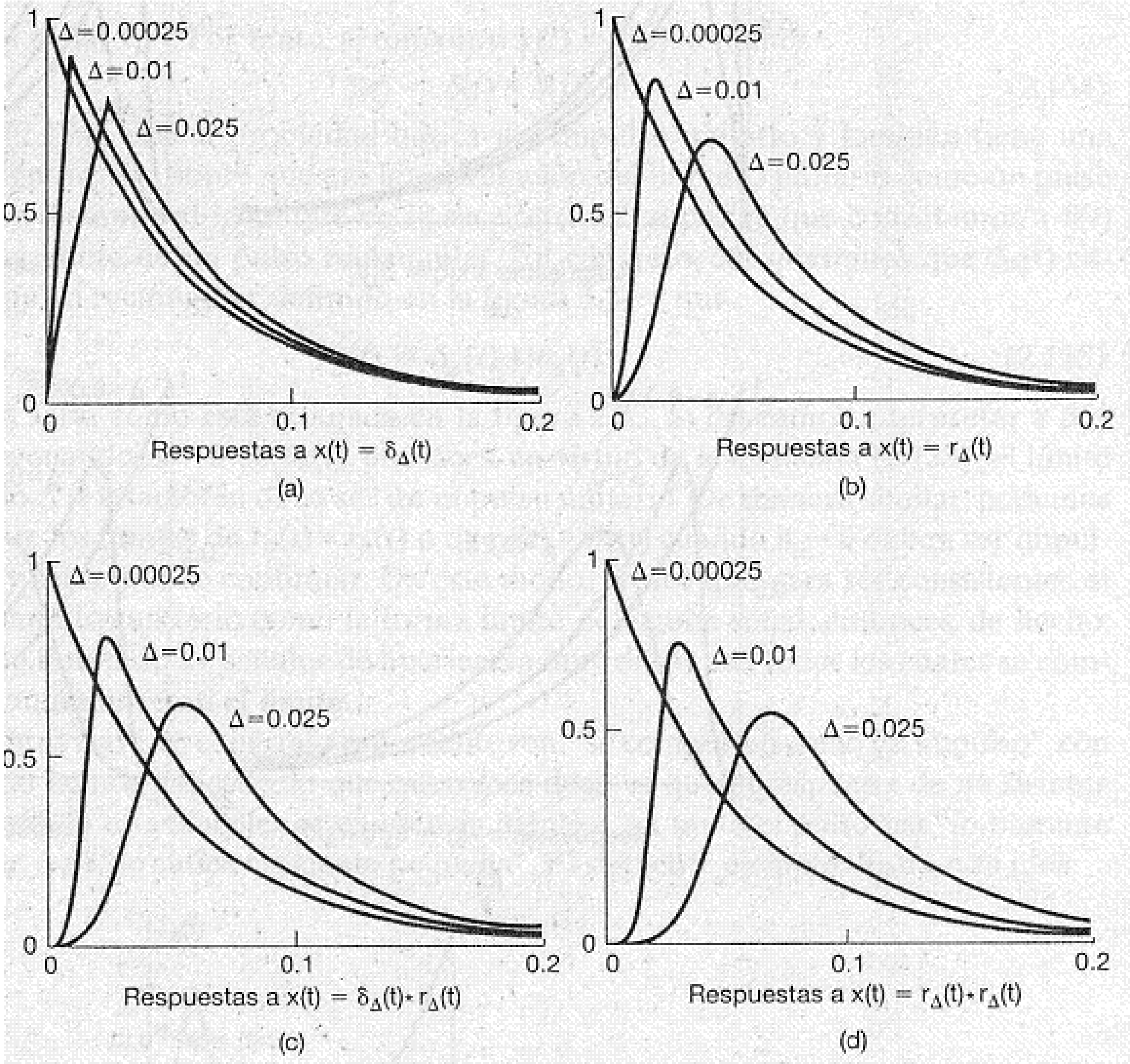


Figura 8

FUNCIONES SINGULARES

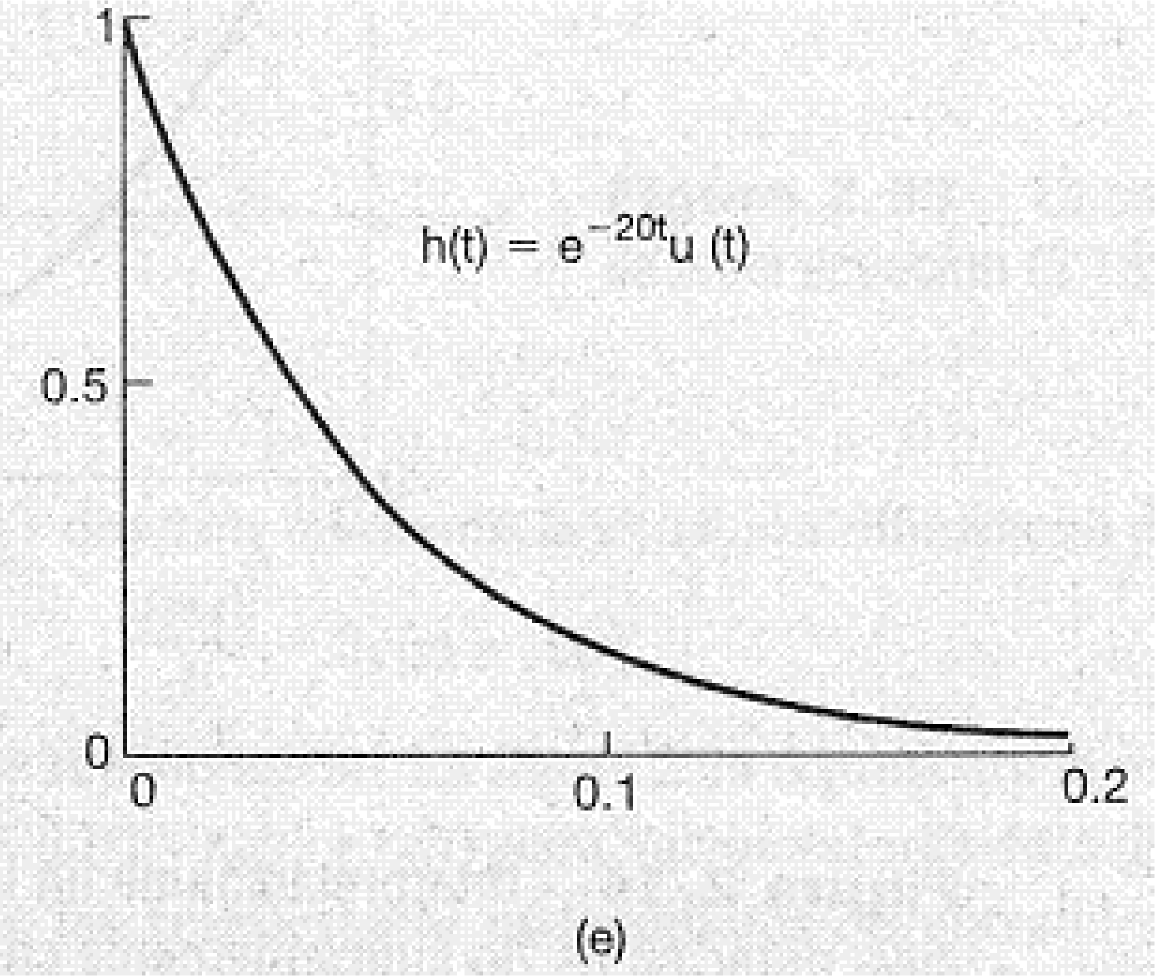


Figura 9. Respuesta impulsiva h(t) para el sistema

FUNCIONES SINGULARES

Definición del impulso unitario mediante la convolución

Se puede definir al impulso unitario como aquella señal que, cuando es aplicada a un sistema LTI, produce la respuesta al impulso. Esto es, definimos $\delta(t)$ como la señal para la cual

$$\boxed{x(t) = x(t) * \delta(t)}$$

para cualquier *x(t)*

FUNCIONES SINGULARES

Definición del impulso unitario mediante la convolución

Si se hace a *x(t)*=1 para todo t, se tiene

$$1 = x(t) = x(t) * \delta(t) = \delta(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau) x(t-\tau) d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau) d\tau$$

FUNCIONES SINGULARES

Definición del impulso unitario mediante la convolución

Si se define una señal arbitraria g*(t)* y se invierte para obtener g(-t) y se convoluciona con $\delta(t)$, se tiene

$$g(-t) = g(-t) * \delta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau - t)\delta(\tau)d\tau$$

$$Para\ t = 0$$

$$\mathrm{g}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau)\delta(\tau)d\tau$$

FUNCIONES SINGULARES

Definición del impulso unitario mediante la convolución

Si se define

$$g(\tau) = x(t-\tau)$$

entonces se obtiene

$$x(t) = g(0) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau)\delta(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)\delta(\tau)d\tau$$

FUNCIONES SINGULARES

Definición del impulso unitario mediante la convolución

Si se tiene la señal

$$f(t)\delta(t)$$

Donde f(t) es otra señal, entonces se obtiene

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\tau)f(\tau)\delta(\tau)d\tau = g(0)f(0)$$

FUNCIONES SINGULARES

Definición del impulso unitario mediante la convolución

Si se tiene la señal

$$f(0)\delta(t)$$

entonces se obtiene

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\tau)\, f(0)\delta(\tau)\, d\tau = g(0)\, f(0)$$

FUNCIONES SINGULARES

Definición del impulso unitario mediante la convolución

Por lo tanto, se tiene que $f(t)\delta(t)$ y $f(0)\delta(t)$

Son idénticas cuando se multiplican por cualquier señal g(t) y después se integran desde $-\infty$ hasta $+\infty$.

Por lo tanto se concluye que

$$\boxed{f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)}$$

FUENTE:

OPPENHEIM, A.- WILLSKY, A. “Señales y Sistemas” Pearson Education, 2ª ed., 1998

HAYKIN, S.- VAN VEEN, B. “Señales y Sistemas” Limusa Wiley, 1ra ed., 2001