INGENIERÍA DE CONTROL 2

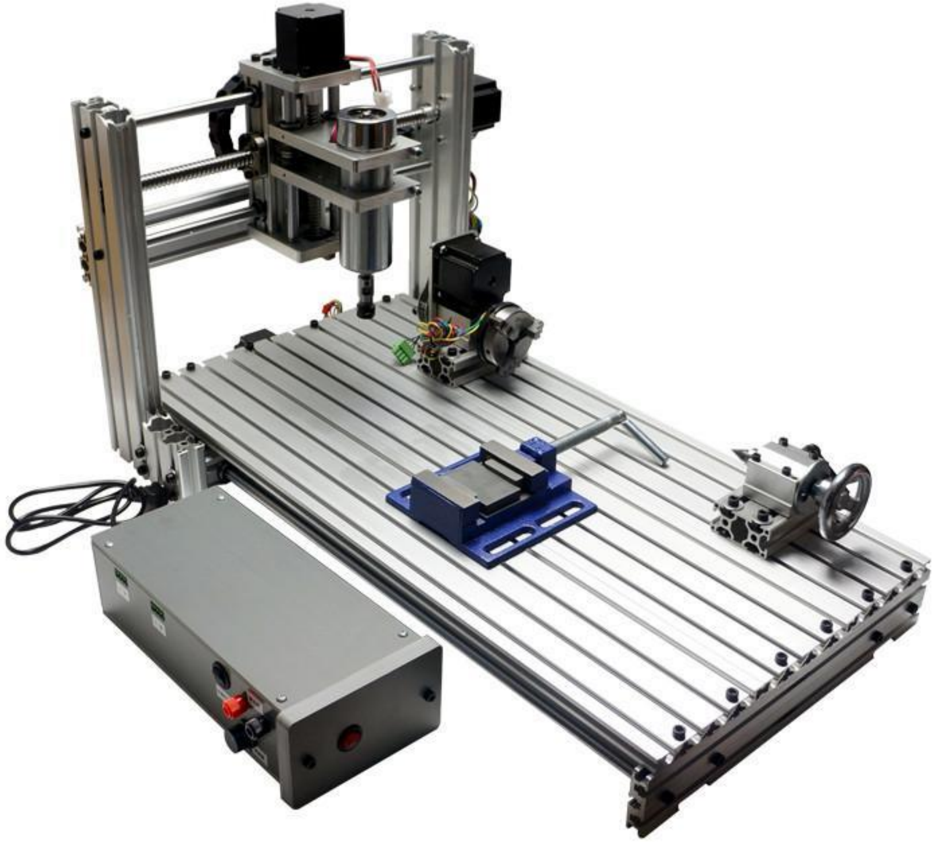
Sesión 10

Máquina CNC

- Modelamiento y Control

Motivación

- Control
- Identificación
- Trayectoria



Fresadora CNC

https://www.youtube.com/watch?v=txCMvRF4Bm8

CINÉTICA

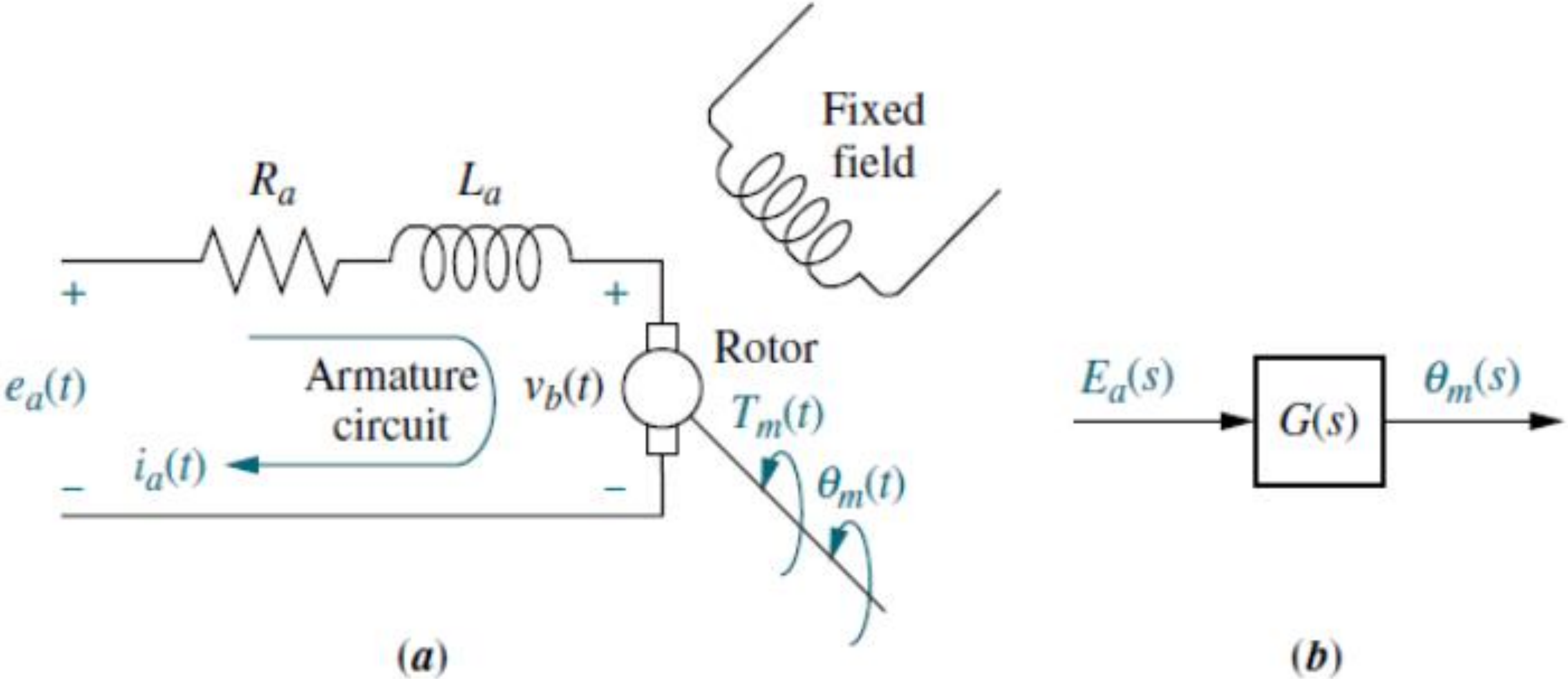


Figura 2. Esquema general para un motor DC controlado por armadura.

Un Motor DC puede estar controlado por campo o por armadura. El caso más frecuente es el control por corriente (o voltaje) de armadura. Haciendo referencia a la *Figura 2*, un imán estacionario permanente o un electroimán genera un flujo magnético $\boldsymbol{\Phi}$, constante, denominado *Fixed Field*. Este flujo $\boldsymbol{\Phi}$ es generado a su vez por una corriente de campo i_f que se supone constante (de allí deriva el nombre de Motor DC o motor de corriente continua).

El motor es controlado por un voltaje $e_{a(t)}$ aplicado a los terminales de la armadura. Aplicando el método de análisis de circuitos eléctricos de Kirchhoff al circuito de la Figura 2.a , deducimos la primera ecuación importante del sistema:

$$e_{a(t)} = R_a i_{a(t)} + L_a \frac{di_{a(t)}}{dt} + v_{b(t)}$$

Donde ***La*** y ***Ra*** representan la inductancia y la resistencia de la armadura respectivamente.

La armadura es un circuito rotativo a través del cual circula una corriente $i_{a(t)}$. Cuando la armadura pasa en ángulos rectos a través del flujo magnético Φ, siente una fuerza $F=BLi_{a(t)}$ donde B es la intensidad del campo magnético y L es la longitud de la bobina o conductor. El torque $T_{m(t)}$ que resulta de esta interacción hace girar el rotor, el cual es el miembro rotatorio del motor. Para un análisis lineal es necesario suponer que este torque o *par* es proporcional al flujo magnético Φ y a la corriente $i_{a(t)}$. De esta suposición obtenemos la siguiente ecuación del sistema:

$$T_{m(t)} = K_m \Phi i_{a(t)}$$

Donde K_m es constante. Como hemos dicho que Φ también es constante, el factor $K_m{}^*\Phi$ de la ecuación anterior se reduce a una constante denominada K_i. De esta manera, dicha ecuación se reduce a:

$$T_{m(t)} = K_i i_{a(t)}$$

Donde K_i es La **Constante de Proporcionalidad**, también llamada constante de torque del motor (o constante de par) y es uno de los parámetros dados por los fabricantes de motores. K_i, con frecuencia denominada también K_t , viene en N-m/A.

Otro importante fenómeno ocurre en el motor: Cuando el conductor (o bobina) de la armadura se mueve en ángulos rectos a través del campo magnético $\boldsymbol{\Phi}$,se genera un voltaje $v_{b(t)}$ en las terminales del conductor. Ya que la armadura rota en un campo magnético, el voltaje generado en su bobina es proporcional a la velocidad $\omega_{m(t)}$ de rotación de la armadura. De esta manera obtenemos otra ecuación de gran importancia:

$$v_{b(t)} = K_b \frac{d\theta_{m(t)}}{dt}$$

Dónde:

$$\frac{d\theta_{m(t)}}{dt} = \omega_{m(t)}$$

Denominamos a $v_{b(t)}$ la **Fuerza Contraelectromotriz** (o *back emf* por sus siglas en inglés); K_b es la constante de proporcionalidad llamada también **constante emf.**

Por último, aplicando las leyes de Newton para movimientos mecánicos rotacionales obtenemos:

$$T_{m(t)} = J_m \frac{d^2\theta_{m(t)}}{dt^2} + b_m \frac{d\theta_{m(t)}}{dt}$$

Donde J_m es el momento inercial (o inercia simplemente) del rotor, y b_m es el coeficiente de fricción viscosa del motor.

Es importante recalcar que estamos definiendo las ecuaciones del motor "a lazo abierto", es decir, sin realimentación, como en la Figura 1. Por tanto, hemos logrado definir el conjunto de ecuaciones que determina **la Dinámica del Motor DC operando en lazo abierto**:

$$T_{m(t)} = J_m \frac{d^2\theta_{m(t)}}{dt^2} + b_m \frac{d\theta_{m(t)}}{dt}$$

$$e_{a(t)} = R_a i_{a(t)} + L_a \frac{di_{a(t)}}{dt} + v_{b(t)}$$

$$v_{b(t)} = k_b \frac{d\theta_{m(t)}}{dt} = k_b \omega_m$$

$$T_{m(t)} = k_i i_{a(t)}$$

dónde:

$$\frac{d\theta_{m(t)}}{dt} = \omega_{m(t)}$$

k_b: *constante de fuerza contra − electromotriz.*

k_i: *constante del par del motor.*

T_m: *par del motor.*

J_m: *momento de inercia del motor.*

v_b: *voltaje contra − electromotriz.*

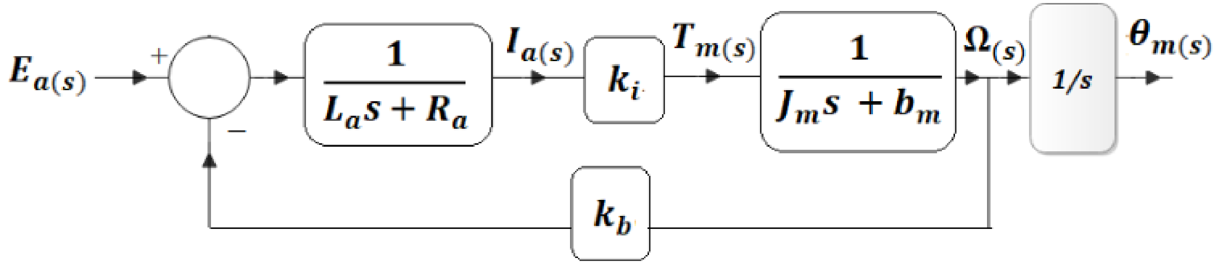
θ_m: *posición del eje del motor.*

b_m: *coeficiente de fricción viscosa del motor.*

R_a: *resistencia de la armadura del motor.*

L_a: *Inductancia de la armadura del motor.*

De esta manera, tomando a $E_{a(s)}$ como la entrada y a $\theta_{m(s)}$ como la salida, se representa el sistema a continuación mediante ***El Diagrama de Bloques para un Motor DC*** operando a lazo abierto:

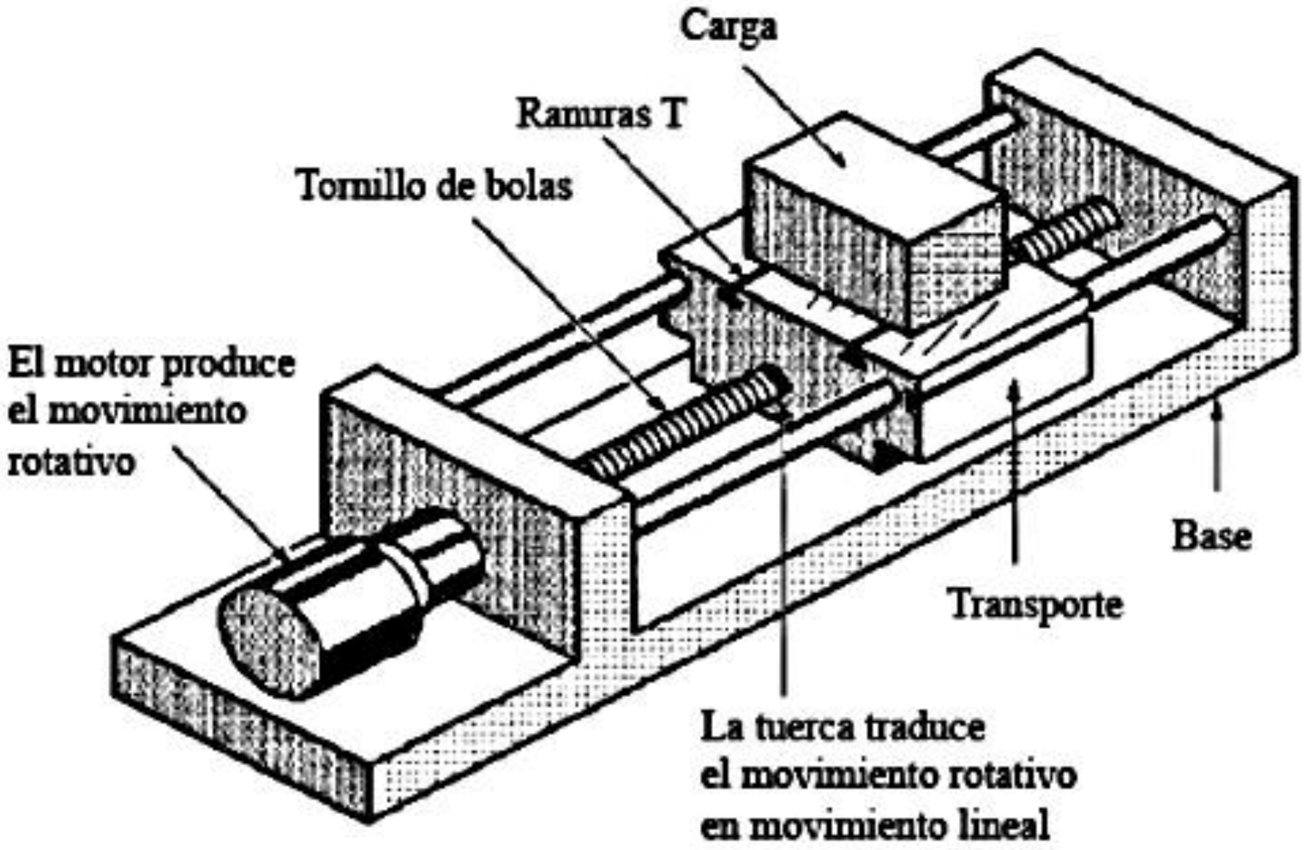


Aquí podemos corroborar lo que señalamos antes, que la fuerza contraelectromotriz, proporcional a $K_b\Omega_{m(s)}$, genera un lazo realimentado negativo que tiende a estabilizar el sistema.

La función de transferencia $G_{m(s)}$ para un Motor DC a lazo abierto, es:

$$G_{m(s)} = \frac{\theta_{m(s)}}{E_{a(s)}}$$

$$\frac{\theta_{m(s)}}{E_{a(s)}} = \frac{k_i}{s((J_m s + b_m)(L_a s + R_a) + k_b k_i)}$$


Carga
Ranuras T
Tornillo de bolas
El motor produce
el movimiento
rotativo
Base
Transporte
La tuerca traduce
el movimiento rotativo
en movimiento lineal