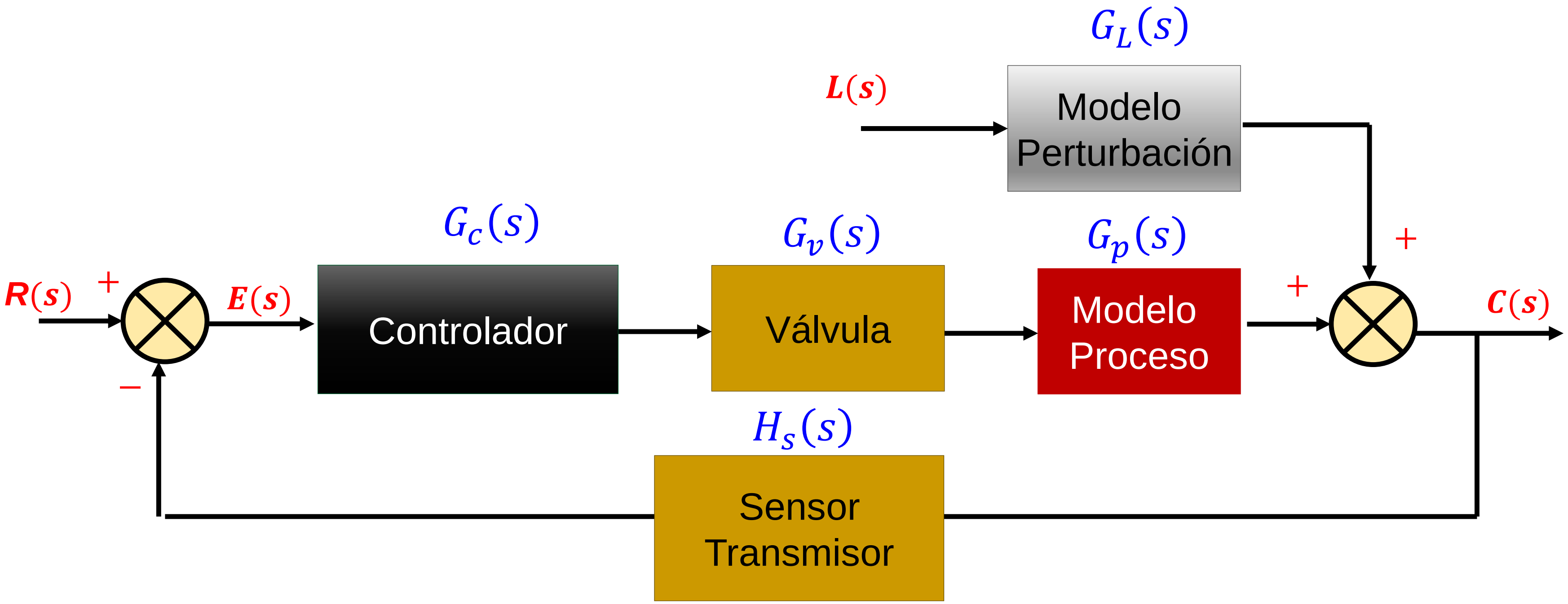
Lugar de Raíces

Ing. Eddie Sobrado

Lazo de control cerrado

- El diagrama de bloques de un lazo de control con retroalimentación lo integran los bloques funciones de transferencia del controlador, la válvula de control, el proceso y el sensor/transmisor como lo muestra la Figura



Función de transferencia de Lazo cerrado

- La función de transferencia para un lazo de control cerrado como el de la figura es la siguiente:

$$C(s) = \frac{G_c(s) G_V(s)\ G_p(s)}{1 + H(s) G_c(s) G_V(s)\ G_p(s)} R(s) + \frac{G_L(s)}{1 + H(s) G_c(s) G_V(s)\ G_p(s)} L(s)$$

- Siendo $G_c(s)$, $G_v(s)$, $G_p(s)$ las funciones de transferencias para controlador, válvula y proceso respectivamente, y $H(s)$ la función de transferencia del sensor/transmisor, $G_L(s)$ el modelo de la perturbación, R es el valor deseado para la variable de control y C es la variable o salida a controlar

Ecuación característica del lazo de control

- En la ecuación anterior, el denominador de cada uno de los dos términos igualado a cero expresa la denominada Ecuación Característica del lazo de control, es decir:

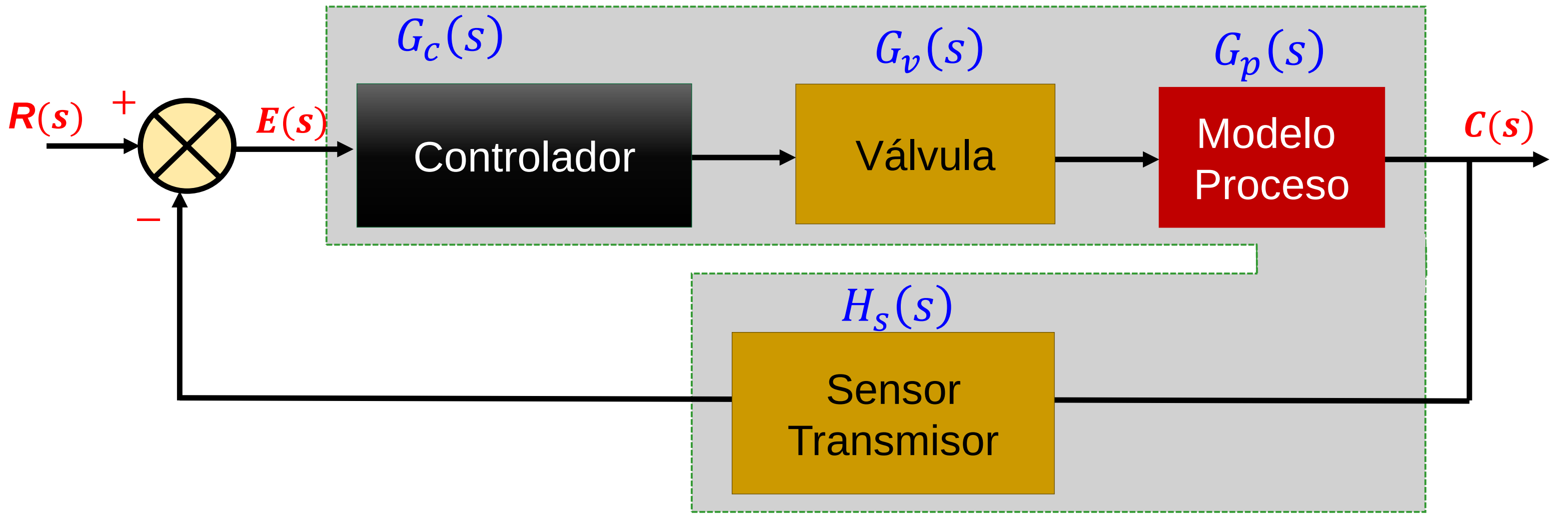
$$1 + H(s)G_c(s)G_V(s)\ G_p(s) = 0$$

- Si se conocen las funciones de transferencia del proceso, la válvula de control y el sensor/transmisor y se asignan los parámetros de sintonización para el controlador, se puede hallar la solución de la ecuación y, de acuerdo a la naturaleza de las raíces obtenidas determinar el comportamiento del sistema, en cuanto a su estabilidad

Función de transferencia de Lazo abierto (OLTF)

- La función de transferencia de lazo abierto (OLTF), se define como el producto de todas las funciones de transferencia en el lazo cerrado de control.

Es decir, si se tiene el sistema en lazo cerrado que se muestra:



entonces la función de transferencia de lazo abierto es:

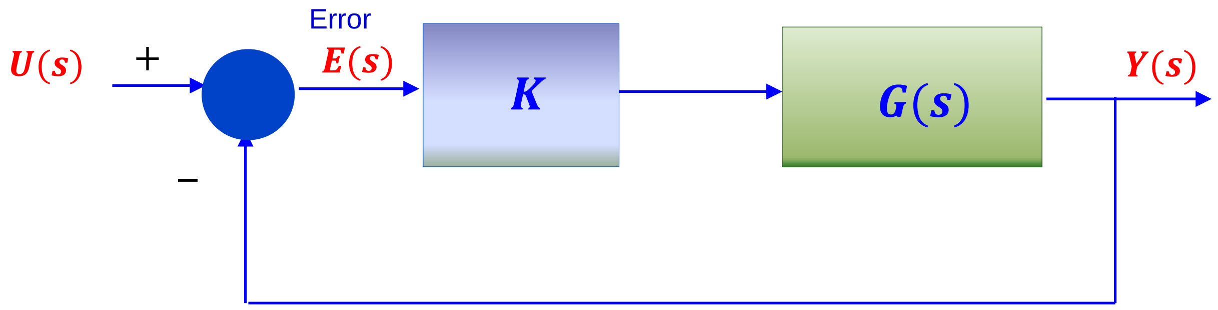
$$OLTF = H(s)G_c(s)G_V(s)\ G_p(s)$$

Introducción al Lugar de Raíces

- Los parámetros de un sistema lineal de control pueden variar por motivos diversos. La variación puede ser involuntaria, por cambios que se van produciendo en los componentes con el paso del tiempo, por influencia de los cambios del medio, etc., o voluntaria, cuando se desea modificar valores de algunos componentes para mejorar el comportamiento del sistema.
- Hemos visto como la posición de las raíces de la ecuación característica en el plano complejo indica la estabilidad, absoluta (y relativa) del sistema, así como otros datos de interés relacionados con sus especificaciones de funcionamiento.

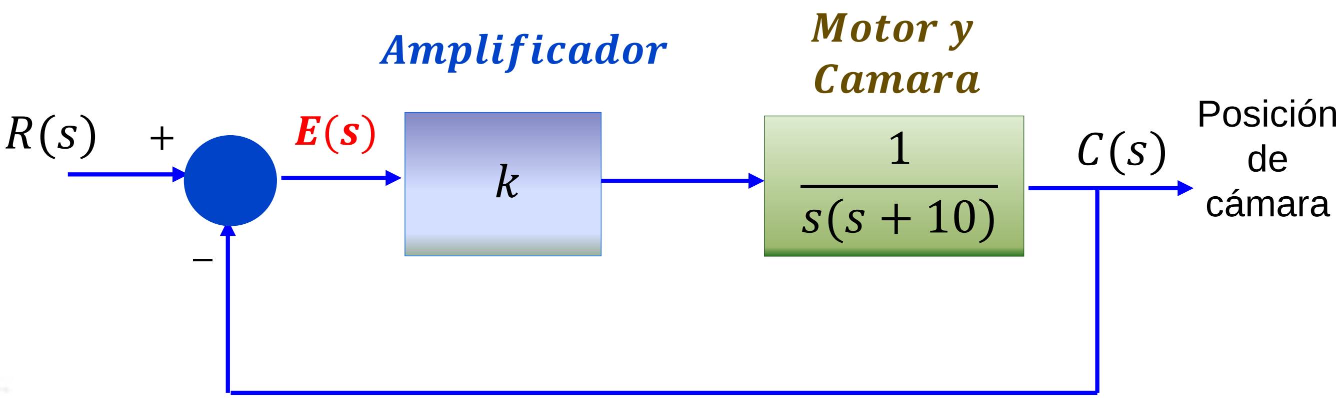
Introducción al Lugar de Raíces

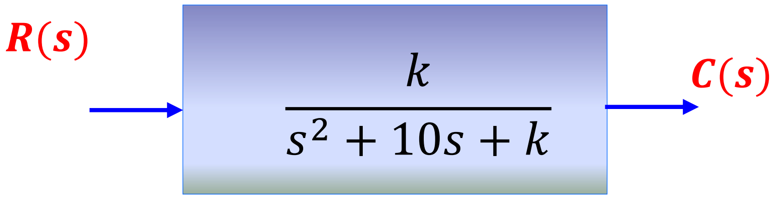
- El lugar de las raíces es el lugar geométrico (construcción gráfica, en el plano s) que describen las raíces de la ecuación característica cuando varia un parámetro del sistema (normalmente del controlador) desde cero hasta infinito.
- Este parámetro variable esta relacionado con uno o con varios coeficientes de la ecuación característica y puede ser, en general, un valor asociado a un componente cualquiera del sistema
- El diagrama general visto al inicio (controlador, sensor/transmisor, válvula, proceso) puede ser representado de manera mas usual, como el indicado en la figura, donde el parámetro variable es la ganancia estática K de la función de transferencia de lazo abierto (OLTF)



Ejemplo 1

Estudio del comportamiento de las raíces variando un parámetro ***k***



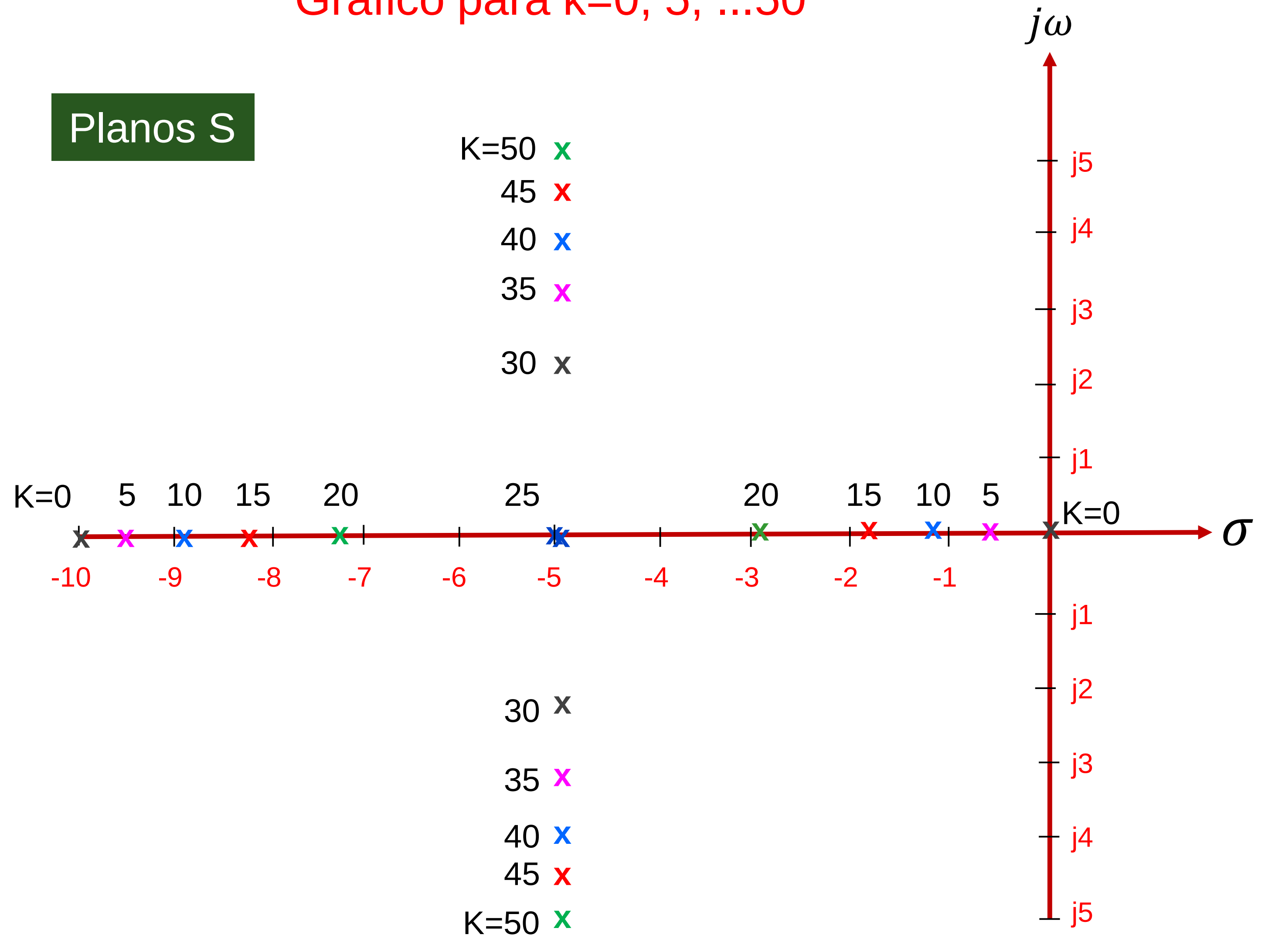


Ejemplo 1

Ganancia: K	Polo 1	Polo 2
0	-10.0	0
5.0	-9.4721	-0.5279
10.0	-8.8730	-1.1270
15.0	-8.1623	-1.8377
20.0	-7.2361	-2.7639
25.0	-5.0	-5.0
30.0	-5.0 – j2.2361	-5.0 + j2.2361
35.0	-5.0 – j3.1623	-5.0 + j3.1623
40.0	-5.0 – j3.8730	-5.0 + j3.8730
45.0	-5.0 – j4.4721	-5.0 + j4.4721
50.0	-5.0 – j5.0	-5.0 + j5.0

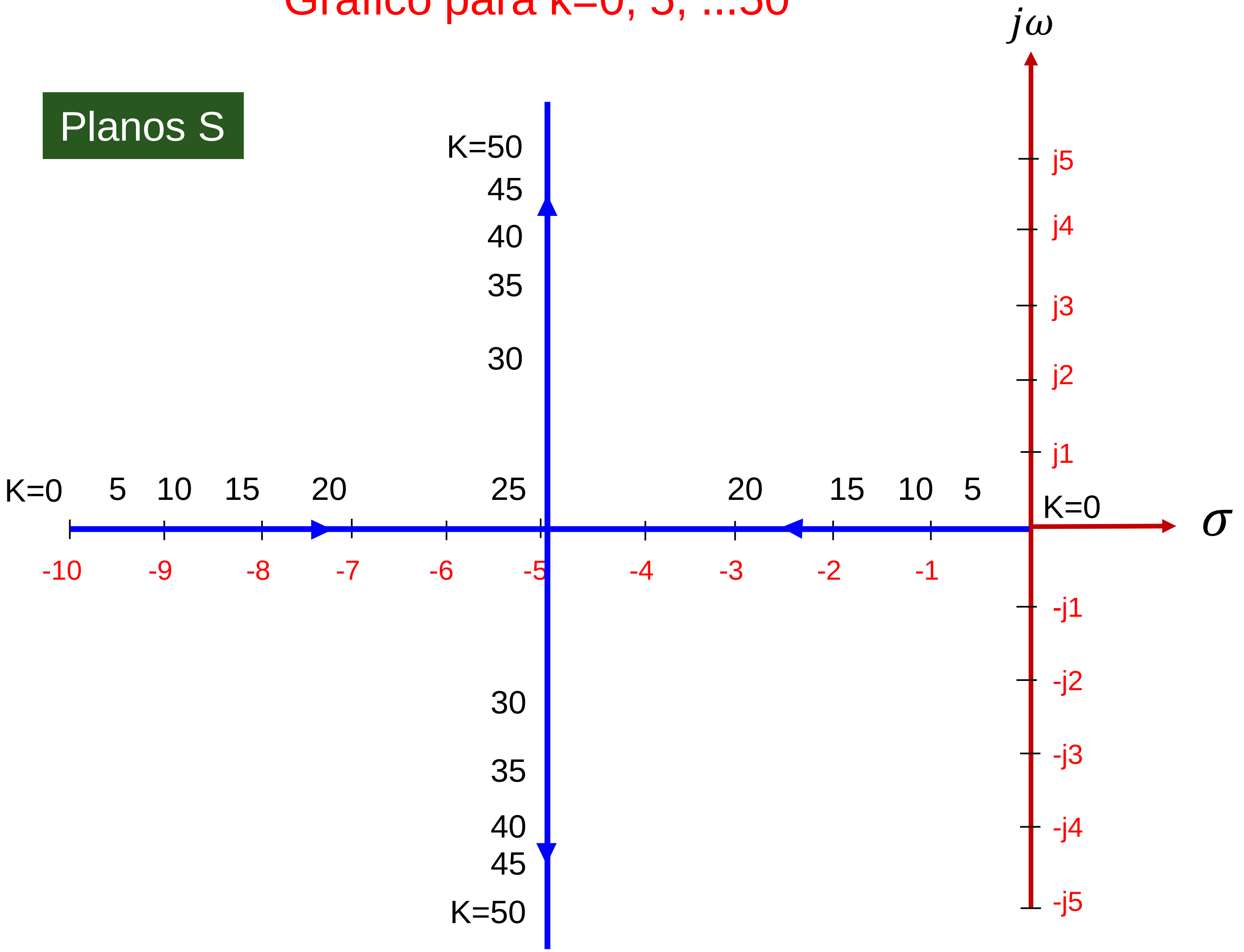
Ejemplo 1

Grafico para k=0, 5, ...50



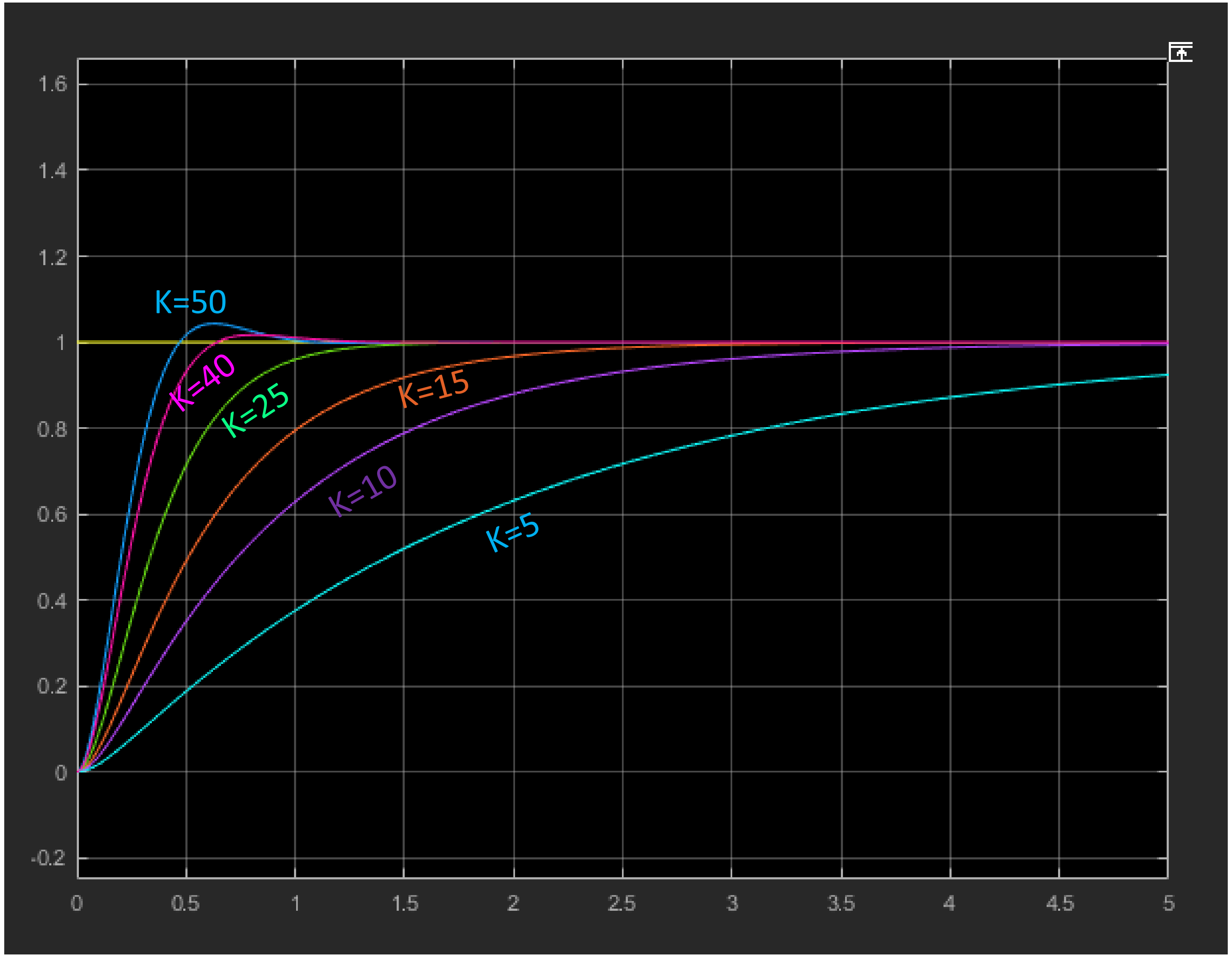
Ejemplo 1

Grafico para k=0, 5, ...50



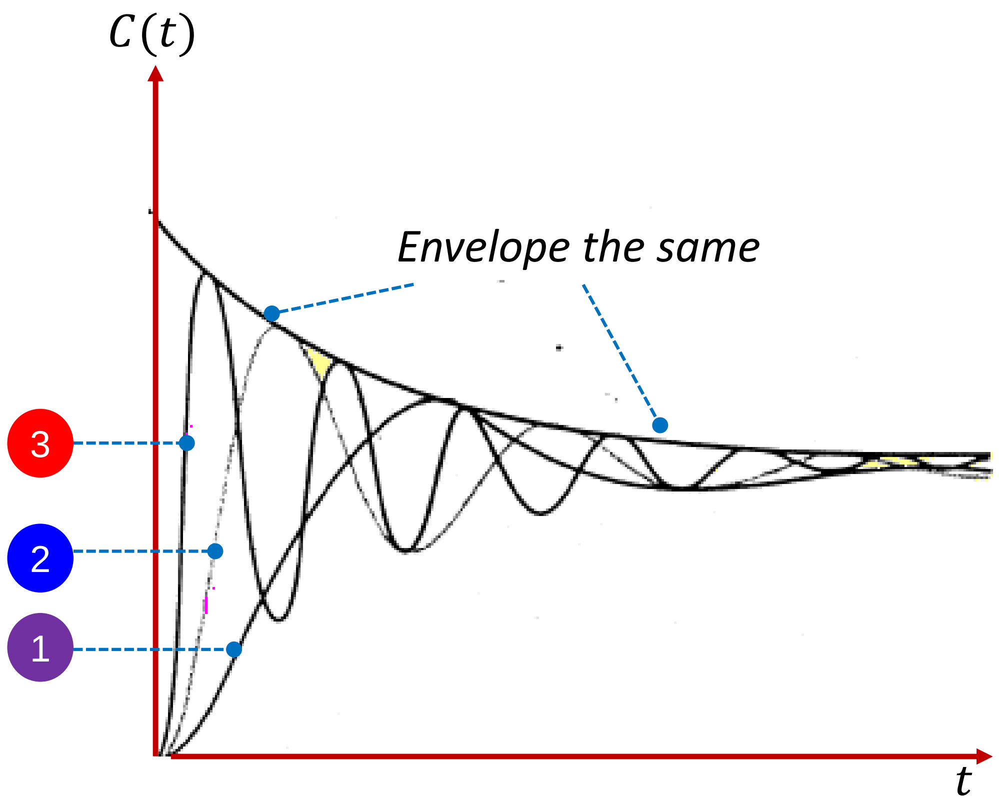
Ejemplo 1

Respuesta al escalón para distintos valores de K

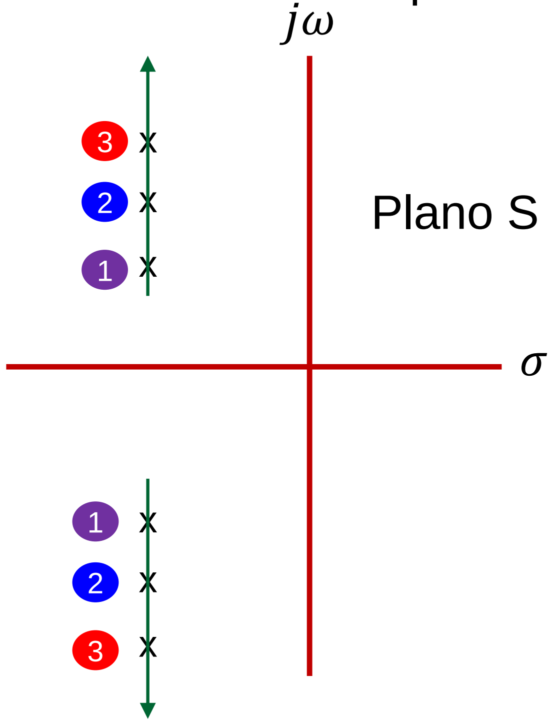


Ejemplo 1

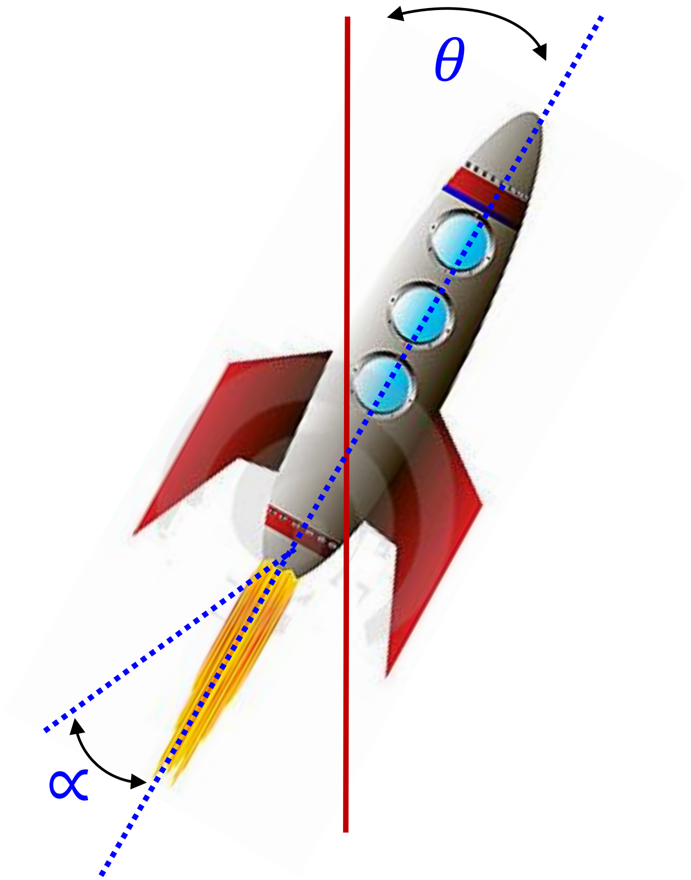
Respuesta al escalón para distintos valores de K



Movimiento de polos



Ejemplo 2

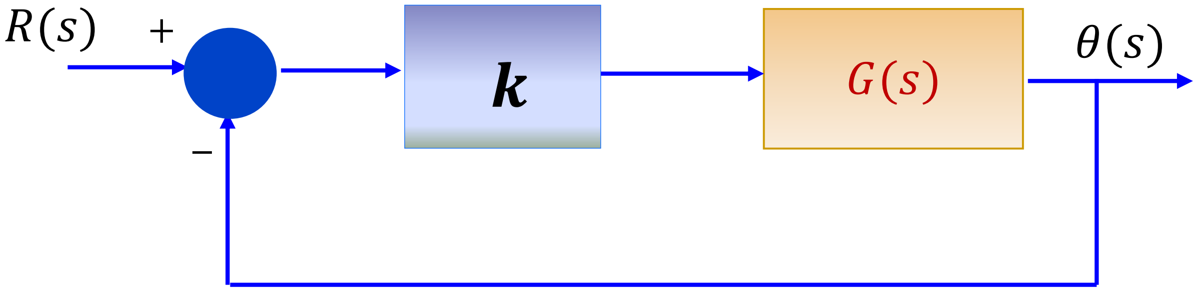


- Suponemos un modelo lineal

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{\propto(s)} = \frac{1}{s(s+0.6)(s+0.13)}$$

Ejemplo 2

Lo colocamos en un sistema en lazo cerrado, con controlador de ganancia pura:



Realizamos reducción de bloques, y tenemos:

$$\frac{\theta(s)}{R(s)} = \frac{kG(s)}{1 + k(s)G(s)} = \frac{k}{s^3 + 0.73s^2 + 0.078s + k}$$

k =ganancia proporcional

Ejemplo 2

La ecuación característica es: $\boxed{s^3 + 0.73s^2 + 0.078s + k = 0}$

Aplicando el criterio de Routh-Hurwitz:

s^3	1	0.078
s^2	0.73	k
s^1	$(0.056 - k)/0.73$	0
s^0	k	0

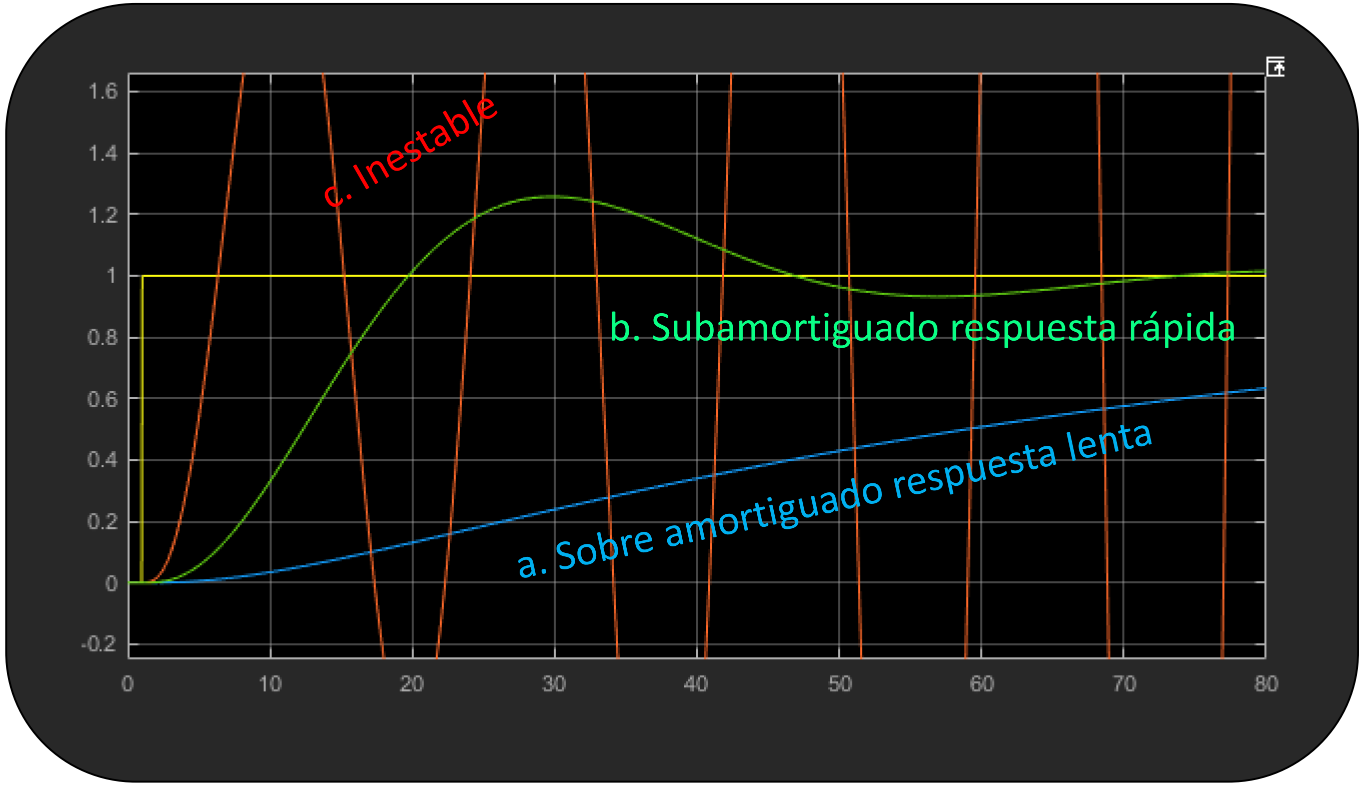
- Si $k < 0.056$ NO hay cambios de signo; sistema Estable.
- Si $k > 0.056$ SI hay cambios de signo; sistema Inestable

Ejemplo 2

- Como afecta el parámetro k a las raíces de la ecuación característica?

	$\boldsymbol{K}$	$\boldsymbol{s_1}$	$\boldsymbol{s_2}$	$\boldsymbol{s_3}$	**Observación**
a	0.001	-0.603	-0.112	-0.0148	Estable
b	0.01	-0.63	-0.04 + j0.116	-0.04 - j0.116	Estable
c	0.1	-0.79	0.03 + j0.35	0.03 - j0.35	Inestable

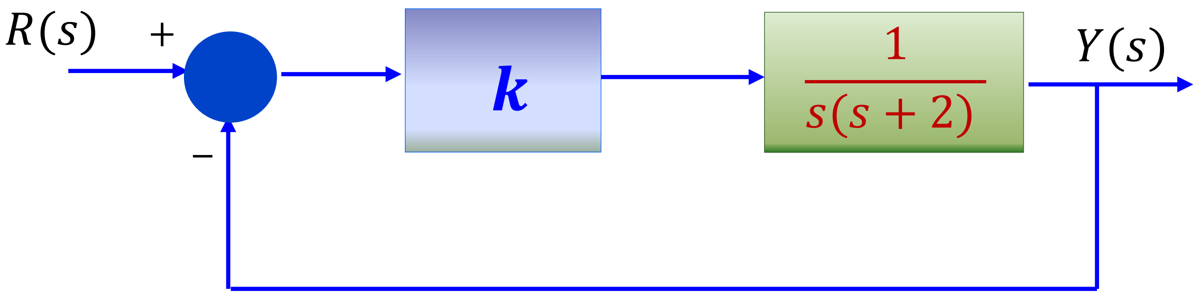
Ejemplo 2



- Conforme aumenta k, la respuesta es cada vez mas rápida, pero las oscilaciones aumentan

Ejemplo 3

- Determine como varían las raíces del siguiente sistema realimentado cuando cambia la ganancia k>0



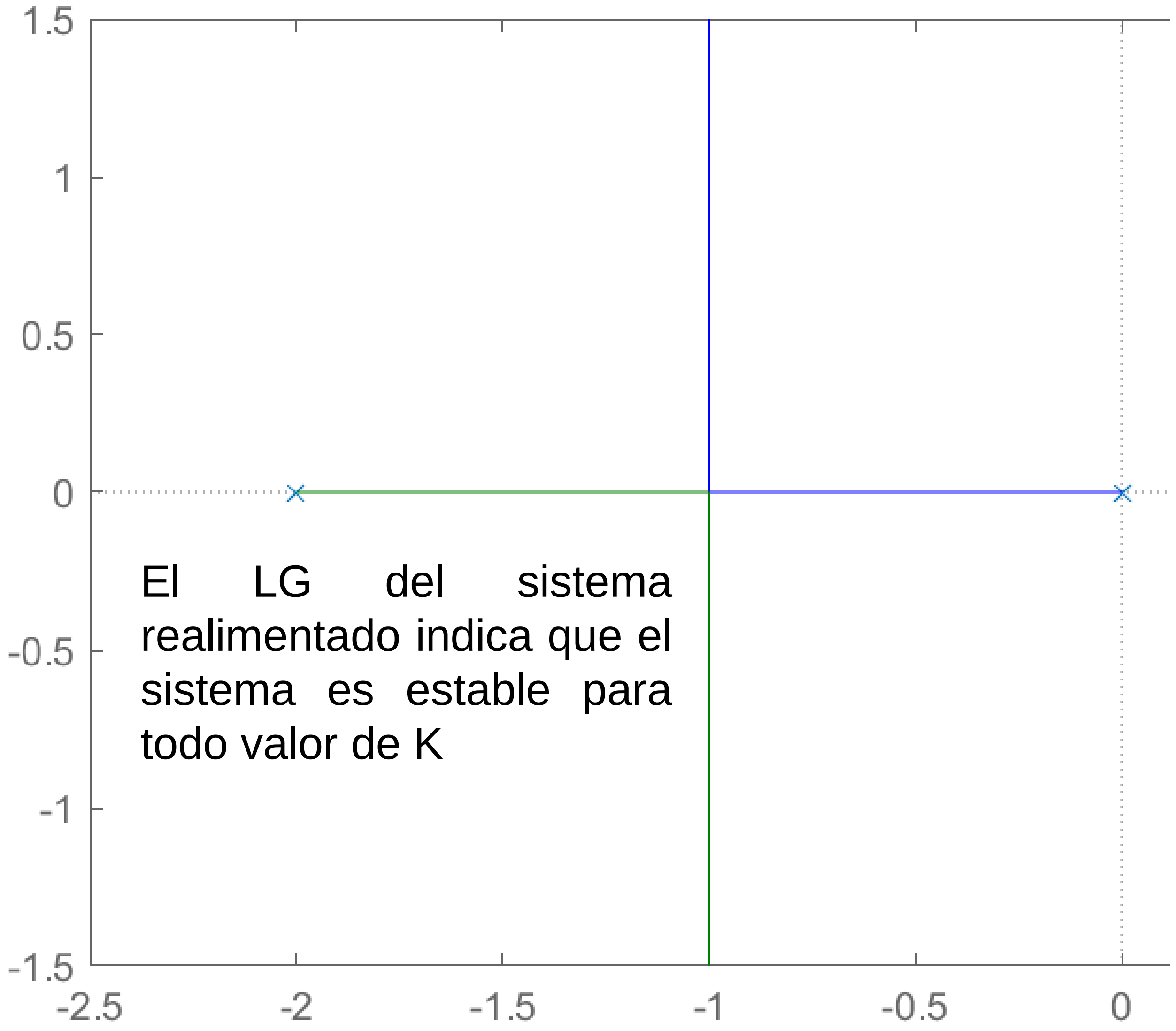
la ecuación característica resulta: $\boxed{s^2 + 2s + k = 0}$

Para 0< k <1, los polos son reales: $s = -1 \pm j\sqrt{k-1}$

Para k >1, los polos son complejos conjugados: $s = -1 \pm j\sqrt{1-k}$

Ejemplo 3

Cuando la ganancia ***k*** varia entre 0 a ∞, los polos del sistema realimentado varían como se muestra en la figura.



El LG del sistema realimentado indica que el sistema es estable para todo valor de K