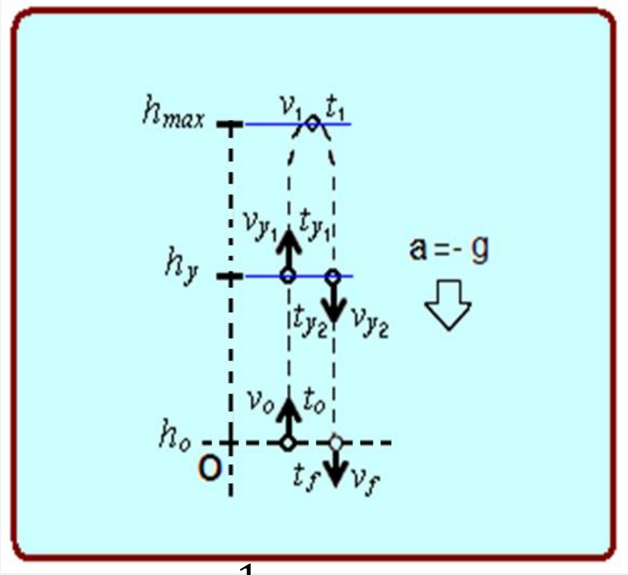
Motivación

Las funciones cuadráticas son ampliamente usadas en la ciencia, los negocios y la ingeniería. Su gráfica es una parábola y describe, por ejemplo: trayectorias de chorros de agua en una fuente, así como el rebote de una pelota, o pueden ser incorporadas en estructuras como reflectores parabólicos que forman la base de los platos satelitales y faros de los carros. Las funciones cuadráticas ayudan a predecir ganancias y perdidas en los negocios, graficar la trayectoria de objetos en movimiento, y asistir en la determinación de valores máximos y mínimos .

Fuente mágica del agua - Lima



$$h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0$$

1. Dada la función cuadrática con regla de correspondencia: $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$

a. Complete cuadrados y exprésela en la forma estándar.

b. Compruebe el resultado anterior usando las formulas $h = -\frac{b}{2a}$ y $k = f(h)$.

$a = \frac{1}{2}$

$b = -2$

$c = 6$

forma estander: $f(x) = a(x-h)^2 + k$

a) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$

$-\frac{1}{2}\left(x^2 + \frac{4}{2}x + 2^2 - 2^2\right) + 6$

$= 2$

$-\frac{1}{2}\left((x+2)^2 - 4\right) + 6$

$f(x) = \boxed{-\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8}$

$h = \frac{-(-2)}{2\left(-\frac{1}{2}\right)} = -2$

2. Dada la función f con regla de correspondencia:

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 1$$

Exprésela en su estándar y determine las coordenadas del vértice. Luego, trace su gráfica calculando e indicando los puntos de corte con los ejes coordenados.

$f_{(x)} = a(x-h)^2 + K$

vertice : $h = \frac{-(-8)}{2(2)} \rightarrow h = 2$; $K = f(2)$

$K = -7$

vertice : V (2; -7)

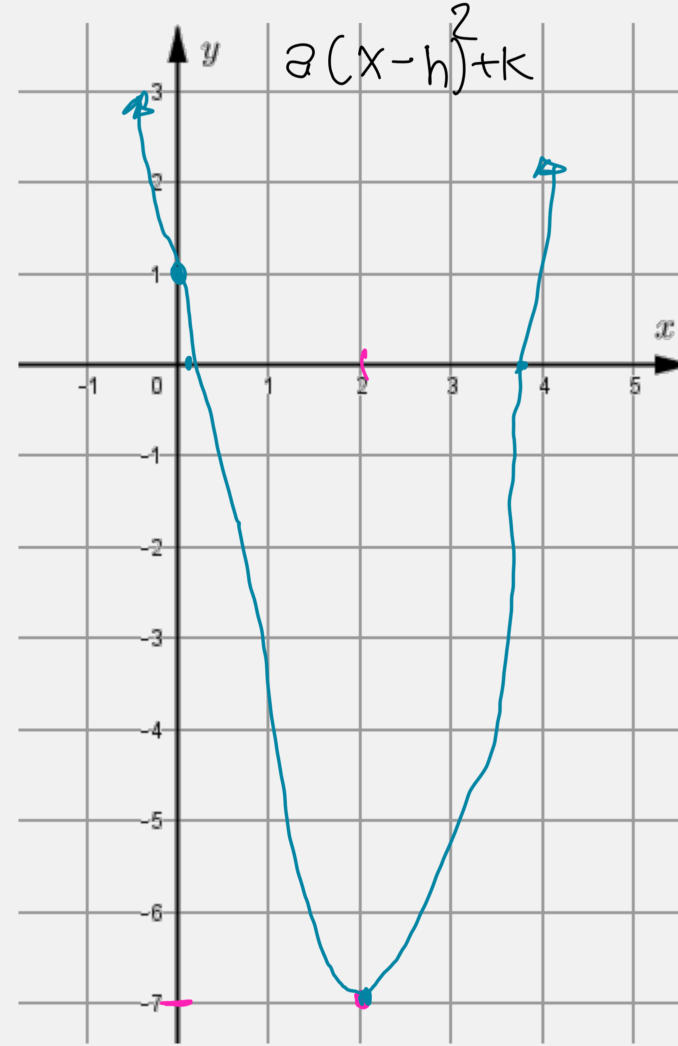
f.E : $f_{(x)} = 2(x-2)^2 - 7$

y (x=0)

Corte con el eje x (y=0)

$y = f(x) \rightarrow 0 = 2x^2 - 8x + 1$

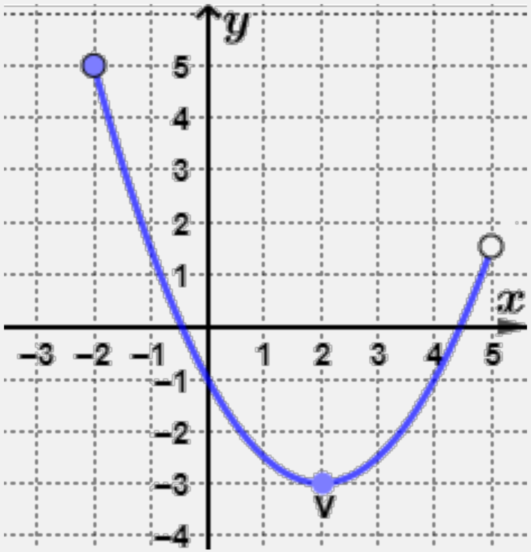
$\frac{-(-8) \pm \sqrt{64-4(2)}}{4} =$ (3,87 ; 0)
(0,13 ; 0)



3. La figura muestra la gráfica de una función cuadrática f. A partir de la gráfica, determine:

a. El dominio y el rango de f.

b. La regla de correspondencia de f.



$V(+2; -3)$

$\text{Dom } f = [-2; 5[$

$\text{Ran } f = [-3; 5]$

La regla de correspondencia.

$f(x) = a(x-h)^2 + K$

$f(x) = a(x-2)^2 - 3$

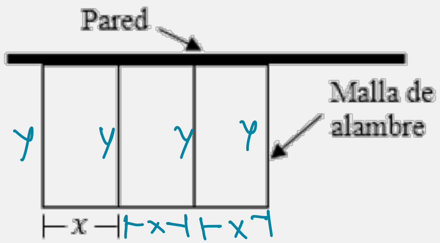
$f(x) = a(0-2)^2 - 3 = -1$

$a4 = 2$

$a = 1/2$

$f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 3$

4. Carol desea cercar con 84 metros de malla de alambre, cada uno de los tres compartimientos rectangulares mostrados en la figura. Se sabe que dichos compartimientos son de iguales dimensiones y que no se colocará malla sobre la pared.



a. Si x representa el ancho de un compartimiento en metros, determine una función A que permita expresar el área de cada compartimiento en términos de x y su dominio restringido.

b. Carol afirma que el área máxima de cada compartimiento es de 150 m^2, determine si ella está en lo correcto. Justifique adecuadamente su respuesta.

x: Ancho del compartimento (metros)

A: Área del compartimento (m^2)

$\rightarrow P = 3X + 4Y = 84 \rightarrow Y = \frac{84-3X}{4}$

Restricciones

$x > 0 \wedge y > 0$

$x > 0 \wedge \frac{84-3X}{4} > 0$

$\boxed{0 < x < 28}$

$84 - 3x > 0$

$28 > x$

Área: $A = X \cdot Y$

$A = x\left(\frac{84-3X}{4}\right)$

$A = \frac{84x}{4} - \frac{3}{4}x^2$

$A(x) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{84}{4}x$

$\mathrm{Dom}\, A =]0;28[$

$a = \frac{-3}{4} < 0$

$K = x$

$h = -\frac{84}{2(-3/4)} = 14$

$K = -\frac{3}{4}(14)^2 + \frac{84}{4}14$

$K = 147\ m^2$

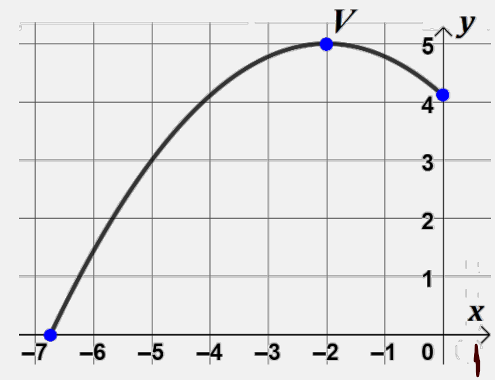
área máxima es $147\ m^2$

Reto resolver, pero primero resuelve las siguientes preguntas :)

1. Dada la función con regla de correspondencia: $g(x) = -0{,}5x^2 + 5x - 5$

   Exprésela en su estándar y determine las coordenadas del vértice. Luego, trace su gráfica calculando e indicando los puntos de corte con los ejes coordenados.

2. La figura muestra la gráfica de una función cuadrática f. Si $f(-5) = 3$, determine la regla de correspondencia de la función f, su dominio restringido y rango.



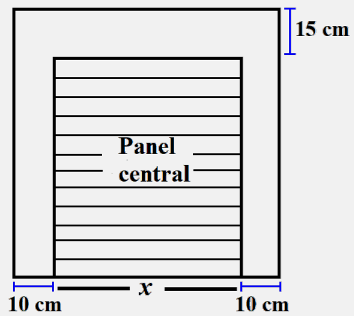
3. La utilidad U en dólares que se genera al vender x mesas de dibujo está dado por la función con regla de correspondencia $U(x) = -9900 + 50x - 0{,}0025x^2$; $x \in]200;\ 19800[$.

   ¿Cuál es la utilidad máxima y cuántas mesas de dibujo se deben vender para generar esta ganancia?

Una empresa que se dedica a la fabricación de puertas de 620 cm de perímetro; utiliza un tablón rectangular para el panel central y tres listones para el marco de una puerta de 10cm de ancho (lados laterales) y 15 cm (lado superior), como se muestra en la figura.

a. Determine una función que permita expresar el área del panel central de la puerta, en función de x y su dominio restringido.

b. Determine las dimensiones del panel central de área máxima y su área máxima.



Reto resolver, pero primero resuelve las siguientes preguntas :)

SI TIENE RESPUESTAS

1. Dada las siguientes funciones con regla de correspondencia:

a. $f(x) = 3x^2 + 12x - 3$

c. $f(x) = -0{,}6x^2 + 3x + 5$

b. $f(x) = -x^2 + 2x + 5$

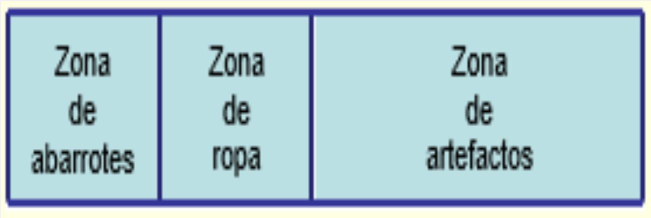
d. $f(x) = 0{,}2x^2 + 2x + 15$

En cada una de ellas, determine las coordenadas del vértice, el extremo absoluto y además exprese la función en su forma normal. Luego, trace su grafica calculando e indicando los puntos de corte con los ejes coordenados.

2. Dada la función f con regla de correspondencia $f(x) = -\frac{1}{4}(x-4)^2 + 8$. Trace la gráfica de f en el **primer cuadrante** (incluye los ejes coordenados) y determine extremo absoluto si existe.

3. Un agricultor tiene 1500 metros de material para construir una cerca. Quiere cercar un terreno rectangular que colinda con un río a lo largo del cual no se requiere cercar. Sea x el lado del terreno, paralelo al río.
   a. Determine una función A que permita expresar el área del terreno rectangular, en términos de x.
   b. Calcula las dimensiones del terreno para que su área sea máxima y cuánto mide el área máxima.

4. Un Ingeniero dispone de 3600 metros de cerca para la construcción de un supermercado que se dividirá en tres zonas según la clasificación de la mercadería a vender, como se muestra en la figura.

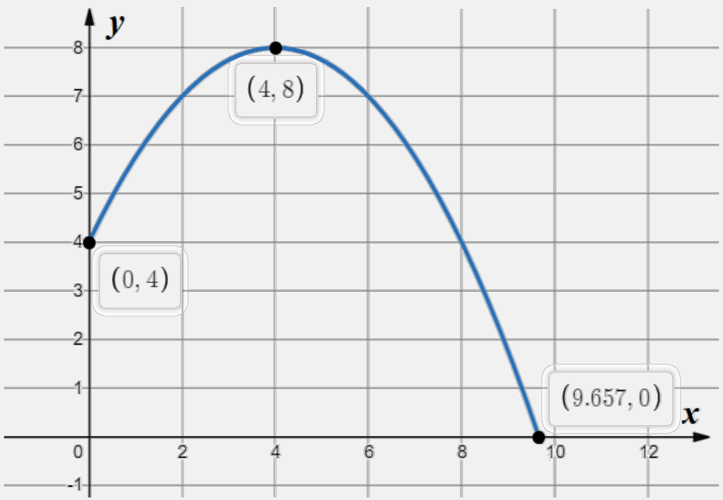


   Las zonas de abarrotes y ropa son cuadradas y de igual longitud, y la zona de artefactos es rectangular.
   a. Halle una función que permita determinar el área de la zona de artefactos, en función de uno de sus lados.
   b. Determine las dimensiones de la zona de artefactos para que el área sea máxima y el área máxima respectiva.

Respuestas:

1. **a.** $V = (-2; -15)$; $f(x) = 3(x+2)^2 - 15$ el mínimo absoluto es -15.
   b. $V = (1; 6)$; $f(x) = -(x-1)^2 + 6$ el máximo absoluto es 6.
   c. $V = (2{,}5; 8{,}75)$; $f(x) = -0{,}6(x-2{,}5)^2 + 8{,}75$ el máximo absoluto es 8,75.
   d. $V = (-5; 10)$; $f(x) = -0{,}2(x+5)^2 + 10$, el mínimo absoluto es 10.

2. El máximo absoluto es: 8.



3. **a.** $A(x) = -0{,}5x^2 + 750x$; $\mathrm{Dom}(f) =]0; 1\,500[$
   b. El área máxima del terreno es 281 250 m^2 y su ancho mide 375 m y su largo 750 m.

4. **a.** $A(x) = -4x^2 + 1800x$; $\mathrm{Dom}(A) = \ ]0; 450\ [$
   b. Las dimensiones del área de artefactos son 225 metros de ancho y 900 metros de largo y el área máxima es 202 500 m^2.