



**Facultad de Ingeniería
Ingeniería Electrónica - Ingeniería de Telecomunicaciones y Redes
Ingeniería Mecatrónica**

2024-I

**SEÑALES Y SISTEMAS (EL231)
TRABAJO FINAL (TF)**

**Tema:
Respuesta de un Sistema a una Entrada Aleatoria**

APELLIDOS	NOMBRES	CARRERA	SECCIÓN
Carpio Tello	Camila Abigail	U202121759	Ing. Mecatrónica
Ludeña Macavilca	Christian Alexis	U202120042	Ing. Mecatrónica
Olivera Bohorquez	Enmanuel Marco	U202122437	Ing. Mecatrónica
Salcedo Tapara	Jose Efrain	U202120892	Ing. Mecatrónica
Valdez Olivares	Luis Miguel	U20201F035	Ing. Mecatrónica

Fecha Límite de Entrega: Domingo 30 de junio de 2024, 11:58 pm

Profesor: César Daniel Salvador Castañeda

Objetivos

- Interpretar una señal real de aceleración de la vibración del suelo registrada durante un sismo como un proceso estocástico estacionario de segundo orden estadístico
- Interpretar la transmisión de la vibración a través de una estructura o edificación como un sistema lineal determinista de segundo orden diferencial
- Representar la transmisión de la vibración a través de la estructura utilizando el modelo matemático de un circuito eléctrico RLC equivalente
- Calcular los parámetros estadísticos de la señal de voltaje de salida del circuito RLC en función de los parámetros estadísticos de la señal de voltaje de entrada
- Analizar los resultados y argumentar su aplicación práctica en el contexto de los sistemas de alerta temprana para reducir riesgos

Materiales

- Computador personal con sistema operativo Windows 10 o superior
- Matlab 2023a o superior con las siguientes toolboxes: Statistics and Machine Learning Toolbox, Signal Processing Toolbox, DSP System Toolbox.

Instrucciones

Descargar los siguientes archivos del aula virtual del curso:

- Plantilla para el reporte: **EL231SYSTF2024Informe.docx** (este documento)
- Plantilla para la presentación: **EL231SYSTF2024Presentacion.pptx**

- Plantilla de script de Matlab: **EL231SYSTF2024IScript.m**
- Registro del vector de aceleración sísmica: **EL231SYSTF2024IData.mat**

Enviar como respuesta los siguientes archivos **por separado, sin comprimir**:

- Reporte en PDF: **EL231SYSTF2024InformeSeccionApellidos.pdf**
- Presentación en PDF: **EL231SYSTF2024IPresentacionSeccionApellidos.pdf**
- Script de Matlab: **EL231SYSTF2024IScriptSeccionApellidos.m**

Un solo alumno de cada grupo debe subir los tres (03) archivos, por separado y sin comprimir. Solo quien envía debe agregar sus apellidos al final del nombre de cada archivo. No utilizar espacios en blanco ni caracteres especiales en los nombres de los archivos. El reporte, la presentación y el script deberán incluir los datos completos de cada integrante del grupo según cada plantilla.

El script de Matlab deberá ejecutarse sin errores y mostrar todos los resultados al presionar la tecla **F5**. Las figuras deben mostrar valores, unidades, leyendas e indicaciones con tamaños de fuente legibles. No serán considerados scripts que generen mensajes de error al ser ejecutados.

Todas las gráficas en el dominio de la frecuencia deben estar en unidades de **Hertz**, no utilizar frecuencia normalizada ni unidades de radianes por segundo. Además, utilizar una escala logarítmica de frecuencia por octavas.

Cuando se requiera insertar imágenes en el reporte, estas deberán haber sido exportadas previamente desde Matlab en formato **PNG** utilizando el comando **EXPORTGRAPHICS**. No serán calificadas las imágenes insertadas mediante capturas de pantalla.

Calificación

Los criterios de calificación son los siguientes: la claridad de la redacción, de los procedimientos, de los diagramas, de las formulaciones matemáticas, de los gráficos y de sus correspondientes escalas y etiquetas; la precisión numérica, el uso correcto de notación científica y el uso correcto de unidades físicas con prefijos.

Todos los archivos enviados deben cumplir con las especificaciones y los criterios mencionados a lo largo de toda esta guía para acceder a la siguiente calificación.

Contribución		Puntos
Informe y Script	Parte I: Interpretación de la señal y el sistema	10
	Parte II: Representación del sistema con un circuito equivalente	
	Parte III: Cálculo de parámetros estadísticos	
	Parte IV: Análisis y argumentación	
Presentación (12 diapositivas incluyendo el título y las referencias)		5
Sustentación (10 minutos en la hora y fecha del trabajo final)		5
Total		20
Penalidad por minuto adicional a la fecha límite de entrega		-1

Respuesta de un Sistema a una Entrada Aleatoria

Introducción

El archivo **EL231SYSTF2024Data.mat** contiene tres señales que componen el **vector de aceleración** de la vibración del suelo medidas en cm/s^2 . Las tres componentes corresponden a las aceleraciones unidimensionales en las orientaciones **este-oeste (EO)**, **norte-sur (NS)** y **arriba-abajo (UD)**. El vector de aceleración fue registrado durante un sismo de magnitud 9 utilizando un sistema de adquisición que captura muestras a una tasa de **100 muestras por segundo**. La duración total del registro es de **105 segundos**.

El propósito de esta actividad es estimar los parámetros estadísticos que modelan la vibración de una estructura o edificación cuando la base de la estructura es sometida a una aceleración durante un sismo. Para tal fin, el registro de aceleración se modela como un proceso estocástico estacionario con descripciones de primer y segundo orden o momento estadístico. Es decir, el modelo estadístico del registro de aceleración queda definido por su valor medio, su desviación estándar, su función de autocorrelación y su densidad espectral de potencia.

La transmisión de las vibraciones a través de la estructura, por otro lado, se modela utilizando un circuito eléctrico equivalente compuesto por una resistencia R , una capacitancia C y una inductancia L . Esto es posible pues la dinámica de la estructura y la dinámica del circuito RLC ambas obedecen a una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden caracterizada por su frecuencia de resonancia ω_n y su tasa de amortiguamiento ξ . Si el voltaje de entrada al circuito RLC en serie representa la aceleración entonces el voltaje de salida en uno de sus componentes representará el desplazamiento de la estructura.

La estimación del modelo del modelo estadístico del desplazamiento de la estructura es posible entonces utilizando la teoría de sistemas lineales cuando la entrada es una variable aleatoria.

La presente actividad consta de las siguientes partes:

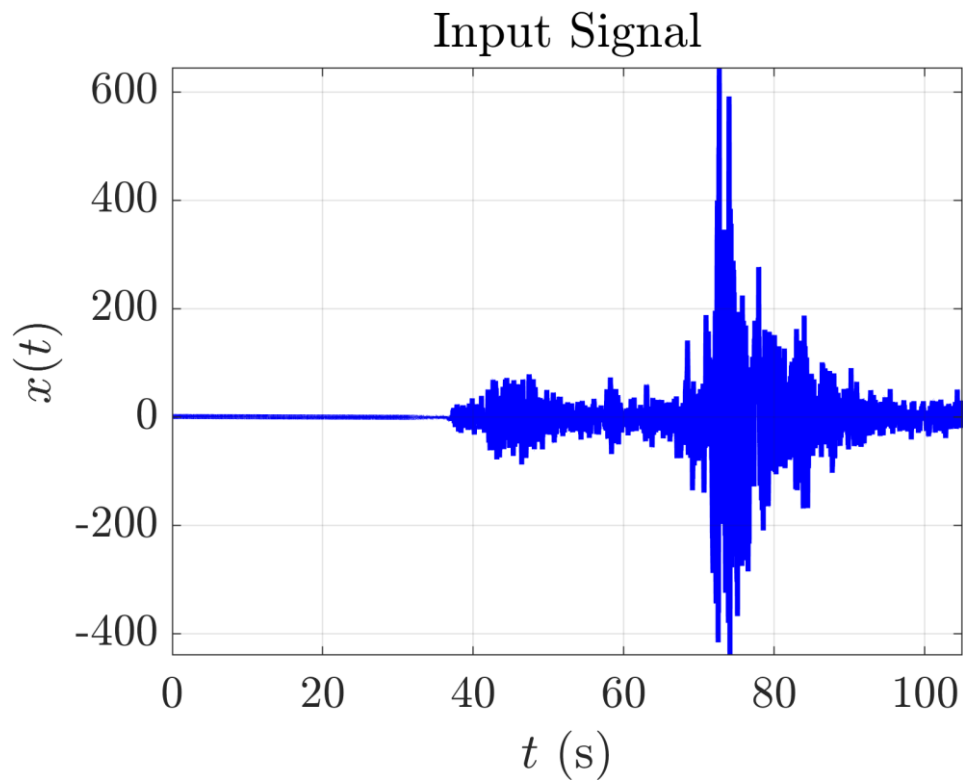
- I. Interpretación de la señal de aceleración sísmica
- II. Representación del sistema usando un circuito eléctrico equivalente
- III. Cálculo de los parámetros estadísticos a la salida del sistema
- IV. Análisis de los resultados y argumentación de la aplicación práctica

Parte I: Interpretación de la Señal de Entrada: Aceleración Sísmica

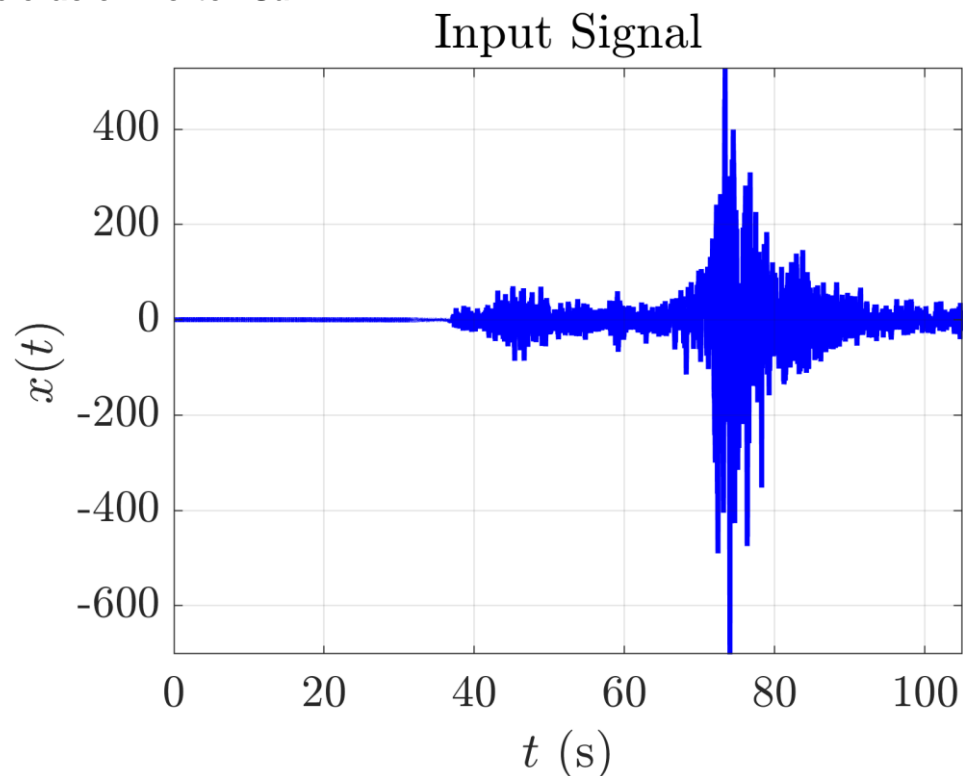
En Matlab, usar la función **load** para leer el archivo **EL231SYSTF2024IData.mat**. Graficar las componentes de la aceleración (EO, NS y UD) en el dominio del tiempo.

IV.1. Componentes de la Aceleración en el Dominio del Tiempo

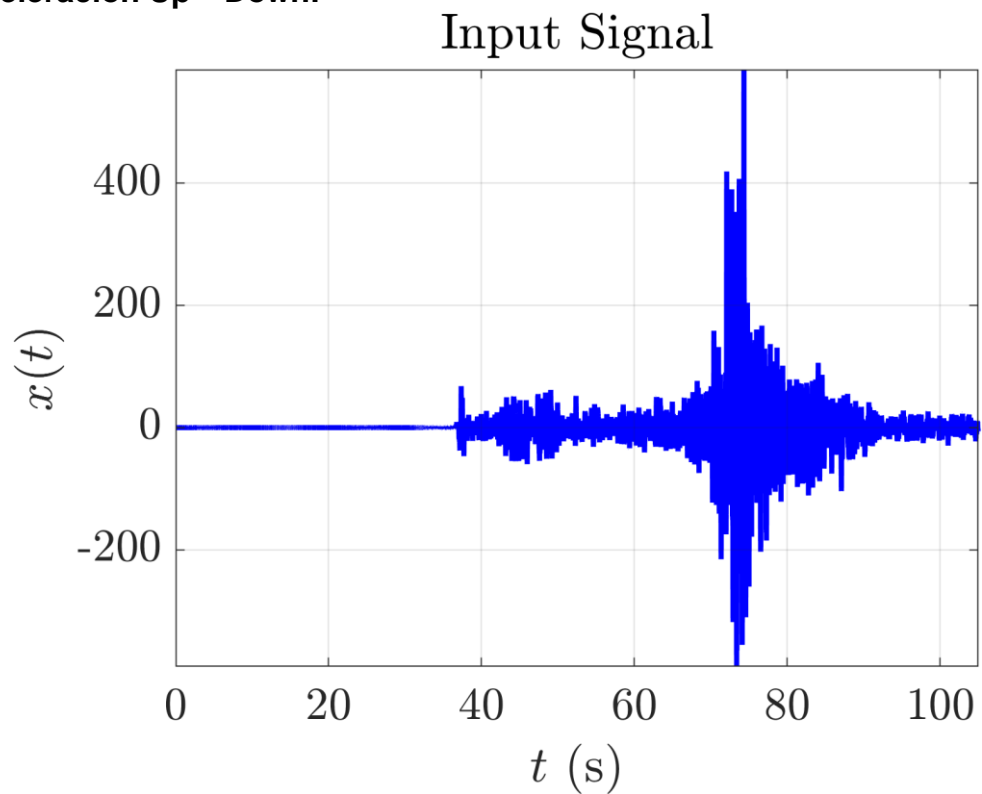
- Aceleración Este – Oeste:



- Aceleración Norte - Sur:



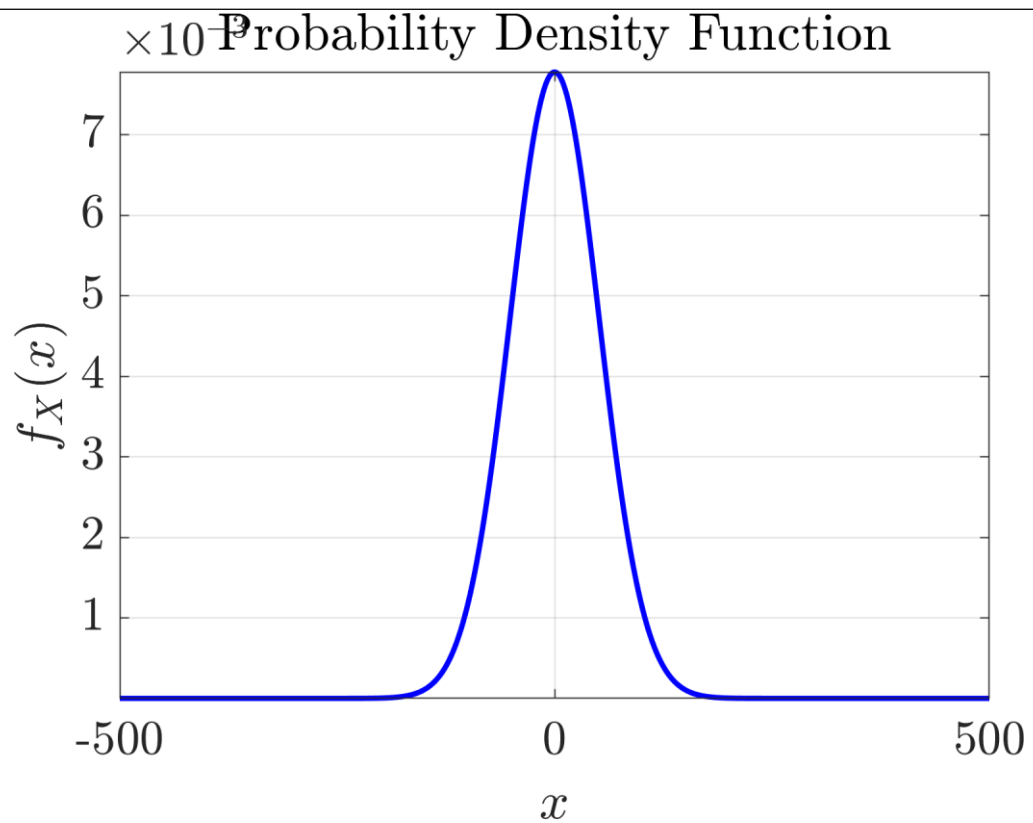
- **Aceleración Up – Down:**



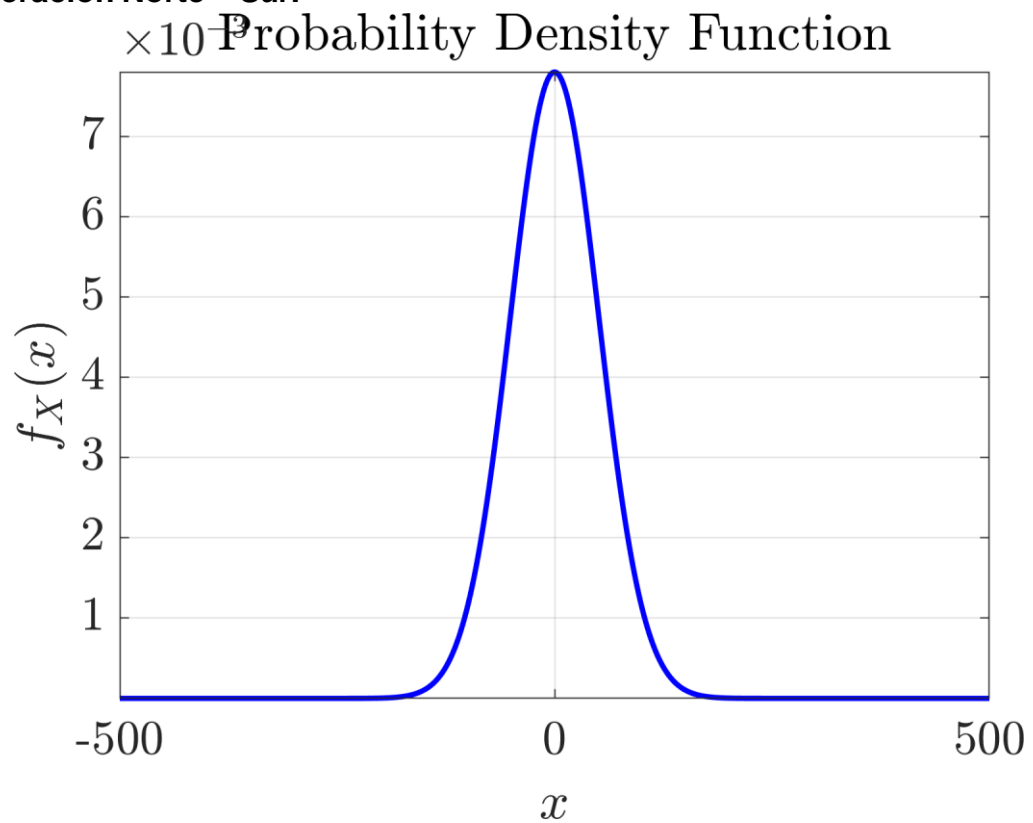
Usando el modelo de distribución normal, estimar las funciones de densidad de probabilidad de cada una de las componentes de la aceleración (EO, NS y UD).

I.2. Funciones de Densidad de Probabilidad de las Componentes de la Aceleración

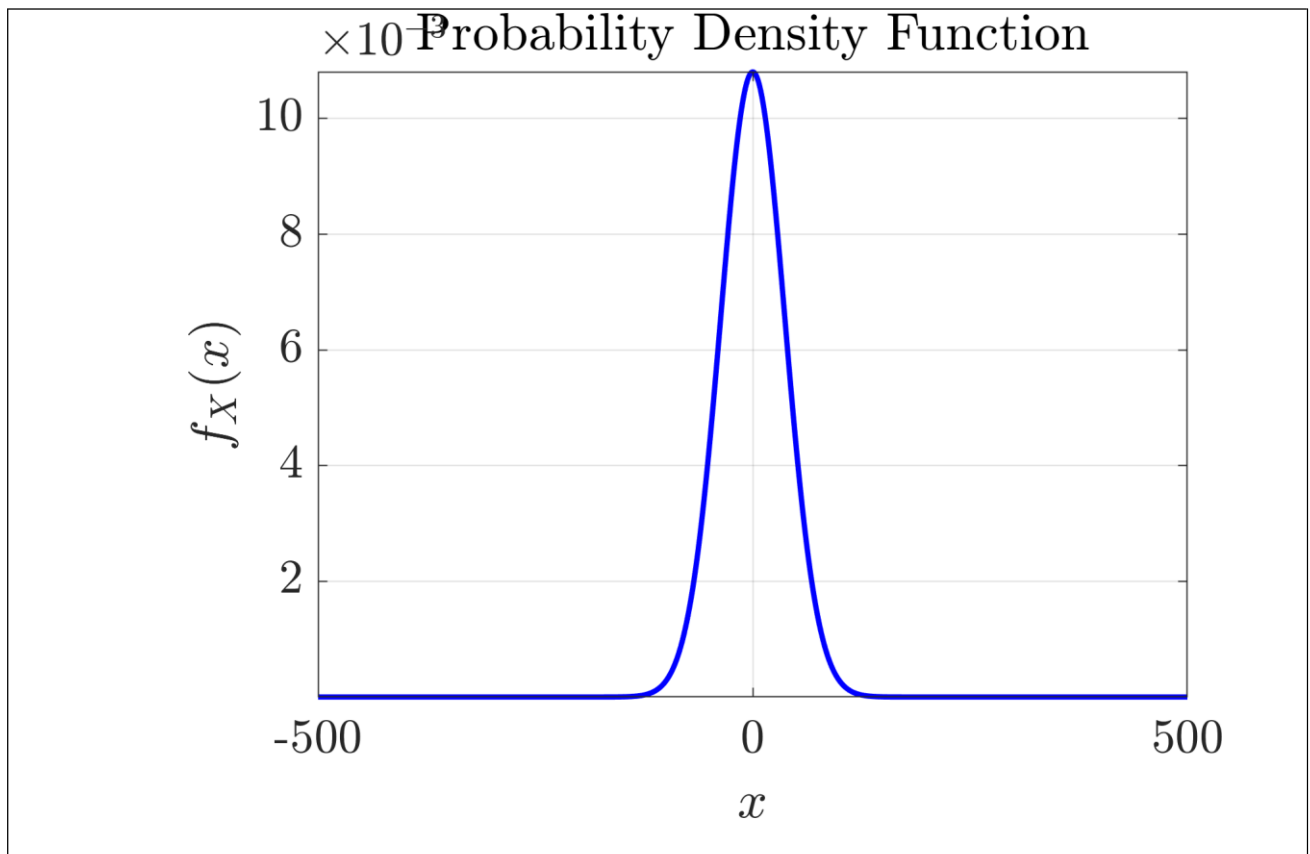
- **Aceleración Este – Oeste:**



- **Aceleración Norte – Sur:**



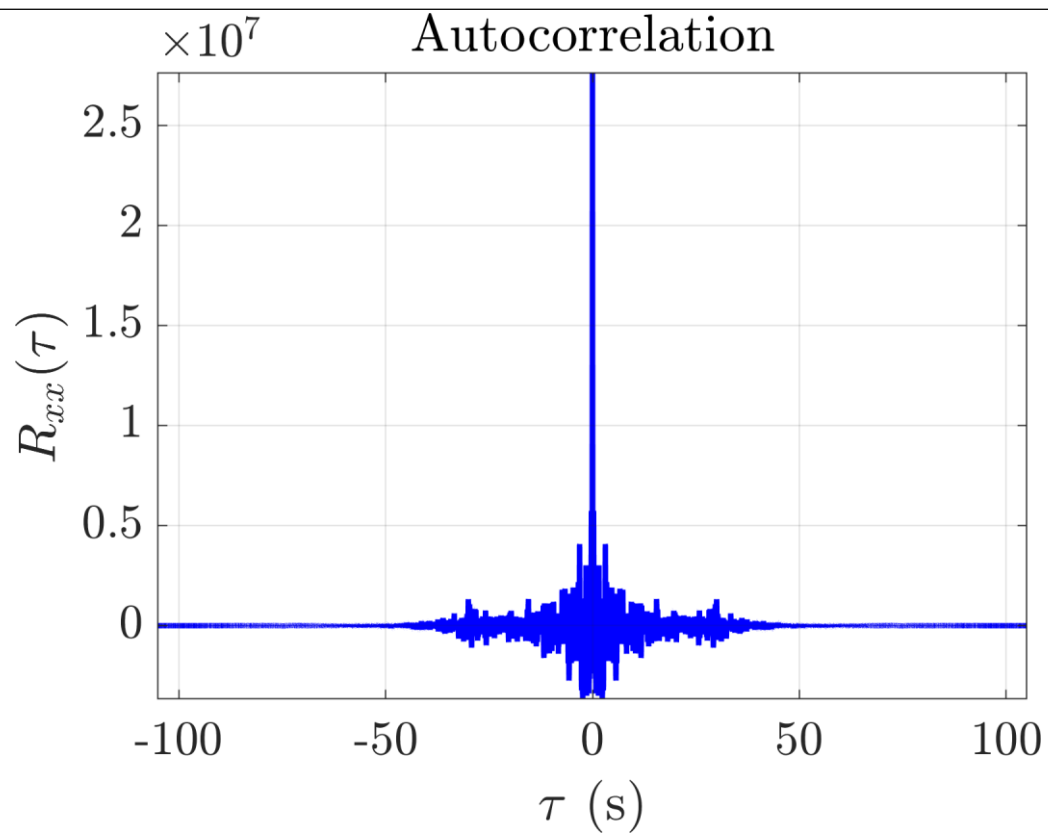
- **Aceleración Up – Down:**



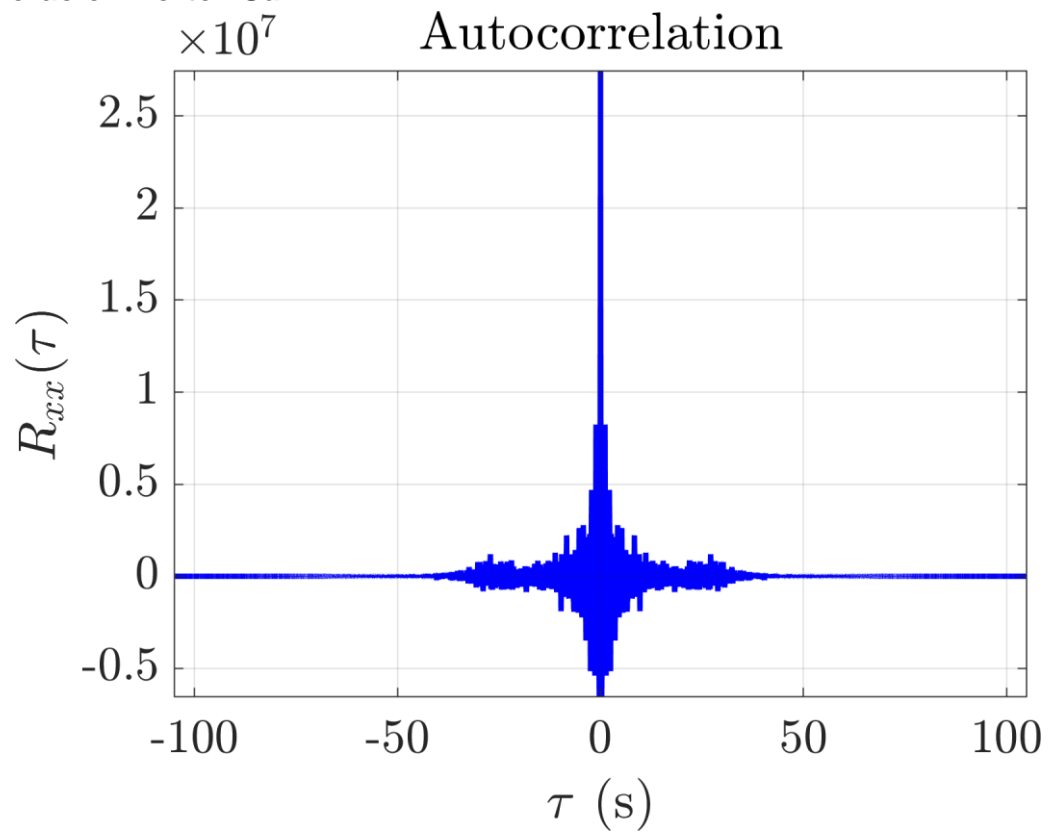
Obtener las funciones de autocorrelación y densidad espectral de las componentes de la aceleración.

I.3. Funciones de Autocorrelación de las de las Componentes de la Aceleración

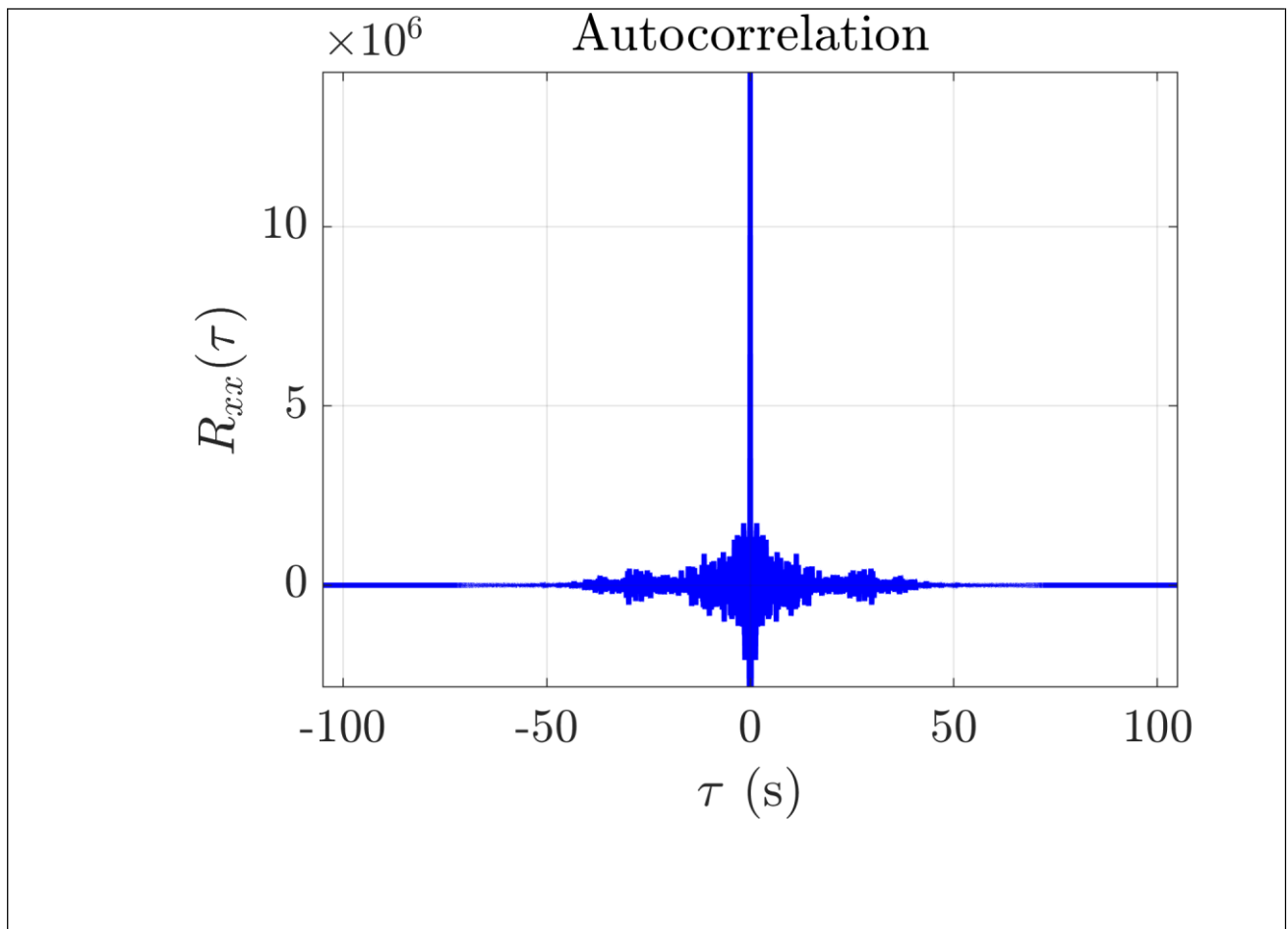
- **Aceleración Este – Oeste:**



- Aceleración Norte - Sur:

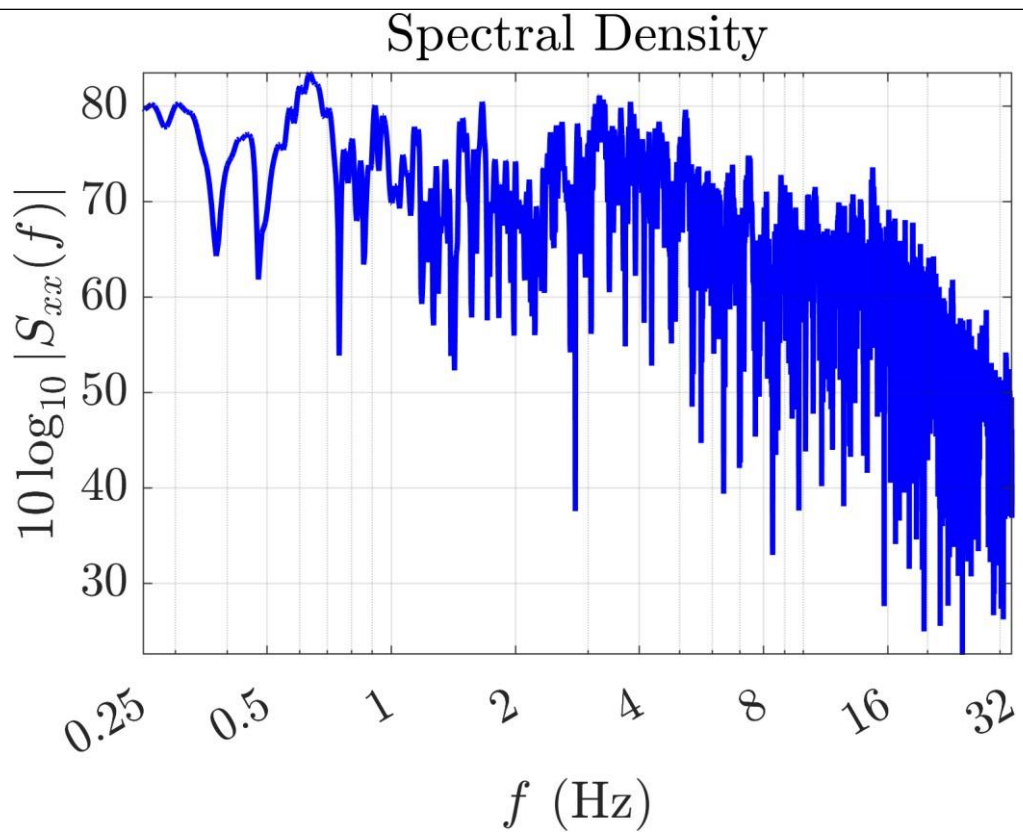


- Aceleración Up - Down:

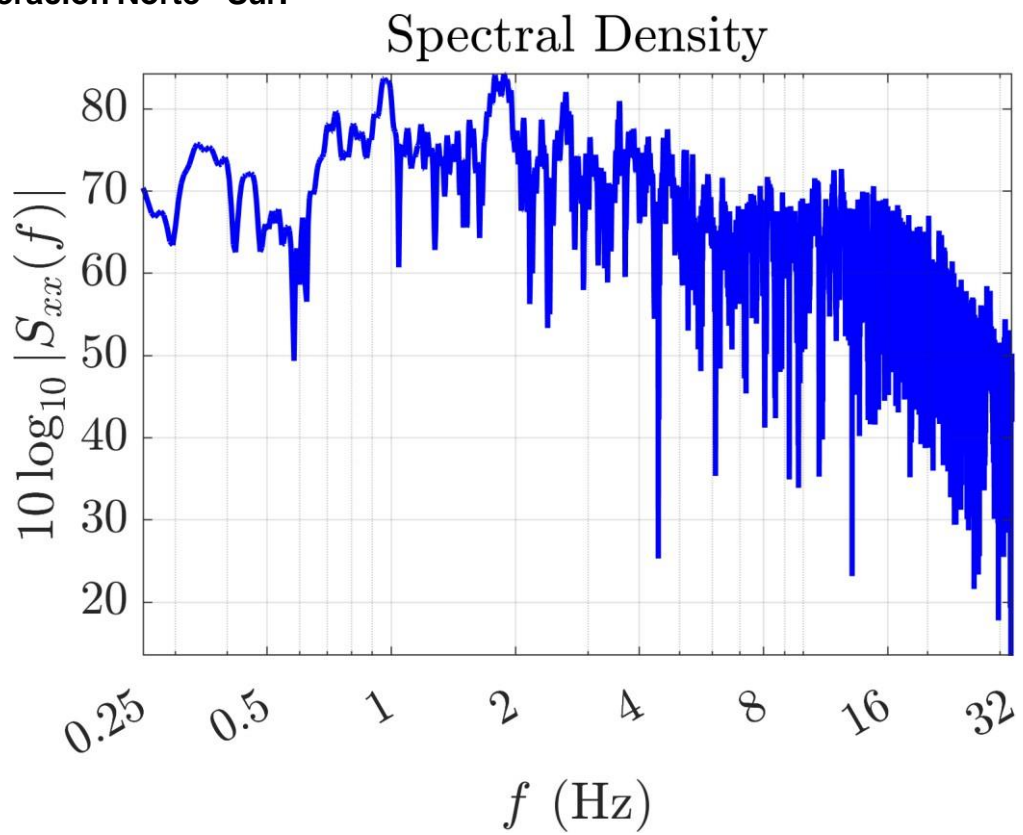


I.4. Funciones de Densidad Espectral de las Componentes de la Aceleración

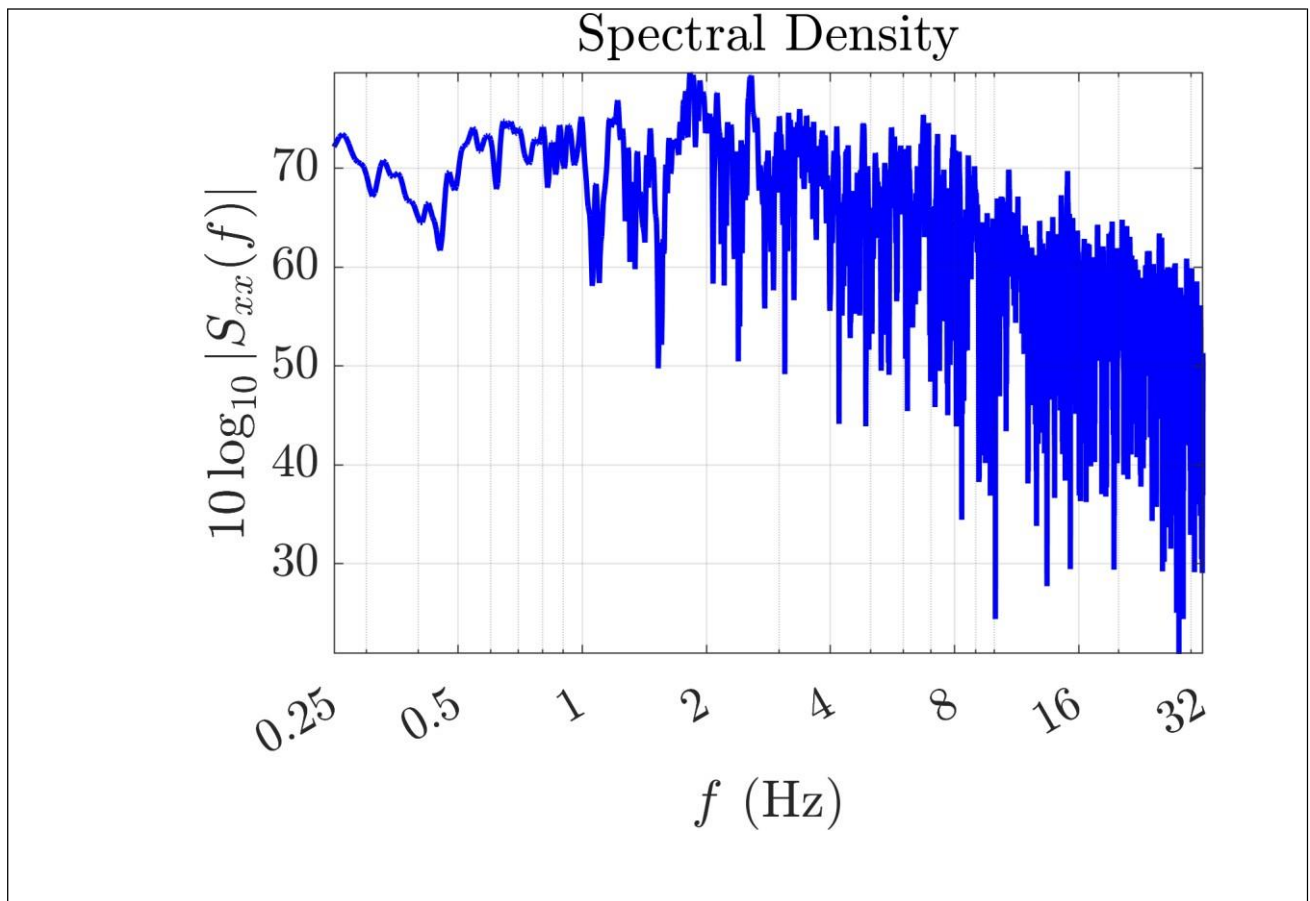
- Aceleración Este – Oeste:



- **Aceleración Norte - Sur:**



- **Aceleración Up – Down:**



Escribir comentarios y observaciones acerca de las componentes de la aceleración y sus correspondientes modelos estadísticos.

I.5. Observaciones sobre las Componentes de la Aceleración

En las gráficas obtenidas, se puede observar que las tres componentes de la aceleración oscilan comúnmente entre los 500 cm/s² y -500 cm/s², con picos que pueden alcanzar hasta los 1500 cm/s² en determinados momentos. Al analizar la función de densidad de probabilidad de cada una de las componentes, se observa que tanto para la componente Este-Oeste como para la componente Norte-Sur, los valores más comunes son cercanos a 0, con una densidad de probabilidad de aproximadamente 4. Por otro lado, en la componente Up-Down, los valores también se concentran alrededor de cero, pero con una probabilidad más alta, alcanzando una densidad de probabilidad de 7.

Observando la gráfica de autocorrelación, se puede apreciar que todas las componentes presentan una correlación muy alta, llegando a valores de hasta 6×10^7 . Finalmente, al analizar las gráficas de densidad espectral, es notable que los valores de magnitud más altos se dan en las bajas frecuencias. Esto sugiere que las componentes de la aceleración tienen una mayor energía en esas frecuencias, lo cual es relevante para el análisis dinámico del sistema [1].

Al revisar las gráficas de la variabilidad temporal de las componentes de la aceleración, se puede identificar una tendencia hacia la convergencia de los valores medios en periodos prolongados. Esto sugiere que, a pesar de las fluctuaciones significativas durante eventos sísmicos, las componentes tienden a estabilizarse alrededor de un valor medio cuando se consideran intervalos de tiempo suficientemente largos [2]. Esta estabilidad a largo plazo es crucial para el diseño de sistemas estructurales que deben mantener su integridad durante y después de múltiples eventos sísmicos [3]. Además, esta observación puede ser útil para desarrollar modelos predictivos más precisos que incorporen tanto la variabilidad a corto plazo como la estabilidad a largo plazo [4].

Parte II: Representación del Sistema usando un Circuito Eléctrico Equivalente

La función de transferencia del sistema, la cual relaciona la aceleración en la base del edificio (señal de entrada x) y el desplazamiento del edificio (señal de salida y), está representada por la siguiente expresión:

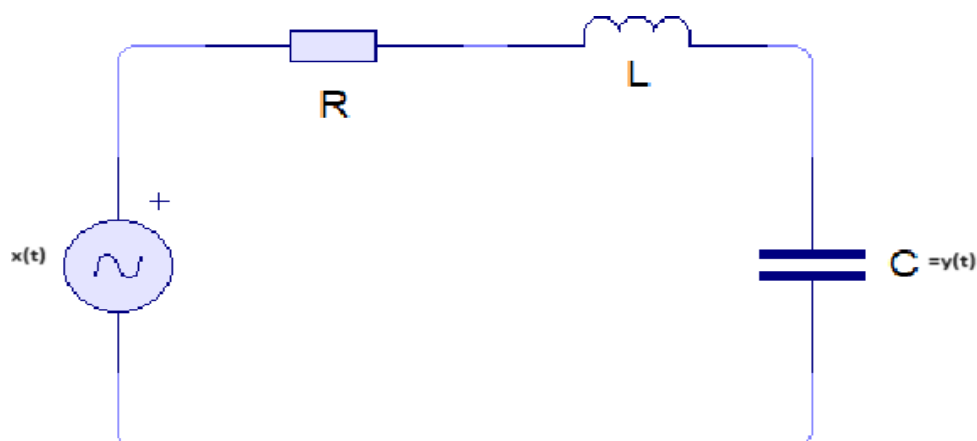
$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{K}{\omega_n^2 - \omega^2 + j2\xi\omega_n\omega}$$

en donde $\omega = 2\pi f$ es el dominio de frecuencia angular, f es la frecuencia lineal, ω_n es la frecuencia de resonancia, ξ la tasa de amortiguamiento y K un factor de escala. Esta función de transferencia, por ser de segundo orden, también es el modelo de un circuito RLC.

Considerar los valores $f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = 4$ Hz y $\xi = 0.04$. Diseñar un circuito RLC en serie equivalente con función de transferencia $H(\omega)$. Determinar el componente (R, L o C) cuyo voltaje representa la señal de salida. Asignar además el factor de escala K adecuado.

Generar las siguientes gráficas.

II.1. Diagrama del Circuito RLC que Representa al Sistema



- La salida del sistema es el voltaje del capacitor: $V_c = y(t)$
- Aplicamos ley de OHM.

$$x(t) = R \times i(t) + L \times \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{c} \int i(t) dt \dots\dots\dots (1)$$

Dato: $y(t) = \frac{1}{c} \int i(t) dt \rightarrow i(t) = c \times \frac{dy(t)}{dt} \dots\dots\dots (2)$

Reemplazo (2) en (1):

$$x(t) = R \times c \times \frac{dy(t)}{dt} + L \times c \times \frac{d^2y(t)}{dt^2} + y(t)$$

$$x(t) = y(t) \times (R \times c \times \frac{d}{dt} + L \times c \times \frac{d^2}{dt^2} + 1)$$

- Aplicamos Fourier.

$$X(W) = Y(W) \times (R \times c \times jw + L \times c \times (jw)^2 + 1)$$

- Función de transferencia actual.

$$H(W) = \frac{\frac{1}{L \times C}}{\frac{1}{L \times C} + \frac{R}{C} jw - w^2}$$

- Función de transferencia dada.

$$H(W) = \frac{K}{Wn^2 + 2 \times j \times \varepsilon \times Wn \times w - w^2}$$

- Igualando las funciones transferencia.

$$Wn^2 = \frac{1}{L \times C}$$

$$K = \frac{1}{L \times C}$$

$$2\varepsilon Wn = \frac{R}{L}$$

- Asumimos el valor de la resistencia en base a lo investigado. Una de las resistencias que más se venden en el mercado es la CF14JT18R0 de orificio pasante cuyo valor es de 18 Ω .

$$2\varepsilon Wn = \frac{R}{L}$$

$$2.011 = \frac{18}{L}$$

$$L = 8.951 H$$

Observación: En el mercado hay un inductor de filtro de serie 153-159 cuya inductancia 9H es similar a la calculada.

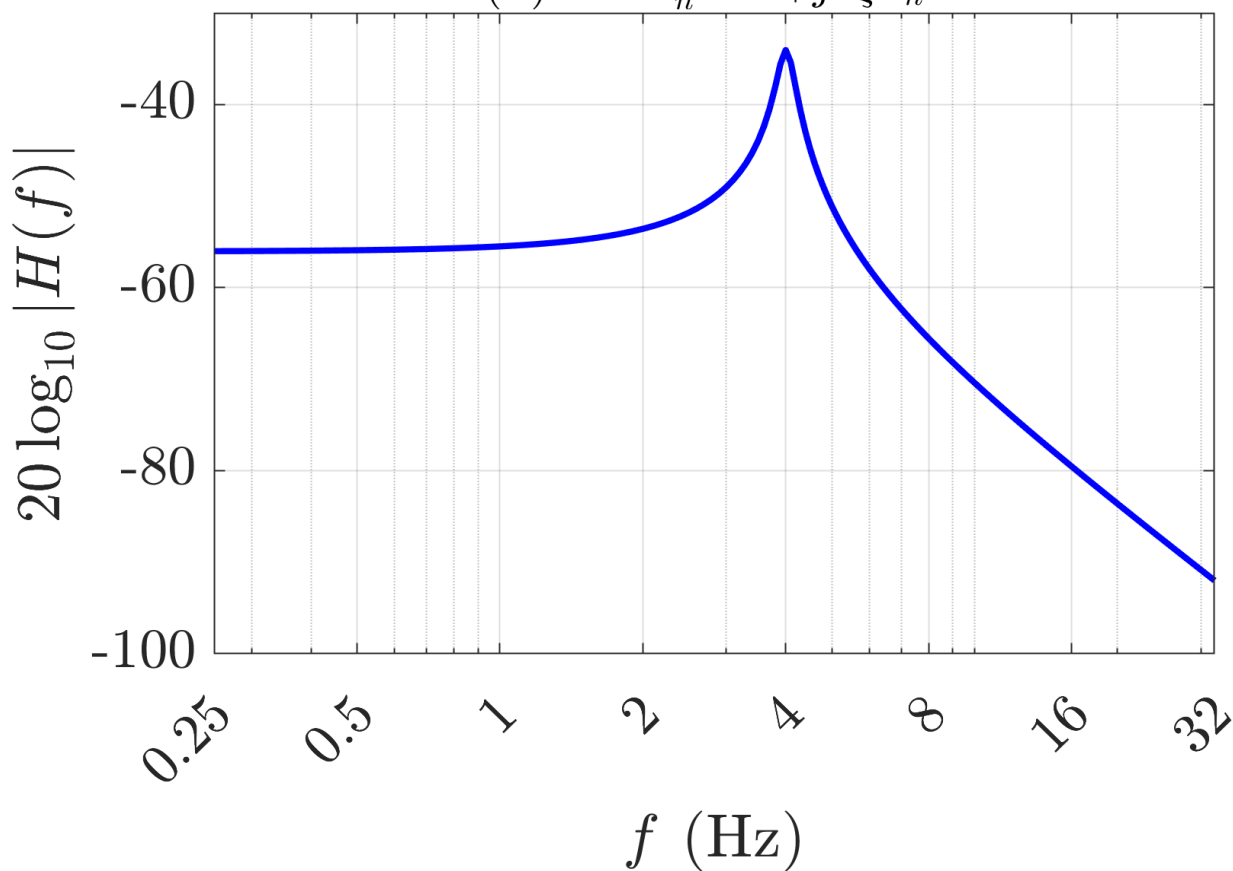
$$C = \frac{1}{L \times 64 \times \pi^2} = \frac{1}{8.951 \times 64 \times \pi^2} = 176.87 \mu F$$

Observación: En el mercado hay un capacitor de serie C44U-M cuya impedancia de 175 uF es similar a la calculada.

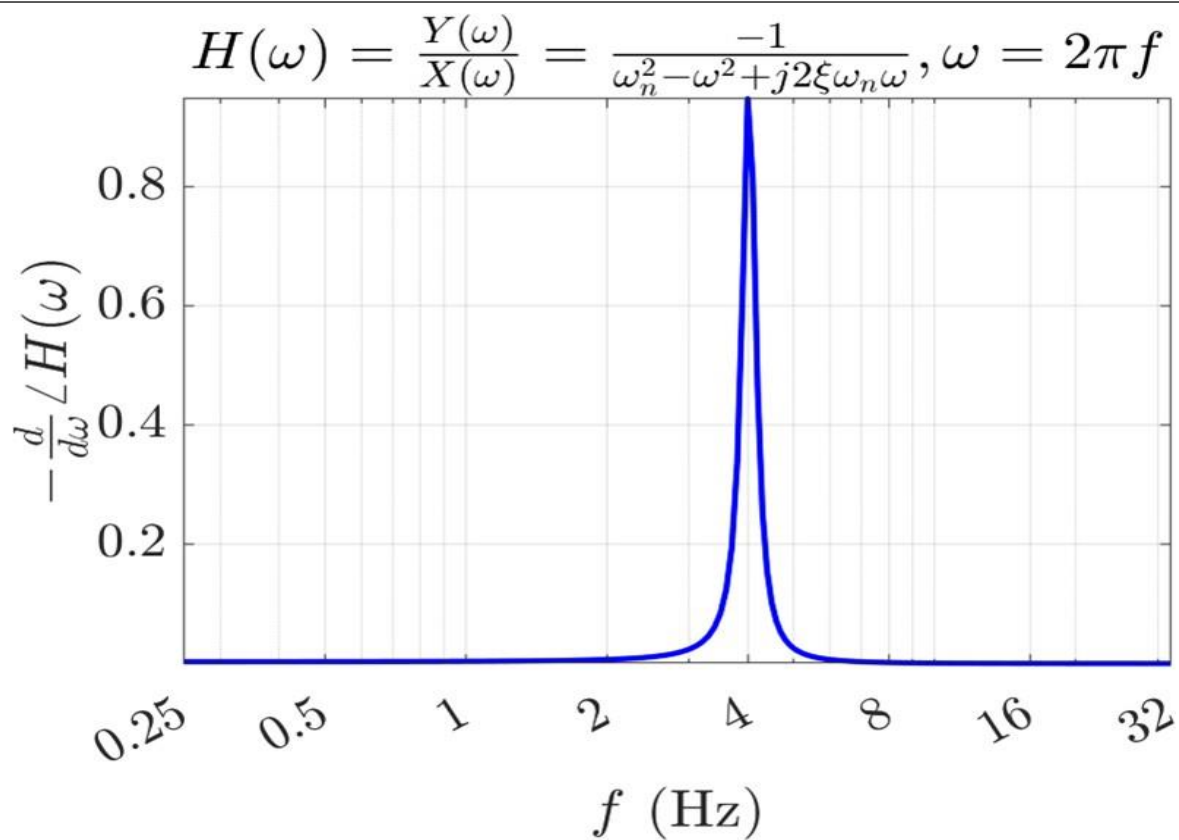
Conclusión: Los valores que se pondrán en el Matlab para la función de transferencia serán 18 Ω , 9H y 175 uF

II.2. Magnitud de la Función de Transferencia del Sistema

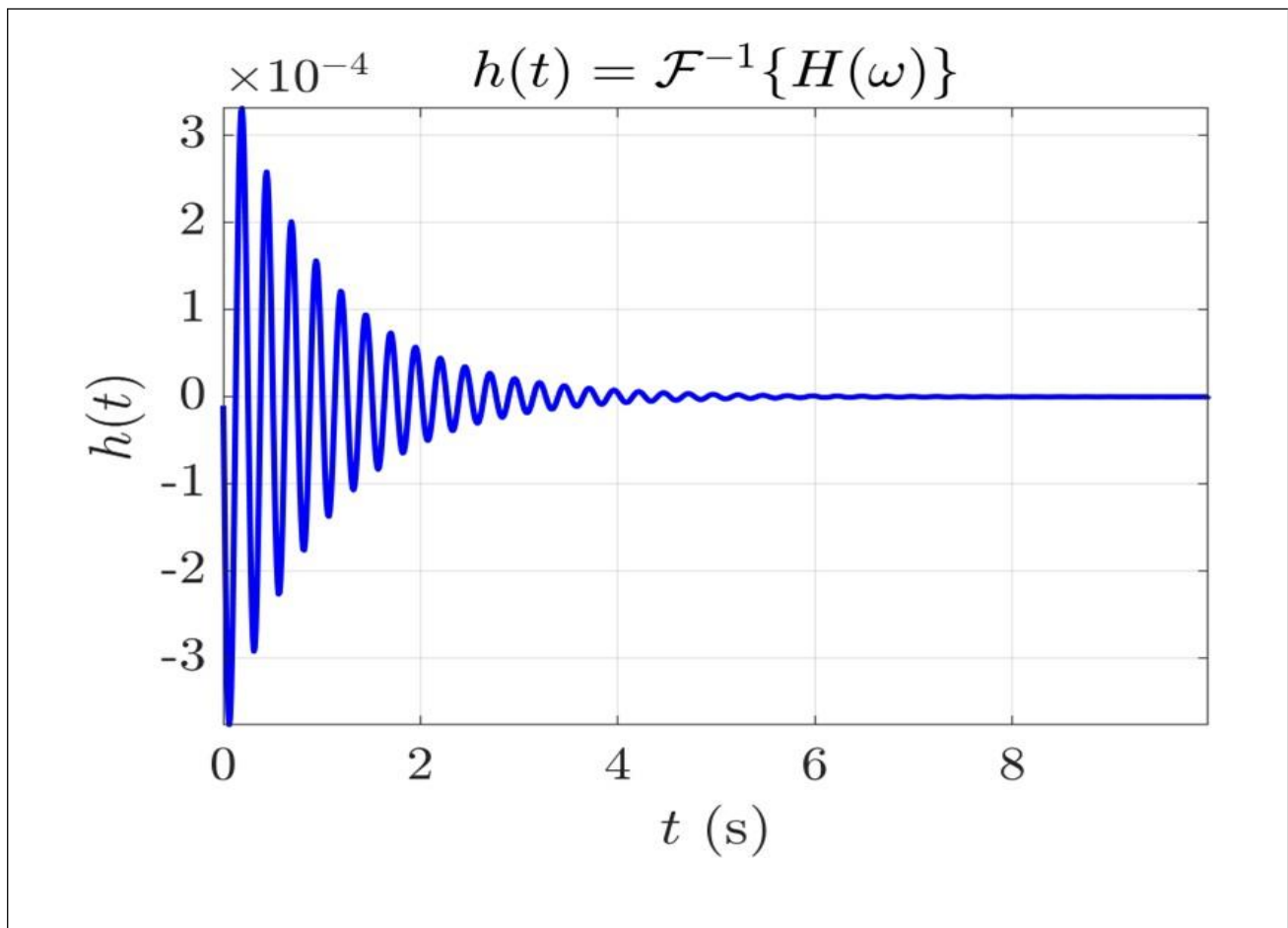
$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{-1}{\omega_n^2 - \omega^2 + j2\xi\omega_n\omega}, \omega = 2\pi f$$



II.3. Retardo de Grupo de la Función de Transferencia del Sistema



II.4. Respuesta Impulsiva del Sistema



Escribir comentarios y observaciones acerca del sistema de segundo orden, el circuito equivalente y las características del sistema tanto en tiempo como en frecuencia.

II.5. Observaciones del Sistema

Se obtuvo del circuito RLC un sistema de segundo orden que se comparó con la función de transferencia dada. En base a eso pudimos darnos cuenta de que la salida del sistema era el voltaje del capacitor. Luego se asumió el valor de la resistencia acorde a las más vendidas en el mercado para poder hallar la inductancia (8.951 H). El resultado se contrastó con los inductores de la industria y llegamos a la conclusión de usar el de 9 H. Para la capacitancia se procedió a usar el mismo método, lo que nos llevó a elegir el capacitor C44U-W de 175 μF [5].

La función de transferencia en el dominio de la frecuencia presenta un pico de resonancia debido a que el ϵ es menor a 0.707 [6]. Finalmente, la función de transferencia en el dominio del tiempo muestra un sobreimpulso muy brusco pero un tiempo de establecimiento óptimo a pesar de la magnitud de la señal con la que se trabaja [7].

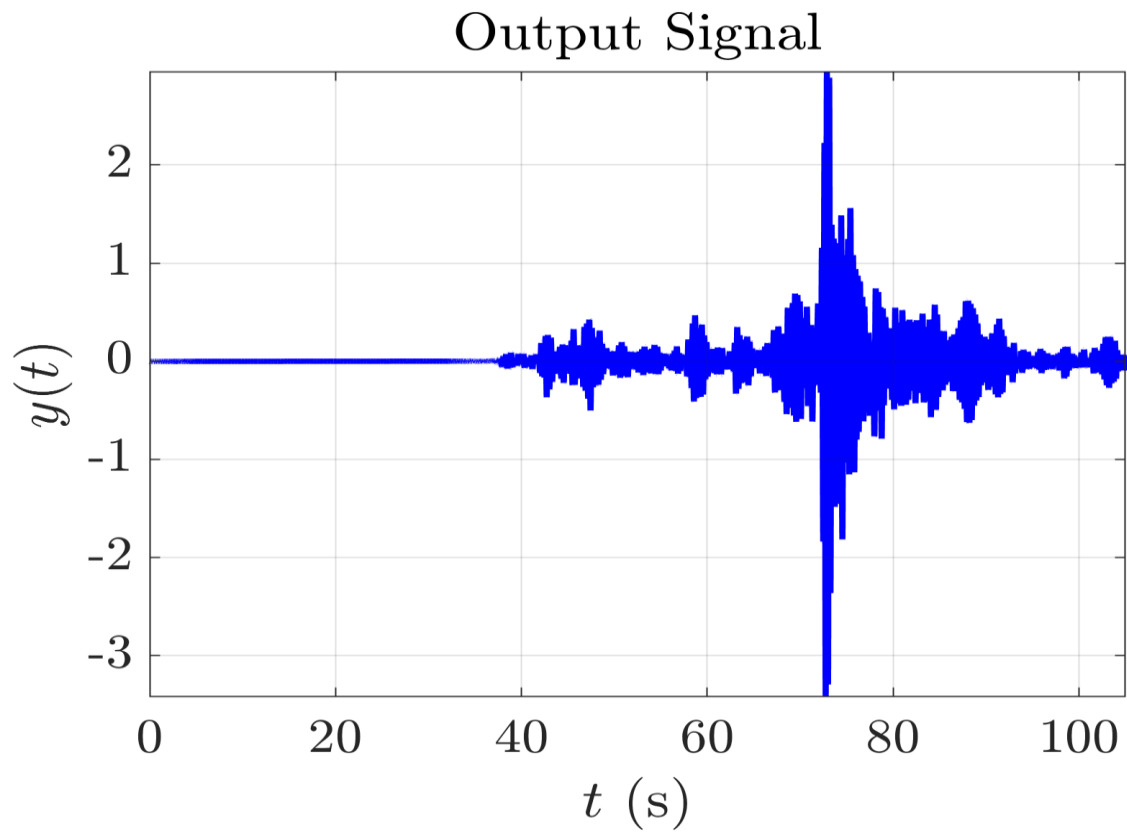
Parte III: Cálculo de los Parámetros Estadísticos a la Salida del Sistema

Estimar los parámetros estadísticos de cada señal de salida a partir de los parámetros estadísticos de cada señal de entrada.

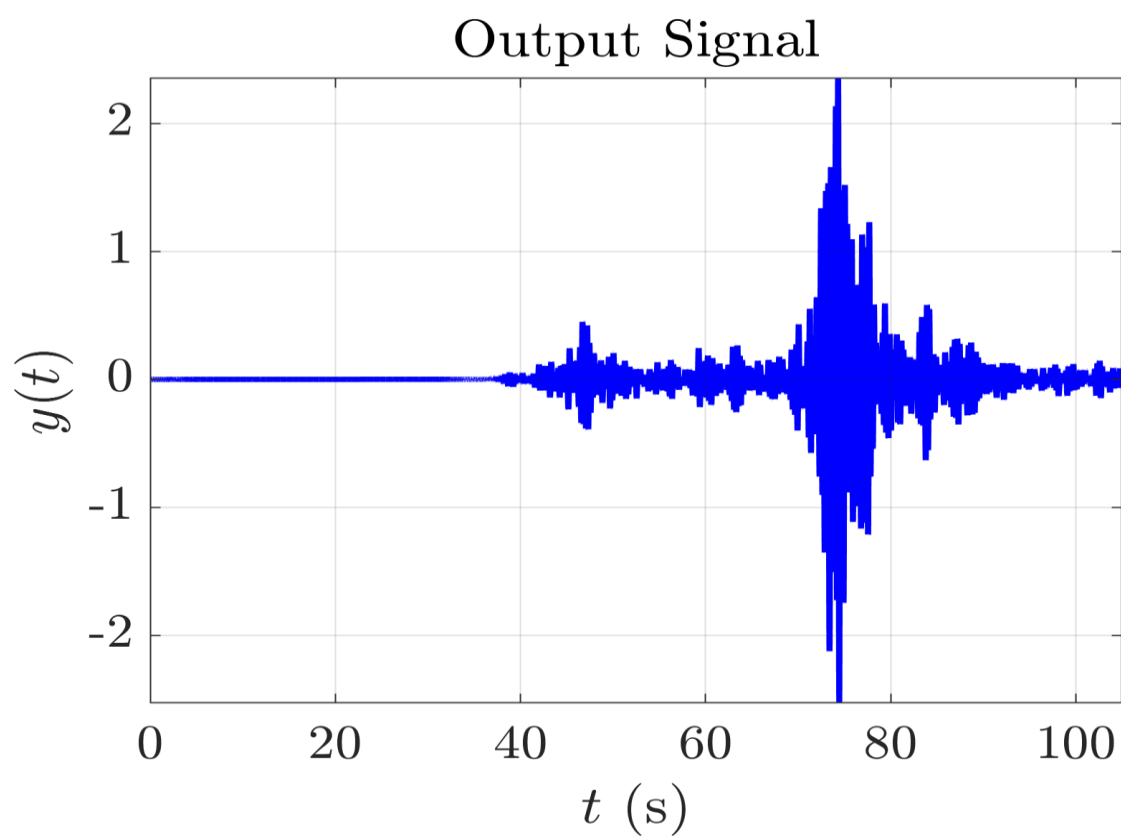
Graficar cada una de las componentes del desplazamiento de la estructura (EO, NS y UD) en el dominio del tiempo.

III.1. Componentes del Desplazamiento en el Dominio del Tiempo

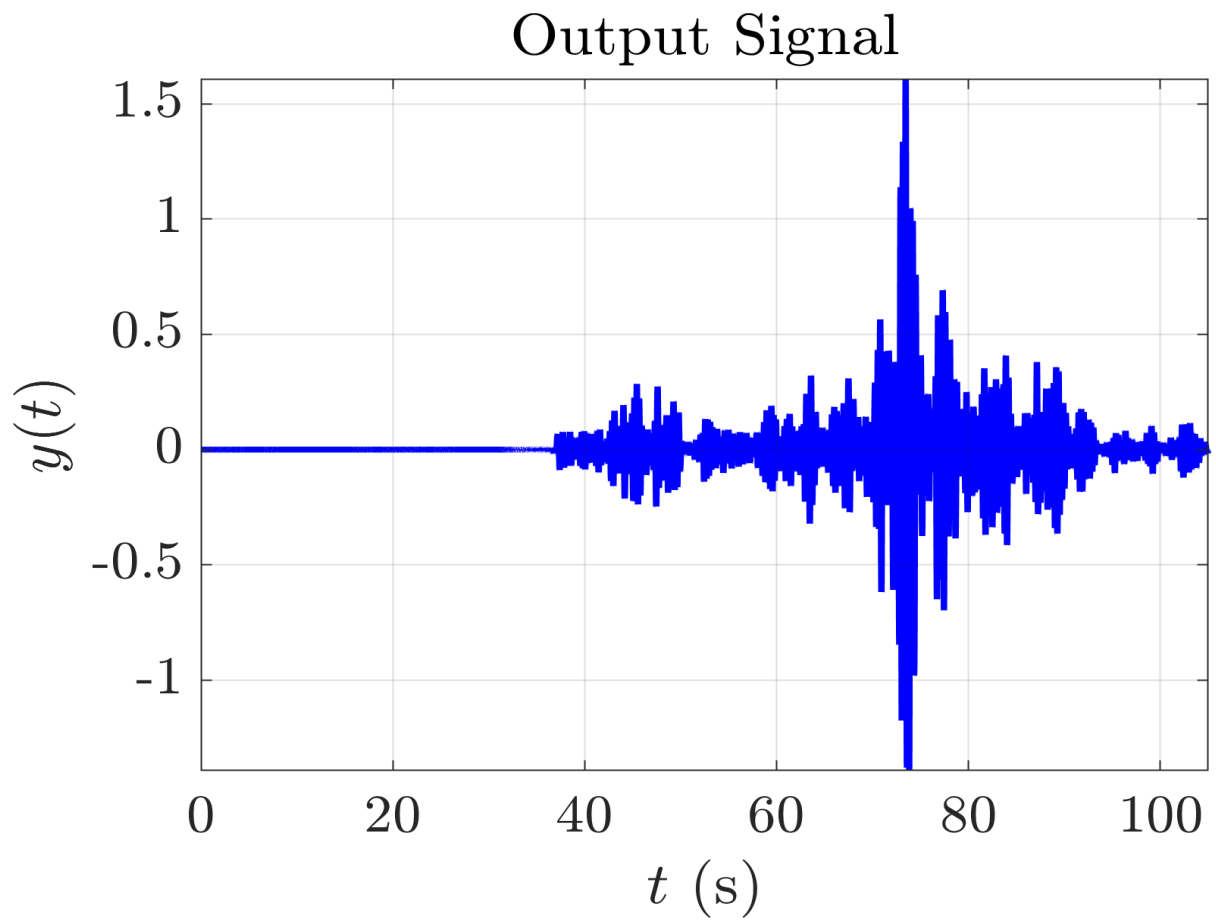
- Aceleración Este – Oeste:



- **Aceleración Norte – Sur:**



- **Aceleración Up – Down:**

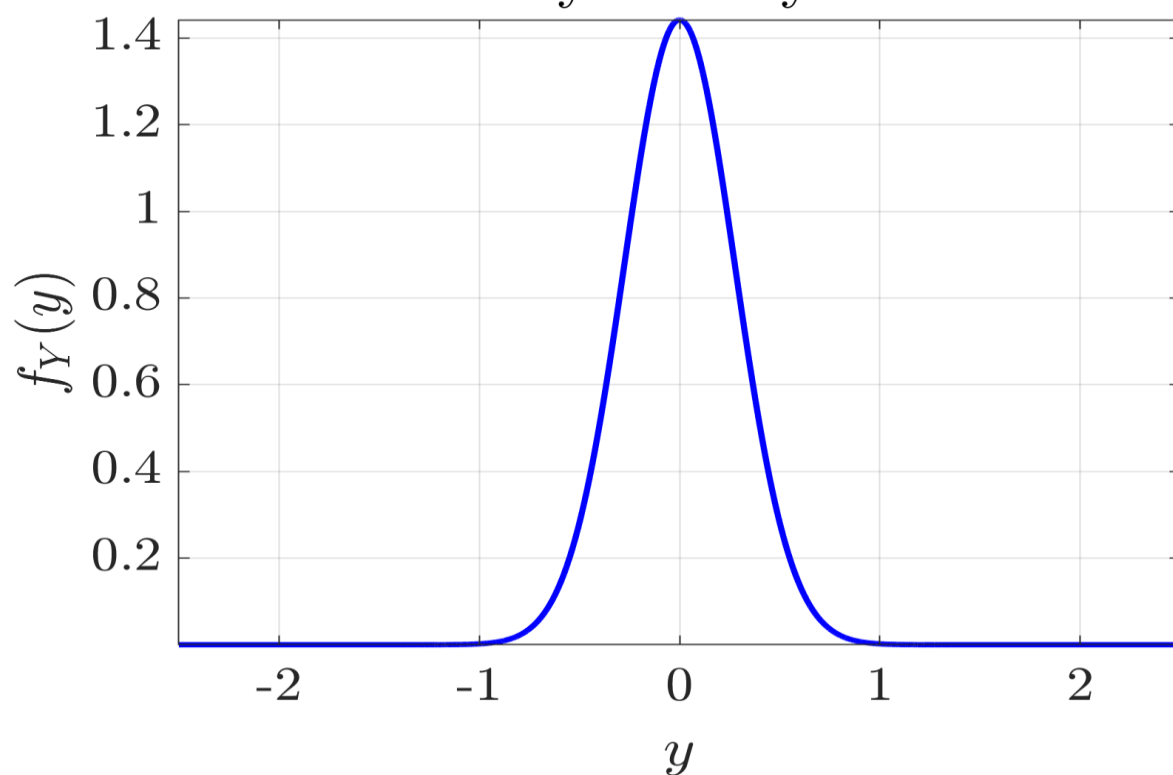


Usando el modelo de distribución normal, estimar las funciones de densidad de probabilidad de cada una de las componentes del desplazamiento (EO, NS y UD).

III.2. Funciones de Densidad de Probabilidad de las Componentes del Desplazamiento

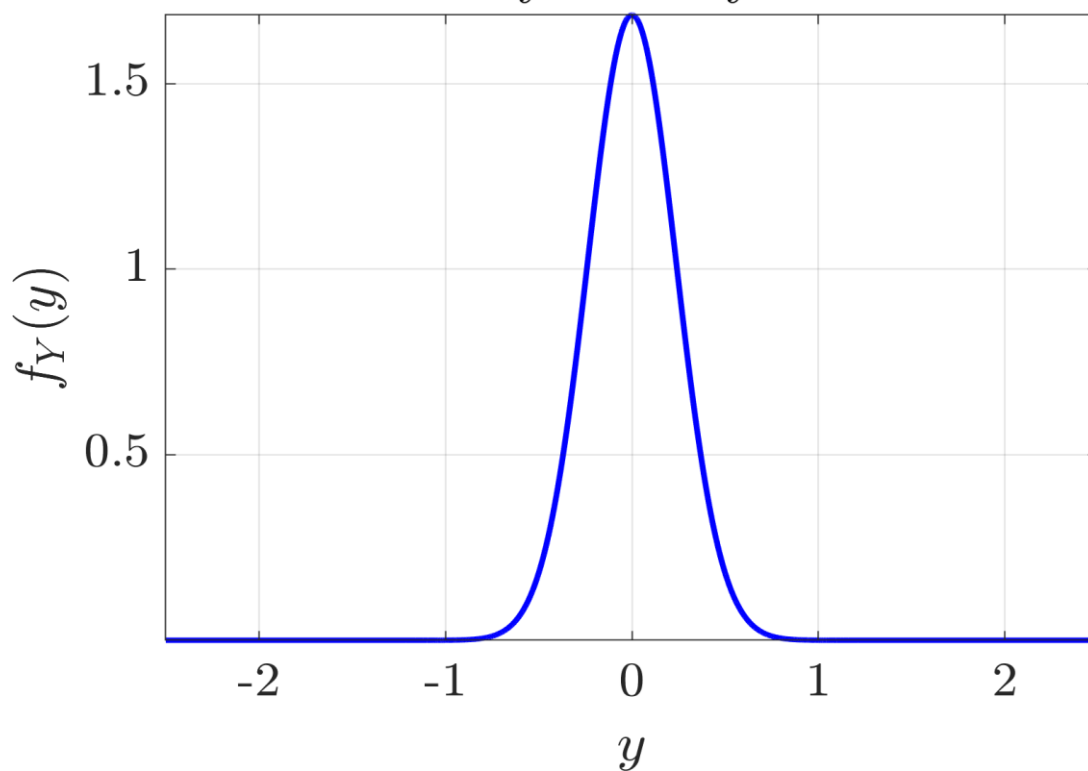
- **Aceleración Este – Oeste:**

Probability Density Function

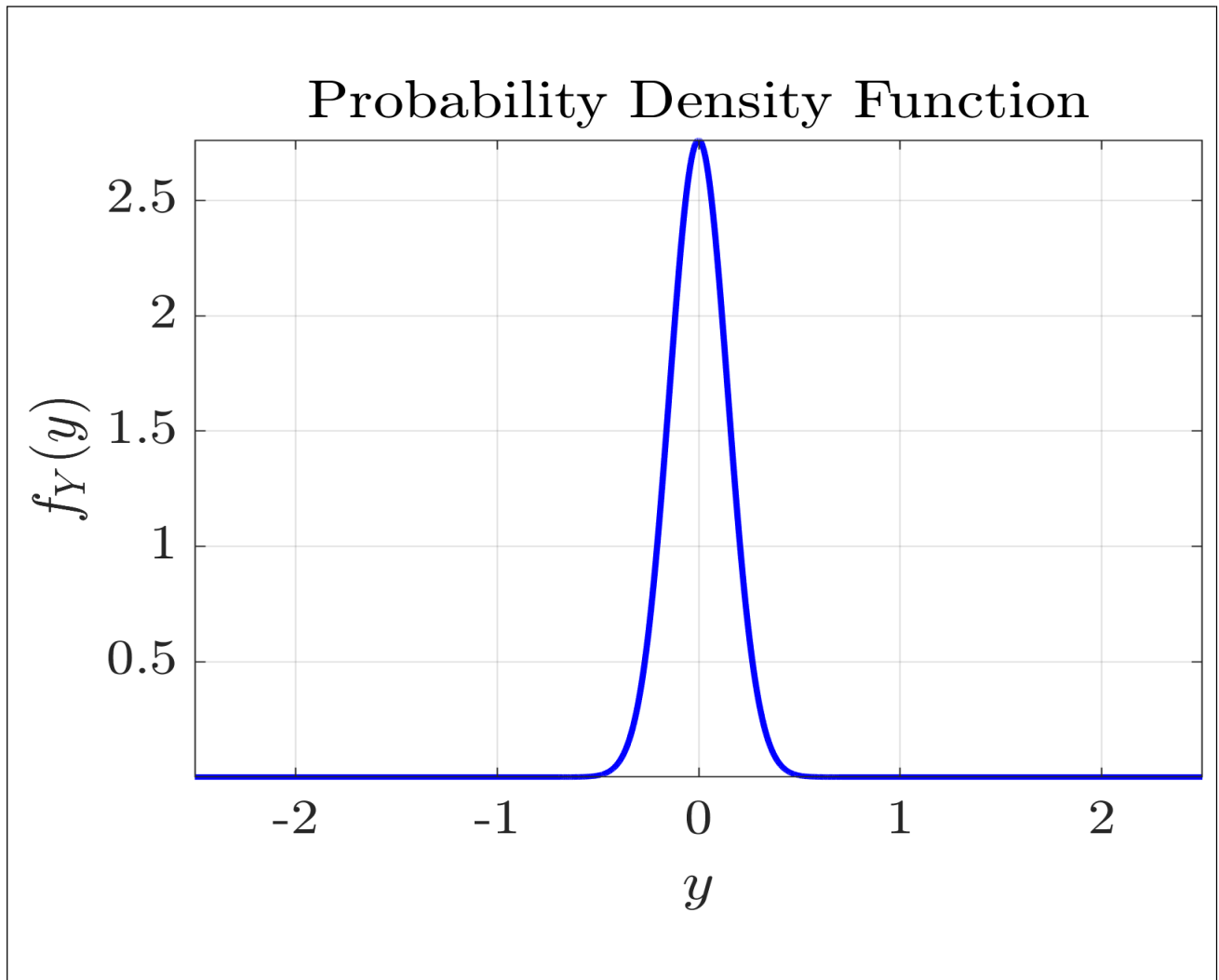


- **Aceleración Norte – Sur:**

Probability Density Function



- **Aceleración Up – Down:**

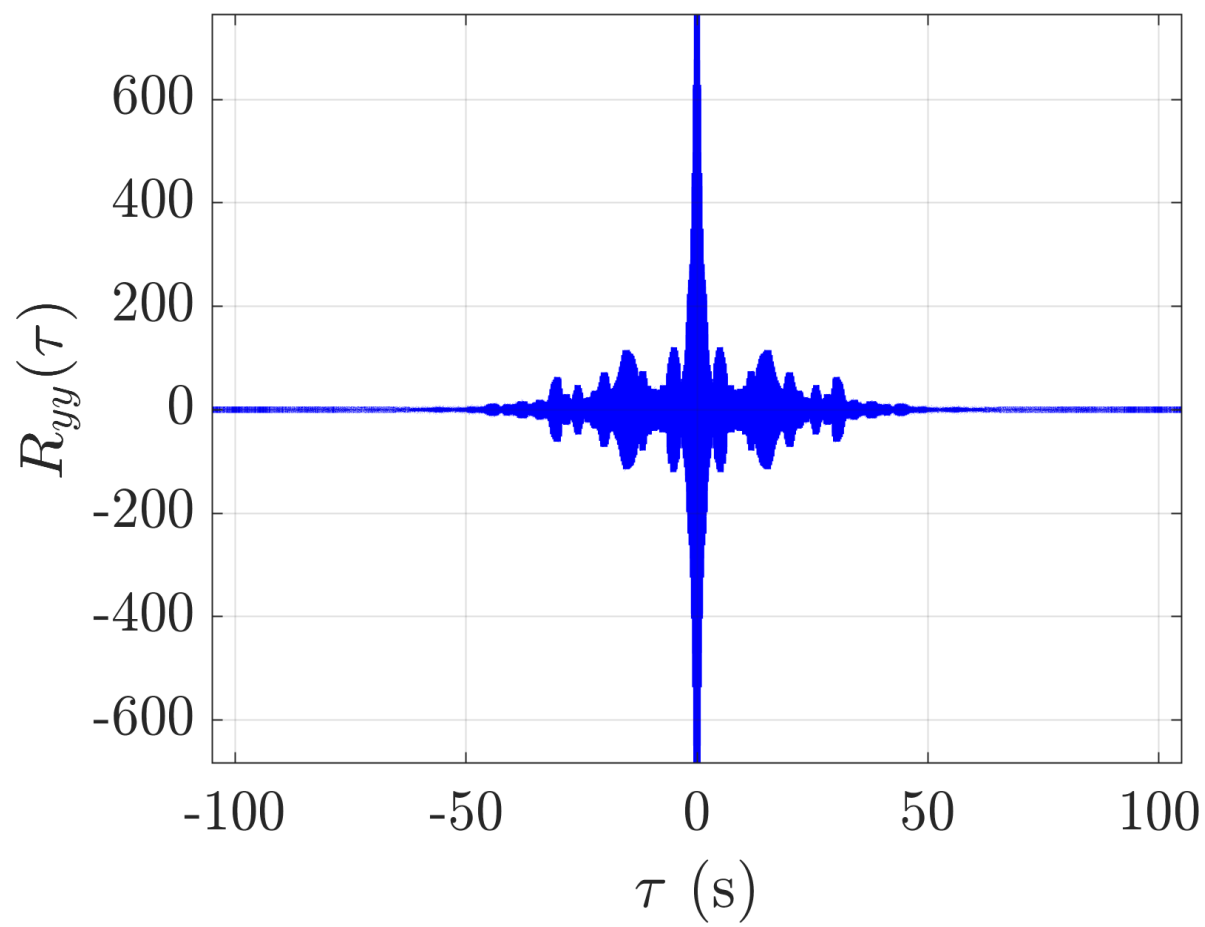


Obtener las funciones de autocorrelación y densidad espectral de las componentes del desplazamiento.

III.3. Funciones de Autocorrelación de las de las Componentes del Desplazamiento

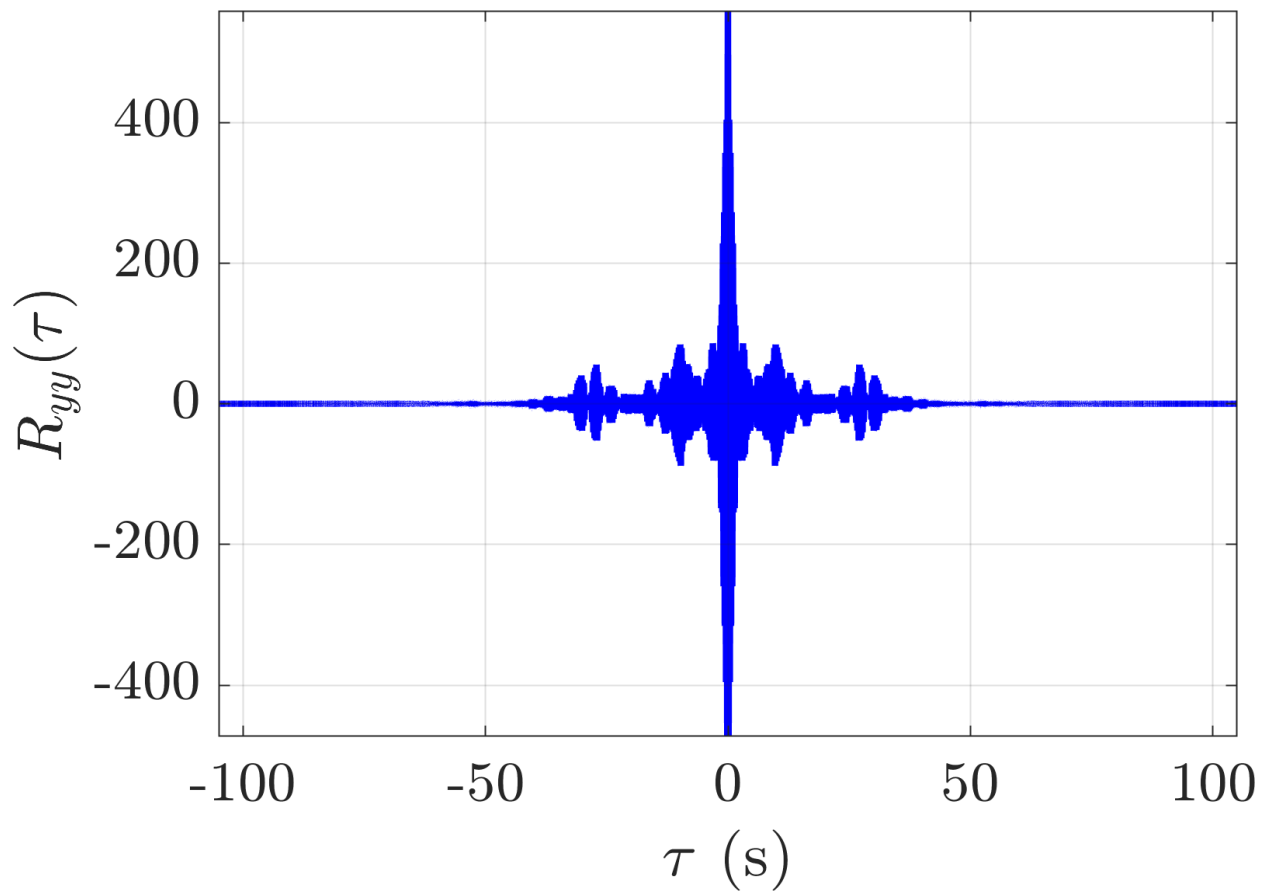
- Aceleración Este – Oeste:

Autocorrelation

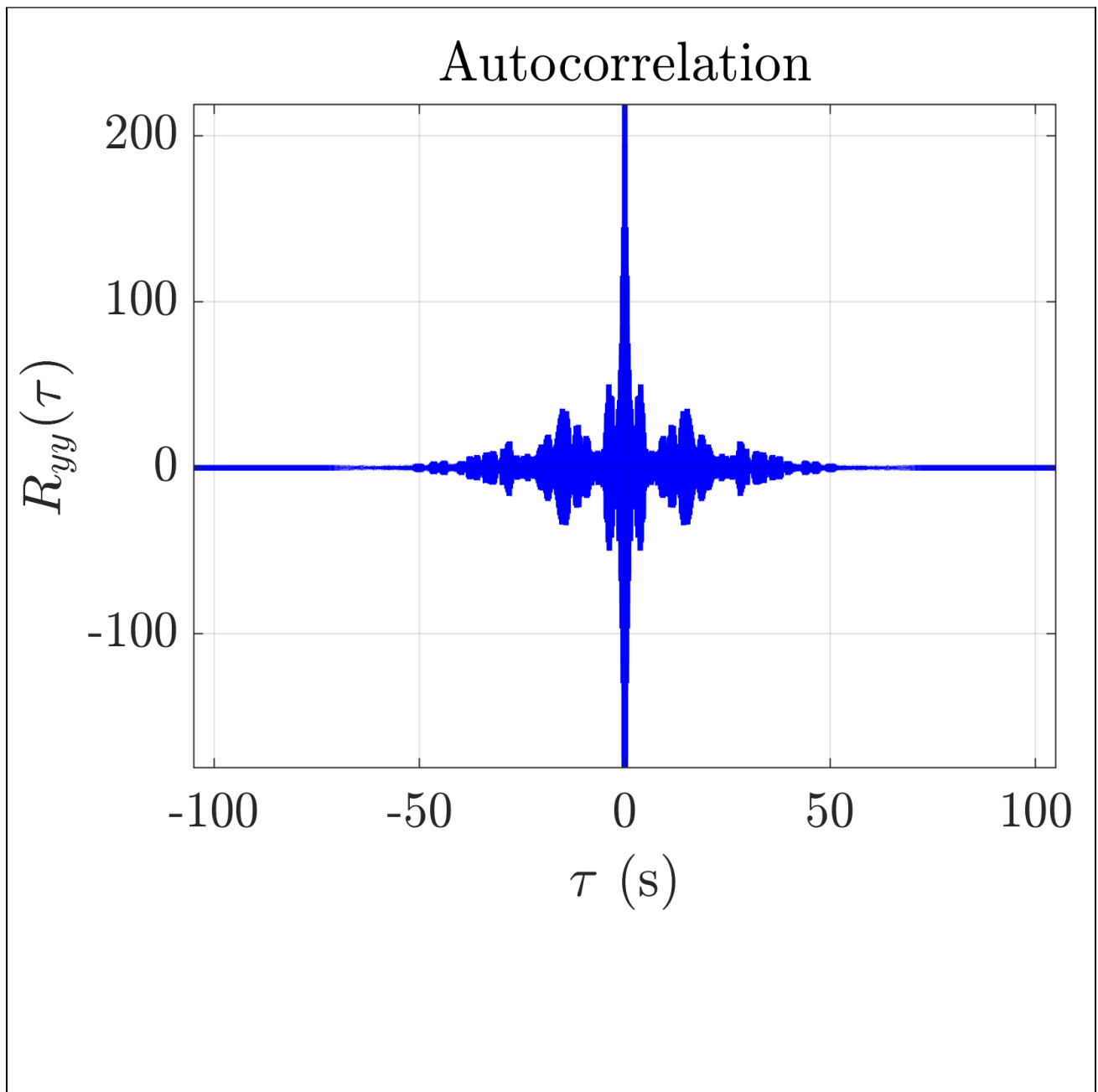


- Aceleración Norte – Sur:

Autocorrelation

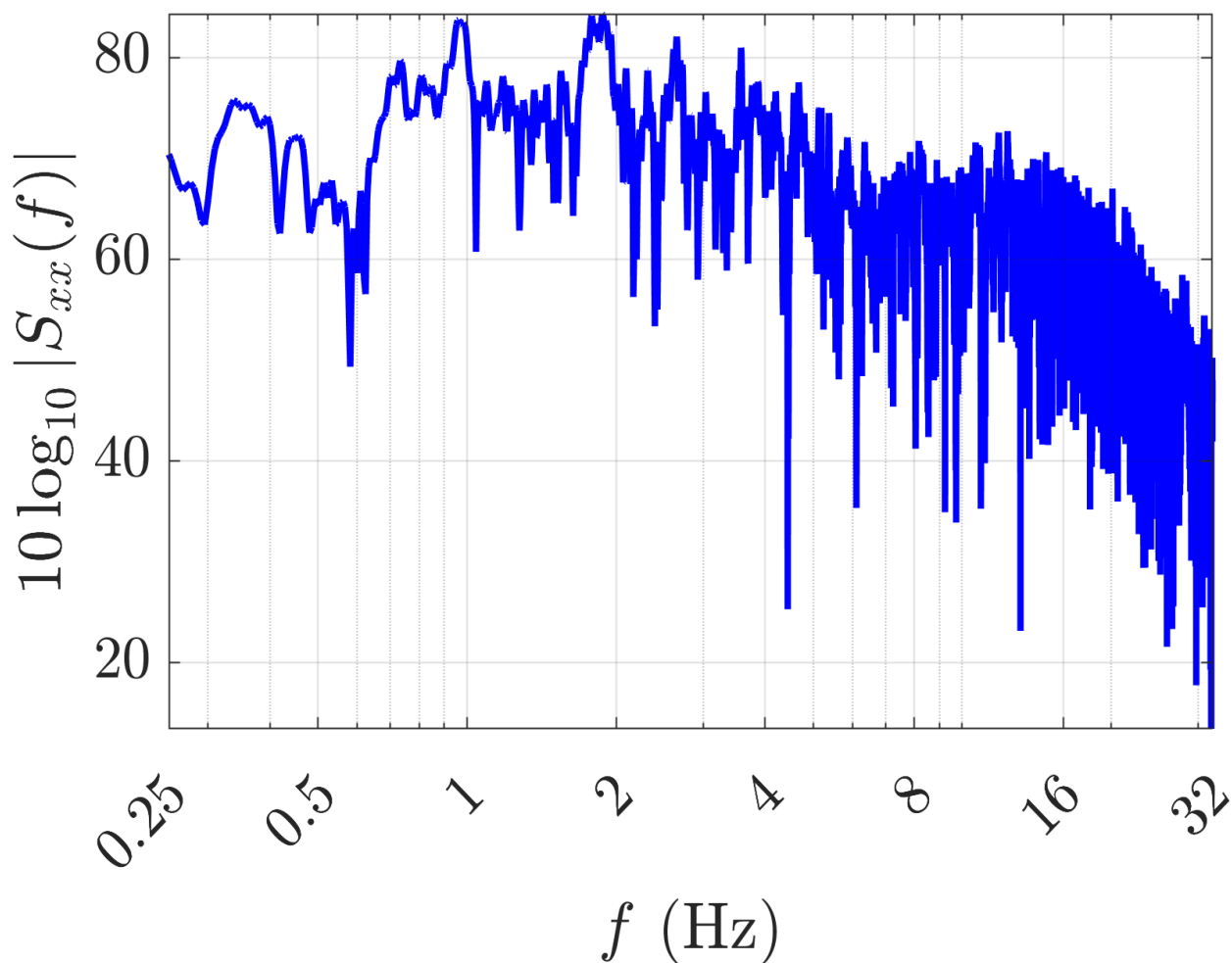


- Aceleración Up – Down:



III.4. Funciones de Densidad Espectral de las Componentes del Desplazamiento
- Aceleración Este – Oeste:

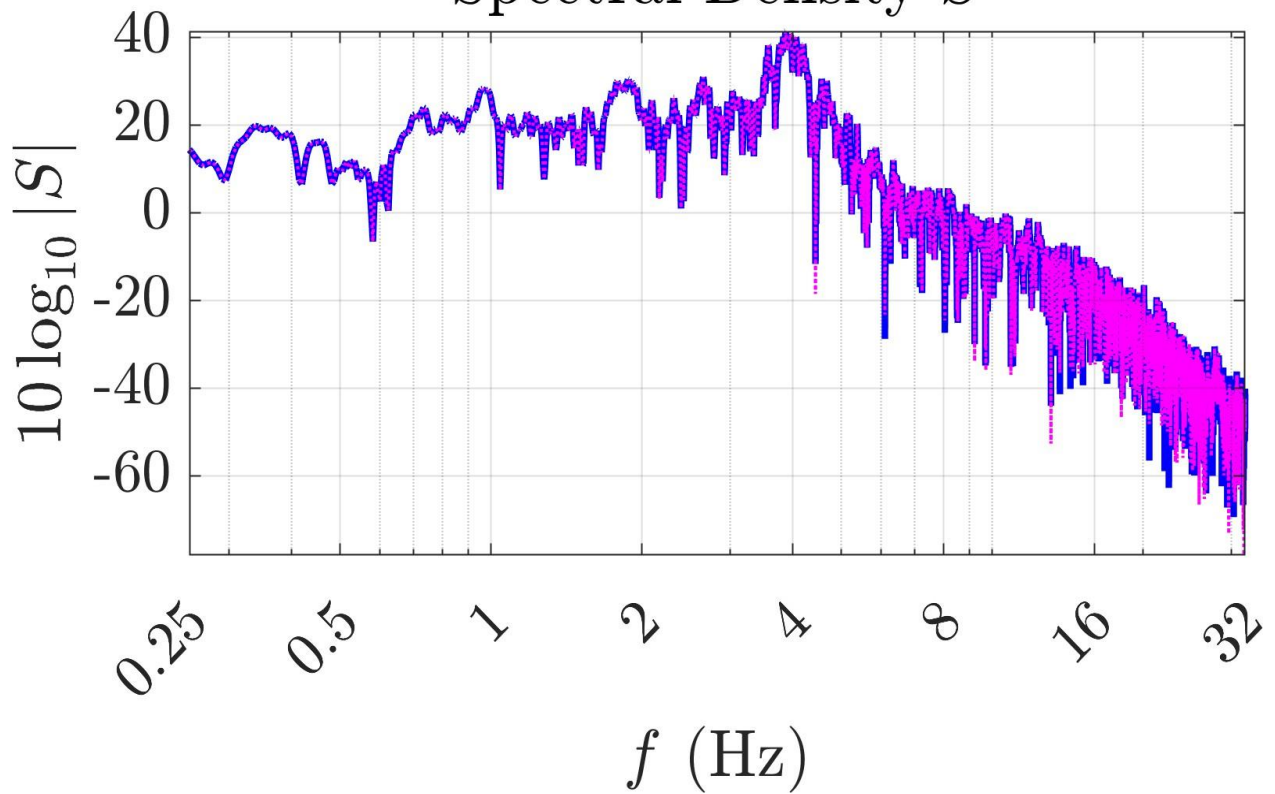
Spectral Density



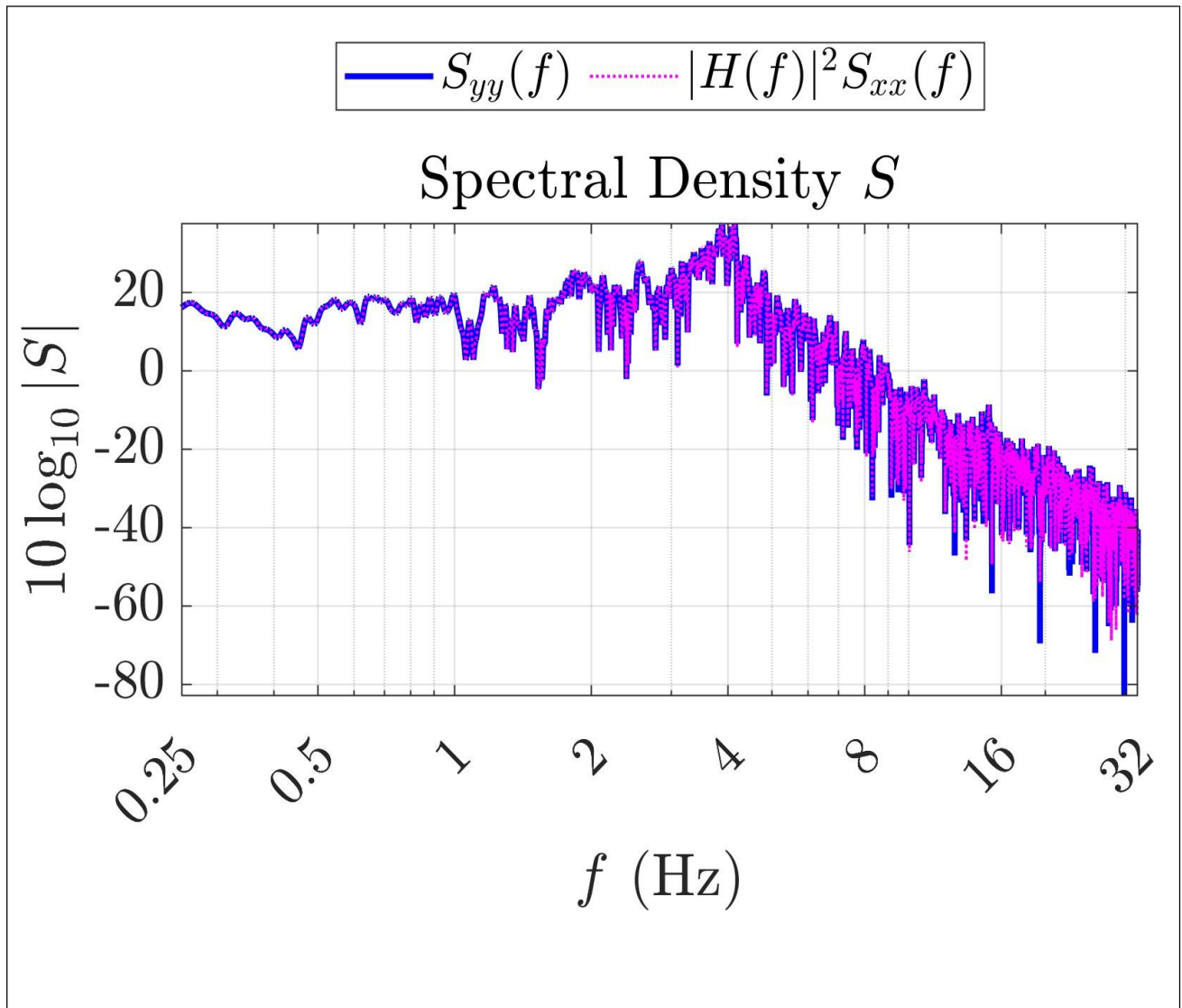
- Aceleración Norte – Sur:

$$\text{— } S_{yy}(f) \quad \text{..... } |H(f)|^2 S_{xx}(f)$$

Spectral Density S



- Aceleración Up – Down:



Escribir comentarios y observaciones acerca de las componentes del desplazamiento y sus correspondientes modelos estadísticos.

III.5. Observaciones sobre las Componentes del Desplazamiento

Los gráficos generados en Matlab ilustran la autocorrelación y la densidad espectral del desplazamiento en un sistema, revelando una fuerte correlación temporal en el pico central de la autocorrelación y una distribución variada de energía a través de las frecuencias en la densidad espectral. Estas características estadísticas facilitan la comprensión de la dinámica del sistema, ya que indican tanto la predictibilidad del desplazamiento a corto plazo como la presencia de frecuencias resonantes [8]. Esta información es esencial para modelar y predecir el comportamiento del sistema [9].

Asimismo, las comparaciones indican la efectividad del filtro $H(f)$ en modelar el proceso de transformación de señales [10].

Parte IV: Análisis de los Resultados y Argumentación de la Aplicación Práctica

Analizar los resultados y argumentar su aplicación práctica en el contexto de los sistemas de alerta temprana para reducir riesgos.

La autocorrelación y la densidad espectral, al identificar patrones temporales y frecuencias críticas, son fundamentales para los sistemas de alerta temprana [1]. La capacidad de predecir eventos futuros mediante la autocorrelación y la detección de señales cruciales a través de la densidad espectral permite una anticipación y respuesta rápida a situaciones de emergencia [6]. Estas herramientas mejoran la detección temprana de señales indicativas de desastres naturales, optimizando la eficacia de las alertas [9]. La aplicación práctica en sistemas de alerta temprana se traduce en una mayor protección para las comunidades en zonas de riesgo. Integrar análisis estadísticos avanzados contribuye a una actuación informada y oportuna, reduciendo el impacto de posibles desastres y protegiendo así la seguridad y el bienestar de la población del país [7].

Referencias

- [1] A. Papoulis and S. U. Pillai, "Probability, Random Variables, and Stochastic Processes," 4th ed., New York: McGraw-Hill, 2002.
- [2] B. Gutenberg and C. F. Richter, "Seismicity of the Earth and Associated Phenomena," 2nd ed., Princeton: Princeton University Press, 1954.
- [3] G. W. Housner, "Behavior of Structures During Earthquakes," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 85, no. 4, pp. 109-129, 1959.
- [4] J. M. Kelly, "Earthquake-Resistant Design with Rubber," 2nd ed., London: Springer, 1997.
- [5] R. C. Dorf and J. A. Svoboda, "Introduction to Electric Circuits," 9th ed., Hoboken: Wiley, 2013.
- [6] B. P. Lathi and R. A. Green, "Linear Systems and Signals," 3rd ed., New York: Oxford University Press, 2017.
- [7] N. S. Nise, "Control Systems Engineering," 7th ed., Hoboken: Wiley, 2015.
- [8] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky, and S. H. Nawab, "Signals and Systems," 2nd ed., Upper Saddle River: Prentice Hall, 1996.
- [9] S. Haykin, "Adaptive Filter Theory," 5th ed., Upper Saddle River: Prentice Hall, 2014.
- [10] J. G. Proakis and D. G. Manolakis, "Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications," 4th ed., Upper Saddle River: Prentice Hall, 2006.
- [11] G. Fan, L. M. Zhang, J. J. Zhang, and C. W. Yang, "Time-frequency analysis of instantaneous seismic safety of bedding rock slopes," Soil Dynamics and Earthquake Engineering, vol. 94, pp. 92-101, 2017.

[12] C. Uma, et al., "Structural change detection applying long-term seismic interferometry by deconvolution method to a modern civil engineering structure (New Zealand)," Bulletin of Earthquake Engineering, vol. 16, no. 12, pp. 5871-5892, 2018.

[13] Stackpole Electronics Inc., "CF14JT18R0 Datasheet," Digi-Key Electronics. [En línea]. Disponible en: <https://www.digikey.com/es/products/detail/stackpole-electronics-inc/CF14JT18R0/1741306>. [Accedido: 29 de junio de 2024]

[14] Hammond Manufacturing, "156G Datasheet," Mouser Electronics. [En línea]. Disponible en: <https://www.mouser.pe/ProductDetail/Hammond-Manufacturing/156G?qs=NRA9IjDEzh3mc3hu5PUBZg%3D%3D>. [Accedido: 29 de junio de 2024]

[15] KEMET, "C44UVGT6175M86K Datasheet," Mouser Electronics. [En línea]. Disponible en: <https://www.mouser.pe/ProductDetail/KEMET/C44UVGT6175M86K?qs=Cb2nCFKsA8rDVvh3mhCLCA%3D%3D>. [Accedido: 29 de junio de 2024]