



**Facultad de Ingeniería**  
**Ingeniería Electrónica - Ingeniería de Telecomunicaciones y Redes**  
**Ingeniería Mecatrónica**

**2023-II**

**SEÑALES Y SISTEMAS (EL231) – Horario EL63**  
**PRÁCTICA CALIFICADA 3 (PC3)**

**Tema:** Unidad IV — Respuesta de un Sistema a una Entrada Aleatoria

**Duración Total:** 90 minutos

**Puntuación Total:** 20 puntos

**Criterio de Calificación:** Comprensión e interpretación de las instrucciones y de los enunciados. Claridad y rigor científico de la redacción, de los procedimientos, de los diagramas, de las formulaciones matemáticas, de los gráficos, de las escalas, de las observaciones y de las conclusiones. Precisión numérica y uso correcto de la notación científica y de las unidades físicas con prefijos.

**Fecha:** Jueves 16 de noviembre de 2023

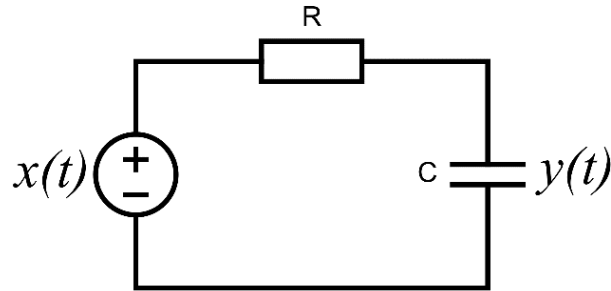
**Hora:** 8:00 am – 9:30 am

**Profesor:** César Daniel Salvador Castañeda

---

**Pregunta 1: Función de Densidad Espectral [8 puntos]**

El circuito de la figura se modela mediante un sistema lineal determinista de primer orden diferencial. En el dominio del tiempo  $t$ , la señal de entrada  $x(t)$  es el voltaje de la fuente y la señal de salida  $y(t)$  es el voltaje del capacitor.



La señal  $x(t)$  se modela como un proceso estocástico estacionario con descripciones de primer y segundo momento estadístico. El valor medio de  $x(t)$  es  $\mu_x$  y su función de densidad espectral es  $S_{xx}(\omega)$ , en donde  $\omega$  denota el dominio de la frecuencia angular.

Resolver los siguientes ítems detallando cada paso del procedimiento y formular los resultados en términos de  $R$ ,  $C$ ,  $\mu_x$  y  $S_{xx}(\omega)$ .

- Formular la ecuación diferencial del sistema. [2 puntos].
- Formular la función de transferencia  $H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)}$  del sistema. [2 puntos].
- La desviación estándar  $\sigma_y$ , la autocorrelación  $R_{yy}$  y el valor medio  $\mu_y$  de la señal de salida  $y(t)$  satisfacen la siguiente relación:

$$\sigma_y^2 = R_{yy}(0) - \mu_y^2$$

Partiendo de la relación anterior, demostrar la siguiente expresión. [4 puntos].

$$\sigma_y = \left( \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_{xx}(\omega)}{1 + R^2 C^2 \omega^2} d\omega - \mu_x^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

**Pregunta 2: Ruido Blanco [6 puntos]**

Se desea modelar estadísticamente la señal de salida  $y(t)$  de un filtro pasa bajos cuando la señal de entrada  $x(t)$  es ruido blanco con distribución normal gaussiana.

El modelo estadístico de entrada es el valor medio  $\mu_x$  y la densidad espectral

$$S_{xx}(\omega) = \frac{N_0}{2}$$

en donde  $N_0$  denota la densidad de ruido.

La función de transferencia del filtro pasa-bajos es la siguiente:

$$H(\omega) = \begin{cases} \left(\frac{4}{\pi}\omega + 1\right)^{\frac{1}{2}}, & -\frac{\pi}{4} < \omega < 0 \\ \left(-\frac{4}{\pi}\omega + 1\right)^{\frac{1}{2}}, & 0 < \omega < \frac{\pi}{4} \\ 0, & |\omega| \geq \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Resolver los siguientes ítems detallando cada paso del procedimiento y formular los resultados en términos de  $\mu_x$  y  $N_0$

- Graficar la función de autocorrelación  $R_{xx}(\tau)$ , la densidad espectral  $S_{xx}(\omega)$  y la magnitud al cuadrado de la función de transferencia  $H(\omega)$ . [3 puntos].
- Formular el valor medio  $\mu_y$  y la desviación estándar  $\sigma_y$  de la salida. [3 puntos].

**Pregunta 3: Oscilador Aleatorio [6 puntos]**

Se desea modelar estadísticamente la señal de salida  $y(t)$  de un sistema cuando la señal de entrada  $x(t)$  es un oscilador aleatorio.

El modelo estadístico de entrada es el valor medio  $\mu_x$  y la densidad espectral

$$S_{xx}(\omega) = \delta(\omega + \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0)$$

en donde  $\omega_0$  es la frecuencia fija del oscilador.

La función de transferencia del sistema es la siguiente:

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega}$$

Resolver los siguientes ítems detallando cada paso del procedimiento y formular los resultados en términos de  $\mu_x$  y  $\omega_0$ :

- a) Graficar la función de autocorrelación  $R_{xx}(\tau)$ , la densidad espectral  $S_{xx}(\omega)$  y la magnitud al cuadrado de la función de transferencia  $H(\omega)$ . [3 puntos].
- b) Formular el valor medio  $\mu_y$  y la desviación estándar  $\sigma_y$  de la salida. [3 puntos].