MC71 - Ingeniería de control 2

Unidad N°2: Diseño de controladores mediante realimentación de estados

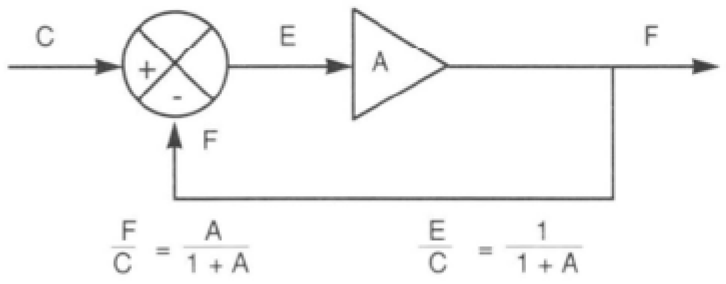
Semana 7

- Acción de integración en control en espacio de estados.

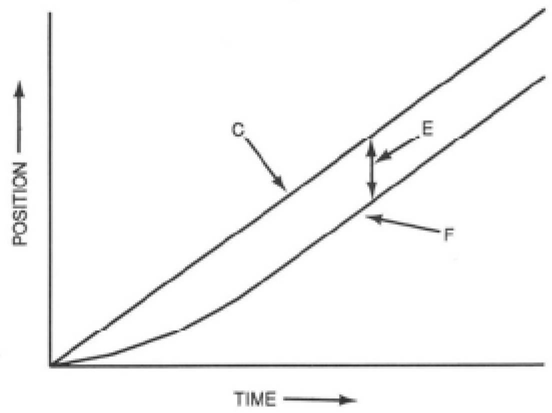
MEng. Carlos H. Inga Espinoza

Tipos de servos

Tipo 0: No tiene integrador. Una entrada escalón unitaria generaría un error de estado estable.



Tipo 1: Tiene un integrador. Una entrada escalón unitaria generaría un error de estado estacionario de 0. Si la entrada fuese una rampa habría un error en estado estacionario. Sin embargo sigue bien la velocidad de subida de la rampa.



Tipo 2: Tiene dos integradores. Una entrada rampa no generará error de posición, sin embargo este servo es inherentemente inestable.

Diseño de un servosistema tipo 1 cuando la planta tiene un integrador

- Consideramos sistema SISO:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u$$

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x}$$

donde $\mathbf{x}$ = vector de estado para la planta (vector de dimensión n)

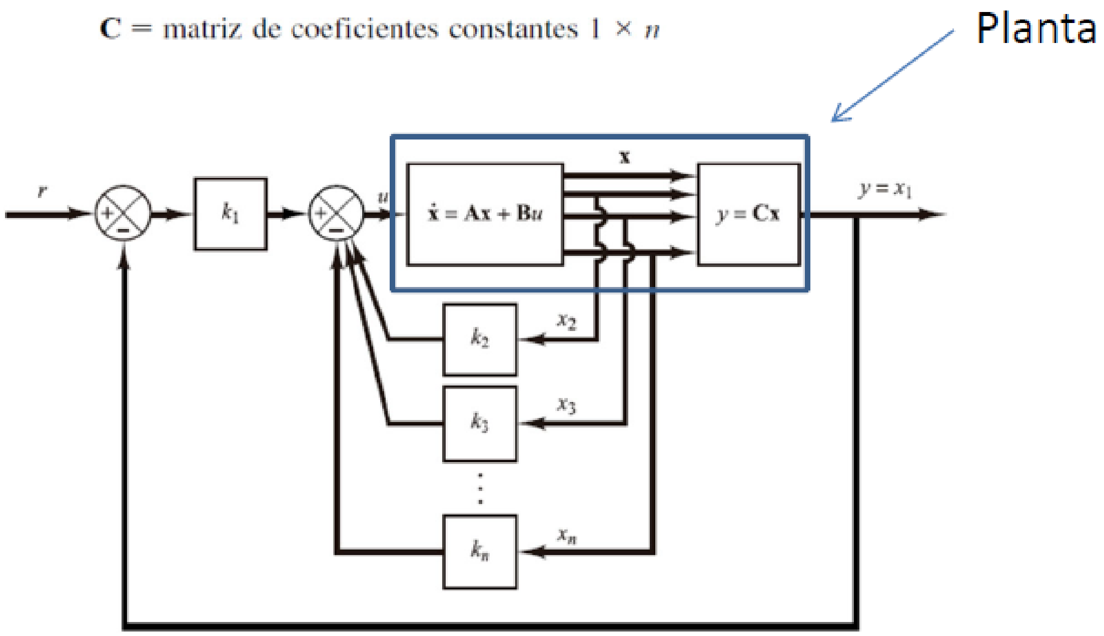
u = señal de control (escalar)

y = señal de salida (escalar)

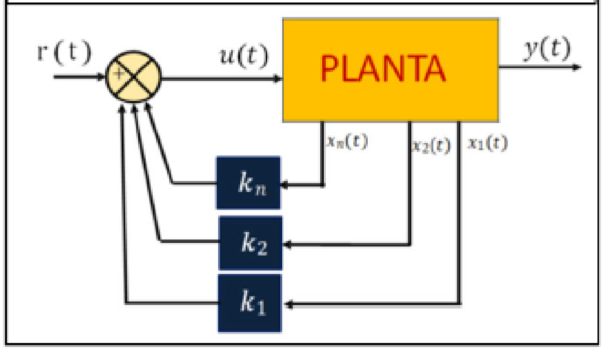
$\mathbf{A}$ = matriz de coeficientes constantes $n \times n$

$\mathbf{B}$ = matriz de coeficientes constantes $n \times 1$

$\mathbf{C}$ = matriz de coeficientes constantes $1 \times n$



Anteriormente se vio:



Diseño de un servosistema tipo 1 cuando la planta tiene un integrador

- Para seguir una referencia Asumiendo que la salida y = x1

$$u = -\begin{bmatrix} 0 & k_2 & k_3 & \cdots & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} + k_1(r - x_1)$$

$$= -\mathbf{K}\mathbf{x} + k_1 r$$

- Objetivo del diseño. Asintóticamente estable, y(∞) → **r** y u(∞) → 0. (**r** es un entrada escalón)

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x} + \mathbf{B}k_1 r$$

Diseño de un servosistema tipo 1 cuando la planta tiene un integrador

- Para aplicar los métodos de la sección anterior buscaremos un ganancia **K** que regule a cero el error.
- Si determinamos el sistema en estado estacionario tenemos:

$$\dot{\mathbf{x}}(\infty) = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x}(\infty) + \mathbf{B}k_1 r(\infty)$$

- Para obtener el error en el tiempo restamos con la ecuación de $\dot{x}(t)$, considerando que $r(\infty) = r(t) = r$, luego:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(\infty) = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(\infty)]$$

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{e}$$

Diseño de un servosistema tipo 1 cuando la planta tiene un integrador

- Entonces el problema se convierte en sistema regulador que hace a **e**(t) = 0 para un tiempo finito y para cualquier condición inicial.
- Si el sistema del error es completamente controlable entonces, usando los métodos de la sesión anterior puede hallarse una matriz **K** por asignación de polos.
- Para hallar el valor de estado estacionario hacemos:

$$\dot{\mathbf{x}}(\infty) = \mathbf{0} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x}(\infty) + \mathbf{B}k_1 r \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \mathbf{x}(\infty) &= -(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})^{-1}\mathbf{B}k_1 r \\ u(\infty) &= -\mathbf{K}\mathbf{x}(\infty) + k_1 r = 0 \end{aligned}$$

Ejemplo

- Deseñe un servosistema de tipo 1 cuando la función transferencia de la planta tiene un integrador. Suponga que la FT se obtiene mediante:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$

- Los polos deseados son $s = -2 \pm 2\sqrt{3}j$ y s=-10. **La entrada de referencia es una función escalón unitario.**

Solución

- Definimos las variables de estado:

$$x_1 = y$$
$$x_2 = \dot{x}_1$$
$$x_3 = \dot{x}_2$$

- Luego la representación en espacio de estados será:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u$$
$$y = \mathbf{C}\mathbf{x}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 0]$$

Solución

- Luego:

$$u = -(k_2 x_2 + k_3 x_3) + k_1(r - x_1) = -\mathbf{K}\mathbf{x} + k_1 r$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix}$$

- Podemos hallar **K** con la fórmula de Ackermann. En Matlab:

MATLAB Program 10–4

```
A = [0  1  0;0  0  1;0  -2  -3];
B = [0;0;1];
J = [-2+j*2*sqrt(3)  -2-j*2*sqrt(3)  -10];
K = acker(A,B,J)

K =

  160.0000    54.0000    11.0000
```

Solución

- La ganancia de retroalimentación de estados es:

- Para la respuesta al escalón unitario tenemos:

$$\mathbf{A} - \mathbf{BK} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} [160 \quad 54 \quad 11] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -160 & -56 & -14 \end{bmatrix}$$

- Luego:

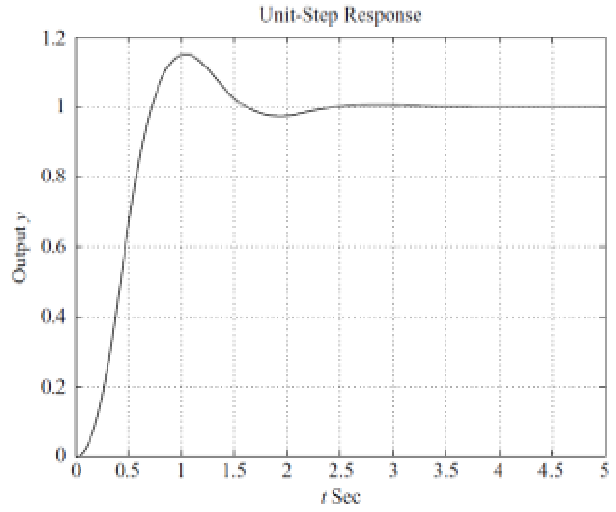
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -160 & -56 & -14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 160 \end{bmatrix} r \qquad y = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Solución

- Hallamos la gráfica con Matlab:

MATLAB Program 10–5

```
% ---------- Unit-step response ----------

% ***** Enter the state matrix, control matrix, output matrix,
% and direct transmission matrix of the designed system *****

AA = [0  1  0;0  0  1;-160  -56  -14];
BB = [0;0;160];
CC = [1  0  0];
DD = [0];

% ***** Enter step command and plot command *****

t = 0:0.01:5;
y = step(AA,BB,CC,DD,1,t);
plot(t,y)
grid
title('Unit-Step Response')
xlabel('t Sec')
ylabel('Output y')
```



- En estado estacionario tenemos:

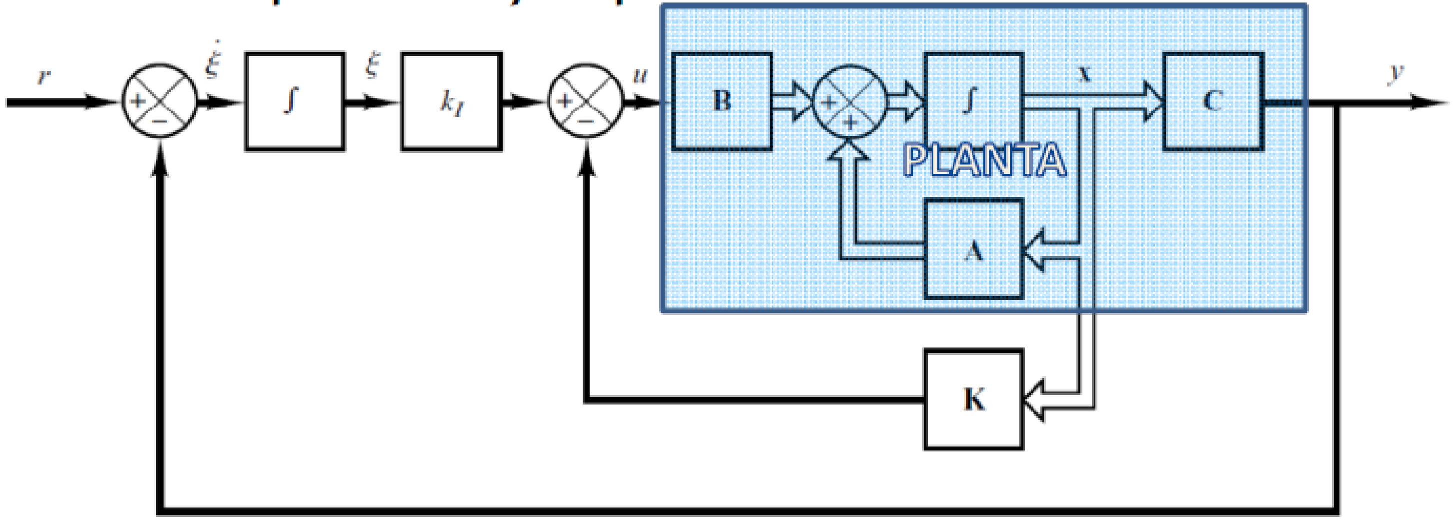
$$u(\infty) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(\infty) + k_1 r(\infty) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(\infty) + k_1 r$$

$$u(\infty) = -[160 \quad 54 \quad 11]\begin{bmatrix} x_1(\infty) \\ x_2(\infty) \\ x_3(\infty) \end{bmatrix} + 160r$$

$$= -[160 \quad 54 \quad 11]\begin{bmatrix} r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + 160r = 0$$

Diseño de un servosistema tipo 1 cuando la planta no tiene integrador

- Para una planta sin integrador, se debe añadir un integrador entre el comparador y la planta como se muestra en la figura:



$$\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u$$

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x}$$

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x} + k_I\xi$$

$$\dot{\xi} = r - y = r - \mathbf{C}\mathbf{x}$$

$\mathbf{x}$ = vector de estado de la planta (vector de dimensión n)
u = señal de control (escalar)
y = señal de salida (escalar)
ξ = salida del integrador (variable de estado del sistema, escalar)
r = señal de entrada de referencia (función escalón, escalar)
$\mathbf{A}$ = matriz de coeficientes constantes de $n \times n$
$\mathbf{B}$ = matriz de coeficientes constantes de $n \times 1$
$\mathbf{C}$ = matriz de coeficientes constantes de $1 \times n$

Diseño de un servosistema tipo 1 cuando la planta no tiene integrador

- Luego de verificar que la planta es controlable, se debe asegurar que el integrador insertado no se cancele con un cero de la planta en el origen (s = 0). Esto es, $G_P(s)$ no tiene un cero en el origen donde: $G_p(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}$
- De las ecuaciones anteriores se forma el siguiente sistema:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} r(t)$$

Diseño de un servosistema tipo 1 cuando la planta no tiene integrador

- Analizando el estado estacionario:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(\infty) \\ \dot{\xi}(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(\infty) \\ \xi(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} u(\infty) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} r(\infty)$$

- Para aplicar los métodos de la sesión anterior, calculamos el error restando al sistema en el tiempo y considerando que $r(\infty) = r(t) = r$, luego:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(\infty) \\ \dot{\xi}(t) - \dot{\xi}(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(\infty) \\ \xi(t) - \xi(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} [u(t) - u(\infty)]$$

Diseño de un servosistema tipo 1 cuando la planta no tiene integrador

- Para darle forma definimos:

$$\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(\infty) = \mathbf{x}_e(t)$$

$$\xi(t) - \xi(\infty) = \xi_e(t)$$

$$u(t) - u(\infty) = u_e(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_e(t) \\ \dot{\xi}_e(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e(t) \\ \xi_e(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} u_e(t)$$

$$u_e(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}_e(t) + k_I \xi_e(t)$$

- Luego:

$$\mathbf{e}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e(t) \\ \xi_e(t) \end{bmatrix}$$

Nueva dimensión: (n+1)×1

$$\dot{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{e} + \hat{\mathbf{B}}u_e$$

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$u_e = -\hat{\mathbf{K}}\mathbf{e}$$

$$\hat{\mathbf{K}} = [\mathbf{K} \,\vdots\, -k_I]$$

Diseño de un servosistema tipo 1 cuando la planta no tiene integrador

- Finalmente:

$$\boxed{\dot{\mathbf{e}} = (\hat{\mathbf{A}} - \hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{K}})\mathbf{e}}$$

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}, \qquad \hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{K}} = [\mathbf{K} \mid -k_I]$$

- Donde podemos aplicar los métodos de ubicación de polos de la sesión pasada, si la ecuación del error $\dot{e} = \hat{A}e + \hat{B}u_e$ es controlable.

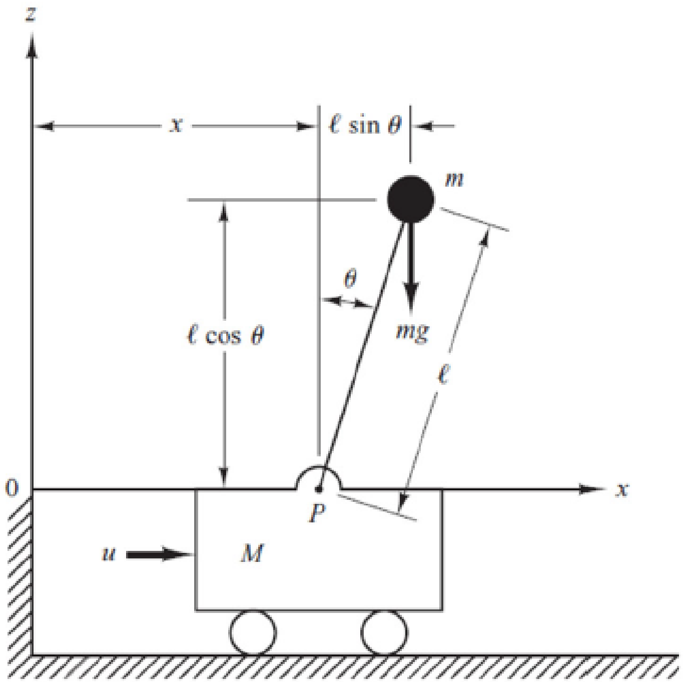
<u>Nota</u>: En lugar de calcular la controlabilidad con las matrices $\hat{A}$ y $\hat{B}$ puede evaluarse también si la matriz:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}$$

es de rango n+1.

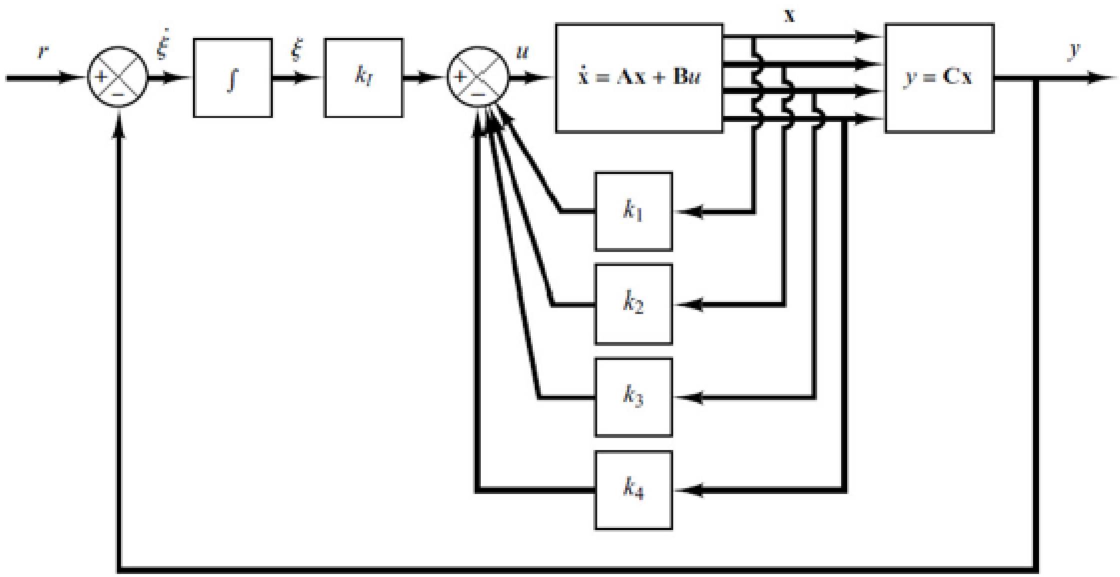
Ejemplo

- Considere el sistema de control del péndulo invertido de la figura. Se desea mantener el péndulo erguido lo mejor que se pueda y además controlar la posición, por ejemplo con una entrada escalón. Para controlar la posición se usará un servosistema de tipo 1. El sistema del péndulo invertido no tiene un integrador.



Solución

- Se arma el sistema como se muestra:



- Asunciones:
  - El ángulo θ y la velocidad angular $\dot{\theta}$son pequeñas
  - $M = 2Kg, m = 0.1Kg\ y\ l = 0.5m$

Solución

- Las ecuaciones del sistema son:

$$Ml\ddot{\theta} = (M + m)g\theta - u$$

$$M\ddot{x} = u - mg\theta$$

- Reemplazando datos:

$$\ddot{\theta} = 20.601\theta - u$$

$$\ddot{x} = 0.5u - 0.4905\theta$$

- Elegimos las variables de estado:

$$x_1 = \theta$$

$$x_2 = \dot{\theta}$$

$$x_3 = x$$

$$x_4 = \dot{x}$$

Solución

- Considerando que la salida es la posición del carro ‘x’:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u$$

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x}$$

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x} + k_I\xi$$

$$\dot{\xi} = r - y = r - \mathbf{C}\mathbf{x}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 20.601 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.4905 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]$$

Solución

- La ecuación de espacio estado para el error es:

$$\dot{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{e} + \hat{\mathbf{B}}u_e$$

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 20.601 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -0.4905 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Y la ley de control es:

$$u_e = -\hat{\mathbf{K}}\mathbf{e}$$

$$\hat{\mathbf{K}} = \left[\mathbf{K} \;\vdots\; -k_I\right] = \left[k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4 \;\vdots\; -k_I\right]$$

Solución

- Para obtener un velocidad y amortiguamiento razonable (Tss = 4~5 seg y Mp de 15% a 16% para un escalón), se escogerán los polos deseados:

$$\mu_1 = -1 + j\sqrt{3}, \quad \mu_2 = -1 - j\sqrt{3}, \quad \mu_3 = -5, \quad \mu_4 = -5, \quad \mu_5 = -5$$

- Verificamos la controlabilidad del ecuación del error:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 20.601 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -0.4905 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Como es de rango 5. El sistema es completamente controlable y se puede usar el método de ubicación de polos

Solución

- Hallamos **K** con la fórmula de Ackermann para el sistema $\dot{e} = \hat{A}e + \hat{B}u_e$ mediante Matlab:

MATLAB Program 10–6

```
A = [0  1  0  0; 20.601  0  0  0;  0  0  0  1; -0.4905  0  0  0];
B = [0;-1;0;0.5];
C = [0  0  1  0];
Ahat = [A  zeros(4,1); -C  0];
Bhat = [B;0];
J = [-1+j*sqrt(3)  -1-j*sqrt(3)  -5  -5  -5];
Khat = acker(Ahat,Bhat,J)

Khat =

  -157.6336  -35.3733  -56.0652  -36.7466  50.9684
```

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -157.6336 & -35.3733 & -56.0652 & -36.7466 \end{bmatrix} \quad k_I = -50.9684$$

Solución

- Una vez que se determina la matriz **K** y la ganancia del integrador, la respuesta a un escalón se puede determinar resolviendo el sistema equivalente de lazo cerrado:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{BK} & \mathbf{B}k_I \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$y = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \xi \end{bmatrix} + [0]r$$

Solución

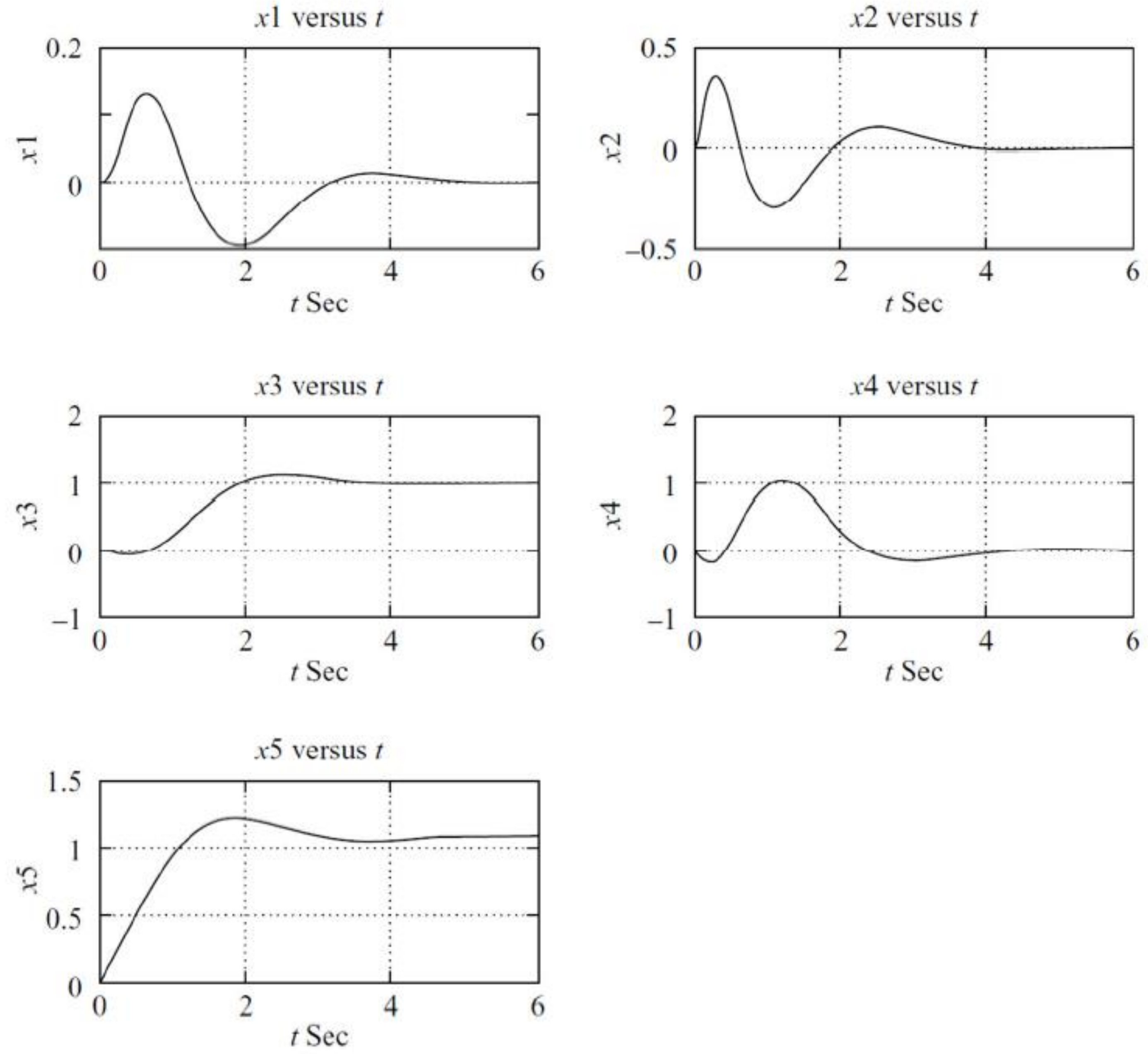
- En Matlab:

MATLAB Program 10–7

```
%**** The following program is to obtain step response
% of the inverted-pendulum system just designed *****

A = [0  1  0  0;20.601  0  0  0;0  0  0  1;-0.4905  0  0  0];
B = [0;-1;0;0.5];
C = [0  0  1  0]
D = [0];
K = [-157.6336  -35.3733  -56.0652  -36.7466];
KI = -50.9684;
AA = [A - B*K  B*KI;-C  0];
BB = [0;0;0;0;1];
CC = [C  0];
DD = [0];

%***** To obtain response curves x1 versus t, x2 versus t,
% x3 versus t, x4 versus t, and x5 versus t, separately, enter
% the following command *****

t = 0:0.02:6;
[y,x,t] = step(AA,BB,CC,DD,1,t);

x1 = [1  0  0  0  0]*x';
x2 = [0  1  0  0  0]*x';
x3 = [0  0  1  0  0]*x';
x4 = [0  0  0  1  0]*x';
x5 = [0  0  0  0  1]*x';
```

```
subplot(3,2,1); plot(t,x1); grid
title('x1 versus t')
xlabel('t Sec'); ylabel('x1')

subplot(3,2,2); plot(t,x2); grid
title('x2 versus t')
xlabel('t Sec'); ylabel('x2')

subplot(3,2,3); plot(t,x3); grid
title('x3 versus t')
xlabel('t Sec'); ylabel('x3')

subplot(3,2,4); plot(t,x4); grid
title('x4 versus t')
xlabel('t Sec'); ylabel('x4')

subplot(3,2,5); plot(t,x5); grid
title('x5 versus t')
xlabel('t Sec'); ylabel('x5')
```

Solución



x1 versus t
0.2
0
x1
0
2
4
6
t Sec
x2 versus t
0.5
0
−0.5
x2
0
2
4
6
t Sec
x3 versus t
2
1
0
−1
x3
0
2
4
6
t Sec
x4 versus t
2
1
0
−1
x4
0
2
4
6
t Sec
x5 versus t
1.5
1
0.5
0
x5
0
2
4
6
t Sec

Solución

- Para calcular la señal de control a la entrada en estado estable de forma analítica:

$$\dot{\mathbf{x}}(\infty) = \mathbf{0} = \mathbf{A}\mathbf{x}(\infty) + \mathbf{B}u(\infty)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 20.601 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.4905 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix} u(\infty)$$

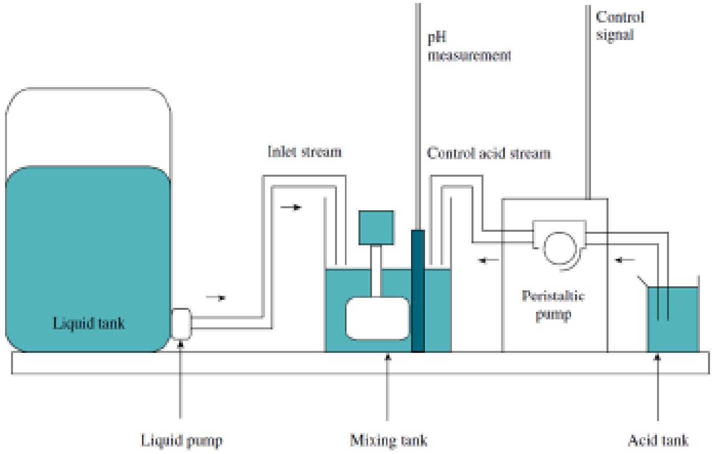
$$\Downarrow$$

$$u(\infty) = 0 \Rightarrow u(\infty) = 0 = -\mathbf{K}\mathbf{x}(\infty) + k_I \xi(\infty)$$

$$\Rightarrow \xi(\infty) = \frac{1}{k_I}\left[\mathbf{K}\mathbf{x}(\infty)\right] = \frac{1}{k_I} k_3 x_3(\infty) = \frac{-56.0652}{-50.9684} r = 1.1r \Rightarrow \xi(\infty) = 1.1$$

Problema 1

- En la figura se muestra un reactor continuo de tanque de agitación en el cual una solución de acetato sodico (sal de sodio) es neutralizada en el tanque de mezclado con acido clorhídrico (ácido muriático - HCl) para mantener una pH particular.
- La cantidad de acido en la mezcla es controlado variando la velocidad angular de una bomba peristáltica. La FT linealizada con entrada de flujo de HCl y salida pH se muestra al lado de la figura
  - Escriba el sistema en la FCC
  - Diseñe una matriz K que entregue una salida sobreamortiguado con un tiempo de asentamiento Ts= 5 min para un escalón.
  - Simule la respuesta en Matlab



$$G(s) = \frac{-0.9580 \times 10^{\;4} s - 0.01197 \times 10^{\;4}}{s^3 + 0.5250 s^2 + 0.01265 s + 0.000078}$$

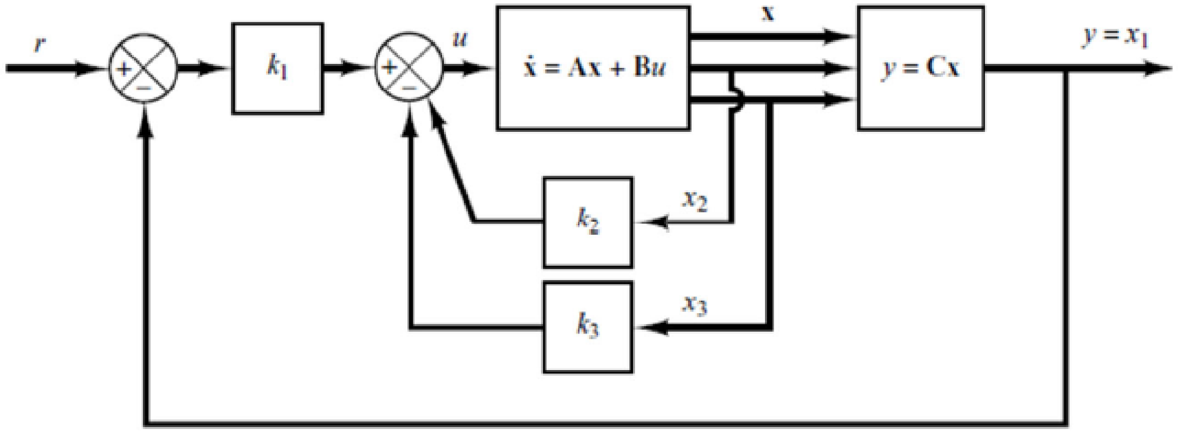
Problema 2

- Dada la siguiente planta, diseñe un controlador integral que entregue 10% de sobreimpulso, tss = 0.5 segundos y ess= 0, para un escalón unitario.

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\mathrm{u}; \quad y = [1 \quad 1]\mathbf{x}$$

Problema 3

- Considere el servosistema de tipo 1 mostrado en la figura. Las matrices A, B y C son:



$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5 & -6 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 0]$$

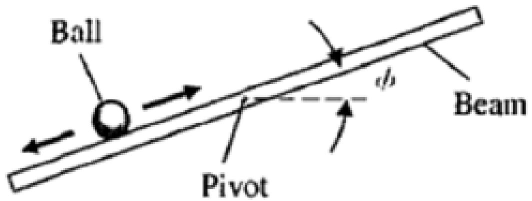
- Determina la matriz de ganancias de retroalimentación de estados K tal que los polos en L.C. se ubican en:

$$s = -2 + j4, \qquad s = -2 - j4, \qquad s = -10$$

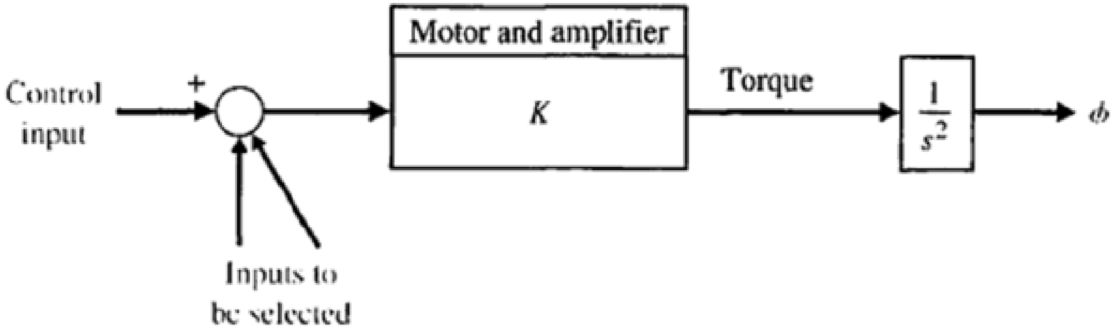
- Obtenga la respuesta a un escalón

Problema 4

- En la figura se muestra un sistema de control de una barra pivotante y una esfera. Se requiere ubicar la esfera en una posición arbitraria en la barra usando un torque aplicado en el pivote. Se tiene un modelo linealizado que trabaja midiendo el ángulo ϕ y la velocidad angular ω. Diseñe un sistema retroalimentado tal que la respuesta en L.C. tenga un sobreimpulso de 4% y tss=1 (2%) para un escalón unitario.



(a)



(b)

Problema 5

- Un convertidor dc-dc con parámetros L=6mH, C = 1mF, R=100Ω a 50% PWM tiene el siguiente modelo:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{u}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -83.33 \\ 500 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ u_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 166.67 \\ 0 \end{bmatrix} E_s$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ u_C \end{bmatrix}$$

a) Encuentre la FT
b) Exprese el sistema en FCC
c) Encuentre la ganancia de retroalimentaicón para obtener 20% de sobreimpulso y tss=0.5s en la FCC.
d) Obtenga la ganancia K para el sistema original
e) Verifique que las ganancias escogidas ubican los polos de LC donde se desea.
f) Simule una respuesta a una escalón unitario.

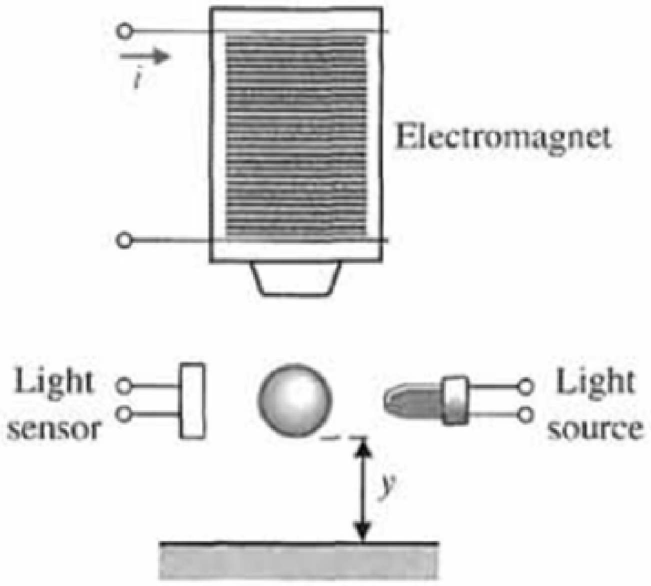
Problema 6

- Rediseñe el convertidor dc-dc para que incluya un integrador. Simule la respuesta del sistema a una entrada unitaria usando Simulink.

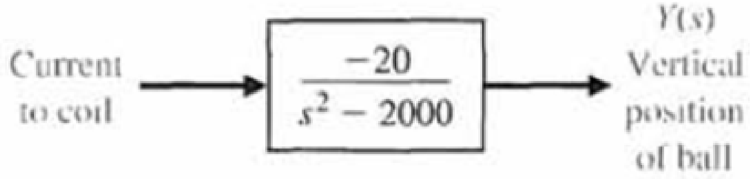
Problema 7

- Considere el dispositivo de levitación magnética mostrado. Diseñe un controlador que estabilice el sistema y lo mantenga en un posición deseada con una tolerancia de 10% de error. Asuma que las variables y e y’ se pueden medir.

[Sin título]



(a)



(b)

Gracias por vuestra atención...