
Sistemas Mecánicos Rotacionales

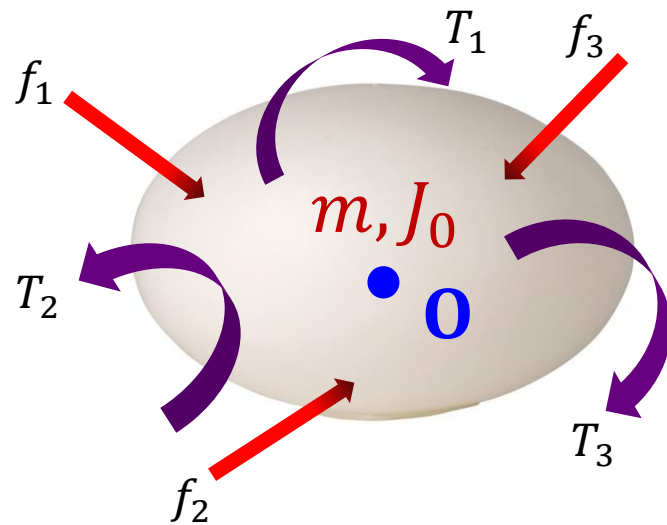
*En todos los
sistemas observe
la relación Entrada
Salida*



Ing. Eddie Sobrado

Sistemas Mecánicos

- El movimiento de rotación se puede definir como el movimiento alrededor de un eje fijo
- La extensión de la ley de Newton, para el movimiento de rotación establece que la suma algebraica de los **momentos** o **pares** alrededor de un eje fijo es igual al producto de la inercia por la aceleración angular alrededor del eje



$$\sum T_o:$$

*Torque resultante
alrededor del punto
fijo 'O'*

$$J_o:$$

*Momento de
Inercia en
relación a 'O'*

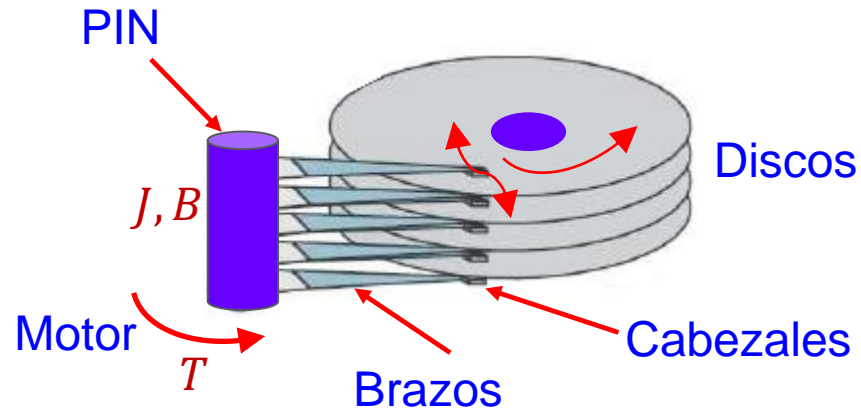
$$\theta:$$

*Desplazamiento
angular de cuerpo*

$$\sum T_o = J_o \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Lectora de disco duro

- Ejemplo: Lectora de disco duro (brazos)



- Ecuación Mecánica

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} = T - B \frac{d\theta}{dt}$$



$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + B \frac{d\theta}{dt} = T$$

Péndulo Simple

- Ecuación

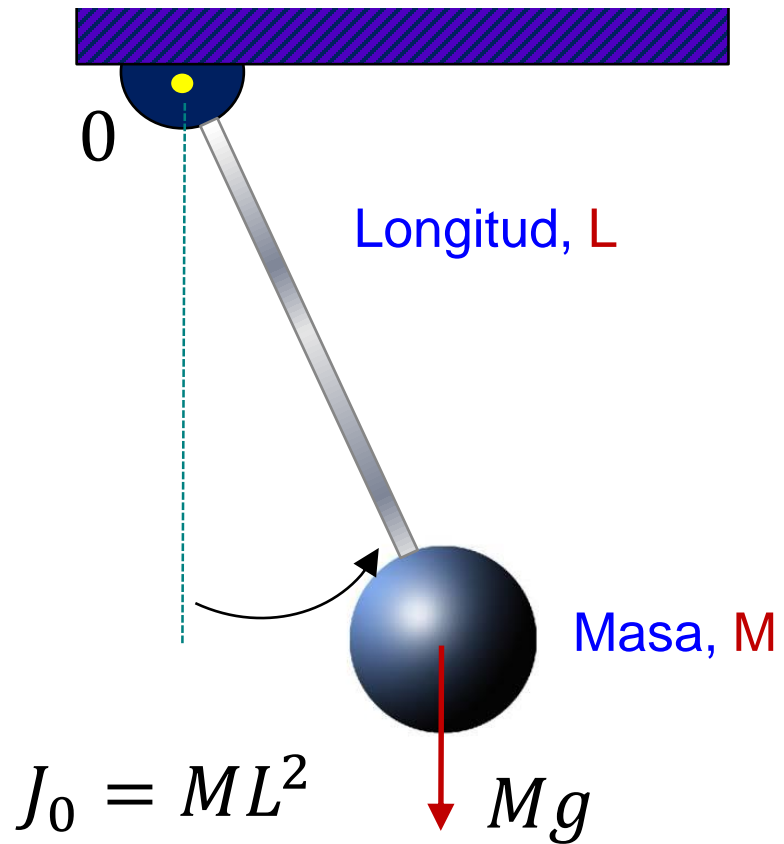
$$\sum T_o = J_o \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

$$-LMg \operatorname{sen} \theta = (ML^2) J \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \operatorname{sen} \theta = 0$$

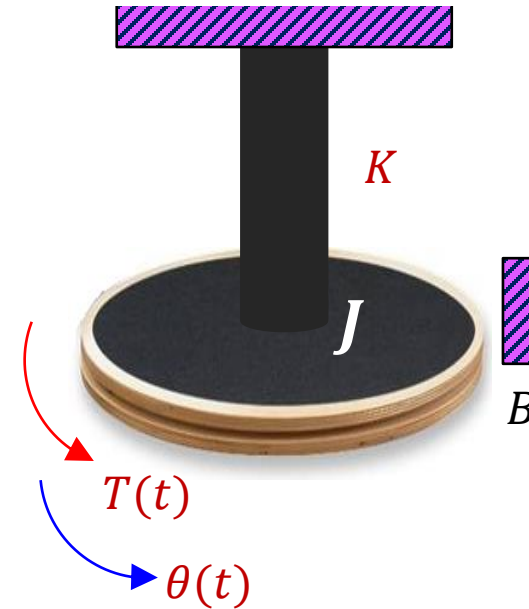
Para ángulos pequeños:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \theta = 0$$



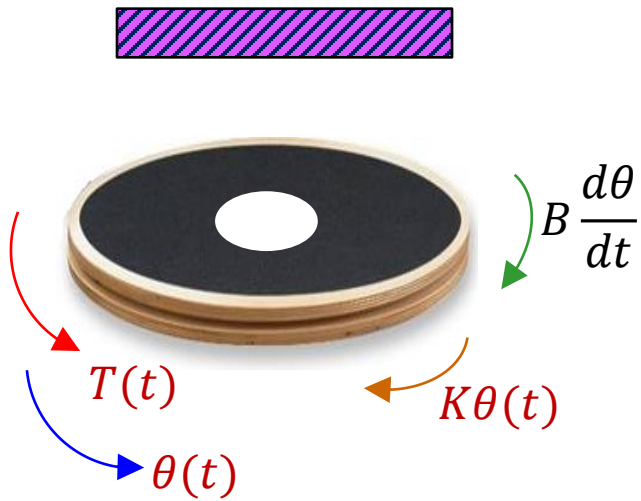
Disco montado

- El sistema rotacional de la figura consiste de un disco montado en un eje que esta fijo en un extremo. El momento de inercia del disco es J . El canto del disco esta próximo a una superficie, y el coeficiente de amortiguamiento viscoso entre las dos superficies es B . La inercia del eje es despreciable pero no su elasticidad. La constante elástica del eje sometido a torsión es K . Determine la ecuación diferencial del sistema considerando como entrada el torque T y como respuesta el desplazamiento angular θ



Disco montado

Solución del ejemplo:

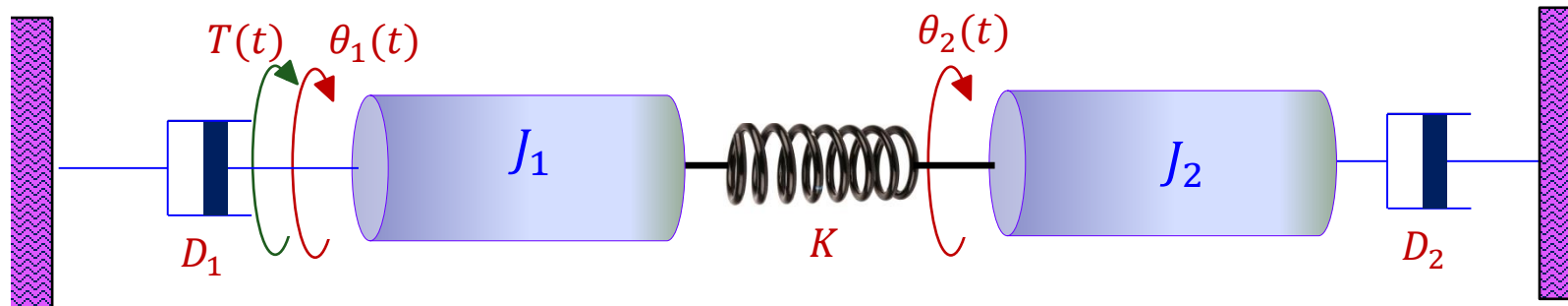
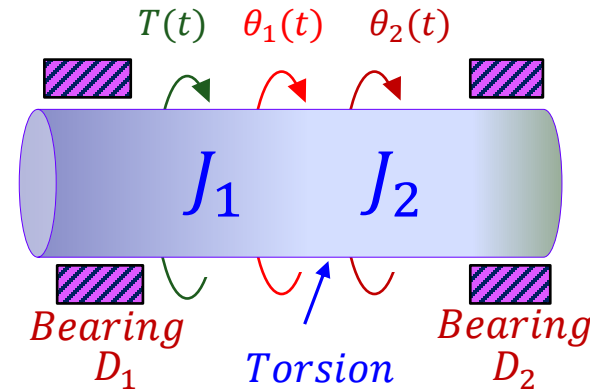


$$T - K.\theta - B \frac{d\theta}{dt} = J \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} - B \frac{d\theta}{dt} + K.\theta = T$$

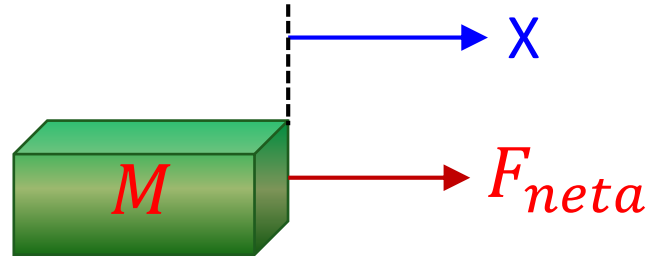
Ejercicios

- Ejercicio: se desea obtener un modelo matemático del eje de transmisión flexible que se muestra en la figura:
- Considerando como entrada del sistema el torque T y como respuesta los desplazamientos angulares $\theta_1(t)$ y $\theta_2(t)$ determine las E.D.O.s del modelo. Utilice el diagrama simplificado que se muestra a continuación



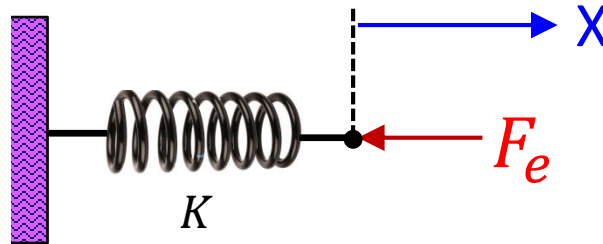
Resumen

Masa



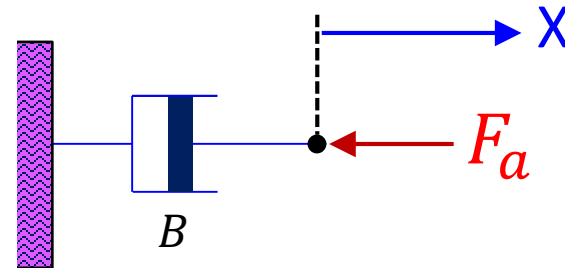
$$F_{neto} = M \frac{d^2 X}{dt^2}$$

Resorte



$$F_e = K \cdot X$$

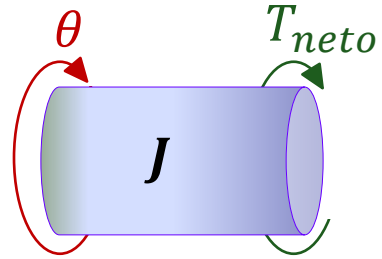
*Amortiguador
viscoso*



$$F_a = B \frac{dX}{dt}$$

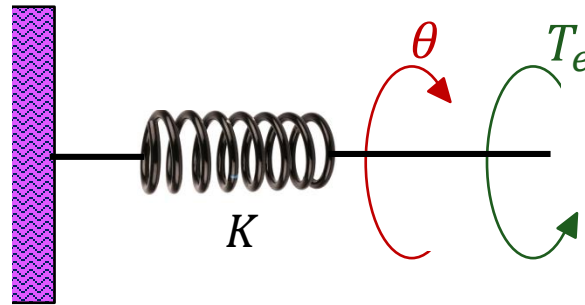
Resumen

*Inercia
rotacional*



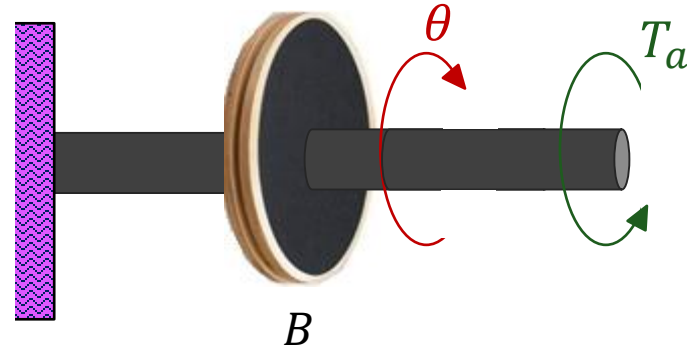
$$T_{neto} = J \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

*resorte
torsional*



$$T_e = K \cdot \theta$$

*Amortiguador
viscoso
torsional*



$$T_a = B \frac{d\theta}{dt}$$

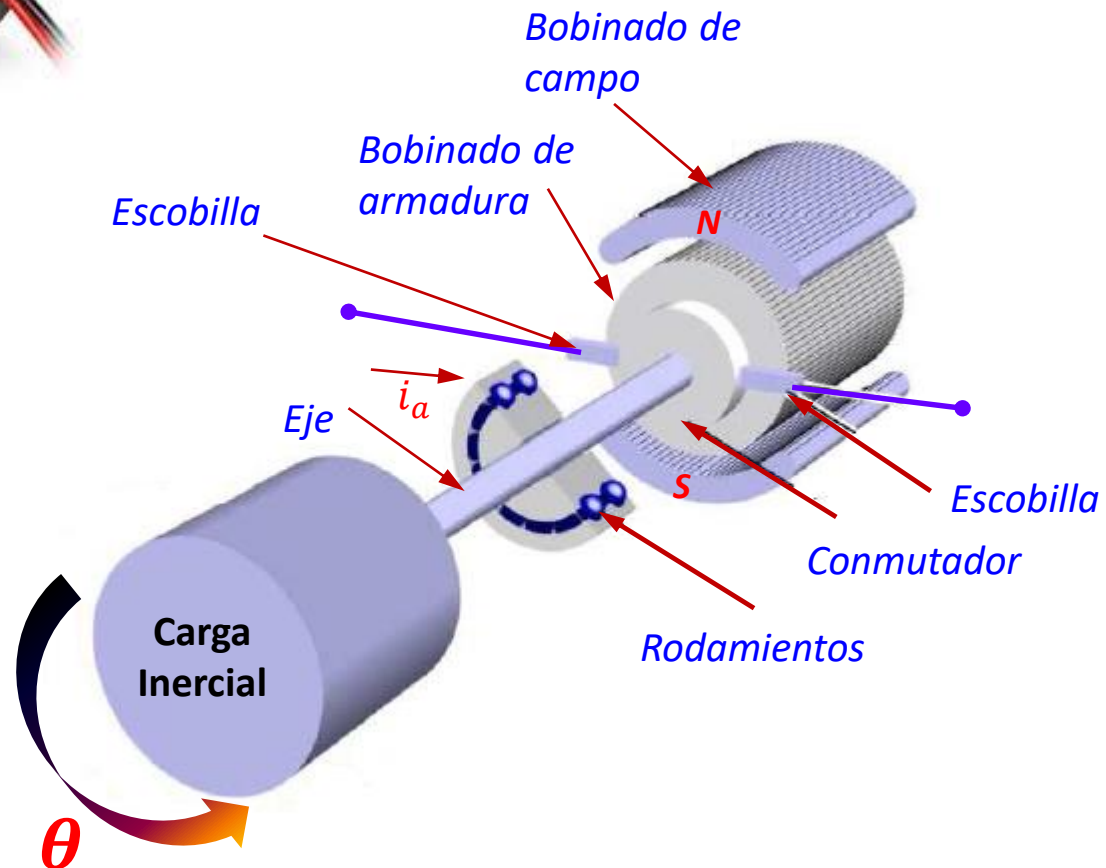
Sistemas

Electro Mecánicos

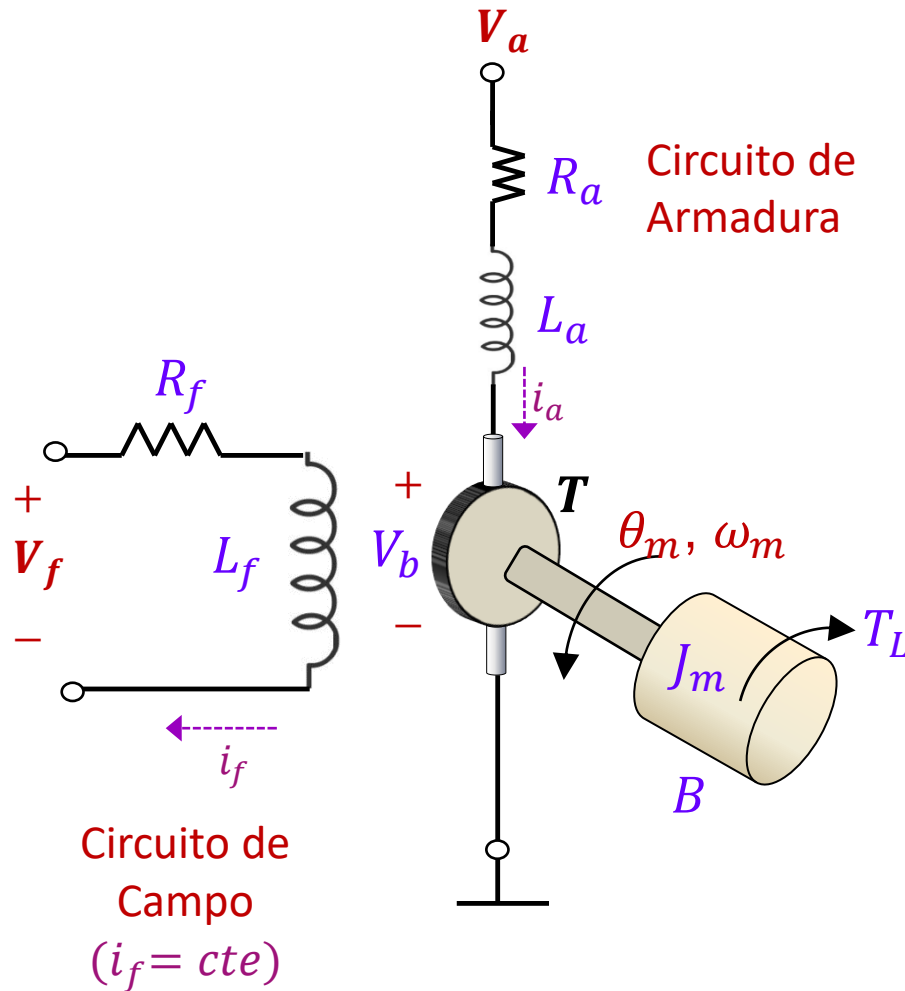
*En todos los
sistemas observe
la relación Entrada
Salida*



Motor CD



Motor CD: controlado por armadura



- Ecuación eléctrica

$$V_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + V_b$$

- Ecuaciones electromecánicas

$$T = K_1 \Phi i_a = K_1 (K_f i_f) i_a = K_i i_a$$

$$V_b = K_b \omega_m \quad \text{para } i_f = cte$$

- Ecuación Mecánica

$$J_m \frac{d\omega_m}{dt} = T - B\omega_m - T_L$$

Motor CD: controlado por armadura

- Ecuaciones Diferenciales del Sistema

$$V_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + K_b \omega_m$$

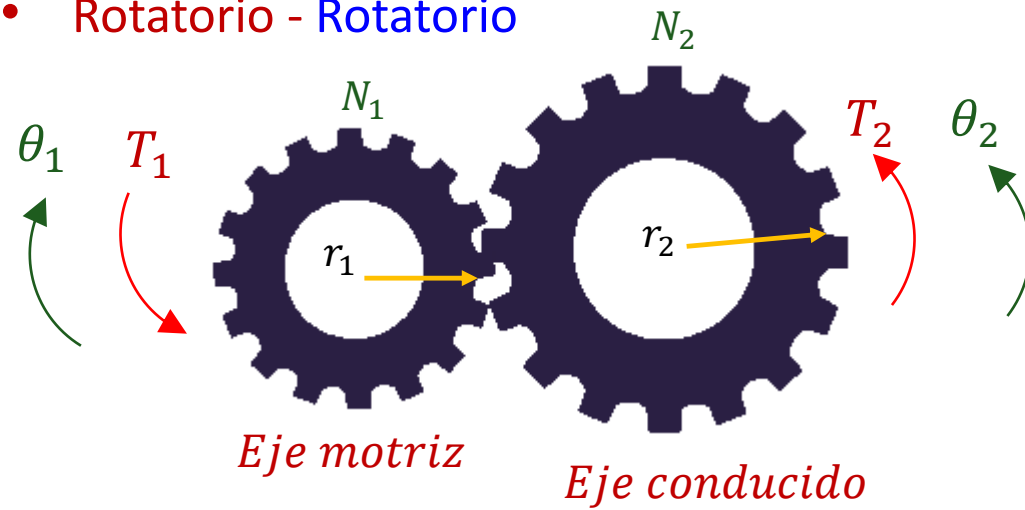
$$J_m \frac{d\omega_m}{dt} + B\omega_m = K_i i_a - T_L$$

- Considerando inductancia despreciable ($L_a/R_a \rightarrow 0$) tenemos:

$$J_m \frac{d\omega_m}{dt} + \left[B + \frac{K_i K_b}{R_a} \right] \omega_m = \left[\frac{K_i}{R_a} \right] V_a - T_L$$

Transformación de Movimiento

- Rotatorio - Rotatorio

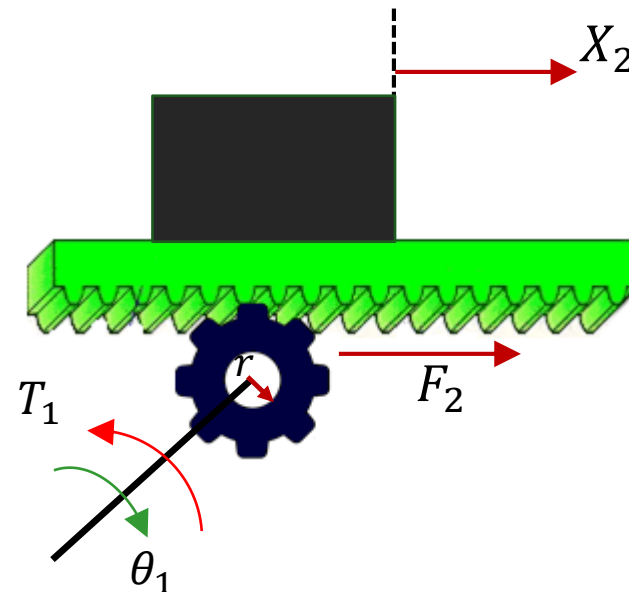


$$n_T = \frac{N_2}{N_1}$$

$$T_2 = n_T T_1$$

$$\theta_2 = \frac{\theta_1}{n_T}$$

- Rotatorio - Lineal

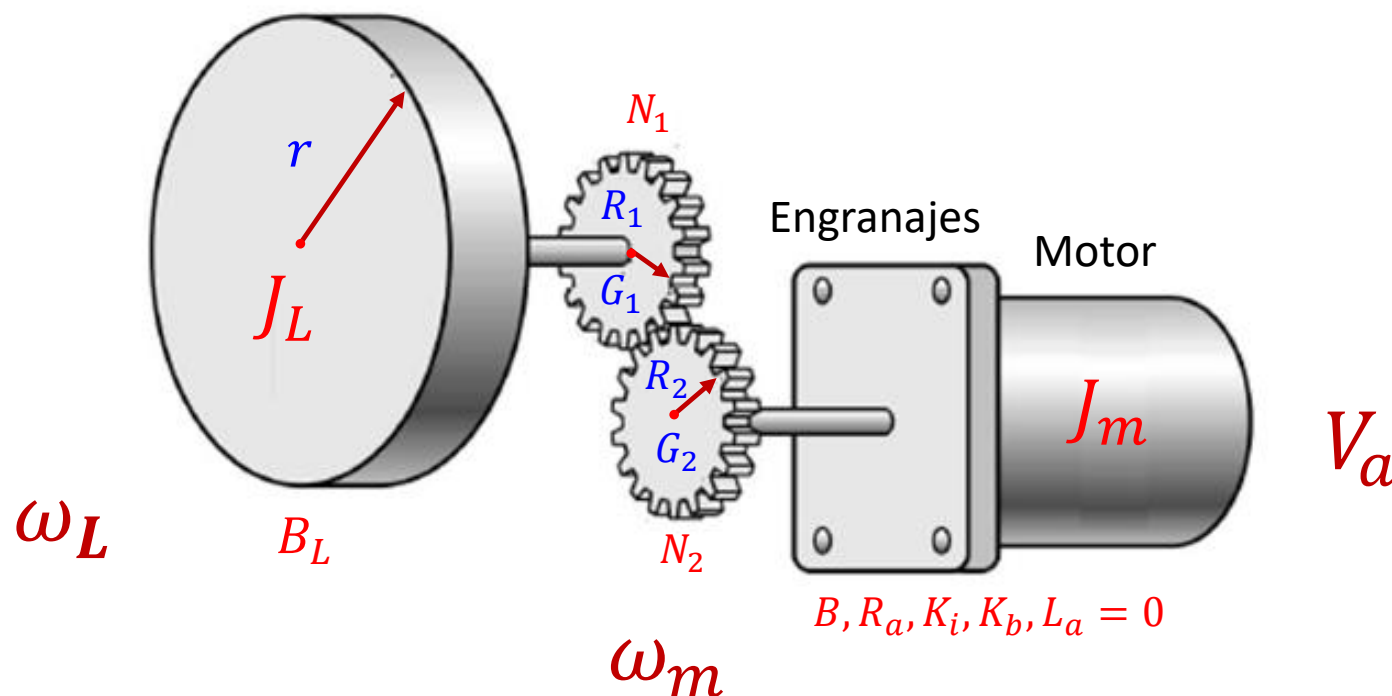


$$F_2 = \frac{T_1}{r}$$

$$X_2 = \theta_1 r$$

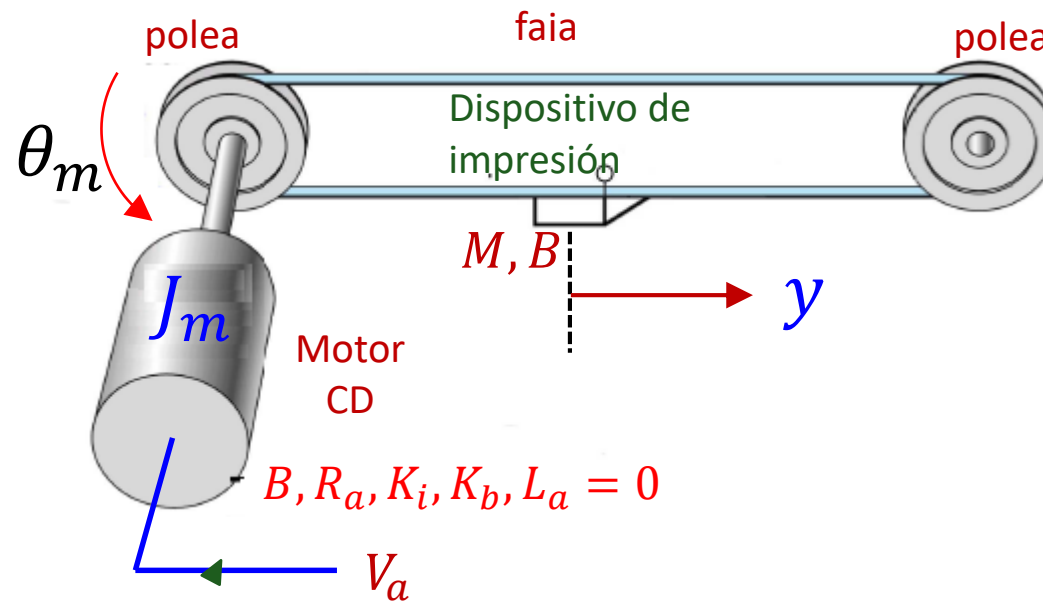
Motor CD: con caja de reducción

- La figura muestra el accionamiento de un disco rotativo a través de un motor c.d. y una reducción de engranajes. Determine la ecuación diferencial del modelo del sistema, considerando como entrada el voltaje de armadura V_a y como respuesta: ω_m y ω_L



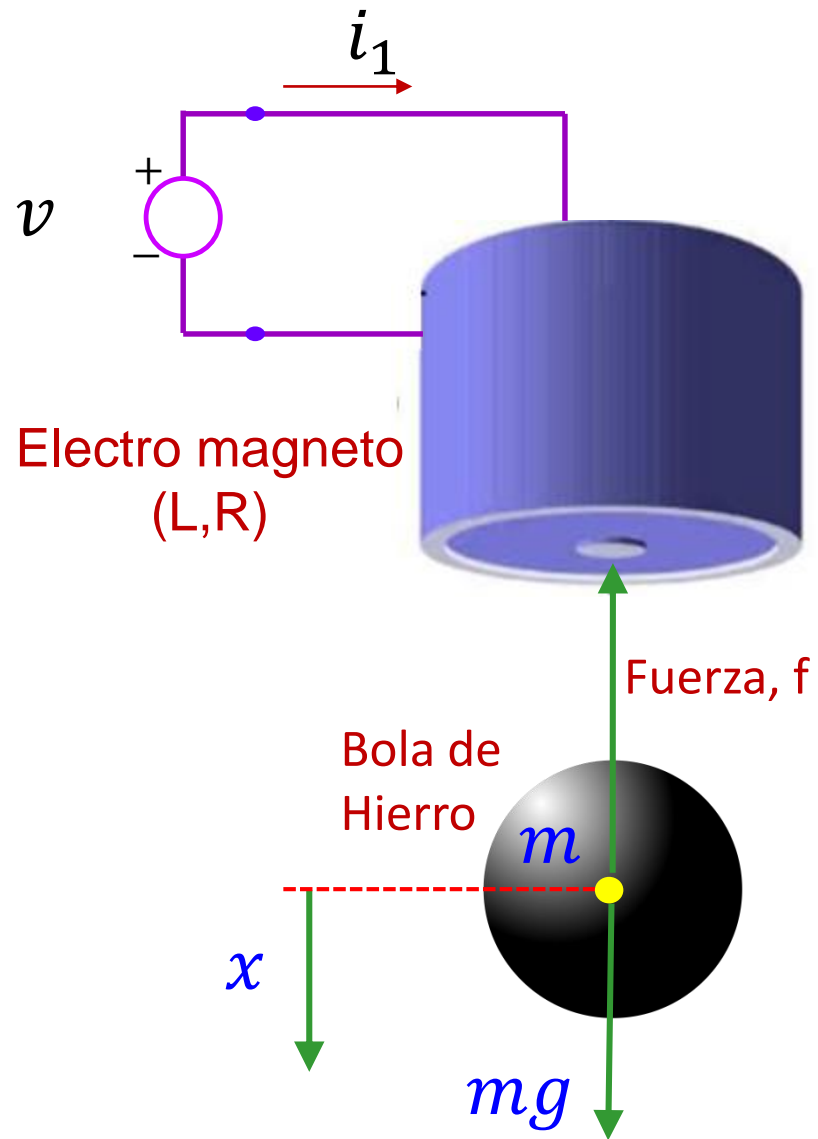
Impresora

- La figura muestra el sistema de posicionamiento del dispositivo de impresión de una impresora. Determine la ecuación diferencial del modelo del sistema considerando como entrada el voltaje de armadura del motor V_a y como salida y



- Considere que a faja no se estira ni se recoge

Levitación Electromagnética



$$f = K \left(\frac{i_1}{x} \right)^2$$