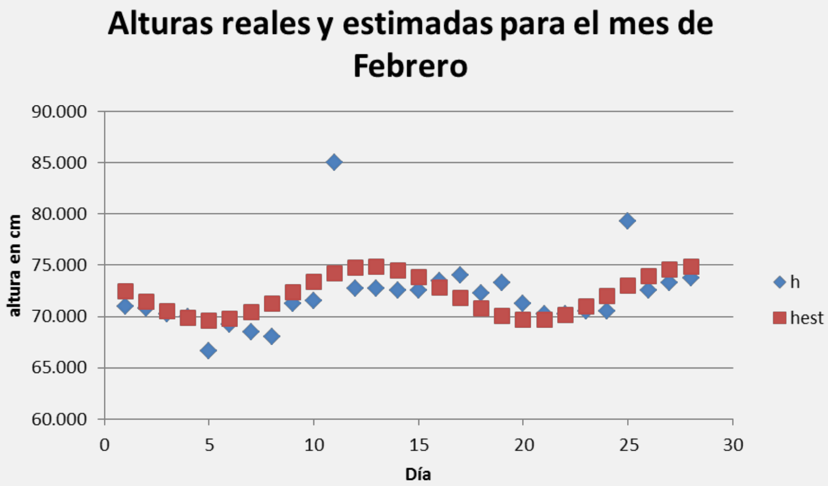
Motivación: Modelación de las mareas

Para saber en que mes se pueden correr olas se puede modelar el tamaño de las olas mediante la modelación senoidal

$$\boldsymbol{f(t) = a\ \mathbf{sen}[b(t - \theta)] + k}$$

Donde:
$\boldsymbol{t}$ es el día del mes que se realiza la medida de la altura.



En las playas del Callao, como los datos de los meses de enero y febrero se ajustan mejor, se hizo el análisis de regresión.
Como resultado de los cálculos hechos, se obtuvo la siguiente función trigonométrica:

$$\boldsymbol{f(t) = 4,158\,\mathbf{sen}[0,127t - 1,675] + 64,357}$$

Funciones trigonométricas seno, coseno y sus inversas

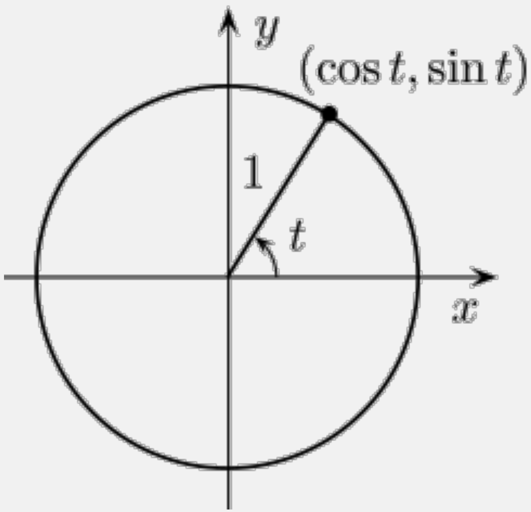
CIRCUNFERENCIA UNITARIA

La circunferencia unitaria es una circunferencia cuyo radio mide 1 con centro en el origen de coordenadas. Sea t cualquier número real y P(x; y) el punto correspondiente a t situado en la circunferencia. Entonces:

$$\operatorname{sen} t = y \qquad \csc t = \frac{1}{y} \qquad (y \neq 0)$$

$$\cos t = x \qquad \sec t = \frac{1}{x} \qquad (x \neq 0)$$

$$\tan t = \frac{y}{x} \quad (x \neq 0) \qquad \cot t = \frac{x}{y} \quad (y \neq 0)$$



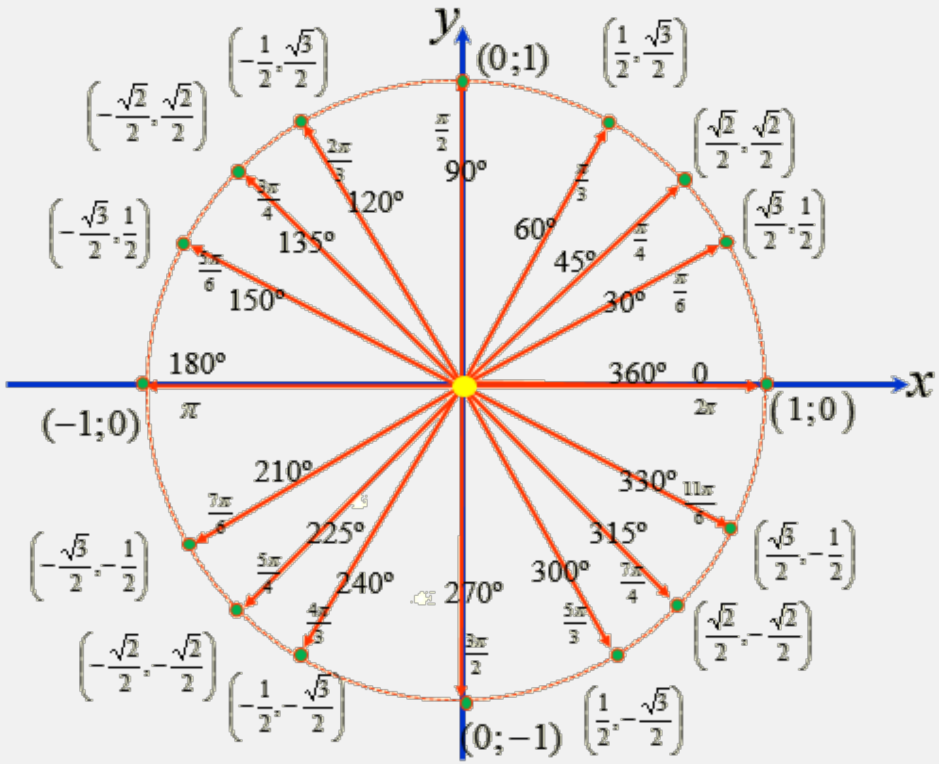
Función periódica

Una función f, con regla de correspondencia $f(x)$ se dice que es periódica si hay un número positivo *c* tal que

$$f(x+c) = f(x)$$

Para todos los valores de x en el dominio de f. Al más pequeño de tales números *c* se le conoce como periodo de la función.

La circunferencia unitaria de 16 puntos
(*x*; *y*) = (cos *t*; sen *t*)

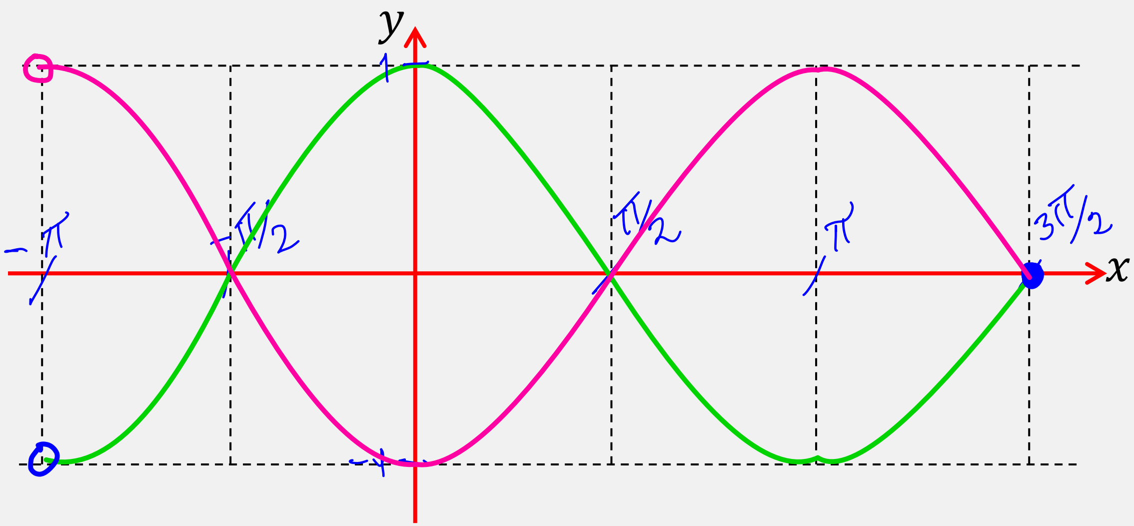


Dadas las funciones f y g con reglas de correspondencia:

a. $f(x) = \cos(x),\ x \in \left]-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$

Trace su gráfica, determine los ceros y el rango.

$-\cos(x),\ x \in \left]-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$



$\text{Dom} f = \left< -\pi; 3\pi/2 \right]$

$\text{Ran} f = [-1; 1]$

ceros de $f(x) = -\pi/2$ and $\pi/2$ and $\frac{3\pi}{2}$

x	$f(x)$
$-\pi$	-1
$-\pi/2$	0
0	1
$\pi/2$	0
π	-1
$3\pi/2$	0

2. Dadas las funciones f y g con reglas de correspondencia:

b. $g(x) = \text{sen}(x), x \in]-\pi; \pi]$

Trace su gráfica, determine los ceros y el rango.

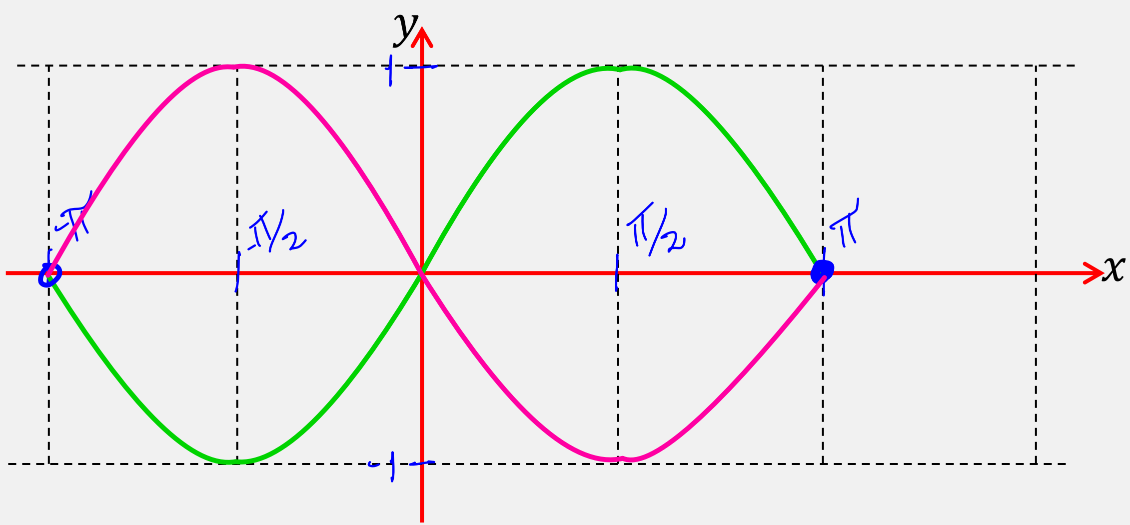
Dom $g = \langle -\pi ; \pi]$

Ran $g = [-1; 1]$

ceros de $g(x) = -\pi$ and 0 and π

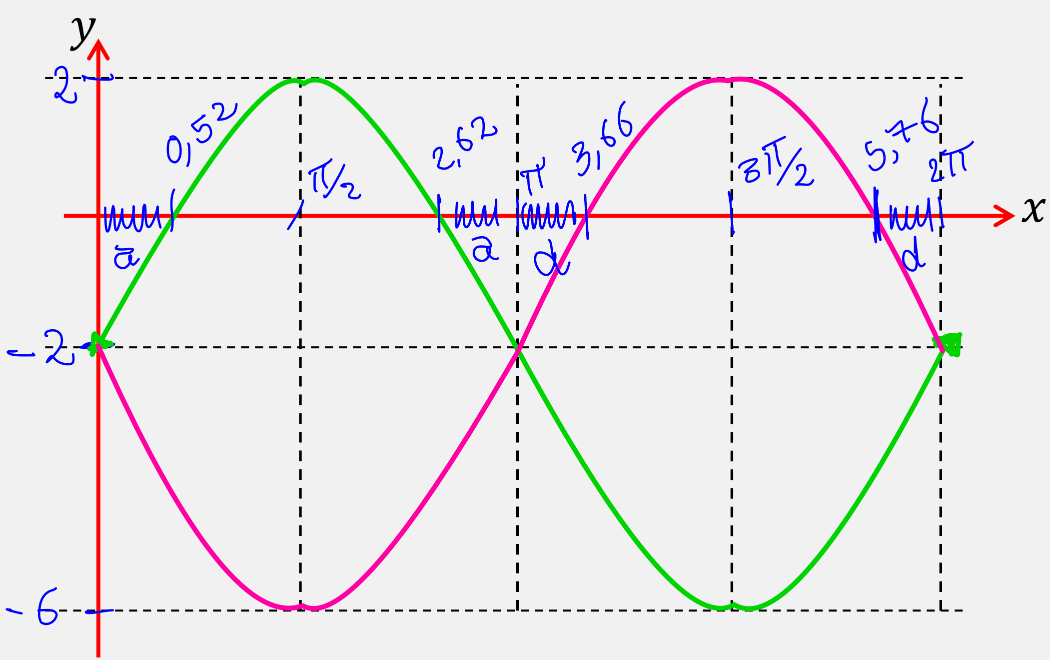
x	$g(x)$
$-\pi$	0
$-\pi/2$	-1
0	0
$\pi/2$	1
π	0

$-\text{sen}(x); x \in]-\pi; \pi]$



Determine el dominio, rango, periodo y trace su grafique en su periodo principal de las siguientes funciones.

a. $f(x) = 4\,\text{sen}\,x - 2$



Dom f = ℝ

Ran f = [-4-2 ; 4-2] = [-6; 2]

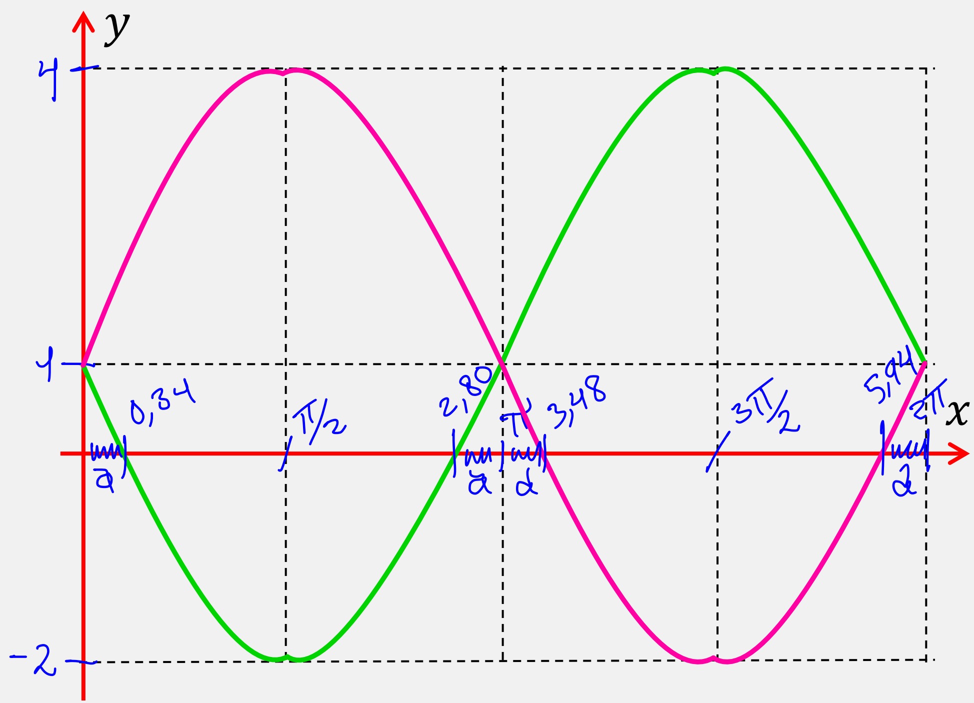
T = 2π

x	=	f(x)
0	=	-2
π/2	=	2
π	=	-2
3π/2	=	-6
2π	=	-2

$4\,\text{sen}\,x = 2$

3. Determine el dominio, rango, periodo y trace su grafica en su periodo principal de las siguientes funciones cuyas reglas de correspondencia se muestran.

b. $f(x) = 3\operatorname{sen} x + 1$



$\operatorname{Dom} f = \mathbb{R}$

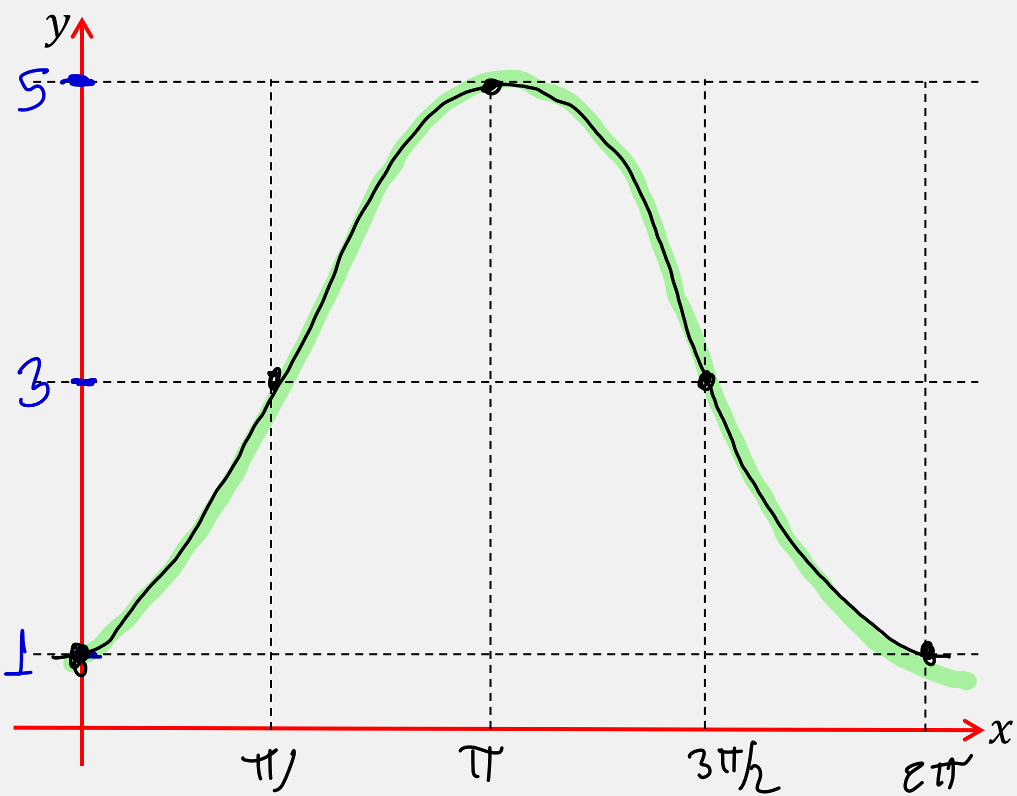
$\operatorname{Ran} f = [-3+1\,;\,3+1] = [-2\,;\,4]$

$T = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$

x	$=$	$f(x)$
0	$=$	1
$\pi/2$	$=$	-2
π	$=$	1
$3\pi/2$	$=$	4
2π	$=$	1

3. Determine el dominio, rango, periodo y trace su grafica en su periodo principal de las siguientes funciones cuyas reglas de correspondencia se muestran.

c. $g(x) = -2\cos x + 3$



$\cos(x)$	x	$g(x)$
1	0	1
0	$\pi/2$	3
-1	π	5
0	$2\pi/2$	3
1	2π	1

$\text{Dom}\, g = \mathbb{R}$

$\text{Rang}\, g = [1, 5]$

$T = 2\pi$

3. Determine el dominio, rango, periodo y trace su grafica en su periodo principal de las siguientes funciones cuyas reglas de correspondencia se muestran.

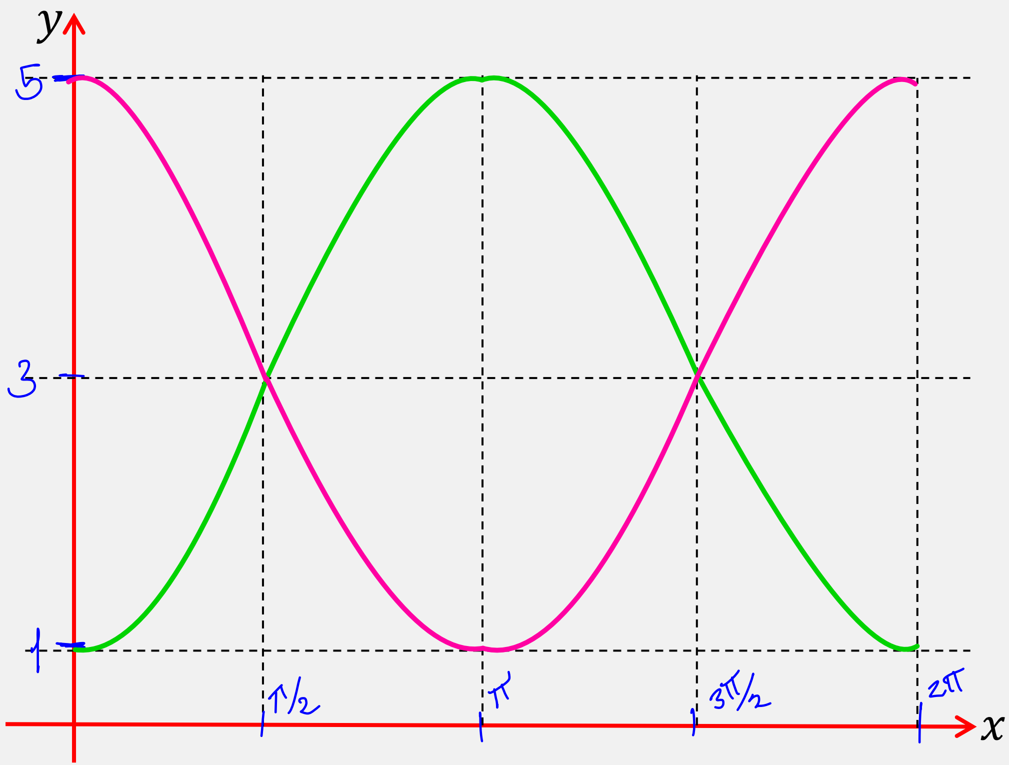
c. $g(x) = -2\cos x + 3$

Dom = $\mathbb{R}$

Ran = $[-2+3\ ;\ 2+3] = [1\ ;5]$

$T = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$

x	$g(x)$
0	1
$\pi/2$	3
π	5
$3\pi/2$	3
2π	1



Resolver:

1. Dadas las funciones f y g con reglas de correspondencia:

   a. $f(x) = \cos(x)\ ,\ x \in \left]-\frac{3\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ **b.** $g(x) = \operatorname{sen}(x),\ x \in \left]-\pi;\frac{3\pi}{2}\right]$

   Trace su gráfica, determine los ceros y el rango.

2. Grafique en su periodo principal las siguientes funciones con reglas de correspondencia. Luego determine el dominio, el rango y el periodo.

   a. $f(x) = -2{,}5\operatorname{sen} x + 0{,}5$ **b.** $f(x) = 3\cos x - 1$

   c. $g(x) = 2\operatorname{sen} x - 3$

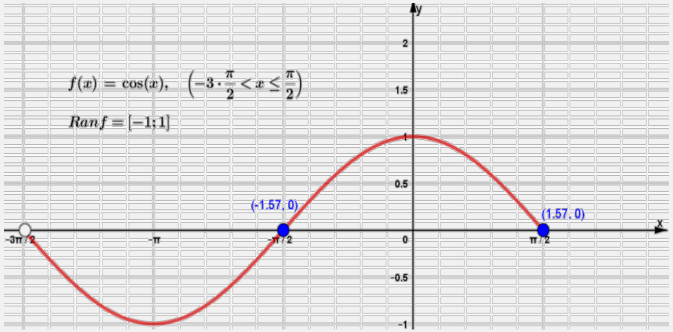
3. Determine el valor de las siguientes expresiones:

   a. $\tan^{-1}(50)$ **b.** $\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$ **c.** $\tan\left(\operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$ **d.** $\operatorname{sen}\left(\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right)$

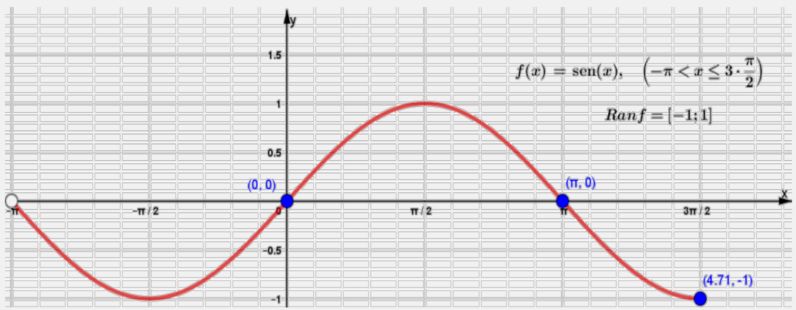
Respuestas:

Ejercicio 1

a.

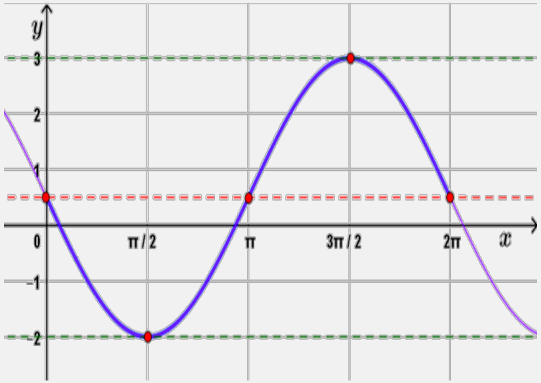


b.



Ejercicio 2

a.



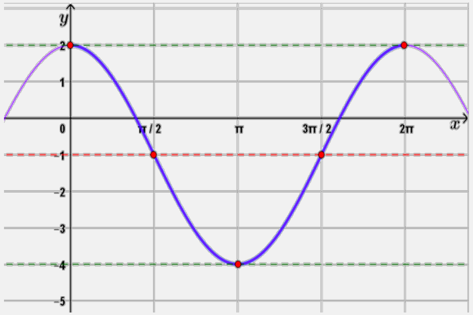
$f(x) = -2{,}5 \operatorname{sen} x + 0{,}5$

$\operatorname{Dom}(f) = \mathbb{R}$

$\operatorname{Ran}(f) = [-2; 3]$

Periodo: $T = 2\pi$

b.



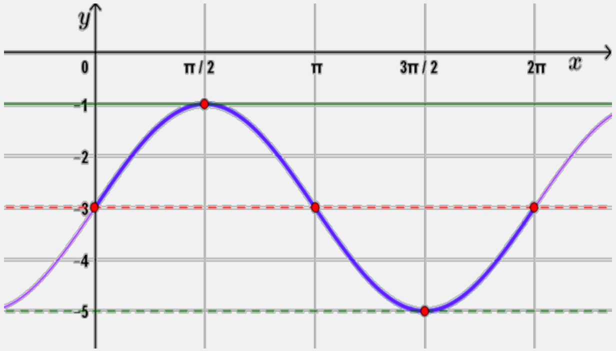
$f(x) = 3 \cos x - 1$

$\operatorname{Dom}(f) = \mathbb{R}$

$\operatorname{Ran}(f) = [-4; 2]$

Periodo: $T = 2\pi$

c.



$g(x) = 2 \operatorname{sen} x - 3$

$\operatorname{Dom}(g) = \mathbb{R}$

$\operatorname{Ran}(g) = [-5; -1]$

Periodo: $T = 2\pi$

Ejercicio 3

a. $\tan^{-1}(50) = 1{,}551$

b. $\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) = 0{,}6435$

c. $\tan\left(\operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) = \sqrt{3}$

d. $\operatorname{sen}\left(\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$