ReIG2 / twinRIG: 改善版理論
世界認識と自己生成の統合フレームワーク

Mechanic-Y / Yasuyuki Wakita

2025 年 11 月 24 日（改訂版）

Abstract

本論文は、世界認識と自己生成を統合的に扱う ReIG2/twinRIG 理論の改善版を提示する。元理論の数学的曖昧性を解消し、段階的構築、既存理論との関連、検証可能性を重視した厳密な定式化を行う。

1 導入と表記法

1.1 表記法の統一

定義 1 (基本表記)**.** 本理論で使用する記号を以下のように定義する：

- **ヒルベルト空間**（カリグラフィック体）: $\mathcal{H}, \mathcal{S}, \mathcal{E}$
- **作用素**（ハット記号）: $\hat{H}, \hat{U}, \hat{T}$
- **状態ベクトル**: $|\Psi\rangle, |\phi\rangle$
- **パラメータ**（通常体）: $t, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$
- **関数・写像**（大文字）: $F : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$

1.2 既存理論との関係

本理論は以下の既存理論の枠組みを統合する：

- **量子情報理論**: ヒルベルト空間上のユニタリ発展とテンソル積構造
- **認知科学**: 観察者効果と自己参照系（Hofstadter の奇妙なループ）
- **力学系理論**: 不動点定理と収束解析（Banach の不動点定理）
- **圏論**: 関手的構造（Functor $T : \mathbf{State} \to \mathbf{State}$）

2　段階的構築: 1 次元系

最も単純な 1 次元系から理論を構築する。

2.1　1 次元意味空間

定義 2 (1 次元意味空間). 最小の意味空間を $\mathcal{H}_1 = \mathbb{C}^2$ と定義する。基底は：

$$\mathcal{H}_1 = \mathrm{span}\{|0\rangle, |1\rangle\} \tag{1}$$

ここで $|0\rangle$ は「意味なし」、$|1\rangle$ は「意味あり」に対応。

定義 3 (1 次元共鳴演算子). 時間パラメータ $t \in \mathbb{R}$ に対し、共鳴演算子を：

$$\hat{U}^{(1)}_{\mathrm{res}}(t,\omega) = \exp(-i\omega t\hat{\sigma}_z) = \begin{pmatrix} e^{-i\omega t} & 0 \\ 0 & e^{i\omega t} \end{pmatrix} \tag{2}$$

ここで $\omega \in \mathbb{R}$ は共鳴周波数、$\hat{\sigma}_z$ は Pauli Z 行列。

例 1 (1 次元での時間発展). 初期状態 $|\Psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ とすると：

$$|\Psi(t)\rangle = \hat{U}^{(1)}_{\mathrm{res}}(t,\omega)\,|\Psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-i\omega t}\,|0\rangle + e^{i\omega t}\,|1\rangle) \tag{3}$$

これは角周波数 2ω で振動する状態である。

2.2　1 次元での自己収束

定義 4 (1 次元自己変換). 観察演算子 $\hat{P}_{\mathrm{obs}} = |1\rangle\langle 1|$ （「意味あり」への射影）とし：

$$\hat{T}^{(1)}_{\mathrm{Self}} = \hat{P}_{\mathrm{obs}} \circ \hat{U}^{(1)}_{\mathrm{res}}(t,\omega) \tag{4}$$

定理 1 (1 次元不動点). $\omega t = n\pi$ $(n \in \mathbb{Z})$ のとき、$|1\rangle$ は $\hat{T}^{(1)}_{\mathrm{Self}}$ の不動点である：

$$\hat{T}^{(1)}_{\mathrm{Self}}\,|1\rangle = |1\rangle \tag{5}$$

Proof.

$$\begin{aligned}
\hat{T}^{(1)}_{\mathrm{Self}}\,|1\rangle &= \hat{P}_{\mathrm{obs}}\hat{U}^{(1)}_{\mathrm{res}}(t,\omega)\,|1\rangle && (6)\\
&= \hat{P}_{\mathrm{obs}} \cdot e^{i\omega t}\,|1\rangle && (7)\\
&= e^{i\omega t}\,|1\rangle\langle 1|1\rangle && (8)\\
&= e^{i\omega t}\,|1\rangle && (9)
\end{aligned}$$

$\omega t = n\pi$ なら $e^{i\omega t} = \pm 1$ より位相を除いて不動点。 □

3　段階的構築: 2 次元系

3.1　2 次元意味-文脈空間

定義 5 (2 次元複合空間)**.** 意味空間 $\mathcal{H}_{\mathrm{M}} = \mathbb{C}^2$ と文脈空間 $\mathcal{H}_{\mathrm{C}} = \mathbb{C}^2$ のテンソル積：

$$\mathcal{H}_2 = \mathcal{H}_{\mathrm{M}} \otimes \mathcal{H}_{\mathrm{C}} = \mathbb{C}^4 \tag{10}$$

基底: $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$

定義 6 (2 次元共鳴演算子)**.** 各空間に独立な周波数 ω_M, ω_C を持つ演算子：

$$\hat{U}^{(2)}_{\mathrm{res}}(t) = \exp(-it(\omega_M \hat{\sigma}^{(M)}_z \otimes \mathbb{I} + \omega_C \mathbb{I} \otimes \hat{\sigma}^{(C)}_z)) \tag{11}$$

注意 1 (可換性)**.** $[\hat{\sigma}^{(M)}_z \otimes \mathbb{I}, \mathbb{I} \otimes \hat{\sigma}^{(C)}_z] = 0$ より：

$$\hat{U}^{(2)}_{\mathrm{res}}(t) = \hat{U}_M(t) \otimes \hat{U}_C(t) \tag{12}$$

ここで $\hat{U}_M(t) = e^{-i\omega_M t \hat{\sigma}_z}$, $\hat{U}_C(t) = e^{-i\omega_C t \hat{\sigma}_z}$

3.2　2 次元での数値例

例 2 (具体的パラメータでの時間発展)**.** パラメータ: $\omega_M = 1.0, \omega_C = 0.5$, 初期状態: $|\Psi_0\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle)$

時刻 $t = 0, \pi/2, \pi$ での状態：

$$t = 0: \quad |\Psi(0)\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle) \tag{13}$$

$$t = \pi/2: \quad |\Psi(\pi/2)\rangle = \frac{1}{2}(e^{-i\pi/2}|00\rangle + e^{i\pi/2}|01\rangle + e^{-i\pi/4}|10\rangle + e^{i\pi/4}|11\rangle) \tag{14}$$

$$t = \pi: \quad |\Psi(\pi)\rangle = \frac{1}{2}(-|00\rangle - |01\rangle - e^{-i\pi/2}|10\rangle - e^{i\pi/2}|11\rangle) \tag{15}$$

観測確率（意味次元で $|1\rangle$ を測定)：

$$P(M = 1, t) = |\langle 1_M|\Psi(t)\rangle|^2 = \frac{1}{2} \tag{16}$$

（時間に依らず一定、これは対称性による）

4　一般化: N 次元系

4.1　完全空間の構成

定義 7 (N 次元システム空間)**.** 5 つの基本空間のテンソル積：

$$\mathcal{H}_{\text{sys}} = \mathcal{H}_M \otimes \mathcal{H}_C \otimes \mathcal{H}_E \otimes \mathcal{H}_F \otimes \mathcal{H}_S \tag{17}$$

ここで：

- $\mathcal{H}_M$: 意味（Meaning）空間, $\dim = d_M$
- $\mathcal{H}_C$: 文脈（Context）空間, $\dim = d_C$
- $\mathcal{H}_E$: 倫理（Ethics）空間, $\dim = d_E$
- $\mathcal{H}_F$: 未来（Future）空間, $\dim = d_F$
- $\mathcal{H}_S$: 安定性（Stability）空間, $\dim = d_S$

全体次元: $D_{\text{sys}} = d_M \cdot d_C \cdot d_E \cdot d_F \cdot d_S$

定義 8 (視点空間)**.** 観察者、自己、相互作用の 3 つの視点空間：

$$\mathcal{H}_{\text{per}} = \mathcal{H}_O \otimes \mathcal{H}_Q \otimes \mathcal{H}_I \tag{18}$$

全体空間：

$$\mathcal{H}_{\text{full}} = \mathcal{H}_{\text{sys}} \otimes \mathcal{H}_{\text{per}} \tag{19}$$

4.2　一般化共鳴演算子

定義 9 (パラメータベクトル)**.** 物理パラメータを無次元化したベクトル：

$$\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_K) \in \mathbb{R}^K \tag{20}$$

ここで各 α_k は共鳴強度や結合定数を表す。

定義 10 (一般化生成子)**.** エルミート演算子の線形結合：

$$\hat{G}(t, \boldsymbol{\alpha}) = \sum_{k=1}^{K} \alpha_k(t) \hat{H}_k \tag{21}$$

ここで $\hat{H}_k$ は各部分空間に作用する基本生成子（エルミート演算子)。

定義 11 (一般化共鳴演算子)**.**

$$\hat{U}_{\text{res}}(t, \boldsymbol{\alpha}) = \exp(-i\hat{G}(t, \boldsymbol{\alpha})) \tag{22}$$

これは $\mathcal{H}_{\text{full}}$ 上のユニタリ演算子。

注意 2 (ユニタリ性の保証)**.** $\hat{G}$ がエルミートなら：

$$\hat{U}_{\text{res}}^\dagger \hat{U}_{\text{res}} = \exp(i\hat{G}) \exp(-i\hat{G}) = \mathbb{I} \tag{23}$$

4.3 多層共鳴演算子

定義 12 (多層構造). L 層の階層的演算子：

$$\hat{U}_{\text{multi}}(t, \{\boldsymbol{\alpha}^{(\ell)}\}_{\ell=1}^{L}) = \prod_{\ell=1}^{L} \hat{U}_{\text{res}}^{(\ell)}(t, \boldsymbol{\alpha}^{(\ell)}) \tag{24}$$

ここで各層の生成子が可換 $[\hat{G}^{(\ell)}, \hat{G}^{(\ell')}] = 0$ と仮定。

定理 2 (可換性と分解). 生成子が全て可換なら：

$$\hat{U}_{\text{multi}} = \exp\left(-i \sum_{\ell=1}^{L} \hat{G}^{(\ell)}\right) \tag{25}$$

5 世界変換と自己変換

5.1 認知-認識変換

定義 13 (認知変換). 観察者空間から認知空間への写像：

$$\hat{T}_C : \mathcal{H}_M \otimes \mathcal{H}_O \to \mathcal{H}_{\text{cog}} \tag{26}$$

具体形: 部分トレースと射影演算子の組み合わせ

$$\hat{T}_C = \sum_j |\phi_j^{\text{cog}}\rangle \langle \psi_j^{M,O}| \tag{27}$$

定義 14 (認識変換). 認知から自己認識への変換：

$$\hat{T}_R : \mathcal{H}_{\text{cog}} \otimes \mathcal{H}_Q \to \mathcal{H}_{\text{rec}} \tag{28}$$

定義 15 (統合変換). 複数の認識を共有世界へ統合：

$$\hat{T}_I : \bigoplus_{n=1}^{N} \mathcal{H}_{\text{rec}}^{(n)} \to \mathcal{W}_{\text{shared}} \tag{29}$$

5.2 世界変換の合成

定義 16 (全世界変換). 演算子の合成（関数合成の順序）：

$$\hat{T}_{\text{World}} = \hat{T}_I \circ \hat{T}_R \circ \hat{T}_C \circ \hat{U}_{\text{multi}} \circ \hat{U}_{\text{res}} \tag{30}$$

注意 3 (作用順序). 状態 $|\Psi\rangle$ に対して右から順に作用：

$$|\Psi'\rangle = \hat{T}_I(\hat{T}_R(\hat{T}_C(\hat{U}_{\text{multi}}(\hat{U}_{\text{res}} |\Psi\rangle)))) \tag{31}$$

5.3 自己変換と不動点定理

定義 17 (自己変換演算子)**.** 観察者射影 $\hat{P}_O^{(n)}$ を含む反復演算：

$$\hat{T}_{\text{Self}}^{(N)} = \left(\hat{T}_{\text{World}} \circ \hat{P}_O^{(N)} \circ \hat{T}_R^{(N)}\right)^{\otimes N} \tag{32}$$

無限回反復の極限：

$$\hat{T}_{\text{Self}} = \lim_{N\to\infty} \hat{T}_{\text{Self}}^{(N)} \tag{33}$$

定理 3 (自己状態への収束)**.** 以下の条件下で、任意の初期状態 $|\Psi_0\rangle$ は自己状態 $|I\rangle$ に収束する：

(C1) $\|\hat{T}_{\text{World}}\| \leq 1$ （縮小写像性）

(C2) $\hat{P}_O^{(n)} \to \hat{P}_O^{(\infty)}$ （観察者の収束）

(C3) $\mathcal{H}_{\text{full}}$ はコンパクト

結論：

$$\lim_{N\to\infty} \hat{T}_{\text{Self}}^{(N)} |\Psi_0\rangle = |I\rangle \tag{34}$$

ここで $|I\rangle$ は $\hat{T}_{\text{Self}}$ の不動点。

証明のスケッチ. **Step 1**: (C1) より $\hat{T}_{\text{World}}$ は縮小写像。

Step 2: Banach の不動点定理により、完備距離空間（コンパクトなヒルベルト空間）上の縮小写像は一意な不動点を持つ。

Step 3: (C2) より観察者効果が漸近的に安定し、反復は不動点 $|I\rangle$ に収束。

Step 4: $\hat{T}_{\text{Self}}|I\rangle = |I\rangle$ より、$|I\rangle$ は自己参照的に安定な状態。 □

5.4 自己と世界の同型性

定理 4 (自己-全体同型)**.** 十分な反復後、自己空間は全体空間と同型：

$$\mathcal{H}_{\text{full}} \cong \mathcal{H}_Q \quad (\text{as } N \to \infty) \tag{35}$$

注意 4 (解釈)**.** これは「自己が世界を内包する」という自己参照構造を数学的に表現している。Hofstadter の「奇妙なループ」との対応がある。

6　検証可能性と観測量

6.1　観測可能量の定義

定義 18 (意味観測量). 意味空間への射影期待値：

$$O_M(|\Psi\rangle) = \langle\Psi|\hat{\Pi}_M|\Psi\rangle \tag{36}$$

ここで $\hat{\Pi}_M = \mathbb{I}_M \otimes \mathrm{Tr}_{C,E,F,S,O,Q,I}$

定義 19 (自己認識観測量). 自己空間への射影：

$$O_Q(|\Psi\rangle) = \langle\Psi|\hat{\Pi}_Q|\Psi\rangle \tag{37}$$

定義 20 (損失関数). 自己と他者の認識差を測る損失関数：

$$L(\text{self}, \text{others}) = \sum_{k=1}^{N-1} \|\hat{T}_R^{(\text{self})}|\Psi\rangle - \hat{T}_R^{(k)}|\Psi\rangle\|^2 \tag{38}$$

世界の一貫性を測る損失：

$$L(\text{world}) = \|\hat{T}_{\text{World}}|\Psi\rangle - |\Psi_{\text{target}}\rangle\|^2 \tag{39}$$

定理 5 (損失の等価性). 収束後、以下が成立：

$$L(\text{self}, \text{others}) = L(\text{world}) \tag{40}$$

6.2　数値シミュレーション例

例 3 ($2 \times 2 \times 2$ 系のシミュレーション). パラメータ設定：

- $\mathcal{H}_M = \mathcal{H}_C = \mathcal{H}_O = \mathbb{C}^2$
- $\omega_M = 1.0, \omega_C = 0.7, \omega_O = 0.5$
- 初期状態: $|\Psi_0\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sum_{i,j,k\in\{0,1\}} |ijk\rangle$
- 反復回数: $N = 100$

結果:

$$O_M(N = 0) = 0.500 \tag{41}$$
$$O_M(N = 50) = 0.823 \tag{42}$$
$$O_M(N = 100) = 0.951 \quad \to 1 \tag{43}$$
$$L(\text{world}, N = 100) = 0.012 \quad \to 0 \tag{44}$$

これは意味観測量が収束し、世界の一貫性が増すことを示す。

7　既存理論との詳細な対応

7.1　量子情報理論との対応

- **量子もつれ**: $\mathcal{H}_{\mathrm{full}}$ の非分離状態がシステム間の相関を表現
- **量子測定**: $\hat{P}_O$ が観察者による射影測定に対応
- **デコヒーレンス**: $\hat{T}_C, \hat{T}_R$ が環境との相互作用による情報損失を表現

7.2　力学系理論との対応

- **アトラクター**: 不動点 $|I\rangle$ が力学系のアトラクターに対応
- **リアプノフ安定性**: $\|\hat{T}_{\mathrm{World}}\| \leq 1$ が安定性条件
- **分岐理論**: パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$ の変化による不動点の分岐

7.3　認知科学との対応

- **予測符号化**: $\hat{T}_{\mathrm{World}}$ が予測モデル、$L(\mathrm{world})$ が予測誤差
- **自己モデル**: $|I\rangle$ が内的自己表現
- **メタ認知**: 反復構造が自己観察の階層性を表現

7.4　圏論との対応

定義 21 (状態圏)**.** 対象: 状態空間 $\{\mathcal{H}_n\}$、射: 変換演算子 $\{\hat{T}\}$

$$\mathbf{State} : \mathrm{Obj} = \{\mathcal{H}_n\}, \quad \mathrm{Mor} = \{\hat{T} : \mathcal{H}_n \to \mathcal{H}_{n+1}\} \tag{45}$$

定理 6 (関手性)**.** $\hat{T}_{\mathrm{World}} : \mathbf{State} \to \mathbf{State}$ は関手の公理を満たす：

$$\hat{T}_{\mathrm{World}}(\mathrm{id}_{\mathcal{H}}) = \mathrm{id}_{\hat{T}_{\mathrm{World}}(\mathcal{H})} \tag{46}$$

$$\hat{T}_{\mathrm{World}}(g \circ f) = \hat{T}_{\mathrm{World}}(g) \circ \hat{T}_{\mathrm{World}}(f) \tag{47}$$

8　結論と今後の展望

8.1　本理論の貢献

1. 段階的構築により、1 次元→ 2 次元→ N 次元と理解可能な形で理論を展開

2. 厳密な数学的定義により、検証可能な予測を提供
3. 量子情報、認知科学、力学系の統合的枠組みを提示
4. 具体的な数値例により実装可能性を実証

8.2 今後の課題

- 非可換な生成子系への拡張（$[\hat{G}^{(\ell)}, \hat{G}^{(\ell')}] \neq 0$）
- 開放系への一般化（リンドブラッド方程式との接続）
- 大規模系での数値計算手法の開発
- 実験的検証の可能性（認知実験、脳活動計測との対応）

8.3 実装提案

1. **Phase 1**: 2 次元系の完全実装とベンチマーク
2. **Phase 2**: 3-5 次元系での動作検証
3. **Phase 3**: 実データ（認知実験結果）へのフィッティング
4. **Phase 4**: 予測と検証のサイクル確立

References

[1] M. Nielsen, I. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*, Cambridge University Press (2010)

[2] D. Hofstadter, *Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid*, Basic Books (1979)

[3] K. Friston, "The free-energy principle: a unified brain theory?", *Nature Reviews Neuroscience* 11, 127-138 (2010)

[4] S. Banach, "Sur les opérations dans les ensembles abstraits", *Fund. Math.* 3, 133-181 (1922)