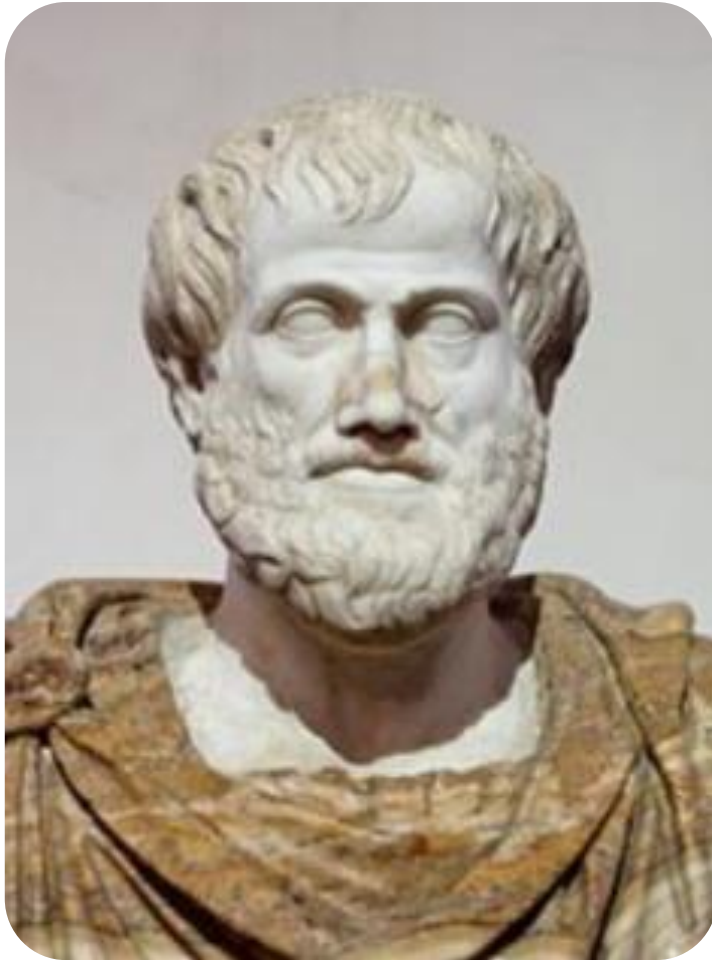


## ○ МЕТОДЫ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ



# ○ МЕТОДЫ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ

**Лектор:** Корнаев Алексей Валерьевич

## **Структура курса:**

лекционные занятия – 10 ч.;

практические занятия – 12 ч.;

лабораторные занятия – 12 ч.

**Вид итогового контроля:** зачет.

## **Основная литература:**

1. Новак В., Перфильева И., Мочкорж И., Аверкин А.Н. Математические принципы нечеткой логики. Физматлит. 2006. 352 с. [электронный ресурс] <http://e.lanbook.com/>.
2. Штовба С.Д. Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику. [электронный ресурс] <http://matlab.exponenta.ru/fuzzylogic/book1>.

## **Дополнительная литература:**

1. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976. 166 с.
2. Яхъяева Г.Э. Нечеткие множества и нейронные сети. Учебное пособие. М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний. 2006. 316 с.
3. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. СПб: БХВ-Петербург. 2005. 736 с.
4. MatLab, help [электронный ресурс] <http://www.mathworks.com/help/matlab/>.

# Лекция 1. Основные понятия и определения

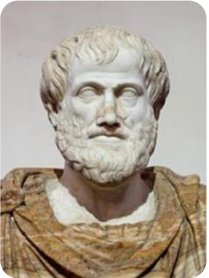
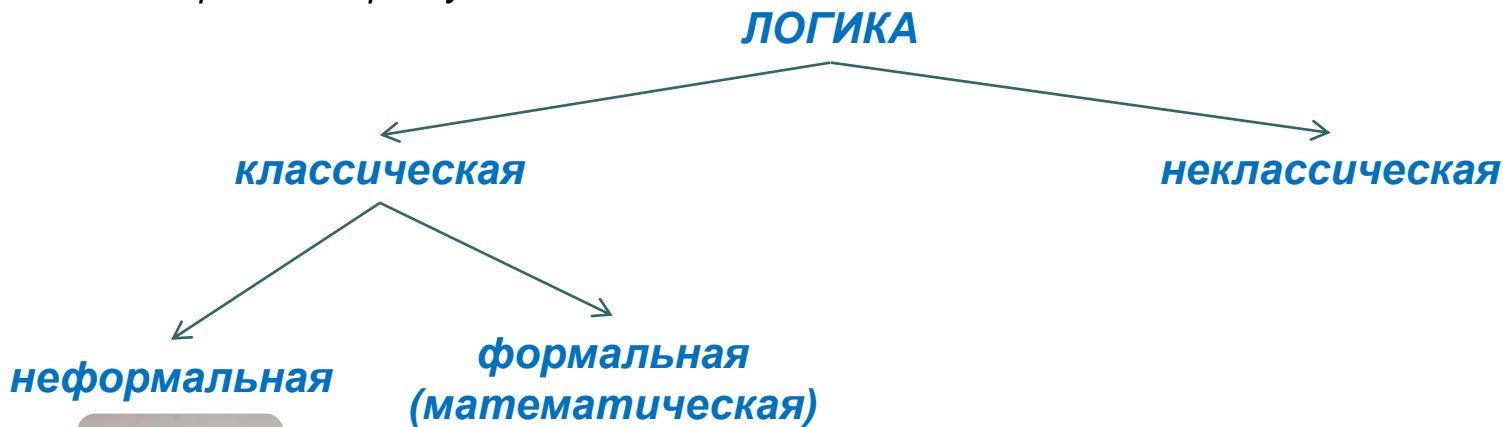
**ЛОГИКА** (от др. греч. – искусство рассуждения) – наука о формах, методах и законах познавательной деятельности, формализуемая с помощью логического языка.

**ЛОГИКА** – наука о способах доказательств и опровержений.

**Объект Л.** – процесс познания;

**Предмет Л.** – процесс познания посредством ранее полученных знаний;

**Основная задача Л.** – определить, как прийти к выводу из предпосылок и получить истинное знание о предмете рассуждения.



# ***Лекция 1. Основные понятия и определения***

***ЛОГИКА (от др. греч. – искусство рассуждения) – наука о формах, методах и законах познавательной деятельности, формализуемая с помощью логического языка.***

***ЛОГИКА – наука о способах доказательств и опровержений.***

## ***Классические законы логики***

***Закон тождества.*** Каждое осмысленное выражение в процессе рассуждения должно употребляться в одном и том же смысле. Математически:  $A=A$ .

# **Лекция 1. Основные понятия и определения**

**ЛОГИКА** (от др. греч. – искусство рассуждения) – наука о формах, методах и законах познавательной деятельности, формализуемая с помощью логического языка.

**ЛОГИКА** – наука о способах доказательств и опровержений.

## **Классические законы логики**

**Закон тождества.** Каждое осмысленное выражение в процессе рассуждения должно употребляться в одном и том же смысле. Математически:  $A=A$ .

Пример нарушения: закона :

«– Я сломал руку в двух местах.

– Больше не попадай в эти места».

«- Да у меня мыло хозяйственное, чем ты».

«То, чего ты не потерял, ты имеешь.

Ты не потерял рогов.

Следовательно, ты имеешь рога».

# **Лекция 1. Основные понятия и определения**

**ЛОГИКА** (от др. греч. – искусство рассуждения) – наука о формах, методах и законах познавательной деятельности, формализуемая с помощью логического языка.

**ЛОГИКА** – наука о способах доказательств и опровержений.

## **Классические законы логики**

**Закон тождества.** Каждое осмысленное выражение в процессе рассуждения должно употребляться в одном и том же смысле. Математически:  $A=A$ .

Пример нарушения: закона :

«То, чего ты не потерял, ты имеешь.

Ты не потерял рогов.

Следовательно, ты имеешь рога».

«– Я сломал руку в двух местах.

– Больше не попадай в эти места».

«- Да у меня мыло хозяйственное, чем ты».

**Закон исключенного третьего** (лат. *tertium non datur*, то есть «третьего не дано»). Каждое высказывание может быть либо верным, либо неверным. Математически:  $A \vee \neg A=1$ .

Пример нарушения: закона:

«То, что я утверждаю сейчас — ложно».

«Критянин Эпименид утверждал, что все критяне лжецы».

# **Лекция 1. Основные понятия и определения**

**ЛОГИКА** (от др. греч. – искусство рассуждения) – наука о формах, методах и законах познавательной деятельности, формализуемая с помощью логического языка.

**ЛОГИКА** – наука о способах доказательств и опровержений.

## **Классические законы логики**

**Закон противоречия.** Два несовместимых (противоречащих) суждения не могут быть одновременно истинными. Математически:  $(A \wedge \neg A) = 0$ .

Пример нарушения: закона :

«Молодая девушка преклонных лет с коротким ежиком темных вьющихся белокурых волос изящной походкой гимнастки, прихрамывая, вышла на сцену»

# **Лекция 1. Основные понятия и определения**

**ЛОГИКА** (от др. греч. – искусство рассуждения) – наука о формах, методах и законах познавательной деятельности, формализуемая с помощью логического языка.

**ЛОГИКА** – наука о способах доказательств и опровержений.

## **Классические законы логики**

**Закон противоречия.** Два несовместимых (противоречащих) суждения не могут быть одновременно истинными. Математически:  $(A \wedge \neg A) = 0$ .

Пример нарушения: закона :

«Молодая девушка преклонных лет с коротким ежиком темных вьющихся белокурых волос изящной походкой гимнастки, прихрамывая, вышла на сцену»

**Закон достаточного основания.** Всякое положение для того, чтобы считаться вполне достоверным, должно быть доказанным, т. е. должны быть известны достаточные основания, в силу которых оно считается истинным. Всякое доказанное положение истинно.

Пример нарушения: закона:

«Этого не может быть, потому что не может быть никогда».



# Лекция 1. Основные понятия и определения

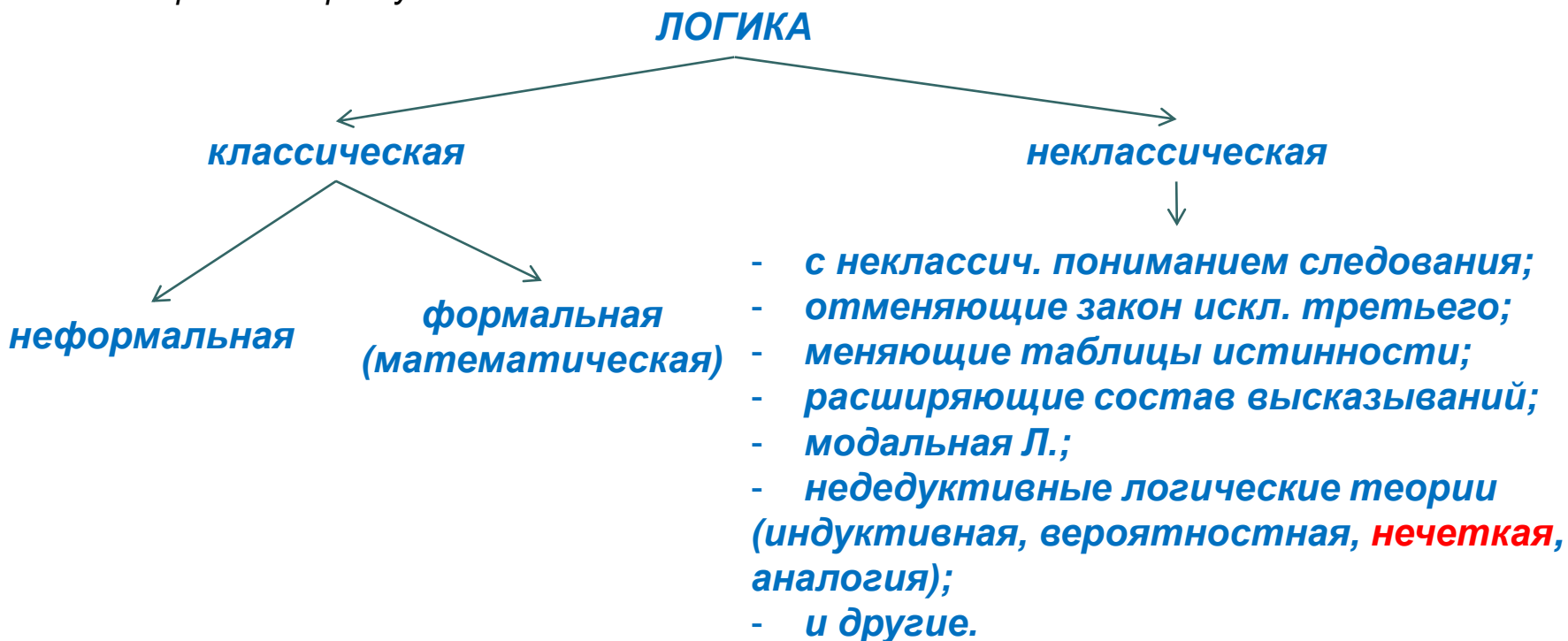
**ЛОГИКА** (от др. греч. – искусство рассуждения) – наука о формах, методах и законах познавательной деятельности, формализуемая с помощью логического языка.

**ЛОГИКА** – наука о способах доказательств и опровержений.

**Объект Л.** – процесс познания;

**Предмет Л.** – процесс познания посредством ранее полученных знаний;

**Основная задача Л.** – определить, как прийти к выводу из предпосылок и получить истинное знание о предмете рассуждения.



# **Лекция 1. Основные понятия и определения**

*Истинность высказывания с точек зрения классической и нечеткой логики*

*Классическая логика*

**Ложь**

**Истина**



*Нечеткая логика*

**Ложь**

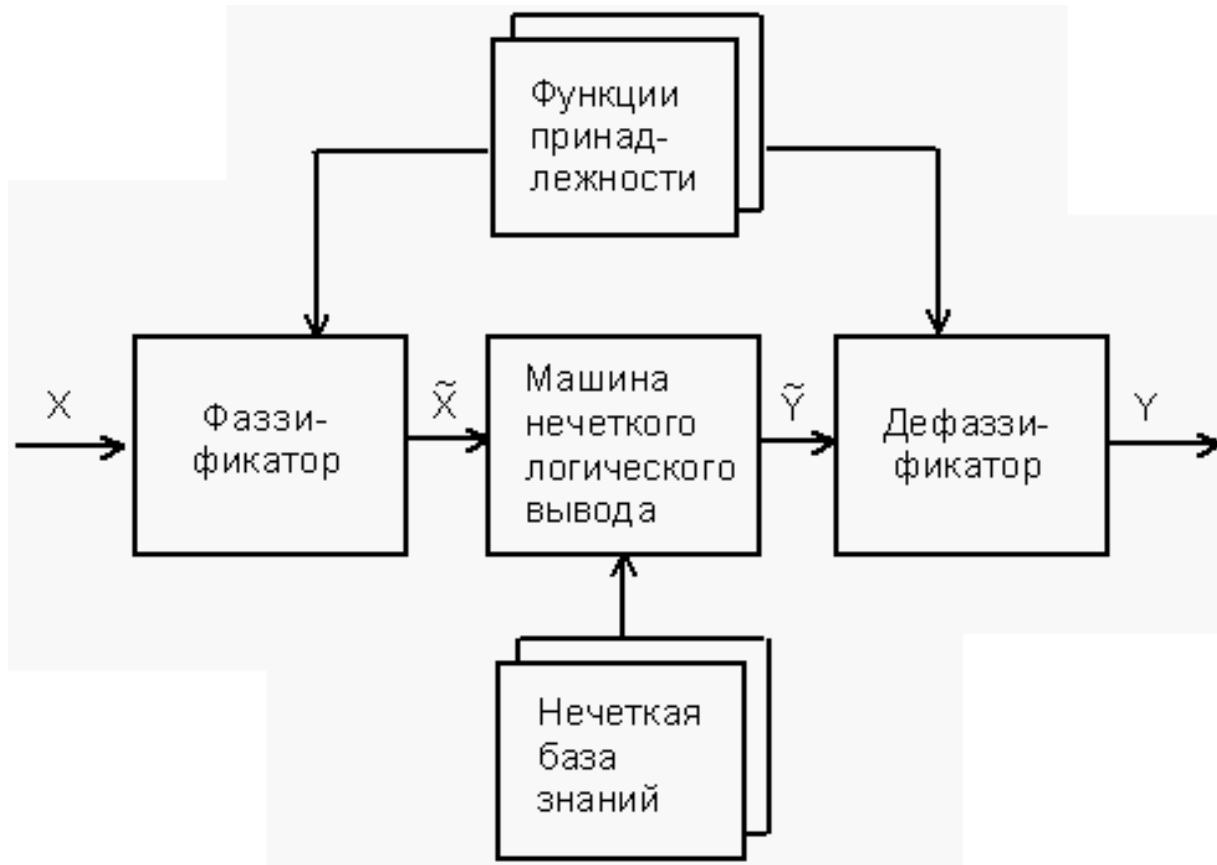
**Истина**



# Лекция 1. Основные понятия и определения

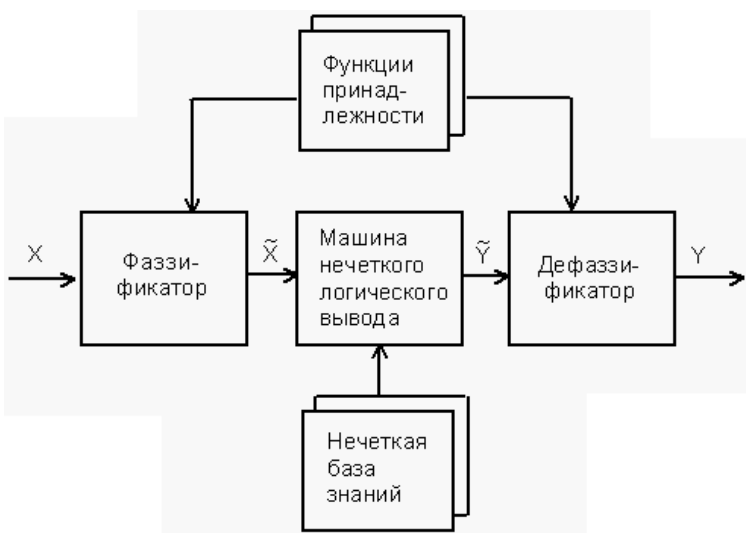
**НЕЧЕТКАЯ ЛОГИКА** (*fuzzy logic* от англ. *fuzzy* – размытый, туманный, пушистый) базируется на понятии нечеткого множества, элементы которого обладают общим свойством, но в различной степени, характеризуемой функцией принадлежности  $0 \leq \mu_A(u_i) \leq 1$

## Структура нечеткого логического вывода



# Лекция 1. Основные понятия и определения

**НЕЧЕТКАЯ ЛОГИКА** (*fuzzy logic* от англ. *fuzzy* – размытый, туманный, пушистый) базируется на понятии нечеткого множества, элементы которого обладают общим свойством, но в различной степени, характеризуемой функцией принадлежности  $0 \leq \mu_A(u_i) \leq 1$



**ЛИНГВИСТИЧЕСКАЯ ПЕРЕМЕННАЯ** (*linguistic variable*) – переменная, значениями которой являются слова или фразы.

**ТЕРМ-МНОЖЕСТВО** (*term set*) – множество всех возможных значений лингвистической переменной.

**ТЕРМ** (*term*) – элемент терм-множества.

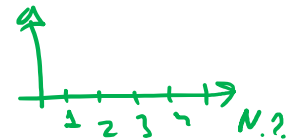
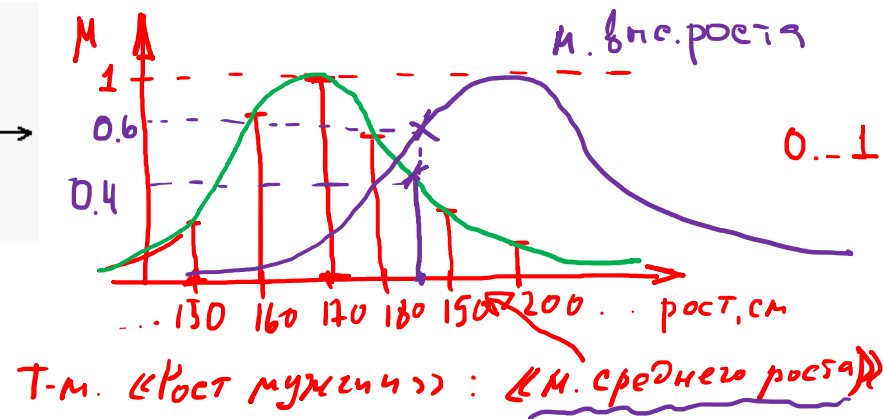
**ФАЗЗИФИКАЦИЯ** (*fuzzification*) – процедура преобразования чисел в элементы нечеткого множества.

**ДЕФАЗЗИФИКАЦИЯ** (*defuzzification*) – процедура преобразования нечеткого множества в число.

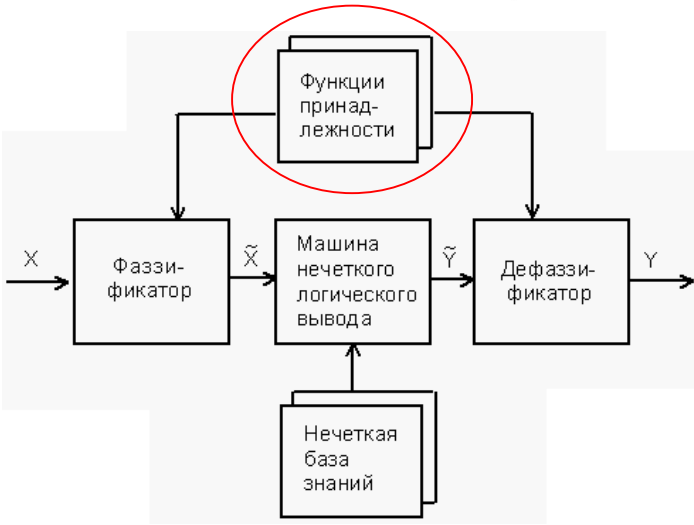
*Пример. Задание нечеткого терм-множества «Натуральные числа» с термами «один», «два», «три» и т.д.*

# Лекция 1. Основные понятия и определения

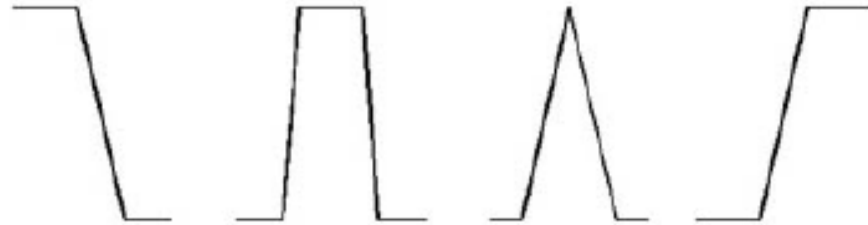
Пример. Задание нечеткого терм-множества «Натуральные числа» с термами «один», «два», «три» и т.д.



# Лекция 1. Основные понятия и определения



Примеры кусочно-заданных функций принадлежности

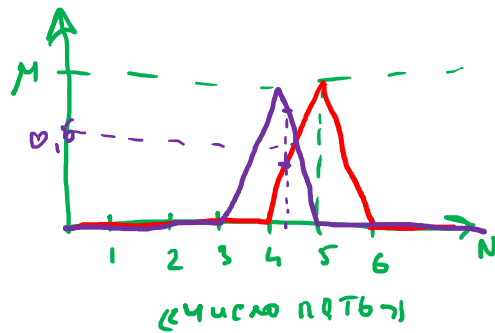


Z - функция

П - функция

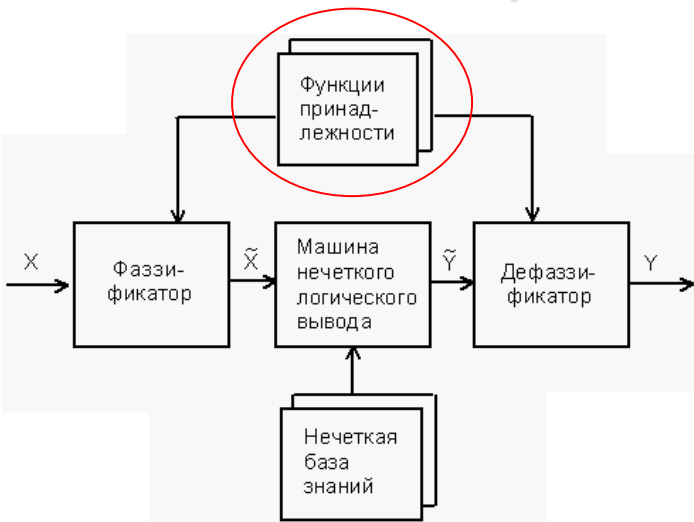
Л - функция

S - функция



$$z(x,a,b)=?$$

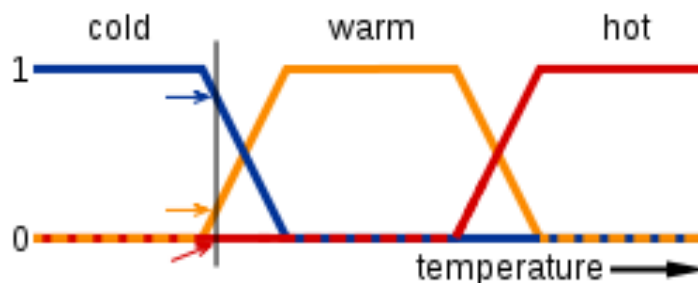
# Лекция 1. Основные понятия и определения



Примеры кусочно-заданных функций принадлежности



Примеры непрерывных функций принадлежности на основе функций плотности вероятностей

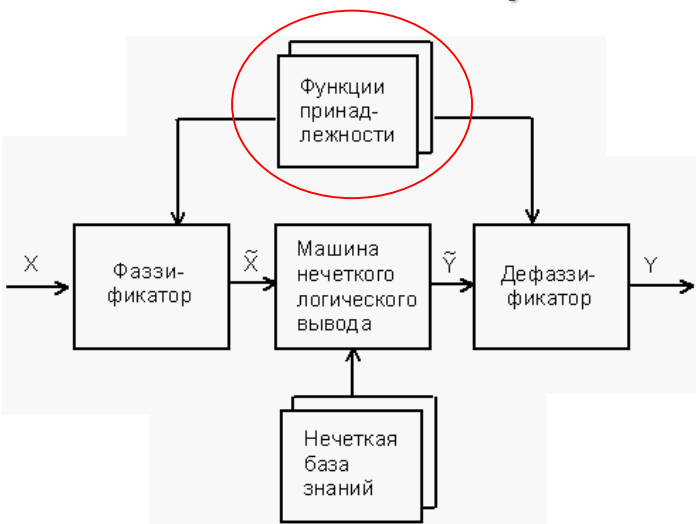


Характеристические функции:

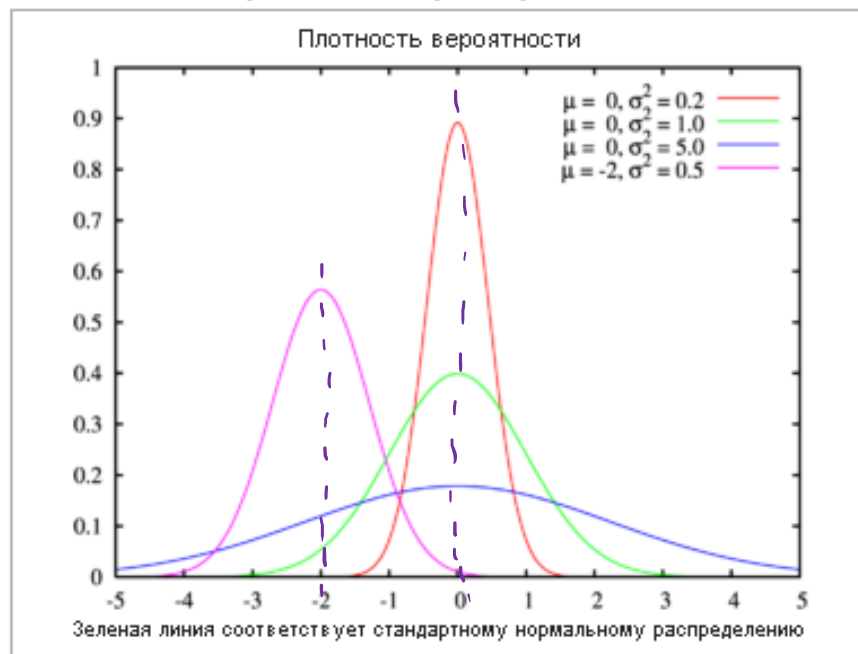
- $\mu_{cold}(u) = \frac{1}{1 + \left(\frac{u-10}{7}\right)^{12}}$
- $\mu_{ok}(u) = \frac{1}{1 + \left(\frac{u-20}{3}\right)^6}$
- $\mu_{hot}(u) = \frac{1}{1 + \left(\frac{u-30}{6}\right)^{10}}$

# Лекция 1. Основные понятия и определения

Примеры непрерывных функций принадлежности на основе функций плотности вероятностей



## Нормальное распределение



«число в  $T_6$ »

$$\mu = e^{-\frac{(x-5)^2}{2}}$$

$$\mu = \frac{1}{1 + (5-x)^2}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

$\mu = ?$

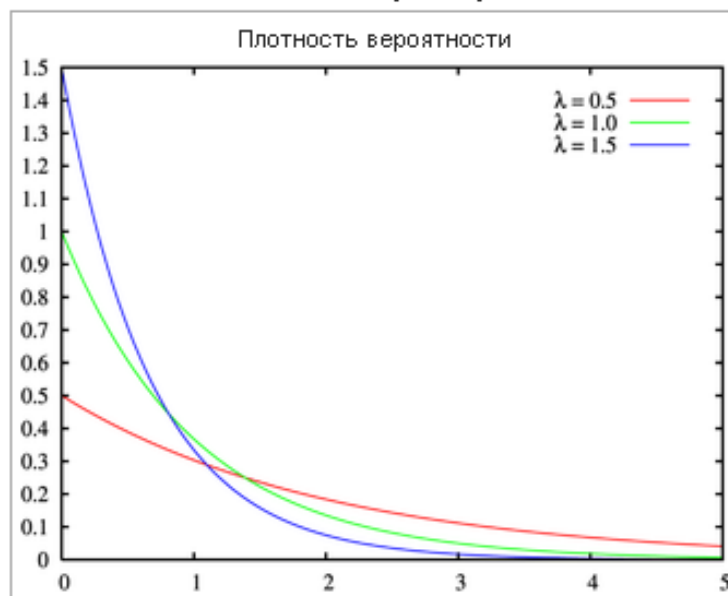


# Лекция 1. Основные понятия и определения

Примеры непрерывных функций принадлежности на основе функций плотности вероятностей



## Показательное распределение

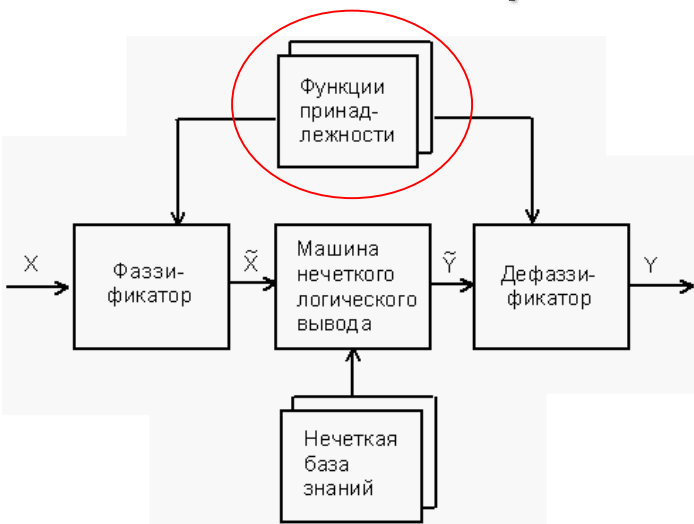


$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

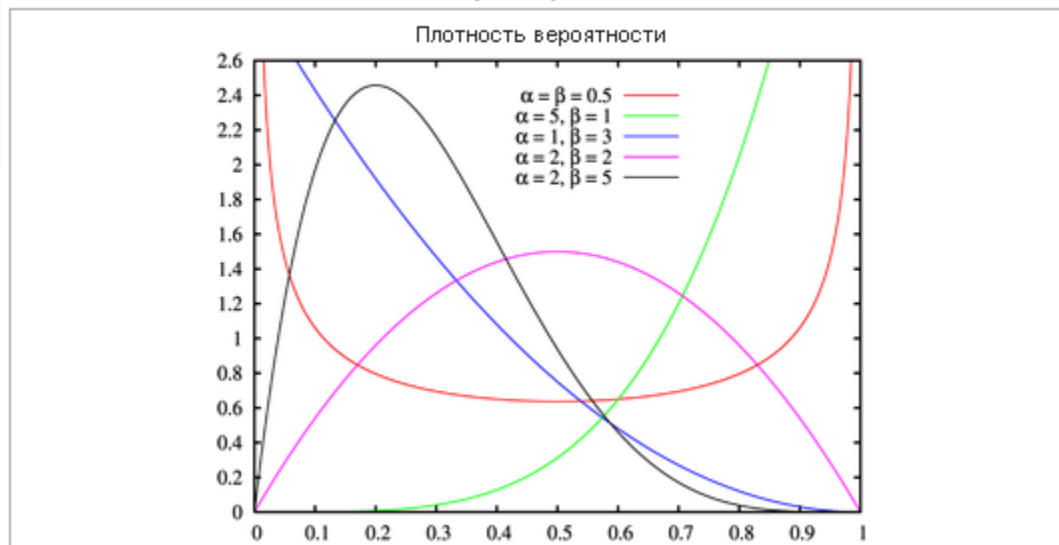
$\mu = ?$

# Лекция 1. Основные понятия и определения

Примеры непрерывных функций принадлежности на основе функций плотности вероятностей



Бета-распределение



$$f_X(x) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1},$$

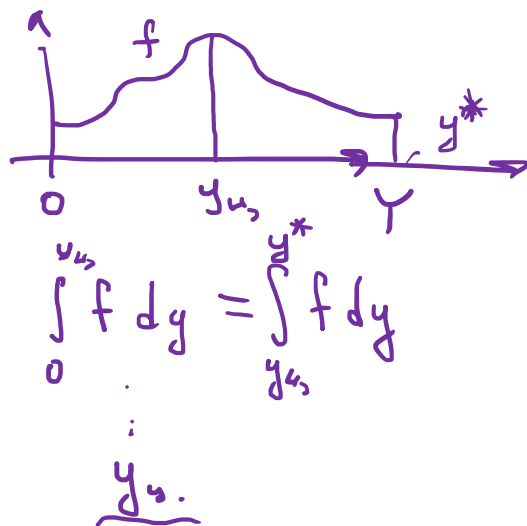
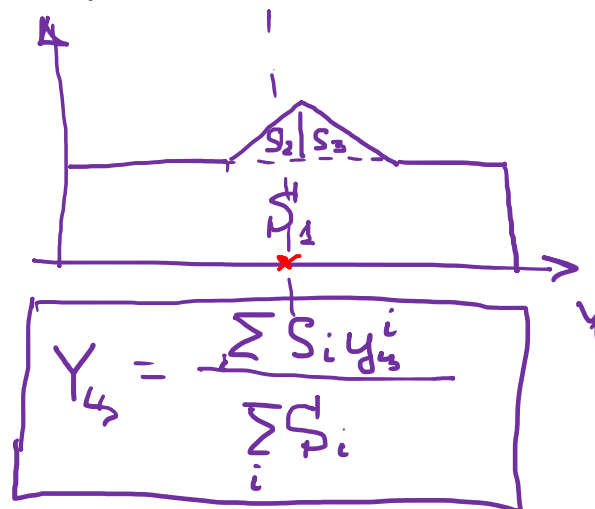
где


- $\alpha, \beta > 0$  произвольные фиксированные параметры, и
- $B(\alpha, \beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} dx$  — бета-функция.

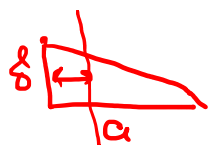
# Лекция 1. Основные понятия и определения



Дефаззификация множества методом центра тяжести



Прямоуг.   $S = a\delta$   
 $y_{cg} = a/2$

Треуг. при   $S = \frac{1}{2}a\delta$   
 $y_{cg} = \frac{a}{3}$

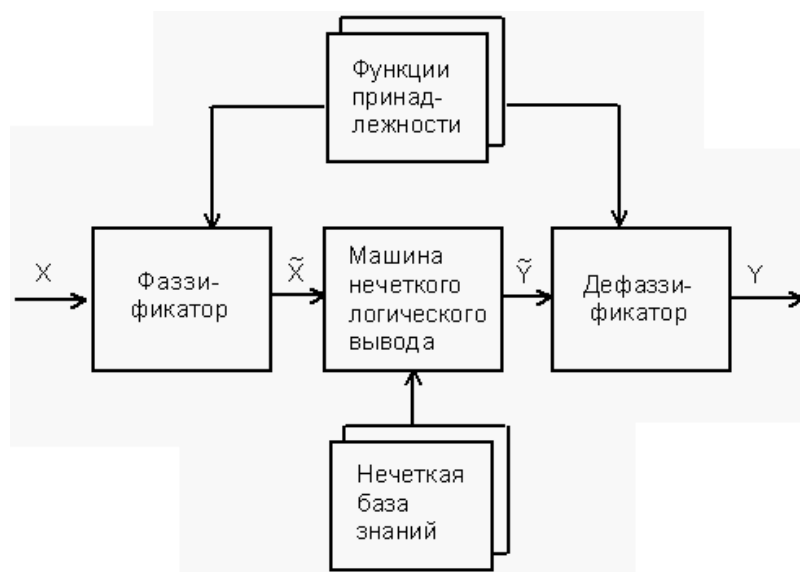
$\wedge \quad \neg$

## Лекция 2. Модели нечеткого логического вывода

### Рассматриваемые вопросы:

1. Нечеткие логические операции
2. Формирование правил и баз знаний в нечеткой логике.
3. Системы типа Мамдани. Системы типа Сугэно.
4. Структура программы «Fuzzy logic Toolbox» и примеры составления моделей нечеткого логического вывода в FIS-редакторе.

Вопросы для самостоятельного изучения: Сравнительный анализ систем Мамдани и Сугэно на основе демонстрационных примеров.



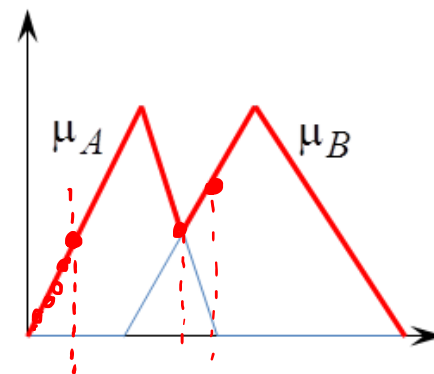
## Лекция 2. Модели нечеткого логического вывода

Нечеткие логические операции

Объединение  
(логическое «ИЛИ»)

$$\tilde{C} = \tilde{A} \cup \tilde{B}$$

$$\mu_C = \max(\mu_A, \mu_B)$$



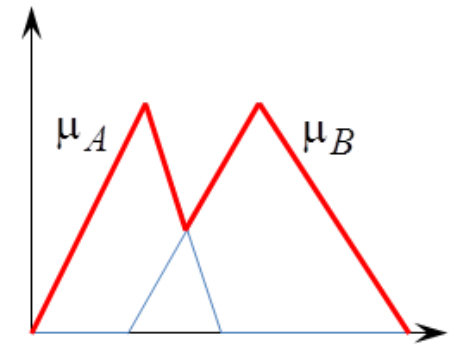
## Лекция 2. Модели нечеткого логического вывода

Нечеткие логические операции

Объединение  
(логическое «ИЛИ»)

$$\tilde{C} = \tilde{A} \cup \tilde{B}$$

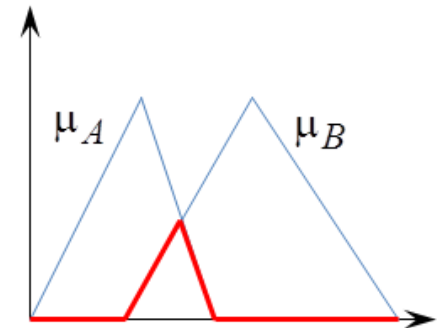
$$\mu_C = \max(\mu_A, \mu_B)$$



Пересечение  
(логическое «И»)

$$\tilde{C} = \tilde{A} \cap \tilde{B}$$

$$\mu_C = \min(\mu_A, \mu_B)$$



## Лекция 2. Модели нечеткого логического вывода

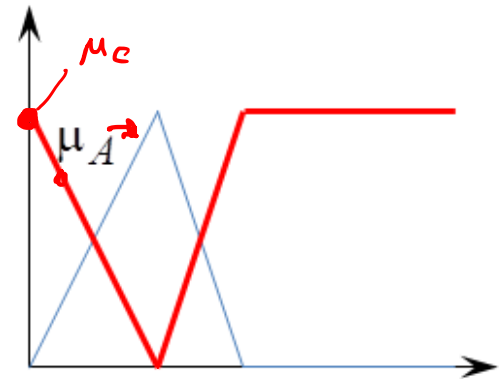
Нечеткие логические операции

Дополнение  
(логическое «НЕ»)

$$\tilde{C} = \neg \tilde{A}$$

$$\mu_C = 1 - \mu_A$$

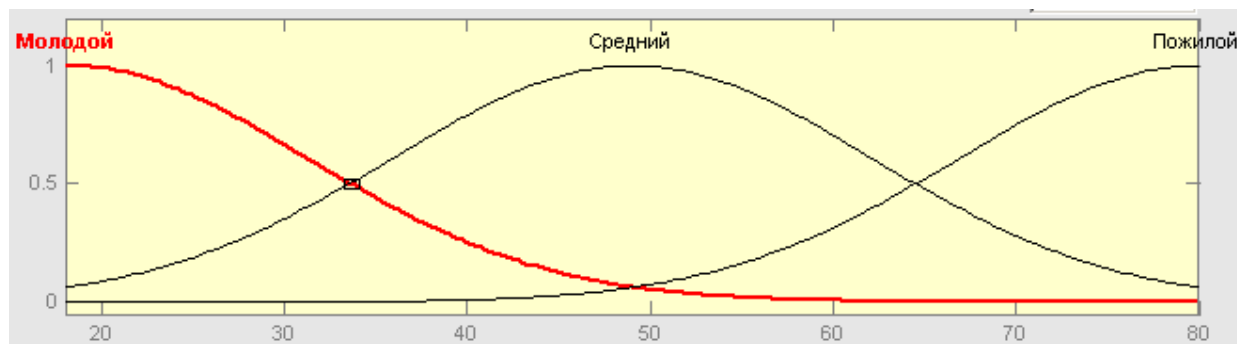
$$\underline{\mu_C + \mu_A = 1}$$



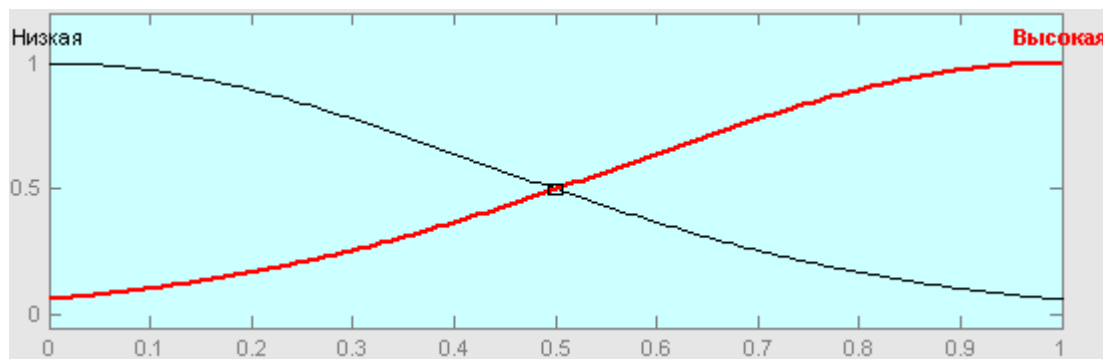
## Лекция 2. Модели нечеткого логического вывода



Формирование правил и баз знаний в нечеткой логике



Элементы терм-множества «Возраст водителя»



Элементы терм-множества «Вероятность нарушения ПДД»



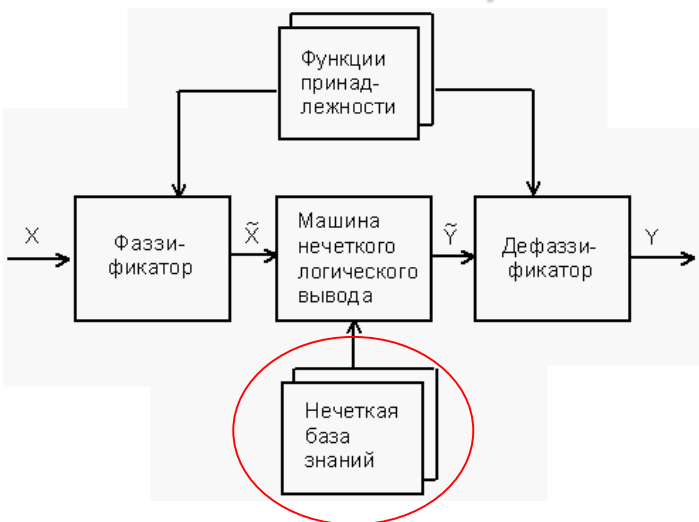
## Лекция 2. Модели нечеткого логического вывода



Формирование правил и баз знаний в нечеткой логике

Обязательным атрибутом машины нечеткого логического вывода является нечеткая база знаний, которая строится для фаззифицированных входных и выходных данных по принципу импликации: Если посылка правила, то заключение правила.

## Лекция 2. Модели нечеткого логического вывода

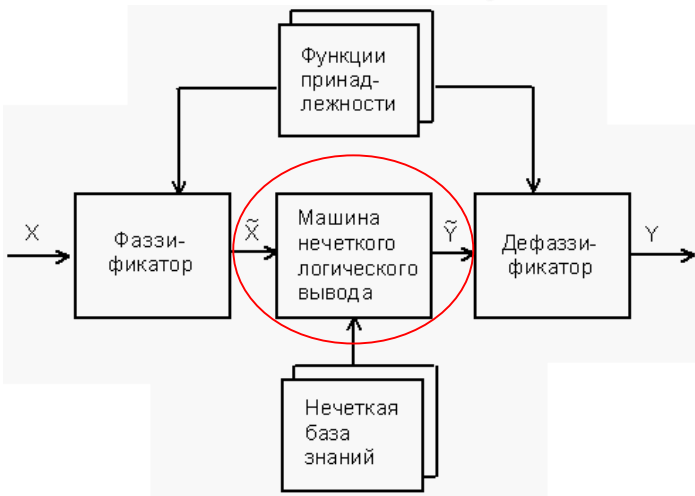


Формирование правил и баз знаний в нечеткой логике

Обязательным атрибутом машины нечеткого логического вывода является нечеткая база знаний, которая строится для фаззифицированных входных и выходных данных по принципу импликации: **Если посылка правила, то заключение правила.**

**Если** водитель «Молодой», **то** вероятность нарушений ПДД «Высокая»;  
**Если** водитель «Средний», **то** вероятность нарушений ПДД «Низкая»;  
**Если** водитель «Пожилой», **то** вероятность нарушений ПДД «Высокая».

## Лекция 2. Модели нечеткого логического вывода

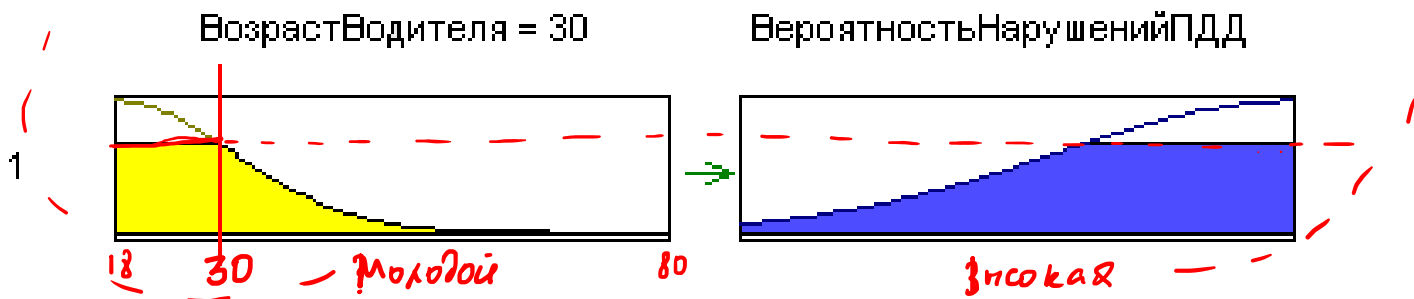


Системы нечеткого логического вывода типа Мамдани.

Требуется определить вероятность нарушений ПДД водителя возраста 30 лет. Для этого в каждом правиле функции принадлежности посылки и заключения отсекаются на уровне пересечения значения входной переменной  $X=30$  и функции принадлежности входного терма данного правила. Затем полученные термы выходного терм-множества объединяются и результирующее терм-множество дефаззифицируется.

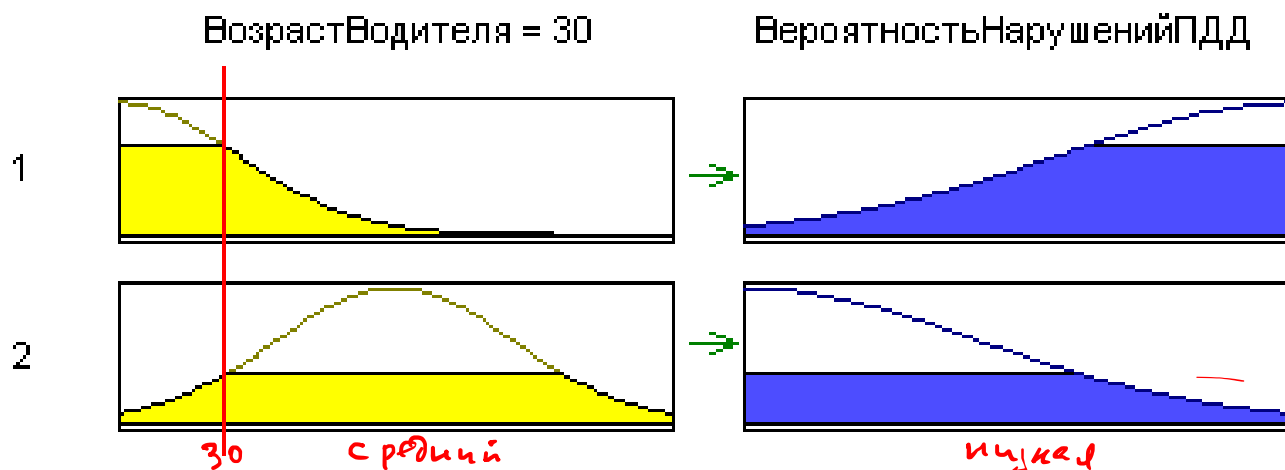
## Лекция 2. Модели нечеткого логического вывода

- 1 Если водитель «Молодой», то вероятность нарушений ПДД «Высокая»;
- 2 Если водитель «Средний», то вероятность нарушений ПДД «Низкая»;
- 3 Если водитель «Пожилой», то вероятность нарушений ПДД «Высокая».



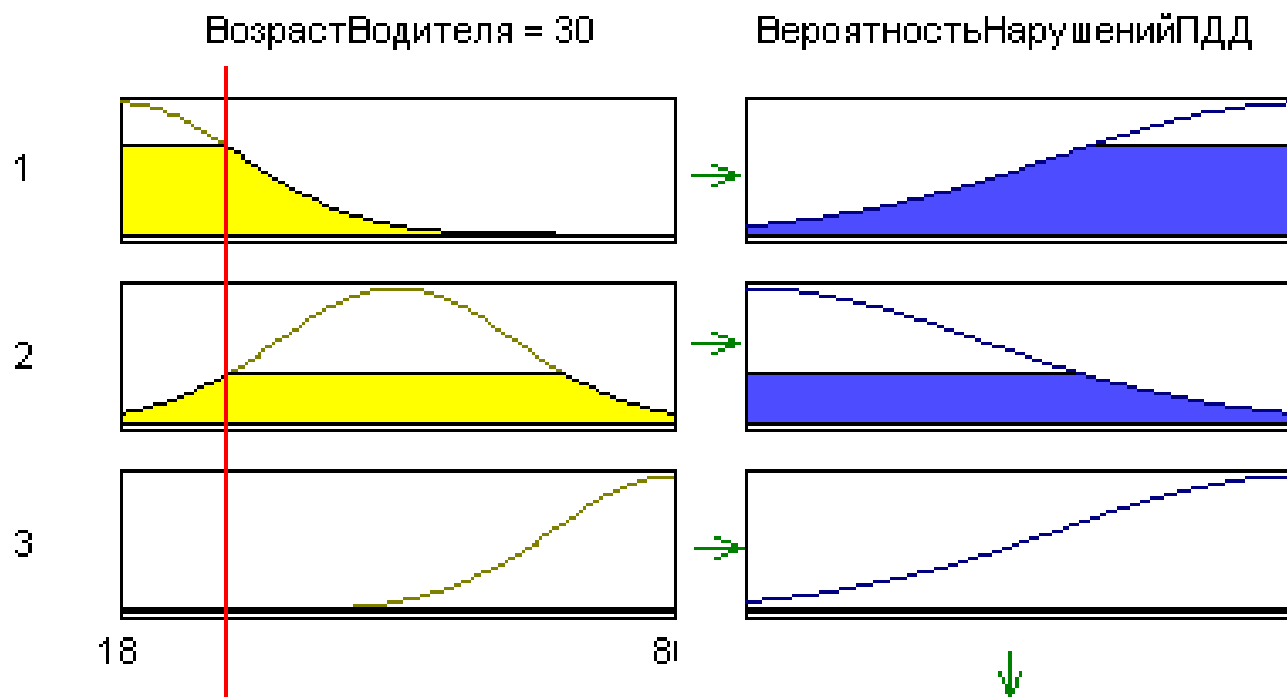
## Лекция 2. Модели нечеткого логического вывода

- 1 Если водитель «Молодой», то вероятность нарушений ПДД «Высокая»;
- 2 Если водитель «Средний», то вероятность нарушений ПДД «Низкая»;
- 3 Если водитель «Пожилой», то вероятность нарушений ПДД «Высокая».



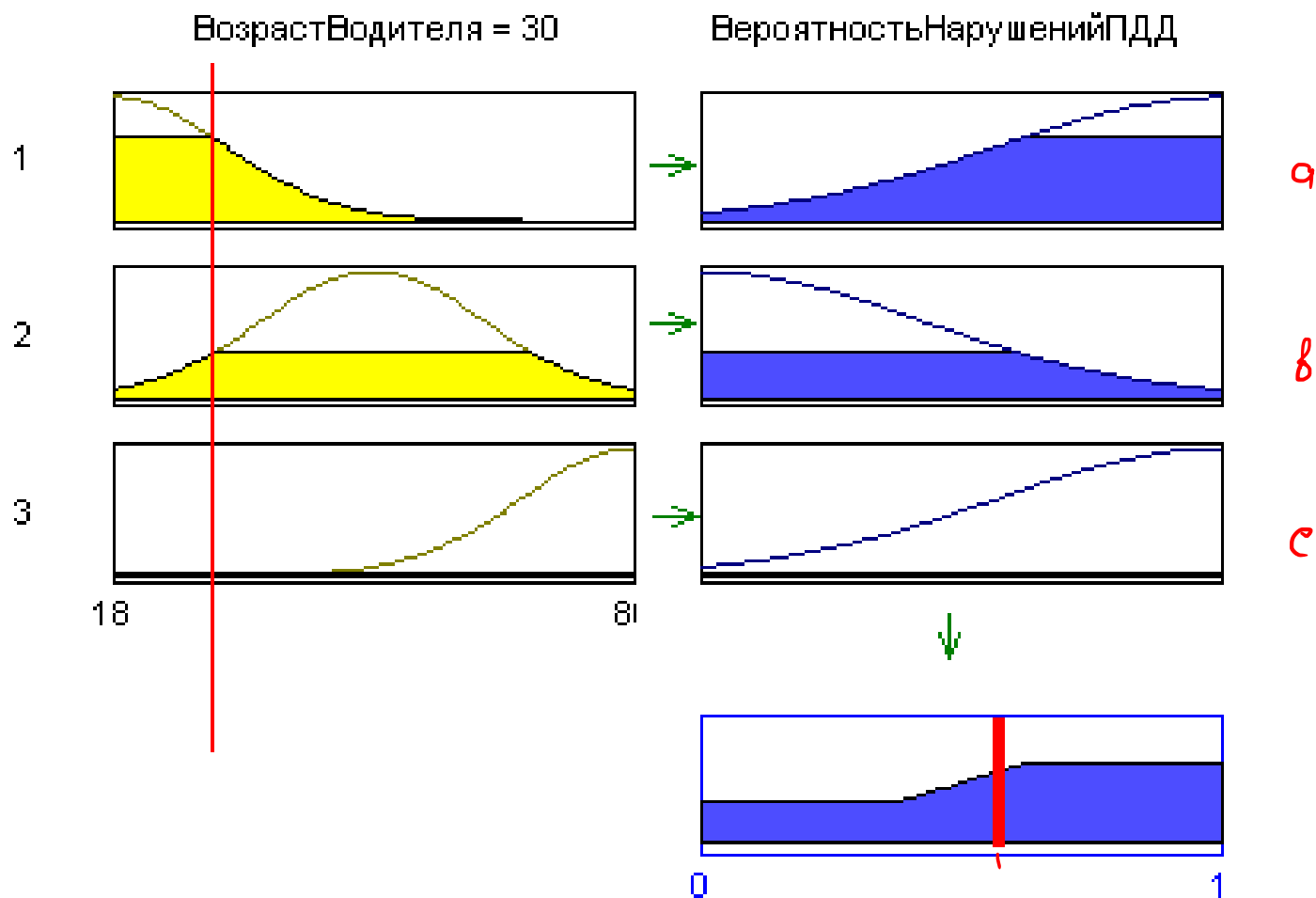
## Лекция 2. Модели нечеткого логического вывода

- 1 Если водитель «Молодой», то вероятность нарушений ПДД «Высокая»;
- 2 Если водитель «Средний», то вероятность нарушений ПДД «Низкая»;
- 3 Если водитель «Пожилой», то вероятность нарушений ПДД «Высокая».



## Лекция 2. Модели нечеткого логического вывода

- 1 Если водитель «Молодой», то вероятность нарушений ПДД «Высокая»;
- 2 Если водитель «Средний», то вероятность нарушений ПДД «Низкая»;
- 3 Если водитель «Пожилой», то вероятность нарушений ПДД «Высокая».



## Лекция 2. Модели нечеткого логического вывода

Структура программы «Fuzzy logic Toolbox» и примеры составления моделей нечеткого логического вывода в FIS-редакторе

























The image shows the FIS Editor window titled "FIS Editor: Untitled" with a menu bar (File, Edit, View). The main workspace displays a diagram with three components: "input1" (a yellow box with two overlapping bell curves), "Untitled (mamdani)" (a white box), and "output1" (a cyan box with three overlapping triangular curves). Dashed lines connect these components. Annotations point to various parts of the interface:










- File Menu:** "Это меню позволяет сохранять, загружать и редактировать системы нечеткого логического вывода" (This menu allows saving, loading, and editing fuzzy logic systems).
- Double-click on input1:** "Двойной щелчок позволяет открыть редактор функций принадлежности" (Double-click allows opening the membership function editor).
- Double-click on output1:** "Двойной щелчок открывает редактор базы знаний" (Double-click opens the knowledge base editor).
- input1 box:** "Имя системы нечеткого логического вывода. Для изменения имени используйте команду Save as..." (Fuzzy logic system name. To change the name, use the Save as... command).
- Parameter Settings Panel:**
  - FIS Name:** "Untitled"
  - FIS Type:** "mamdani"
  - And method:** "min"
  - Or method:** "max"
  - Implication:** "min"
  - Aggregation:** "max"
  - Defuzzification:** "centroid"
  - System "Untitled":** "1 input, 1 output, and 0 rules"
- Current Variable Panel:**
  - Name:** "input1"
  - Type:** "input"
  - Range:** "[0 1]"
  - Buttons:** "Help" and "Close"
- Range field:** "Диапазон изменения текущей переменной" (Range of the current variable).
- Name field:** "Поле редактирования имени текущей переменной" (Field for editing the current variable name).





























## Практика 1. Нечеткий логический вывод и прогнозирование исхода футбольного матча

























 Люксембур.	-:-	Македония		05.09.15 19:00
 Украина	-:-	Беларусь		05.09.15 19:00
 Испания	-:-	Словакия		05.09.15 21:45
 Беларусь	-:-	Люксембур.		08.09.15 21:45
 Македония	-:-	Испания		08.09.15 21:45
 Словакия	-:-	Украина		08.09.15 21:45
 Македония	-:-	Украина		09.10.15 21:45
 Словакия	-:-	Беларусь		09.10.15 21:45
 Испания	-:-	Люксембур.		09.10.15 21:45
 Беларусь	-:-	Македония		12.10.15 21:45
 Люксембур.	-:-	Словакия		12.10.15 21:45
 Украина	-:-	Испания		12.10.15 21:45

 Чехия	-:-	Казахстан		03.09.15 21:45
 Нидерланды	-:-	Исландия		03.09.15 21:45
 Турция	-:-	Латвия		03.09.15 21:45
 Латвия	-:-	Чехия		06.09.15 19:00
 Турция	-:-	Нидерланды		06.09.15 19:00
 Исландия	-:-	Казахстан		06.09.15 21:45
 Исландия	-:-	Латвия		10.10.15 19:00
 Казахстан	-:-	Нидерланды		10.10.15 19:00
 Чехия	-:-	Турция		10.10.15 21:45
 Латвия	-:-	Казахстан		13.10.15 21:45
 Нидерланды	-:-	Чехия		13.10.15 21:45
 Турция	-:-	Исландия		13.10.15 21:45



























## ***Практика 1. Нечеткий логический вывод и прогнозирование исхода футбольного матча***

























 Бельгия	-:-	Босния	 03.09.15 21:45
 Кипр	-:-	Уэльс	 03.09.15 21:45
 Израиль	-:-	Андорра	 03.09.15 21:45
 Уэльс	-:-	Израиль	 06.09.15 19:00
 Босния	-:-	Андорра	 06.09.15 21:45
 Кипр	-:-	Бельгия	 06.09.15 21:45
 Андорра	-:-	Бельгия	 10.10.15 21:45
 Босния	-:-	Уэльс	 10.10.15 21:45
 Израиль	-:-	Кипр	 10.10.15 21:45
 Бельгия	-:-	Израиль	 13.10.15 21:45
 Кипр	-:-	Босния	 13.10.15 21:45
 Уэльс	-:-	Андорра	 13.10.15 21:45

 Люксембур.	-:-	Македония	 05.09.15 19:00
 Украина	-:-	Беларусь	 05.09.15 19:00
 Испания	-:-	Словакия	 05.09.15 21:45
 Беларусь	-:-	Люксембур.	 08.09.15 21:45
 Македония	-:-	Испания	 08.09.15 21:45
 Словакия	-:-	Украина	 08.09.15 21:45
 Македония	-:-	Украина	 09.10.15 21:45
 Словакия	-:-	Беларусь	 09.10.15 21:45
 Испания	-:-	Люксембур.	 09.10.15 21:45
 Беларусь	-:-	Македония	 12.10.15 21:45
 Люксембур.	-:-	Словакия	 12.10.15 21:45
 Украина	-:-	Испания	 12.10.15 21:45



























## Практика 1. Нечеткий логический вывод и прогнозирование исхода футбольного матча

























 Грузия	-:-	Шотландия	 04.09.15 19:00
 Германия	-:-	Польша	 04.09.15 21:45
 Гибралтар	-:-	Ирландия	 04.09.15 21:45
 Польша	-:-	Гибралтар	 07.09.15 21:45
 Ирландия	-:-	Грузия	 07.09.15 21:45
 Шотландия	-:-	Германия	 07.09.15 21:45
 Грузия	-:-	Гибралтар	 08.10.15 19:00
 Ирландия	-:-	Германия	 08.10.15 21:45
 Шотландия	-:-	Польша	 08.10.15 21:45
 Германия	-:-	Грузия	 11.10.15 21:45
 Гибралтар	-:-	Шотландия	 11.10.15 21:45
 Польша	-:-	Ирландия	 11.10.15 21:45

 Эстония	-:-	Литва	 05.09.15 19:00
 Сан-Марино	-:-	Англия	 05.09.15 19:00
 Швейцария	-:-	Словения	 05.09.15 21:45
 Англия	-:-	Швейцария	 08.09.15 21:45
 Литва	-:-	Сан-Марино	 08.09.15 21:45
 Словения	-:-	Эстония	 08.09.15 21:45
 Англия	-:-	Эстония	 09.10.15 21:45
 Словения	-:-	Литва	 09.10.15 21:45
 Швейцария	-:-	Сан-Марино	 09.10.15 21:45
 Эстония	-:-	Швейцария	 12.10.15 21:45
 Литва	-:-	Англия	 12.10.15 21:45
 Сан-Марино	-:-	Словения	 12.10.15 21:45



















## ***Практика 1. Нечеткий логический вывод и прогнозирование исхода футбольного матча***

 Фареры	-:-	Сев.Ирлан.	 04.09.15 21:45
 Греция	-:-	Финляндия	 04.09.15 21:45
 Венгрия	-:-	Румыния	 04.09.15 21:45
 Финляндия	-:-	Фареры	 07.09.15 21:45
 Сев.Ирлан.	-:-	Венгрия	 07.09.15 21:45
 Румыния	-:-	Греция	 07.09.15 21:45
 Венгрия	-:-	Фареры	 08.10.15 21:45
 Сев.Ирлан.	-:-	Греция	 08.10.15 21:45
 Румыния	-:-	Финляндия	 08.10.15 21:45
 Фареры	-:-	Румыния	 11.10.15 19:00
 Финляндия	-:-	Сев.Ирлан.	 11.10.15 19:00
 Греция	-:-	Венгрия	 11.10.15 19:00

 Азербайдж.	-:-	Хорватия	 03.09.15 19:00
 Болгария	-:-	Норвегия	 03.09.15 21:45
 Италия	-:-	Мальта	 03.09.15 21:45
 Мальта	-:-	Азербайдж.	 06.09.15 19:00
 Норвегия	-:-	Хорватия	 06.09.15 19:00
 Италия	-:-	Болгария	 06.09.15 21:45
 Азербайдж.	-:-	Италия	 10.10.15 19:00
 Норвегия	-:-	Мальта	 10.10.15 19:00
 Хорватия	-:-	Болгария	 10.10.15 21:45
 Болгария	-:-	Азербайдж.	 13.10.15 21:45
 Италия	-:-	Норвегия	 13.10.15 21:45
 Мальта	-:-	Хорватия	 13.10.15 21:45



## ***Практика 1. Нечеткий логический вывод и прогнозирование исхода футбольного матча***

 Дания	-:-	Албания	 04.09.15 21:45
 Сербия	-:-	Армения	 04.09.15 21:45
 Армения	-:-	Дания	 07.09.15 19:00
 Албания	-:-	Португалия	 07.09.15 21:45
 Албания	-:-	Сербия	 08.10.15 21:45
 Португалия	-:-	Дания	 08.10.15 21:45
 Армения	-:-	Албания	 11.10.15 19:00
 Сербия	-:-	Португалия	 11.10.15 19:00