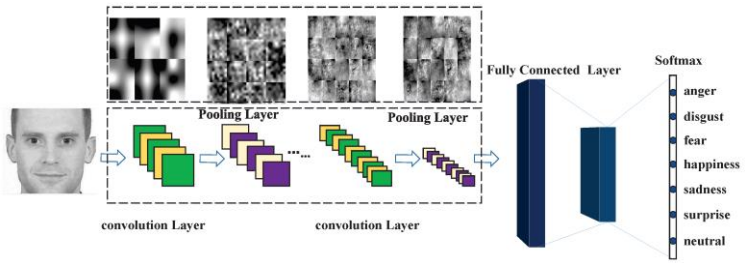
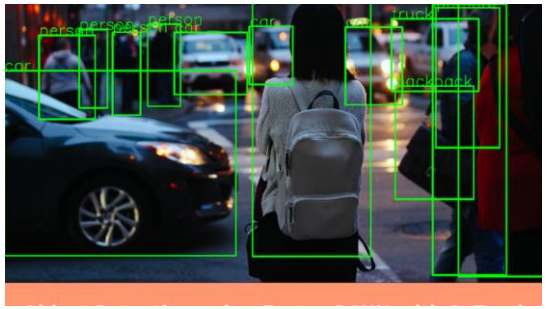
# Машинное обучение







## Приглашенная лекция 04

Ансамбли моделей на примере решающих деревьев

к.ф.-м.н., доцент кафедры ИСиЦТ ОГУ
Корнаева Е.П.

# Обучение с учителем: Решающие деревья

## Понятие смещения (bias) и разброса (variance)

**Смещение (bias)** измеряет ожидаемое отклонение от истинного значения функции или параметра.
**Разброс (variance)** – мера отклонения от ожидаемого значения оценки в произвольной выборке данных.

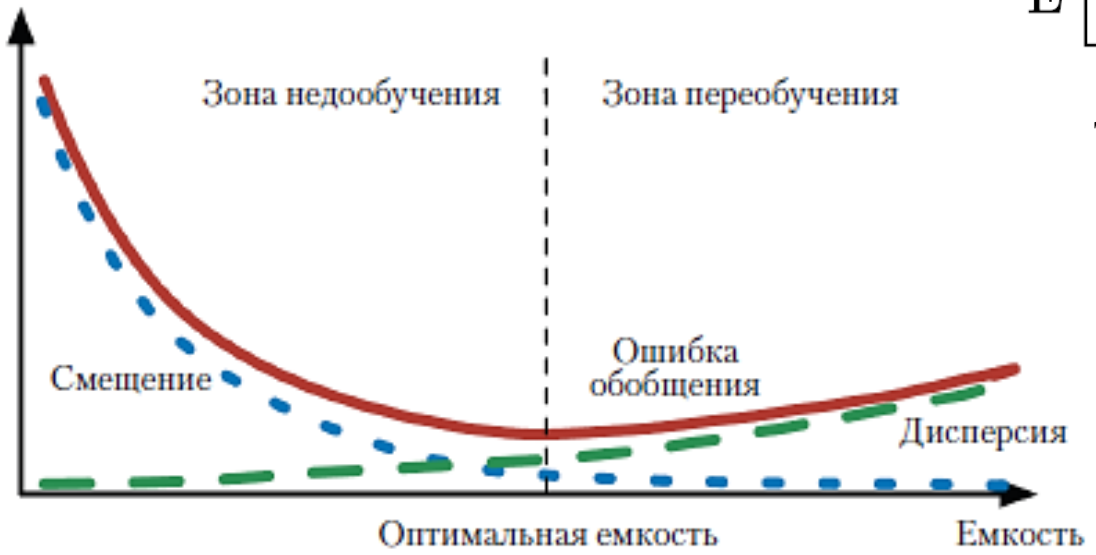



Рис.1. Ошибка модели [1]:
красная – общая ошибка модели;
синяя – смещение; зеленая – разброс.

$$\mathrm{E}\left[\left(y-\hat{f}\left(x\right)\right)^2\right]=\left(\mathrm{Bias}\left[\hat{f}\left(x\right)\right]\right)^2+\mathrm{Var}\left[\hat{f}\left(x\right)\right]+\sigma^2$$

данные | оценка модели | смещение | разброс | шум

[1] Гудфеллоу Я., Бенджио И., Курвилль А. Глубокое обучение / пер. с анг. А. А. Слинкина. – 2-е изд., испр. – М.: ДМК Пресс, 2018. – 652 с.

# Обучение с учителем: Решающие деревья

## Понятие смещения (bias) и разброса (variance)

**Смещение (bias)** оценивает насколько в среднем модель хорошо предсказывает целевую переменную
**Разброс (variance)** оценивает устойчивость модели к изменениям в обучающей выборке

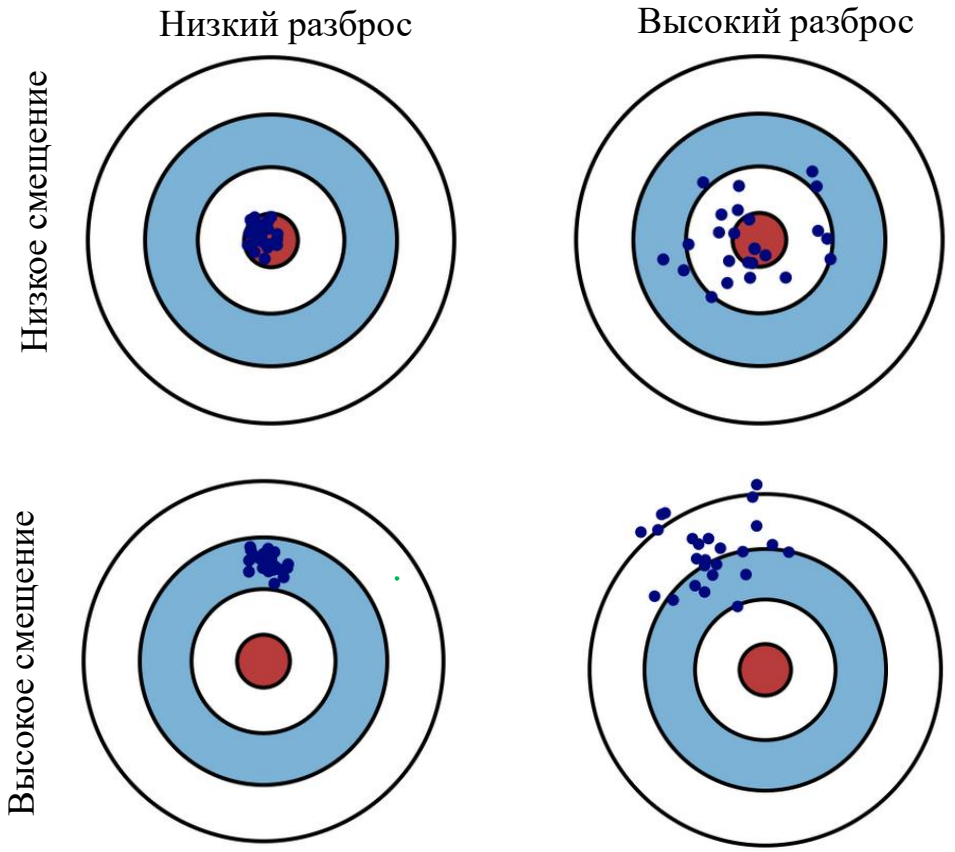



Рис.2. Смещение и разброс [2]

[2] https://habr.com/ru

# Обучение с учителем: Решающие деревья

## Понятие смещения (bias) и разброса (variance)

Например, для регрессии:

$$y(x) = f(x) + \varepsilon$$

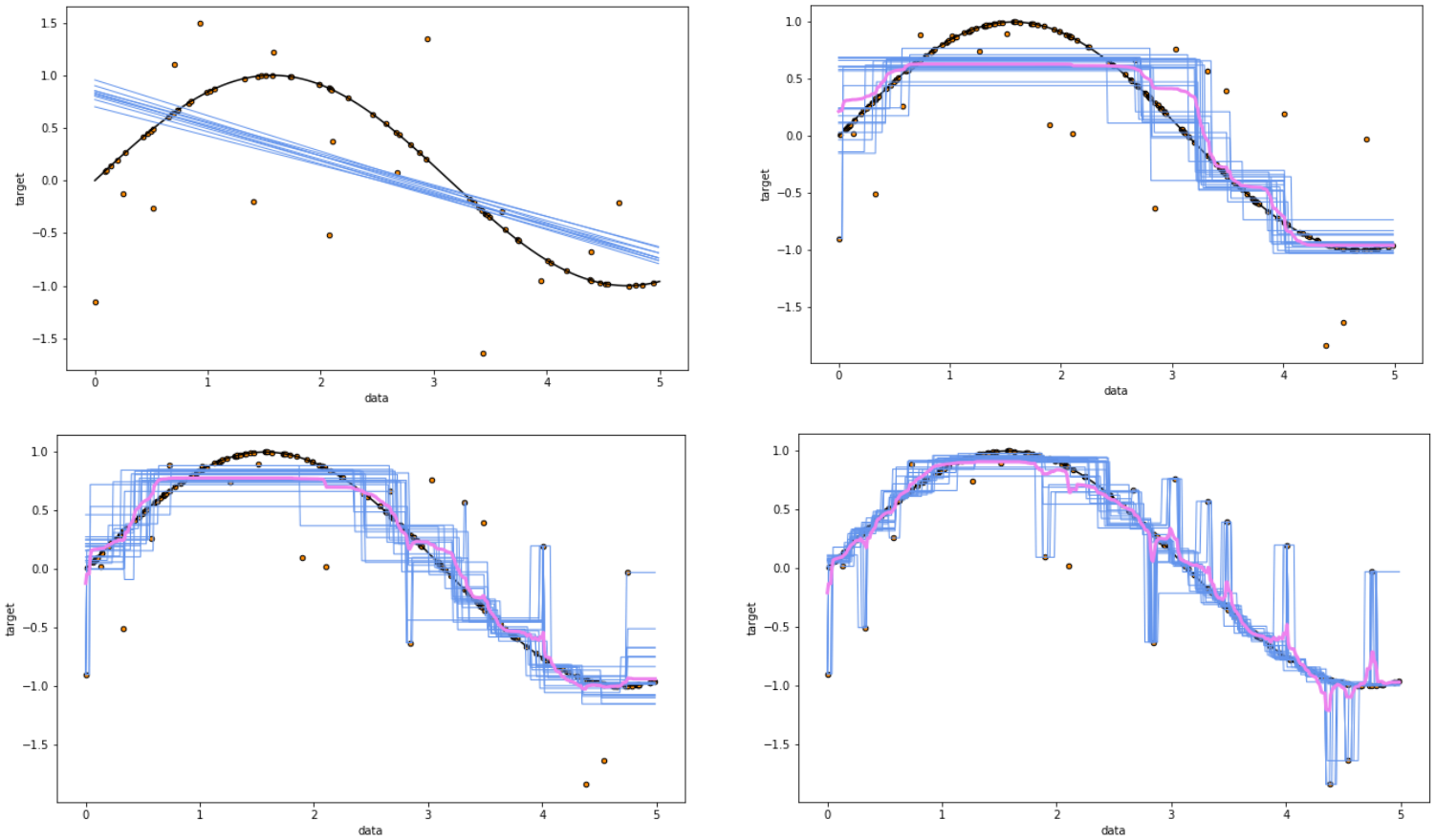



Рис.3. Смещение и разброс на примере регрессии [3]

[3] https://base.mnmc.hse.ru

# Ансамбли моделей на примере решающих деревьев

**Деревья классификации и регрессии (Classification and regression trees (CART))**

**Недостаток решающих деревьев:** чувствительность к шумам в данных

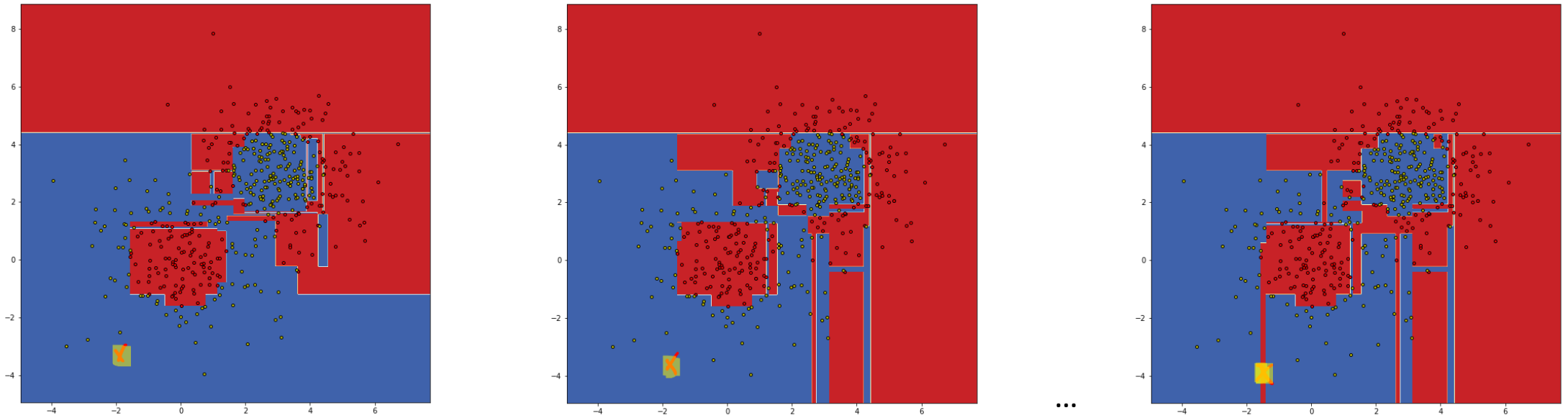


Рис.4. Чувствительность решающих деревьев к изменениям в исходных данных [3]

[3] https://base.mnmc.hse.ru

# Ансамбли моделей на примере решающих деревьев

**Деревья классификации и регрессии (Classification and regression trees (CART))**

**Недостаток решающих деревьев:** чувствительность к шумам в данных

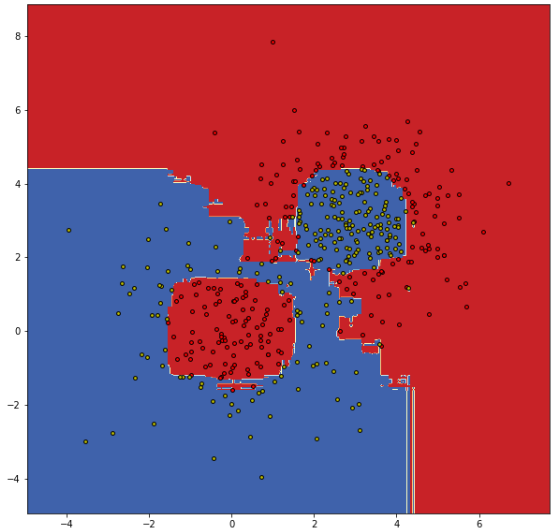


Рис.5. Композиция моделей [3]

Композиция моделей:

$$\tilde{y}(x) = \arg\max_{y \in \mathbb{Y}} \sum_{k=1}^{N} [\tilde{y}_k(x) = y]$$

$\tilde{y}_k(x)$ - решающие деревья, построенные на подвыборках

[3] https://base.mnmc.hse.ru

# Ансамбли моделей на примере решающих деревьев

**Композиция моделей на примере деревьев решений**

**Бэггинг (Bagging от Bootstrap aggregation) -** композиция моделей, обученных независимо на случайных подмножествах объектов

Пусть $\tilde{y}_k(x)$ - k[ая] модель в композиции $\tilde{y}(x)$ из N моделей

Смещение $\tilde{y}(x)$ такое же, как у $\tilde{y}_k(x)$

$$\text{разброс}(\tilde{y}(x)) = \frac{1}{N}(\text{разброс}(\tilde{y}_k(x))) + \text{ковариация}\left(\tilde{y}_k(x), \tilde{y}_q(x)\right)$$

Если базовые модели $\tilde{y}_k(x)$ независимы, то разброс уменьшается в $N$ раз!

# Ансамбли моделей на примере решающих деревьев

**Композиция моделей на примере деревьев решений**

**Бэггинг (Bagging от Bootstrap aggregation) -** композиция моделей, обученных независимо на случайных подмножествах объектов

Процедура бутстрэпа на рис. 6.

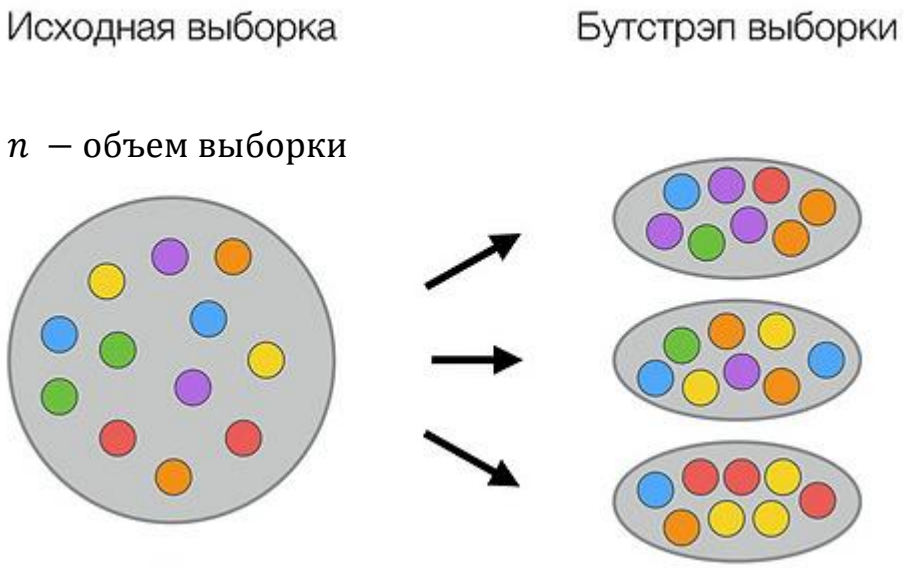


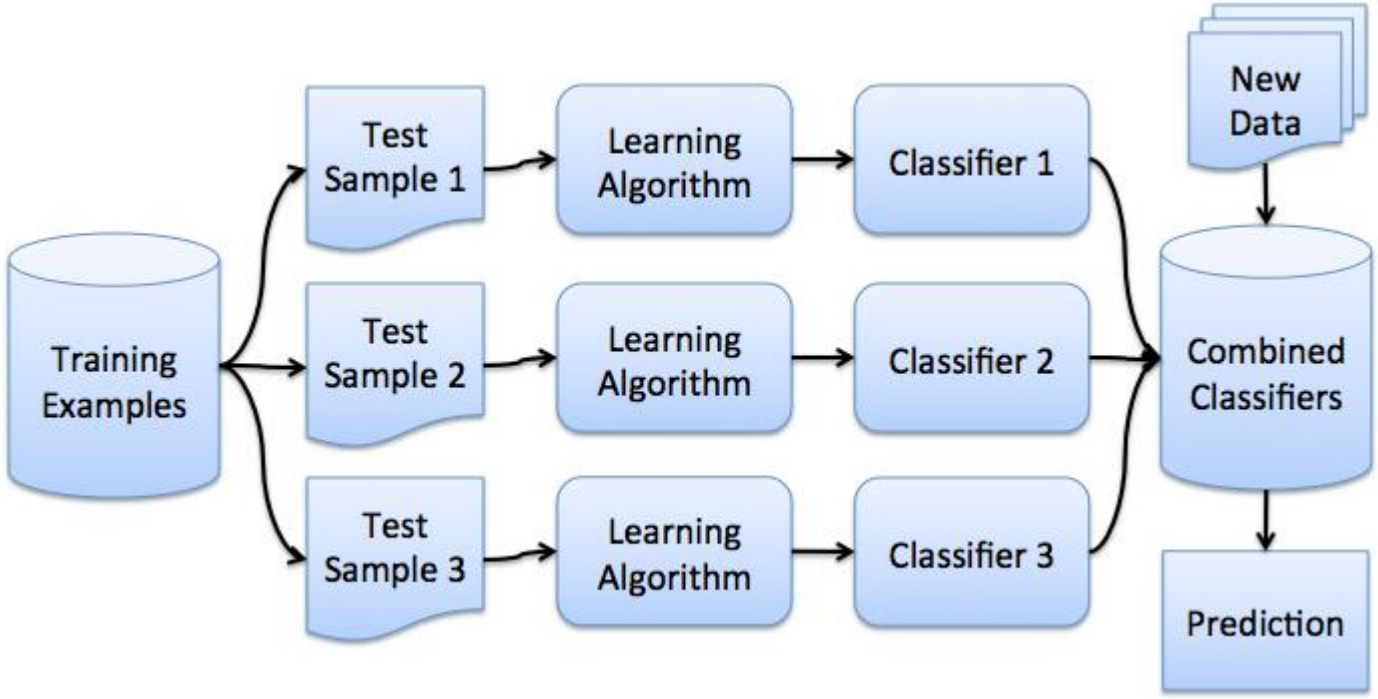

Рис.6. Бутстрэп [4]

Примерно 37% примеров остаются вне выборки бутстрэпа и не используются при построении k-го дерева

# Ансамбли моделей на примере решающих деревьев

**Композиция моделей на примере деревьев решений**

**Бэггинг (Bagging от Bootstrap aggregation) -** композиция моделей, обученных независимо на случайных подмножествах объектов




https://habr.com/ru/company/ods/blog/324402/

Для классификации:

$$\tilde{y}(x) = \arg\max_{y \in \mathbb{Y}} \sum_{k=1}^{N} [\tilde{y}_k(x) = y]$$

Для регрессии:

$$\tilde{y}(x) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \tilde{y}_k(x)$$

# Ансамбли моделей на примере решающих деревьев

**Композиция моделей на примере деревьев решений**

**Бэггинг (Bagging от Bootstrap aggregation) -** композиция моделей, обученных независимо на случайных подмножествах объектов

- Бэггинг не меняет смещение;

- Бэггинг понижает разброс;

- Для эффективного понижения разброса надо строить независимые базовые модели композиции.

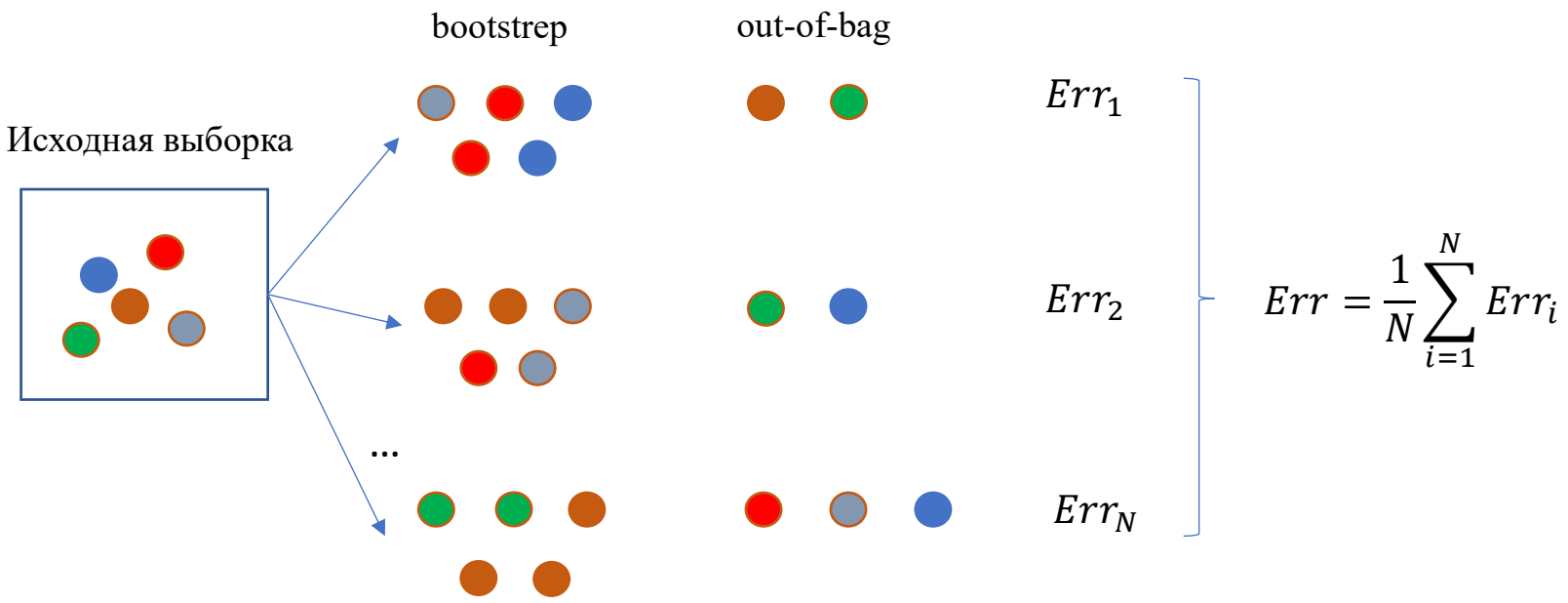
# Ансамбли моделей на примере решающих деревьев

**Композиция моделей на примере деревьев решений**

**Бэггинг (Bagging от Bootstrap aggregation) -** композиция моделей, обученных независимо на случайных подмножествах объектов

**Out-of-bag** оценка - это усредненная оценка базовых алгоритмов на тех ~37% данных, на которых они не обучались

т.к. каждое дерево обучается примерно на 63% данных, то остальные объекты можно рассматривать как тестовую выборку для каждого дерева.



# Ансамбли моделей на примере решающих деревьев

**Композиция моделей на примере деревьев решений**

**Случайный лес (random forest)**- ансамбль моделей, использующих метод случайного подпространства

Подпространство признаков $\hat{X} \subseteq X$

| | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | … | $X_l$ | $X_m$ | Y |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $x_{11}$ | $x_{12}$ | $x_{13}$ | | $x_{1l}$ | $x_{1m}$ | $y_1$ |
| 2 | $x_{21}$ | $x_{22}$ | $x_{23}$ | | $x_{2l}$ | $x_{2m}$ | $y_2$ |
| … | | | | | | | … |
| n | $x_{n1}$ | $x_{n2}$ | $x_{n3}$ | | $x_{nl}$ | $x_{nm}$ | $y_n$ |

$m$ – мерность признакового пространства;

$m'$ – мерность признакового подпространства для разбиения в узлах каждого дерева.

Выбор $m'$ :

- для классификации $m' = \sqrt{m}$
- для регрессии $m' = \frac{m}{3}$