Contrôle 1

Exercice 1 : **(3 pts)**

1. Dans la méthode du simplexe, pourquoi on choisit la variable sortante celle qui a le plus petit ratio positif. **(1,5 pts)**

2. **(1.5 pts)** Soit x^* une solution optimale de $max\{c^\top.x/A_1x \leq b_1,\ x \geq 0\}$ avec x^* vérifie $A_2x \leq b_2$. Montrer que x^* est une solution optimale de

$$max\{c^\top.x/A_1x \leq b_1,\ \ A_2x \leq b_2,\ \ x \geq 0\}$$

.

Exercice 2 : **(2 pts)** Soit le programme linéaire (PL) suivant

$$(PL)\left\{\begin{array}{ccc} \max Z & = & C^t x \\ Ax & \leq & b \\ x & \geq & 0 \end{array}\right.$$

avec A une matrice de taille $m \times n$ et les vecteurs $c \in \mathbb{R}^n$ et $b \in \mathbb{R}^m$

1. On suppose que (PL) admet deux solutions réalisables optimales x_1^* et x_2^* distinctes. Montrer alors qu'il existe une infinité de solutions réalisables optimales constituées par le segment joignant x_1^* et x_2^* (i.e. toute combinaison convexe de x_1^* et x_2^*).

Exercice 3 : **(4 pts)**
Le tableau suivant contient les différents horaires possibles pour les chauffeurs d'une compagnie de bus. Cette dernière cherche à déterminer les horaires à retenir de manière à assurer, à moindre coût, qu'au moins un chauffeur soit présent pendant chaque heure de la journée (de 9 à 17 heures).

Horaire	9 à 11h	9 à 13h	11 à 16h	12 à 15h	13 à 16h	14 à 17h	16 à 17h
Coût	18	30	38	14	22	16	9

1. Formuler un programme linéaire en nombres entiers permettant de résoudre le problème de décision de la compagnie.

2. Comment peut-on modifier le modèle si on demande qu'au moins deux chauffeurs soient présents pendant chaque heure de la journée

Exercice 4 : **(12 pts)**
Considérons le modèle de programmation linéaire suivant (P) :

$$Min\ Z = x + 6y$$

sous les contraintes

$$\begin{array}{rcl} 4x + 3y & \leq & 36 \\ 4x + y & \leq & 28 \\ 4x + 5y & \geq & 20 \\ -x + y & \leq & 5 \\ x,\ y & \geq & 0 \end{array}$$

1. Tracer sur un graphe cartésien la région admissible de ce modèle linéaire. Calculer les coordonnées de chaque point extrême. Trouvez la solution optimale (ou les solutions optimales) de (P). **(3.5 pts)**
2. Trouver une solution de base réalisable à l'aide de l'algorithme du Simplexe.**(2 pts)**
3. Résoudre ce problème à l'aide de l'algorithme du simplexe. **(2 pts)**
4. Si on change la fonction objectif par $Max\ Z = 9x + 6y$
   (a) Trouvez la solution optimale (ou les solutions optimales) à l'aide de la méthode du simplexe. **(1.5 pts)**
   (b) On présente une partie d'un tableau du simplexe de ce modèle. Seules les colonnes des variables hors base sont données. Compléter ce tableau. **(1.5**

Table 1: Tableau final du simplexe

Base	e_1	e_4	Valeur
y	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	?
e_3	$\frac{9}{7}$	$\frac{8}{7}$	32
x	$\frac{1}{7}$	$-\frac{3}{7}$	?
e_2	$-\frac{5}{7}$	$\frac{8}{7}$	8
C_j	?	?	****

pts)

   (c) Le décideur veut qu'on ajoute les deux contraintes suivante : $3x + y \geq 20$ et $x \geq 5$ à notre problème. Touver une solution optimale à ce nouveau problème. (N.B Ne pas utiliser la résolution graphique) **(1.5 pts)**

DIRECTIVES:

- Durée: 2h
- Une minute de réflexion vaut mieux qu'une page de calculs.
- Aucune documentation permise

A. METRANE