

Analyse des données : ACP

Exercice 1 :

Soit la matrice des données suivantes :

$$X = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1) Soient C_1 et C_2 les vecteurs colonnes de X . Centrer et normer les variables C_1 et C_2 .
- 2) Déterminer la matrice V des variances-covariances et la matrice Γ des corrélations.
- 3) Diagonaliser la matrice V . On note λ_i ses valeurs propres.
- 4) Déterminer les vecteurs propres F_i associés aux valeurs propres λ_i .

Exercice 2 :

Réaliser l'ACP de la matrice suivante, à partir de sa matrice de dispersion (données centrées mais non réduites) :

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 2 \\ 6 & 4 \\ 10 & 4 \end{pmatrix}$$

Exercice 3 :

On veut faire l'ACP centrée de la matrice :

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{de type (4,4).}$$

On a 4 lignes-individus et 4 colonnes-variables. La pondération des lignes est uniforme, la pondération des colonnes est unitaires, la transformation préalable est le centrage par colonne.

- 1) Donner les moyens des 4 variables. Donner les variances des 4 variables. Donner la matrice des variances-covariances de la matrice X .
- 2) Donner les valeurs propres de la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. En déduire les valeurs propres de l'ACP de X .
- 3) Donner $tr(\Lambda)$, où Λ est la matrice diagonale des valeurs propres.
- 4) Donner le 2^{ème} axe principal de l'ACP de X .
- 5) Donner les coordonnées des lignes sur le 2^{ème} axe principal de l'ACP de X .
- 6) Donner les coordonnées des colonnes sur le 2^{ème} axe principal de l'ACP de X .