Question 1

Liaison	Désignation	Éléments géométriques	Torseur cinématique	Torseur des actions mécaniques transmissibles
L_1	Glissière	suivant $\vec{x}_1$	$V_1 \equiv \begin{Bmatrix} 0 & u_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	$F_1 \equiv \begin{Bmatrix} 0 & L_1 \\ Y_1 & M_1 \\ Z_1 & N_1 \end{Bmatrix}$
L_2	rotule	De centre D	$V_1 \equiv \begin{Bmatrix} p_2 & 0 \\ q_2 & 0 \\ r_2 & 0 \end{Bmatrix}_D$	$F_1 \equiv \begin{Bmatrix} 0 & L_1 \\ 0 & M_1 \\ 0 & N_1 \end{Bmatrix}_D$
L_3	ponctuelle	De normale $I_1\vec{n}_1$	$V_3 \equiv \begin{Bmatrix} p_3 & u_3 \\ q_3 & 0 \\ r_3 & w_3 \end{Bmatrix}_{O,B_{locale}}$	$F_1 \equiv \begin{Bmatrix} X_1 & L_1 \\ 0 & M_1 \\ Z_1 & N_1 \end{Bmatrix}_{O,B_{locale}}$
L_4	ponctuelle	De normale $I_2\vec{n}_2$	$V_4 \equiv \begin{Bmatrix} p_4 & u_4 \\ q_4 & 0 \\ r_4 & w_4 \end{Bmatrix}_{O,B_{locale}}$	$F_1 \equiv \begin{Bmatrix} X_1 & L_1 \\ 0 & M_1 \\ Z_1 & N_1 \end{Bmatrix}_{O,B_{locale}}$
L_5	pivot	D'axe $A\vec{z}_3$	$V_5 \equiv \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_5 & 0 \end{Bmatrix}_A$	$F_5 \equiv \begin{Bmatrix} X_5 & L_5 \\ Y_5 & M_5 \\ 0 & N_5 \end{Bmatrix}_A$
L_6	pivot	D'axe $B\vec{z}_3$	$V_6 \equiv \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_6 & 0 \end{Bmatrix}_B$	$F_6 \equiv \begin{Bmatrix} X_6 & L_6 \\ Y_6 & M_6 \\ 0 & N_6 \end{Bmatrix}_B$
L_7	pivot	D'axe $C\vec{z}_3$	$V_7 \equiv \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_7 & 0 \end{Bmatrix}_C$	$F_7 \equiv \begin{Bmatrix} X_7 & L_7 \\ Y_7 & M_7 \\ 0 & N_7 \end{Bmatrix}_C$

Question 2

$$F_{eq34} = F_3 + F_4 = \begin{Bmatrix} Y_3\overrightarrow{n_1} + Y_4\overrightarrow{n_2} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

$$F_{eq34} = \begin{Bmatrix} Y_3\left(\cos\alpha\,\overrightarrow{y_1} - \sin\alpha\,\overrightarrow{z_1}\right) + Y_4\left(\cos\alpha\,\overrightarrow{y_1} + \sin\alpha\,\overrightarrow{z_1}\right) \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

$$F_{eq34} = \begin{Bmatrix} \left(Y_3 + Y_4\right)\cos\alpha\,\overrightarrow{y_1} + \left(Y_3 - Y_4\right)\sin\alpha\,\overrightarrow{z_1} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

$$F_{eq34} = \begin{Bmatrix} Y_{eq34}\,\overrightarrow{y_1} + Z_{eq34}\,\overrightarrow{z_1} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

Donc la liaison équivalente L_{eq34} est une linéaire annulaire d'axe $O,\overrightarrow{x_1}$

Question 3

$$V_{eq12} = V_1 + V_2 = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ u_1 \vec{x}_1 \end{Bmatrix}_D + \begin{Bmatrix} p_2 \vec{x} + q_2 \vec{y} + r_2 \vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_D$$

$$V_{eq12} = \begin{Bmatrix} p_2 \vec{x} + q_2 \vec{y} + r_2 \vec{z} \\ u_1 \vec{x}_1 \end{Bmatrix}_D$$

Donc la liaison équivalente L_{eq12} est une linéaire annulaire d'axe $D, \overrightarrow{x_1}$ $F_{eq34} = \begin{Bmatrix} Y_{eq12} \overrightarrow{y_1} + Z_{eq12} \overrightarrow{z_1} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_D$

Question 4

$$F_{eq} = F_{eq34} + F_{eq12} = \begin{Bmatrix} Y_{eq34} \overrightarrow{y_1} + Z_{eq34} \overrightarrow{z_1} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O + \begin{Bmatrix} Y_{eq12} \overrightarrow{y_1} + Z_{eq12} \overrightarrow{z_1} \\ \overrightarrow{OD} \wedge \left(Y_{eq12} \overrightarrow{y_1} + Z_{eq12} \overrightarrow{z_1} \right) \end{Bmatrix}_O$$

$$F_{eq} = \begin{Bmatrix} Y_{eq} \overrightarrow{y_1} + Z_{eq} \overrightarrow{z_1} \\ \left(a.\vec{x}_1 + R.\vec{y}_1 \right) \wedge \left(Y_{eq12} \overrightarrow{y_1} + Z_{eq12} \overrightarrow{z_1} \right) \end{Bmatrix}_O$$

$$F_{eq} = \begin{Bmatrix} Y_{eq} \overrightarrow{y_1} + Z_{eq} \overrightarrow{z_1} \\ a Y_{eq12} \overrightarrow{z_1} - a Z_{eq12} \vec{y}_1 + R Z_{eq12} \vec{x}_1 \end{Bmatrix}_O$$

$$F_{eq} = \begin{Bmatrix} Y_{eq} \overrightarrow{y_1} + Z_{eq} \overrightarrow{z_1} \\ a Y_{eq12} \overrightarrow{z_1} + Z_{eq12} \left(R \vec{x}_1 - a \vec{y}_1 \right) \end{Bmatrix}_O$$

Posons $\overrightarrow{x_{eq}}$ le vecteur normal au plan $\left(\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{z_1} \right)$

$F_{eq} = \begin{Bmatrix} Y_{eq} \overrightarrow{y_1} + Z_{eq} \overrightarrow{z_1} \\ L_{eq12} \overrightarrow{x_{eq}} + N_{eq} \overrightarrow{z_1} \end{Bmatrix}_O$ $V_{eq} = \begin{Bmatrix} q_{eq} \overrightarrow{y_{eq}} \\ u_1 \overrightarrow{x_1} \end{Bmatrix}_D$ Ce torseur ne correspond à aucune liaison normalisée.

Le mouvement attendu entre les solides **3** et **1** est une translation rectiligne de direction x_1 qui correspond à une liaison glissière entre ces deux solides. La liaison réalisée par une structure à un seul vérin ne réalise pas une liaison glissière et ne satisfait donc pas au cahier des charges.

Question 5

La liaison équivalente L_{eq1} est une linéaire annulaire d'axe $D_1, \overrightarrow{x_1}$

La liaison équivalente L_{eq2} est une linéaire annulaire d'axe $D_2, \overrightarrow{x_1}$

Question 6

A partir de Q47, les deux liaisons L_{eq1} et L_{eq2} donnent les torseurs au point O' milieu de D_1 D_2

$$F_{eq12} = \begin{Bmatrix} Y_{eq12} \overrightarrow{y_1} + Z_{eq12} \overrightarrow{z_1} \\ L_{eq12} \overrightarrow{y_1} + N_{eq12} \overrightarrow{z_1} \end{Bmatrix}_{O'} \qquad V_{eq12} = \begin{Bmatrix} r_{eq12} \overrightarrow{z_1} \\ u_{eq12} \overrightarrow{x_1} \end{Bmatrix}_{O'}$$

La liaison L_{eq34} supprime la rotation. Donc la liaison équivalente est une liaison glissière suivant x_1.

Le cahier des charges est donc vérifié.

Question 7

La liaison glissière est réalisée par 4 liaisons linéaires annulaires en parallèles entre 3 et 1 qui génèrent chacune 4 inconnues cinématiques.
$H=E_c-I_c+m_c=18-16+1=3$
Donc 3 inconnues hyperstatiques qui imposeront 3 conditions dimensionnelles ou géométriques.