

Modélisation des chaînes de solides dans le but de déterminer les contraintes géométriques dans les mécanismes

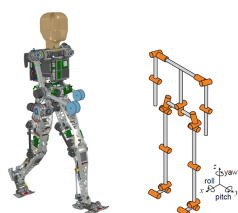
Sciences
Industrielles de
l'Ingénieur

Cours

Chapitre 2 Hyperstatisme

Savoirs et compétences :

- ☐ Mod2.C34 : chaînes de solides;
- ☐ Mod2.C34 : degré de mobilité du modèle;
- ☐ Mod2.C34 : degré d'hyperstatisme du modèle;
- ☐ Mod2.C34.SF1 : déterminer les conditions géométriques associées à l'hyperstatisme;
- ☐ Mod2.C34 : résoudre le système associé à la fermeture cinématique et en déduire le degré de mobilité et d'hyperstatisme.



Robot humanoïde Lola



Simulateur de vol Lockheed Martin

1	Degrés de mobilité	2
2	Hyperstatisme	2
2.1	Définition	2
2.2	Le système est hyperstatique... et alors?	3

1 Degrés de mobilité

Définition — Mobilité cinématique. On appelle $m_c = m_u + m_i$ le **degrés de mobilité cinématique** d'une liaison ou d'un mécanisme, avec :

- m_u : le nombre de mobilités dites **utile**;
- m_i : le nombre de mobilités dites **interne**.

Pour une liaison seule :

- $m_c = 0$: liaison complète ou rigide;
- $m_c > 0$: liaison mobile à m_c degrés de liberté.



Dans un mécanisme, une mobilité utile est une mobilité **recherchée dans la fonction du mécanisme**. On différenciera **seulement** les mobilités utiles **indépendantes**. Si une relation existe, par exemple, entre un mouvement d'entrée et un mouvement de sortie, alors cela sera considéré comme une seule mobilité.

Les mobilités internes sont des mobilités indépendantes résiduelles à l'intérieur du mécanisme.

Méthode Les mobilités utiles et internes peuvent être déterminées intuitivement. Cependant, il est possible de déterminer le nombre de mobilités analytiquement.

Méthode cinématique

Il faut commencer par écrire la (ou les) fermetures de chaînes cinématiques. Une fermeture de chaîne permet d'écrire un système de 6 équations. On note r_c le rang du système d'équations cinématiques.

On a alors $m_c = I_c - r_c$.

Méthode statique

Il faut commencer par appliquer le PFS à chacune des pièces du système. Un PFS permet d'écrire un système de 6 équations. On note r_s le rang du système d'équations statiques.

On a alors $m_c = E_s - r_s$.

2 Hyperstatisme

2.1 Définition

On appelle h le degré d'hyperstatisme d'un mécanisme. Il traduit l'impossibilité à résoudre un problème de mécanique, par la redondance abusive des liaisons.

Définition — Degrés d'hyperstatisme. On peut définir le degré d'hyperstatisme par :

Méthode cinématique

$$h = m_c - I_c + E_c$$

Méthode statique

$$h = m_c - E_s + I_s$$

- $h = 0$: liaison ou mécanisme **isostatique**;
- $h > 0$: liaison ou mécanisme **hyperstatique**.

Définition — Notations. I_c et I_s sont respectivement les **nombre d'inconnues cinématiques et statiques** d'un système et ils dépendent du type de modélisation (2D ou 3D).

Méthode cinématique

On rappelle que le **nombre cyclomatique** γ est tel que $\gamma = L - S + 1$ (S nombre de classes d'équivalence et L le nombre de liaisons).

On note E_c le nombre d'équations cinématiques et E_{cp} représente le nombre d'équations complémentaires (par exemple conditions de non-glissement ou relation dans une liaison hélicoïdale) :

- en 3D : $E_c = 6\gamma + E_{cp}$;
- en 2D : $E_c = 3\gamma + E_{cp}$.

Méthode statique

E_s est le nombre d'équations statique :

- en 3D : $E_s = 6(S - 1)$;
- en 2D : $E_s = 3(S - 1)$.



Un système en **boucle ouverte** aura toujours sa mobilité générale égale à la mobilité cinématique, ainsi il sera toujours **isostatique**.

2.2 Le système est hyperstatique... et alors ?

Tout d'abord, d'un point de vue calcul mécanique, l'intérêt d'un système isostatique est qu'il est possible de calculer les efforts dans chacune des liaisons. Un système isostatique sera de plus facile à assembler car le positionnement des pièces les unes avec les autres est « unique ».

Pour les systèmes hyperstatiques, il n'est pas possible de connaître chacun des efforts. En revanche, la détermination des lois de mouvement des systèmes reste possible. Les systèmes hyperstatiques sont plus rigides que des systèmes isostatiques mais nécessitent de prendre des précautions au montage ou à la fabrication des pièces :

- les dimensions des pièces fabriquées doivent être maîtrisées ;
- du jeu doit être prévu pour garantir l'assemblage ;
- des dispositifs de réglage peuvent être proposés.

Un système hyperstatique peut donc être plus cher à réaliser, mais peut être plus rigide et d'une plus grande durée de vie.

Pour calculer les efforts dans un système hyperstatique, plusieurs solutions sont possibles : on peut par exemple faire des hypothèses sur une répartition d'efforts.

Méthode — Conditions de montage. Pour déterminer les conditions de montage, il est possible d'exploiter les équations $0 = 0$ issues des fermetures de chaînes cinématiques. En effet, le nombre d'équations $0 = 0$ correspond au degré d'hyperstatisme.

- une équation de type $0 = 0$ issue de la fermeture des vecteurs taux de rotation impose de spécifier un parallélisme ;
- une équation de type $0 = 0$ issue de la fermeture des vecteurs vitesse impose de spécifier une distance.

Il est parfois demandé de diminuer le degré d'hyperstatisme d'un système. Pour cela, il faut rajouter des degrés de liberté à certaines liaisons, sans pour autant modifier le comportement du système.