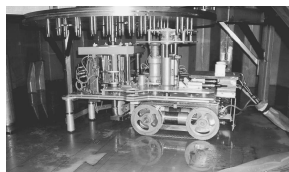


## TD 5



## Système d'inspection pour tubes de guidage

Banque PT – SIA 2009

Savoirs et compétences :

- Mod2.C34 : degré de mobilité du modèle;
- Mod2.C34 : degré d'hyperstatisme du modèle;
- Mod2.C34.SF1 : déterminer les conditions géométriques associées à l'hyperstatisme;
- Mod2.C34 : résoudre le système associé à la fermeture cinématique et en déduire le degré de mobilité et d'hyperstatisme.

## Mise en situation

**Objectif** L'objectif est de valider le choix de conception de la structure mécanique permettant de transmettre l'énergie mécanique aux volets.

Les figures suivantes donnent quelques éléments de la solution adoptée par le bureau d'étude. On y trouve notamment l'extrémité de la perche sur laquelle est fixée à la tête d'accrochage. La liaison démontable est réalisée par trois griffes pivotantes qui viennent se loger dans une gorge de la pièce insérée dans le corps de l'outil d'inspection. Le pivotement des griffes est commandé par une tige couissant dans la perche sur toute sa longueur puisque la commande pneumatique ou manuelle est effectuée en haut de la perche, hors d'eau. On souhaite valider deux des critères d'appréciation :

- critère 1 : la commande par obstacle dans les deux sens (accrochage et décrochage);
- critère 2 : la durée de l'accrochage.

Les notations adoptées sont les suivantes.

La base orthonormée directe liée au solide  $i$  est notée  $\mathcal{B}_i = (\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ . Le torseur cinématique du mouvement d'un solide  $j$  par rapport à un solide  $i$  (ou par rapport au référentiel  $\mathcal{R}_i$  lié à celui-ci), réduit en  $A$ , sera noté  $\{\mathcal{V}(j/i)\} = \left\{ \frac{\Omega(j/i)}{V(A \in j/i)} \right\}_A =$

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{ji} \vec{x} + q_{ji} \vec{y} + r_{ji} \vec{z} \\ u_{ji} \vec{x} + v_{ji} \vec{y} + w_{ji} \vec{z} \end{array} \right\}_A.$$

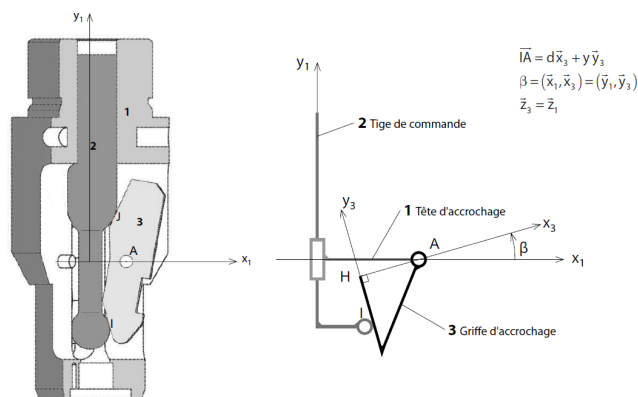
Le torseur des actions mécaniques exercées par un solide  $i$  sur un solide  $j$ , réduit en  $A$  sera noté  $\{\mathcal{F}(i \rightarrow j)\}$

$$= \left\{ \frac{R(i \rightarrow j)}{\mathcal{M}(A, i \rightarrow j)} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{l} X_{ij} \vec{x} + Y_{ij} \vec{y} + Z_{ij} \vec{z} \\ L_{ij} \vec{x} + M_{ij} \vec{y} + N_{ij} \vec{z} \end{array} \right\}_A.$$

## Validation de la transmission du mouvement de commande

## Étude préliminaire d'un modèle simplifié

On adopte dans un premier temps, un modèle simplifié, pour une seule griffe, défini par le schéma cinématique donné dans la figure suivante.



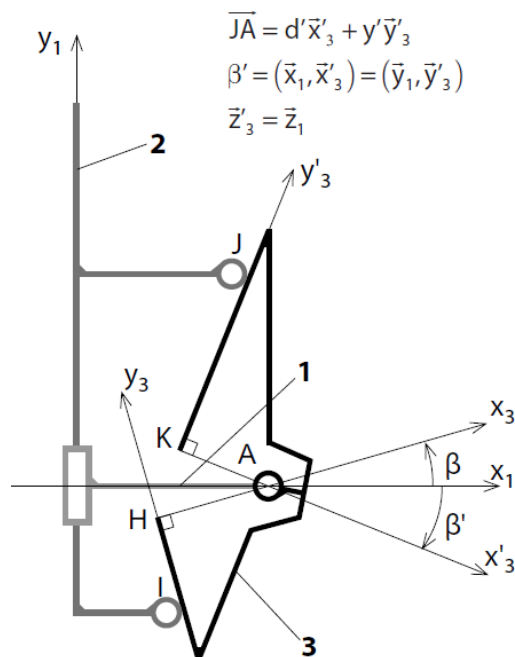
**Question 1** En considérant que le modèle est spatial, donner le graphe de structure (graphe des liaisons) associé au schéma cinématique proposé en précisant les éléments géométriques caractéristiques de chaque liaison puis la forme de leur torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(j/i)\}$ , c'est-à-dire l'expression des éléments de réduction en fonction des paramètres  $p_{ij}$ ,  $q_{ij}$ ,  $r_{ij}$ ,  $u_{ij}$ ,  $v_{ij}$  et  $w_{ij}$  dans la base locale de la liaison.

**Question 2** Établir le système de six équations, en projection dans la base  $\mathcal{B}_3$  liée au solide 3, traduisant la fermeture cinématique du mécanisme, en fonction des paramètres cinématiques introduits à la question précédente et des paramètres géométriques définis sur la figure précédente.

**Question 3** Évaluer le rang du système d'équations obtenu et en déduire le degré de mobilité du mécanisme. On supposera que le paramètre cinématique d'entrée  $w_{21}$  est connu et que l'angle  $\beta$  est différent de zéro. Si on fait l'hypothèse que les liaisons sont parfaites, ce modèle est-il hyperstatique?

## Étude du modèle associé à la commande d'une griffe

Afin d'obtenir une commande par obstacle dans les deux sens de commande, le modèle est complété par une seconde liaison sphère-plan, telle que le schéma cinématique devienne celui de la figure suivante.

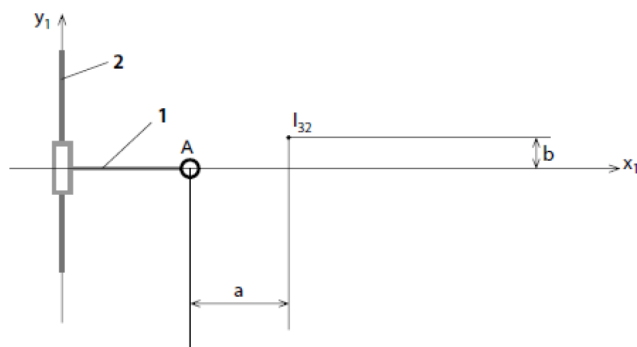


**Objectif** On cherche ici à montrer qu'il est impossible d'obtenir ce double contact avec la géométrie actuelle.

**Question 4** En vous appuyant sur les résultats précédents et en supposant que les angles  $\beta$  et  $\beta'$  sont différents de zéro, donner la valeur du degré de mobilité de ce modèle puis son degré d'hyperstatisme. Que concluez-vous de ces résultats? On notera  $\{V(3/2)\}$  le torseur cinématique de la liaison sphère-plan de centre  $J$  dont on précisera la normale.

**Question 5** En supposant que les normales, à préciser, aux liaisons sphère-plan, de centres  $I$  et  $J$ , sont concourantes au point que l'on notera  $I_{32}$ , déterminer, en utilisant l'équivalence statique, la liaison équivalente entre les solides 3 et 2 au point  $I_{32}$ .

**Question 6** Compléter le schéma cinématique avec la liaison équivalente.

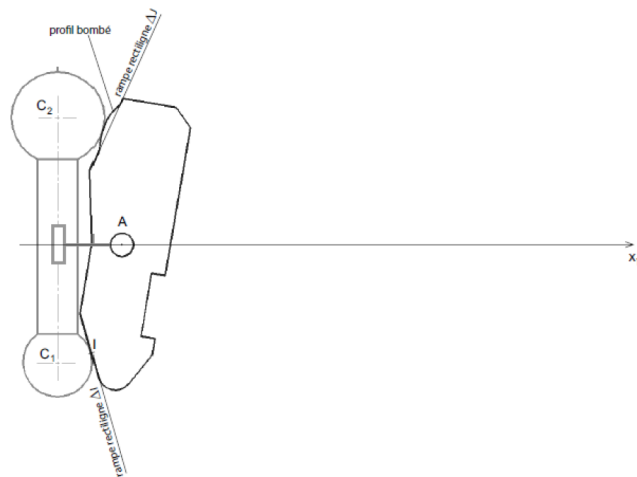


**Question 7** Calculer le degré de mobilité du mécanisme ainsi modélisé et comparer cette valeur à celle trouvée à la question 4, en supposant les valeurs de  $a$  et  $b$  quelconques, définies par  $\vec{AI}_{32} = a\vec{x}_1 + b\vec{y}_1$ .

**Question 8** Indiquer à quelle condition sur  $a$  et/ou  $b$ , le degré de mobilité serait égal à 1. Commentez ce résultat en regard de l'objectif énoncé plus haut.

Les valeurs de  $a$  et  $b$  étant des fonctions du temps, on constate que la condition trouvée ne peut être réalisée à chaque instant du mouvement d'accrochage, en conservant, sur la pièce 3, deux rampes rectilignes pour les contacts ponctuels en  $I$  et  $J$ .

Une simulation informatique du mécanisme montre que si on décide de conserver la rampe rectiligne uniquement au contact en  $I$ , il est nécessaire d'avoir un profil bombé, donné sur la figure suivante, pour le contact en  $J$ .



**Question 9** Expliquer et effectuer, le tracé permettant de trouver exactement la position du point de contact  $J$ , entre la surface sphérique de la tige de commande et le profil bombé de la griffe, obtenu dans la position représentée.

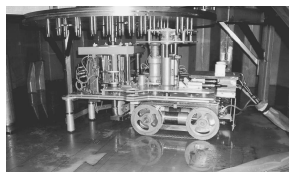
**Question 10** Le bureau d'étude a finalement décidé de conserver les deux rampes rectilignes repérées  $\Delta I$  et  $\Delta J$  sur la figure. Quelle conséquence a ce choix sur le fonctionnement du mécanisme d'accrochage? Peut-on valider le critère étudié de la FT 2.1.1?

**Validation de la transmission de l'effort de commande**

On souhaite vérifier que le mouvement de commande de la griffe est toujours possible. Pour cela, on se place dans la configuration du modèle simplifié donné figure 5 de l'Annexe 4. On suppose que seule la liaison sphère-plan de centre  $I$  n'est pas parfaite avec un coefficient de frottement au contact  $f$  de 0,2. On suppose négligeable le poids de la griffe 3 devant les actions mécaniques transmises. On précise que  $d = 10$  mm et que  $y$  varie entre 20 et 32 mm.

**Question 11** Préciser, en justifiant votre réponse, si un phénomène d'arc-boutement peut se produire au cours du mouvement de la griffe? Peut-on valider la solution proposée?

## TD 5 – Corrigé



## Système d'inspection pour tubes de guidage

Banque PT – SIA 2009

Savoirs et compétences :

- Mod2.C34 : degré de mobilité du modèle;
- Mod2.C34 : degré d'hyperstatisme du modèle;
- Mod2.C34.SF1 : déterminer les conditions géométriques associées à l'hyperstatisme;
- Mod2.C34 : résoudre le système associé à la fermeture cinématique et en déduire le degré de mobilité et d'hyperstatisme.

## Mise en situation

**Objectif** L'objectif est de valider le choix de conception de la structure mécanique permettant de transmettre l'énergie mécanique aux volets.

Les figures suivantes donnent quelques éléments de la solution adoptée par le bureau d'étude. On y trouve notamment l'extrémité de la perche sur laquelle est fixée à la tête d'accrochage. La liaison démontable est réalisée par trois griffes pivotantes qui viennent se loger dans une gorge de la pièce insérée dans le corps de l'outil d'inspection. Le pivotement des griffes est commandé par une tige couissant dans la perche sur toute sa longueur puisque la commande pneumatique ou manuelle est effectuée en haut de la perche, hors d'eau. On souhaite valider deux des critères d'appréciation :

- critère 1 : la commande par obstacle dans les deux sens (accrochage et décrochage);
- critère 2 : la durée de l'accrochage.

Les notations adoptées sont les suivantes.

La base orthonormée directe liée au solide  $i$  est notée  $\mathcal{B}_i = (\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ . Le torseur cinématique du mouvement d'un solide  $j$  par rapport à un solide  $i$  (ou par rapport au référentiel  $\mathcal{R}_i$  lié à celui-ci), réduit en  $A$ , sera noté  $\{\mathcal{V}(j/i)\} = \left\{ \frac{\vec{\Omega}(j/i)}{V(A \in j/i)} \right\}_A =$

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{ji} \vec{x} + q_{ji} \vec{y} + r_{ji} \vec{z} \\ u_{ji} \vec{x} + v_{ji} \vec{y} + w_{ji} \vec{z} \end{array} \right\}_A$$

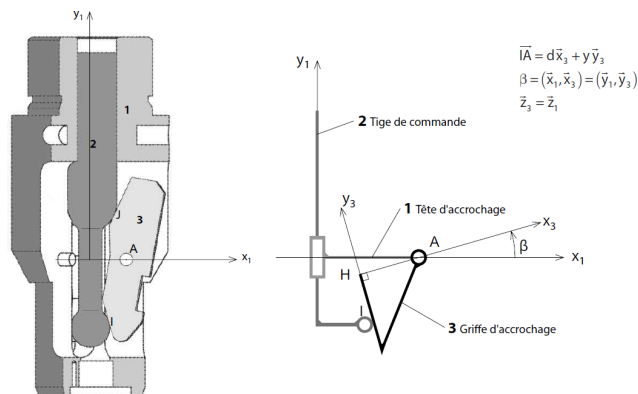
Le torseur des actions mécaniques exercées par un solide  $i$  sur un solide  $j$ , réduit en  $A$  sera noté  $\{\mathcal{F}(i \rightarrow j)\}$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(i \rightarrow j) \\ \vec{\mathcal{M}}(A, i \rightarrow j) \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{l} X_{ij} \vec{x} + Y_{ij} \vec{y} + Z_{ij} \vec{z} \\ L_{ij} \vec{x} + M_{ij} \vec{y} + N_{ij} \vec{z} \end{array} \right\}_A$$

## Validation de la transmission du mouvement de commande

## Étude préliminaire d'un modèle simplifié

On adopte dans un premier temps, un modèle simplifié, pour une seule griffe, défini par le schéma cinématique donné dans la figure suivante.



**Question 1** En considérant que le modèle est spatial, donner le graphe de structure (graphe des liaisons) associé au schéma cinématique proposé en précisant les éléments géométriques caractéristiques de chaque liaison puis la forme de leur torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(j/i)\}$ , c'est-à-dire l'expression des éléments de réduction en fonction des paramètres  $p_{ij}$ ,  $q_{ij}$ ,  $r_{ij}$ ,  $u_{ij}$ ,  $v_{ij}$  et  $w_{ij}$  dans la base locale de la liaison.

## Correction

**Question 2** Établir le système de six équations, en projection dans la base  $\mathcal{B}_3$  liée au solide 3, traduisant la fermeture cinématique du mécanisme, en fonction des paramètres cinématiques introduits à la question précédente et des paramètres géométriques définis sur la figure précédente.

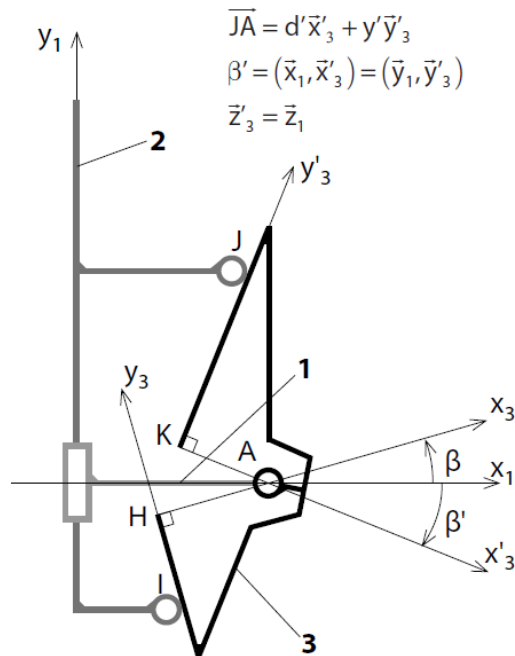
## Correction

**Question 3** Évaluer le rang du système d'équations obtenu et en déduire le degré de mobilité du mécanisme. On supposera que le paramètre cinématique d'entrée  $w_{21}$  est connu et que l'angle  $\beta$  est différent de zéro. Si on fait l'hypothèse que les liaisons sont parfaites, ce modèle est-il hyperstatique?

## Correction

## Étude du modèle associé à la commande d'une griffe

Afin d'obtenir une commande par obstacle dans les deux sens de commande, le modèle est complété par une seconde liaison sphère-plan, telle que le schéma cinématique devienne celui de la figure suivante.



**Objectif** On cherche ici à montrer qu'il est impossible d'obtenir ce double contact avec la géométrie actuelle.

**Question 4** En vous appuyant sur les résultats précédents et en supposant que les angles  $\beta$  et  $\beta'$  sont différents de zéro, donner la valeur du degré de mobilité de ce modèle puis son degré d'hyperstatisme. Que concluez-vous de ces résultats ? On notera  $\{V(3/2)\}$  le torseur cinématique de la liaison sphère-plan de centre J dont on précisera la normale.

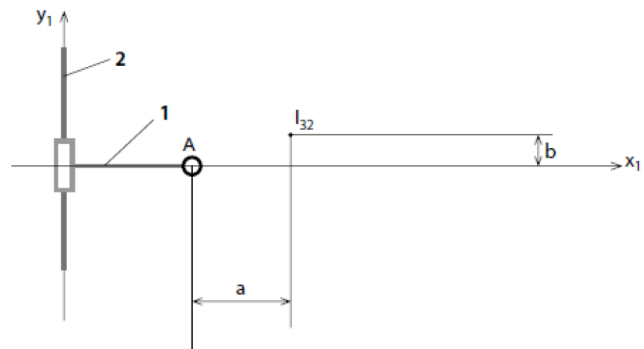
**Correction**

**Question 5** En supposant que les normales, à préciser, aux liaisons sphère-plan, de centres I et J, sont concourantes au point que l'on notera  $I_{32}$ , déterminer, en utilisant l'équivalence statique, la liaison équivalente entre les solides 3 et 2 au point  $I_{32}$ .

**Correction**

**Question 6** Compléter le schéma cinématique avec la liaison équivalente.

**Correction**



**Question 7** Calculer le degré de mobilité du mécanisme ainsi modélisé et comparer cette valeur à celle trouvée à la question 4, en supposant les valeurs de a et b quelconques, définies par  $\vec{AI}_{32} = a \vec{x}_1 + b \vec{y}_1$ .

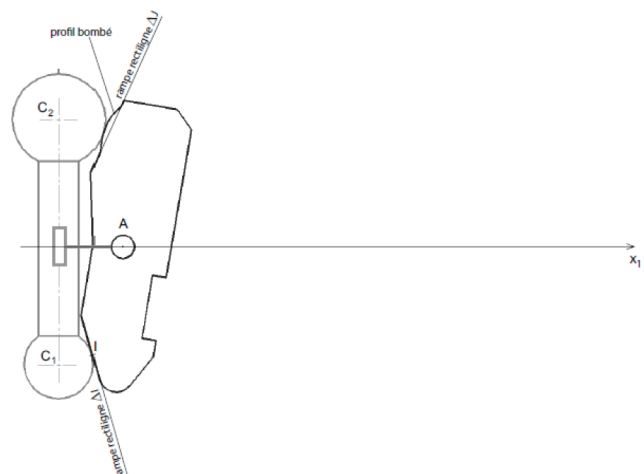
**Correction**

**Question 8** Indiquer à quelle condition sur a et/ou b, le degré de mobilité serait égal à 1. Commentez ce résultat en regard de l'objectif énoncé plus haut.

**Correction**

Les valeurs de a et b étant des fonctions du temps, on constate que la condition trouvée ne peut être réalisée à chaque instant du mouvement d'accrochage, en conservant, sur la pièce 3, deux rampes rectilignes pour les contacts ponctuels en I et J.

Une simulation informatique du mécanisme montre que si on décide de conserver la rampe rectiligne uniquement au contact en I, il est nécessaire d'avoir un profil bombé, donné sur la figure suivante, pour le contact en J.



**Question 9** Expliquer et effectuer, le tracé permettant de trouver exactement la position du point de contact J, entre la surface sphérique de la tige de commande et le profil bombé de la griffe, obtenu dans la position représentée.

**Correction**

**Question 10** *Le bureau d'étude a finalement décidé de conserver les deux rampes rectilignes repérées  $\Delta I$  et  $\Delta J$  sur la figure. Quelle conséquence a ce choix sur le fonctionnement du mécanisme d'accrochage? Peut-on valider le critère étudié de la FT 2.1.1?*

**Correction**

**Validation de la transmission de l'effort de commande**

On souhaite vérifier que le mouvement de commande de la griffe est toujours possible. Pour cela, on se place dans la configuration du modèle simplifié donné figure

5 de l'Annexe 4. On suppose que seule la liaison sphère-plan de centre  $I$  n'est pas parfaite avec un coefficient de frottement au contact  $f$  de 0,2. On suppose négligeable le poids de la griffe 3 devant les actions mécaniques transmises. On précise que  $d = 10$  mm et que  $y$  varie entre 20 et 32 mm.

**Question 11** *Préciser, en justifiant votre réponse, si un phénomène d'arc-boutement peut se produire au cours du mouvement de la griffe? Peut-on valider la solution proposée?*

**Correction**