

# Modélisation des chaînes de solides dans le but de déterminer les contraintes géométriques dans les mécanismes

Sciences  
Industrielles de  
l'Ingénieur

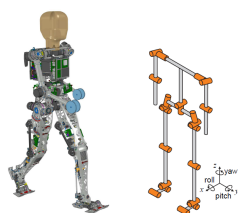
## Cours

### Chapitre 1

### Détermination des liaisons équivalentes

#### Savoirs et compétences :

- Mod2.C34 : chaînes de solides;
- Mod2.C34 : degré de mobilité du modèle;
- Mod2.C34 : degré d'hyperstatisme du modèle;
- Mod2.C34.SF1 : déterminer les conditions géométriques associées à l'hyperstatisme;
- Mod2.C34 : résoudre le système associé à la fermeture cinématique et en déduire le degré de mobilité et d'hyperstatisme.



Robot humanoïde Lola



Simulateur de vol Lockheed Martin

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
1.1	Rappel sur les torseurs des liaisons . . . . .	2
1.2	Graphe des liaisons . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Liaisons équivalentes</b>	<b>2</b>
2.1	Liaisons en parallèles . . . . .	2
2.2	Liaisons en série . . . . .	2

## 1 Introduction

### 1.1 Rappel sur les torseurs des liaisons

**Définition** De manière générale, le torseur cinématique peut être noté :

$$\{\mathcal{V}(i/j)\} = \left\{ \frac{\overrightarrow{\Omega(i/j)}}{V(P \in i/j)} \right\}_P = \left\{ \begin{matrix} p_{ij} \vec{x} + q_{ij} \vec{y} + r_{ij} \vec{z} \\ u_{ij} \vec{x} + v_{ij} \vec{y} + w_{ij} \vec{z} \end{matrix} \right\}_P = \left\{ \begin{matrix} p_{ij} & u_{ij} \\ q_{ij} & v_{ij} \\ r_{ij} & w_{ij} \end{matrix} \right\}_{P, \mathcal{R}}.$$

**On notera  $n_c$  le nombre d'inconnues cinématiques d'une liaison.** En d'autres termes,  $n_c$  correspond donc au nombre de mobilités de la liaison.

**Définition** De manière générale, le torseur statique peut être noté :

$$\{\mathcal{T}(i \rightarrow j)\} = \left\{ \frac{\overrightarrow{R(i \rightarrow j)}}{\mathcal{M}(P, i \rightarrow j)} \right\}_P = \left\{ \begin{matrix} X_{ij} \vec{x} + Y_{ij} \vec{y} + Z_{ij} \vec{z} \\ L_{ij} \vec{x} + M_{ij} \vec{y} + N_{ij} \vec{z} \end{matrix} \right\}_P = \left\{ \begin{matrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{matrix} \right\}_{P, \mathcal{R}}.$$

**On notera  $n_s$  le nombre d'inconnues statiques d'une liaison.** En d'autres termes,  $n_s$  correspond au degré de liaison. On a  $n_s = 6 - n_c$ .

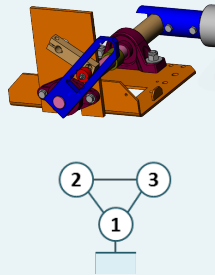
### 1.2 Graphe des liaisons

**Définition** Selon la forme du graphe de liaisons, on peut distinguer 3 cas :

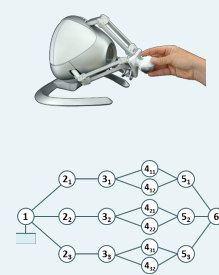
#### Les chaînes ouvertes



#### Les chaînes fermées



#### Les chaînes complexes



On appelle cycle, un chemin fermé ne passant pas deux fois par le même sommet. À partir d'un graphe des liaisons donné, il est possible de vérifier qu'il existe un nombre maximal de cycles indépendants. Ce nombre est appelé nombre cyclomatique.

**En notant  $L$  le nombre de liaisons et  $S$  le nombre de solides, on note  $\gamma$  le nombre cyclomatique et on a :**  
 $\gamma = L - S + 1.$



- Dans le cas d'une chaîne ouverte,  $\gamma$  est nul.
- À partir du graphe de structure, il est possible de déterminer le nombre cyclomatique d'une chaîne complexe... si elle n'est pas trop complexe.
- 

## 2 Liaisons équivalentes

### 2.1 Liaisons en parallèles

### 2.2 Liaisons en série