École Polytechnque de Tunisie

TP Element fini

Compte rendu final TP element fini

Travail de :
Mohamed SAIDI

Travail encadré par : Mme REZGUI Taysir

Table des matières

1 Introduction

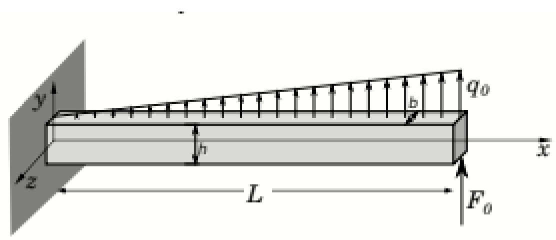
Pour analyser un phénomène naturel en général ou un problème d'ingénierie en particulier, on est souvent amené à développer un modèle mathématique pouvant décrire d'une manière aussi fiable que possible le problème en question. La méthode des éléments finis est l'une des techniques numériques les plus puissantes.

Concrètement, cela permet par exemple de calculer numériquement le comportement d'objets même très complexes. Ainsi, toute forme complexe d'un domaine géométrique ou un problème qui soit bien posé avec toutes les conditions aux limites, peut être résolu par la méthode des éléments finis.

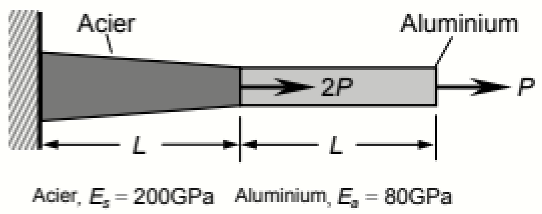
2 Objectif du TP

L'objectif des différents TPs est l'élaboration d'un code de calcul par éléments finis pour le dimensionnement d'une structure 1D soumise à des chargements extérieurs permettant de calculer d'une part les déplacements, les contraintes les efforts tranchants et les moments fléchissant c'est le post-traitement.D'autre part, comparer les résultats obtenus avec les résultats exactes et tirer donc des conclusions.

On va travailler sur ces structures :



Avec $E = 200$ GPa, I_{Gz}=29×10^{-6} m^4, h = 150 mm, $L = 1$ m, F_0=100 N, $q_0 = 2.4$ kN/m



Avec $P = 10$kN, $A_0 = 10$cm^3, $A_L = 5$cm^3 et $L = 100$cm

```
ans =

   6.9603e+07   3.4802e+07  -6.9603e+07   3.4802e+07
   3.4802e+07   2.3201e+07  -3.4802e+07   1.1601e+07
  -6.9603e+07  -3.4802e+07   6.9603e+07  -3.4802e+07
   3.4802e+07   1.1601e+07  -3.4802e+07   2.3201e+07

ans =

   359.995    80.000   200.025  -119.995
```

```
ans =

   1.4985e+06  -1.4985e+06
  -1.4985e+06   1.4985e+06

ans =

   0   0
```

FIGURE 1 – Exemple de test de ces deux structures

3 Matrice de rigidité et vecteur force élémentaire

3.1 Implémentation des fonctions psi et ses dérivés secondes

Les fonctions psi sont définit de la manière suivante :

$$\psi_1^e(\bar{x}) = 1 - \frac{3\bar{x}^2}{h_e^2} + \frac{2\bar{x}^3}{h_e^3}$$

$$\psi_2^e(\bar{x}) = \bar{x} - \frac{2\bar{x}^2}{h_e} + \frac{\bar{x}^3}{h_e^2}$$

$$\psi_3^e(\bar{x}) = \frac{3\bar{x}^2}{h_e^2} - \frac{2\bar{x}^3}{h_e^3}$$

$$\psi_4^e(\bar{x}) = -\frac{\bar{x}^2}{h_e} + \frac{\bar{x}^3}{h_e^2}$$

FIGURE 2 – Pour la poutre en flexion

$$\psi_1(x) = 1 - \frac{x}{h}$$

$$\psi_2(x) = \frac{x}{h}$$

FIGURE 3 – Pour la barre en traction ou compression

Ces fonctions sont programmées de la manière suivante :

```
function y=psi(i,x,h)
  if (i==1)
    y=1-3*(x/h)^2+2*(x/h)^3;
  elseif (i==2)
    y=x-2*(x^2)/h+(x^3/h^2);
  elseif (i==3)
    y=3*(x/h)^2-2*(x/h);
  else
    y=-x^2/h+x^3/h^2;
  endif
endfunction
function y=dpsi(i,x,h)
  if (i==1)
    y=-6/h**2 + 12*x/h**3;
  elseif (i==2)
    y=-4/h + 6*x/h**2;
  elseif (i==3)
    y=6/h**2 -12*x/h**3;
  else
  y=-2/h + 6*x/h**2;
  endif
endfunction
```

FIGURE 4 – Code octave

```
function y=psii(i,x,h)
  if (i==1)
    y=1-x/h ;
  else
    y=x/h;
  endif
endfunction
function y=dpsii(i,x,h)
  if (i==1)
     y=-1/h;
  else
     y=1/h;
  endif
endfunction
```

FIGURE 5 – Code octave

3.2 Matrice de rigidité élémentaire

Dans le repère local où x varie entre 0 et he les éléments du matrice K sont définit par :

$$K_{ij}^{e} = \int_{0}^{h_e} E(\bar{x}) I_{Gz}(\bar{x}) \psi_i^{e\prime\prime}(\bar{x}) \psi_j^{e\prime\prime}(\bar{x}) d\bar{x}$$

FIGURE 6 – Matrice de rigidité élémentaire

$$K_{ij}^{e} = EA \int_{0}^{h_e} \psi_i^{e\prime} \psi_j^{e\prime} d\bar{x}$$

FIGURE 7 – Matrice de rigidité élémentaire

Si EA n'est constant il suffit de le faire entrer dans l'intégrale

Par un changement de variables dans l'intégrale on peut alors implémenter la fonction [Ke] = Kele(x1,x2,EI,EA)) :

```
function[Ke]=Kele(x1,x2,EI,EA)
 global l;
 if (l==1)
    for i=1:4
      for j=1:4
        x=0:0.005:x2-x1;
        for k=1:length(x)
          y(k)=EI(x(k))*dpsi(i,x(k),x2-x1)*dpsi(j,x(k),x2-x1);
        endfor
       Ke(i,j)=trapz(x,y);
      endfor
    endfor
 elseif (l==0)
    for i=1:2
     for j=1:2
       x=0:0.005:x2-x1;
       for k=1:length(x)
         y(k)=EA(x(k))*dpsii(i,x(k),x2-x1)*dpsii(j,x(k),x2-x1);
       endfor
       Ke(i,j)=trapz(x,y);
     endfor
    endfor
 endif
endfunction
```

FIGURE 8 – Code octave

3.3 Vecteur force élémentaire

Dans le repère local où x varie entre 0 et he les éléments du Vecteur force élémentaire sont définit par :

$$f_i^e = \int_0^{h_e} \psi_i^e q d\bar{x}$$

FIGURE 9 – Vecteur force élémentaire

$$f_i^e = Af \int_0^{h_e} \psi_i^e d\bar{x}$$

FIGURE 10 – Vecteur force élémentaire

Par conséquent la fonction [fe] = fele(x1,x2,q,S) est comme ceci :

```
function[fe]=fele(x1,x2,q,S)
  global l;
  global fv;
  if (l==1)
    for i=1:4
      x=0:0.005:x2-x1;
      for k=1:length(x)
        y(k)=psi(i,x(k),x2-x1)*q(x(k)+x1);
      endfor
      fe(i)=trapz(x,y);
    endfor
  elseif (l==0)
    for i=1:2
      x=0:0.005:x2-x1;
      for k=1:length(x)
        y(k)=psi(i,x(k),x2-x1)*fv*S(x(k));
      endfor
      fe(i)=trapz(x,y);
    endfor
  endif
endfunction
```

FIGURE 11 – Vecteur force élémentaire

4 Assemblage et conditions aux limites

Dans cette partie nous allons construire le système matriciel à résoudre pour la poutre en flexion en utilisant deux types de maillages :

– Un maillage régulier à éléments d'Hermite P3 avec nh éléments de même longueur h1 = h2 = ... =hnh = L/nh.Les noeuds sont donc situés aux positions :

$$x_i = (i-1)\frac{L}{n_h}, \quad i = 1, \ldots, n_h + 1$$

FIGURE 12 – Maillage régulier

– Un maillage variable à éléments d'Hermite P3 avec nh éléments dont les noeuds sont situés aux positions :

$$x_i = \frac{L}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{i-1}{n_h}\pi\right)\right), \quad i = 1, \ldots, n_h + 1$$

FIGURE 13 – Maillage variable

4.1 Assemblage de la matrice de rigidité et du vecteur force

Pour imposer les conditions d'équilibre, il est nécessaire d'additionner les 3eme et 4eme lignes de l'élément e à la 1ere et 2eme lignes de l'élément e + 1, on aura donc la forme globale de la matrice de rigidité suivante :

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11}^1 & K_{12}^1 & K_{13}^1 & K_{14}^1 & 0 & 0 & \cdots \\ K_{12}^1 & K_{22}^1 & K_{23}^1 & K_{24}^1 & 0 & 0 & \cdots \\ K_{13}^1 & K_{23}^1 & K_{33}^1 + K_{11}^2 & K_{34}^1 + K_{12}^2 & K_{13}^2 & K_{14}^2 & \cdots \\ K_{14}^1 & K_{24}^1 & K_{34}^1 + K_{12}^2 & K_{44}^1 + K_{22}^2 & K_{23}^2 & K_{24}^2 & \cdots \\ 0 & 0 & K_{13}^2 & K_{23}^2 & K_{33}^2 + K_{11}^3 & K_{34}^2 + K_{12}^3 & \cdots \\ 0 & 0 & K_{14}^2 & K_{24}^2 & K_{34}^2 + K_{12}^3 & K_{44}^2 + K_{22}^3 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

FIGURE 14 – Assemblage pour la poutre en flexion

Pour imposer les conditions d'équilibre, il est nécessaire d'additionner le 2eme ligne de l'élément e à la 1ere ligne de l'élément e + 1, on aura donc la forme globale de la matrice de rigidité suivante :

$$\begin{bmatrix} K_{11}^1 & K_{12}^1 & & \mathbf{0} & \\ K_{21}^1 & K_{22}^1 + K_{11}^2 & K_{12}^2 & & \\ & K_{21}^2 & K_{22}^2 + K_{11}^3 & K_{12}^3 & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & & K_{21}^{n_h-1} & K_{22}^{n_h-1} + K_{11}^{n_h} & K_{12}^{n_h} \\ & \mathbf{0} & & K_{21}^{n_h} & K_{22}^{n_h} \end{bmatrix}$$

FIGURE 15 – Assemblage pour la barre en traction

Et le vecteur de force généralisée est décrit par :

$$\{f\} = \left\{ f_1^1, f_2^1, f_3^1 + f_1^2, f_4^1 + f_2^2, \cdots, f_4^{n_h-1} + f_2^{n_h}, f_3^{n_h}, f_4^{n_h} \right\}^T$$

FIGURE 16 – Assemblage pour la poutre en traction

$$\begin{Bmatrix} f_1^1 \\ f_2^1 + f_1^2 \\ f_2^2 + f_1^3 \\ \vdots \\ f_2^{n_h-1} + f_1^{n_h} \\ f_2^{n_h} \end{Bmatrix}$$

FIGURE 17 – Assemblage pour la barre en traction

Donc en utilisant les fonction (fele et Kele) développées précédemment on écrit les fonctions rigid , force :

Pour le maillage regulier :

```
function K=rigid_regulier(nh)
    global l;
    if (l==1)
      K=zeros(2*nh+2,2*nh+2);
      x=mailleregulier(nh);
      j=1;
      for i=1:2:2*nh-1
        K([i i+1 i+2 i+3],[i i+1 i+2 i+3])+=Kele(x(j),x(j+1),@EI,@EA);
        j=j+1;
      endfor
    else
      K=zeros(nh+1,nh+1);
      x=mailleregulier(nh);
      j=1;
      for i=1:1:nh
        K([i i+1],[i i+1])+=Kele(x(j),x(j+1),@EI,@EA);
        j=j+1;
      endfor
    endif
endfunction
```

FIGURE 18 – Code octave

```
function f=force_regulier(nh)
     global l;
     if(l==1)
        f=zeros(2*nh+2,1);
        x=mailleregulier(nh);
        j=1;
        for i=1:2:2*nh-1
          f([i i+1 i+2 i+3])+=fele(x(j),x(j+1),@q)';
          j=j+1;
        endfor
     else
        f=zeros(nh+1,1);
        x=mailleregulier(nh);
        j=1;
        for i=1:1:nh
          f([i i+1])+=fele(x(j),x(j+1),@q)';
          j=j+1;
        endfor
     endif
endfunction
```

FIGURE 19 – Code octave

Pour le maillage variable :

```
function f=force_variable(nh)
  global l;
  if(l==1)
     x=maillevariable(nh);
     f=zeros(2*nh+2,1);
     j=1;
     for i=1:2:2*nh-1
       f([i i+1 i+2 i+3])+=fele(x(j),x(j+1),@q,@S)';
       j=j+1;
     endfor
  else
     x=maillevariable(nh);
     f=zeros(nh+1,1);
     j=1;
     for i=1:1:nh
         f([i i+1])+=fele(x(j),x(j+1),@q,@S)';
         j=j+1;
     endfor
  endif
endfunction
```

FIGURE 20 – Code octave

```
function K=rigid_variable(nh)
    global l;
    if (l==1)
      K=zeros(2*nh+2,2*nh+2);
      x=maillevariable(nh);
      j=1;
      for i=1:2:2*nh-1
        K([i i+1 i+2 i+3],[i i+1 i+2 i+3])+=Kele(x(j),x(j+1),@EI,@EA);
        j=j+1;
      endfor
    else
      K=zeros(nh+1,nh+1);
      x=maillevariable(nh);
      j=1;
      for i=1:1:nh
        K([i i+1],[i i+1])+=Kele(x(j),x(j+1),@EI,@EA);
        j=j+1;
      endfor
    endif
endfunction
```

FIGURE 21 – Code octave

4.2 Application des conditions aux limites :

Pour le vecteur déplacement U en x=0 la déformation et rotation sont nulles car il y a une liaison encastrement avec la poutre et le mur et les autres composantes sont inconnues.Pour le vecteur Q les deux premiéres composantes sont inconnues est la composante avant dernière est égale a F0 (force ponctuelle appliquer en x = L) et les autres composantes sont nulles.

```
%condition aux limites
#Q=zeros(2*nh+2,1);
#Q(2*nh+1)=F0;
#U=zeros(2*nh+2,1)
%pour un maillage regulier
```

FIGURE 22 – Conditions aux limites

5 Solution en déplacement et post traitement

5.1 Résolution de système

Nous savons que K*U = f + Q donc U=inv(K)*(f+Q) :

Maillage régulier :

```
function[x]=mailleregulier(nh)
  global L;
  for i=1:nh+1
    x(i)=(i-1)*(L/nh);
  endfor
endfunction
```

Figure 23 – Maillage régulier

Maillage variable :

```
function[x]=maillevariable(nh)
  global L;
  for i=1:nh+1
    x(i)=(L/2)*(1 - @cos((i-1)*pi/nh));
  endfor
endfunction
```

Figure 24 – Maillage variable

Déplacement pour les deux maillages :

```
function U=Umaillereg(nh)
  global F0;
  K=rigid_regulier(nh);
  f=force_regulier(nh);
  U=zeros(2*nh+2,1);
  Q=zeros(2*nh+2,1);
  Q(2*nh+1)=F0;
  F=f+Q;
  F([1 2])=[];
  K(1,:)=[];
  K(:,1)=[];
  K(2,:)=[];
  K(:,2)=[];
  U(3:2*nh+2)=K\F;  #condition aux limites u1 u1' sont nulls
endfunction
%Pour un maillage variable
function  U=Umaillevar(nh)
  global F0;
  f=force_variable(nh);
  K=rigid_variable(nh);
  U=zeros(2*nh+2,1);
  Q=zeros(2*nh+2,1);
  Q(2*nh+1)=F0;
  F=f+Q
  F([1 2])=[];
  K(1,:)=[];
  K(:,1)=[];
  K(2,:)=[];
  K(:,2)=[];
  U(3:2*nh+2)=K\F;
endfunction
```

Figure 25 – Code octave

5.2 Post-traitement

Aprés avoir la solution on va comparer la déformation obtenu par la méthode des élements finis avec la solution analytique suivante :

$$v(x) = \frac{F_0 x^2}{6EI}(3L - x) + \frac{q_0 L^4}{120EI}\left(20\frac{x^2}{L^2} - 10\frac{x^3}{L^3} + \frac{x^5}{L^5}\right)$$

FIGURE 26 – Déplacement Analytique

On trace les deux courbes sur la même figure :
La solution analytique :

```
function y=v(x)
  global E;
  global F0;
  global I;
  global L;
  global q0;
  y= (F0/(6*E*I))*(x**2)*(3*L -x) + ((q0*L**4)/(120*E*I))*( (20/L**2)*x**2 - (10/L**3)*x**3 + x**5/L**5);
endfunction
function y=dv(x)
  global I;
  global E;
  global F0;
  global q0;
  global L;
  y= (F0/(6*E*I))*((2*x)*(3*L -x)-x**2) + ((q0*L**4)/(120*E*I))*( (40/L**2)*x - (30/L**3)*x**2 + 5*x**4/L**5);
```

FIGURE 27 – Code octave

Tracage des courbes :

```
X=[0:0.01:1];
figure('name','La déformée pour le deux types de maillages');
subplot(3,2,1);
#courbe analytique
for i=1:length(X)
  V(i)=1000*v(X(i));
endfor
plot(X,V,'b')
hold on;
%Pour nh=10
U10=Umaillereg(10);
X10=mailleregulier(10);
plot(X10,1000*U10(1:2:22),'g');
legend({'la solution exacte','nh=10'});
title('La déformée de la poutre pour le maillage régulier');
subplot(3,2,2);
for i=1:length(X)
  V(i)=1000*v(X(i));
endfor
plot(X,V,'b')
hold on;
% Pour nh=10
U10=Umaillevar(10);
X10=maillevariable(10);
plot(X10,1000*U10(1:2:22),'g')
legend({'la solution exacte','nh=10'});
title('La déformée de la poutre en pour le maillage variable');
```

FIGURE 28 – Code octave

D'après ces figures on peut confirmer notre résolution car les deux courbes sont proche avec les deux maillages.

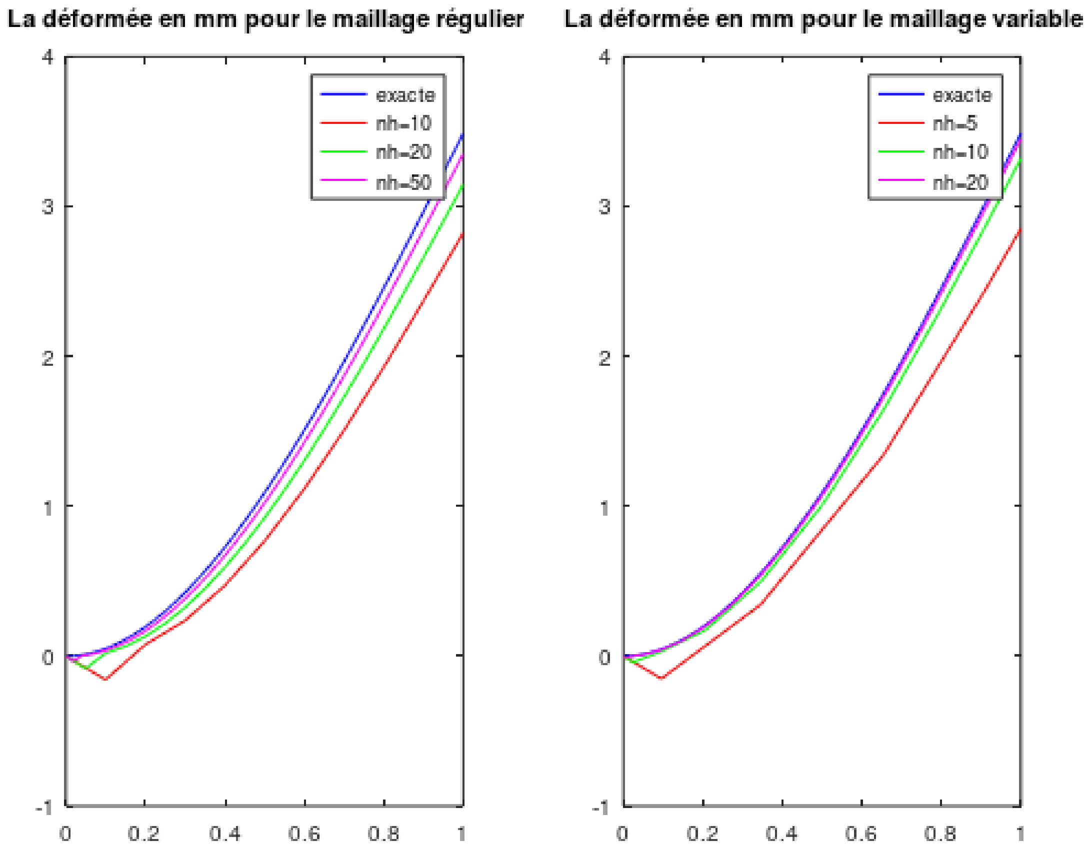


FIGURE 29 – Comparaison entre les differents type de deformée

En utilisant la solution trouvé et la forme local de l'équilibre sur un élément (Q=K*U-F) on peut calculer les variables secondaires dans un élément donné :

```
%Les variables secondaires

function Q=Qereg(e,nh)
  x=mailleregulier(nh);
  U=Umaillereg(nh);
  Ke=Kele(x(e),x(e+1),@EI,@EA);
  fe=fele(x(e),x(e+1),@q,@S)';
  Q=Ke*U([2*(e-1)+1 2*(e-1)+2 2*(e-1)+3 2*(e-1)+4]) - fe;
endfunction

function Q=Qevar(e,nh)
  x=maillevariable(nh);
  U=Umaillevar(nh);
  Ke=Kele(x(e),x(e+1),@EI,@EA);
  fe=fele(x(e),x(e+1),@q,@S)';
  Q=Ke*U([2*(e-1)+1 2*(e-1)+2 2*(e-1)+3 2*(e-1)+4]) - fe;
endfunction
```

FIGURE 30 – Code octave

A partir des variables secondaires trouvées on peut calculer les moments fléchissant et les efforts tranchants aux nœuds et on les compares avec les solutions analytiques :

D'ou :

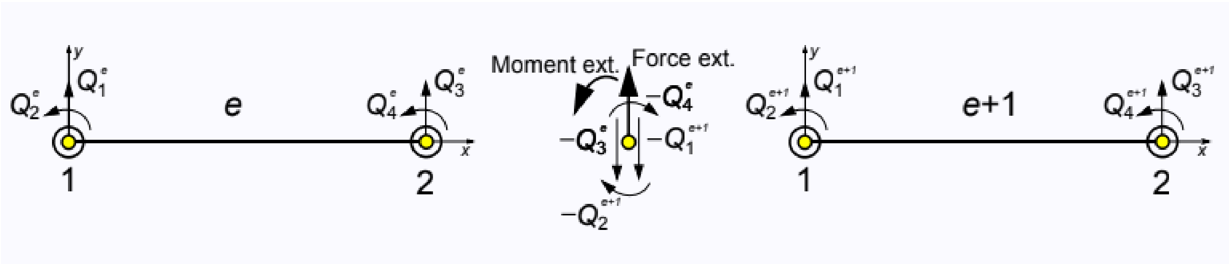


FIGURE 31 – Relation entre moment fléchissant et efforts tranchants

$$Q_1 = -T_y(0),\ Q_2 = -M_{fz}(0),\ Q_3 = T_y(h_e),\ Q_4 = M_{fz}(h_e)$$

FIGURE 32 – Relation entre moment fléchissant et efforts tranchants

$$T_y(x) = F_0 + \frac{q_0 L}{2}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right)$$

$$M_{fz}(x) = F_0(L - x) + \frac{q_0 L^2}{6}\left(2 - 3\frac{x}{L} + \frac{x^3}{L^3}\right)$$

FIGURE 33 – Solution analytique

Vecteur effort tranchant :

```
%vecteur effort tranchant
function Tyreg(nh)
  x=mailleregulier(nh);
  for i=1:length(x)-1
    Q=Qereg(i,length(x));
    T(i)=-Q(1);
  endfor
  T(length(x))=Q(3);
  plot(x(3:length(x)),T(3:length(x)))
endfunction
function Tyvar(nh)
  x=maillevariable(nh);
  for i=1:length(x)-1
    Q=Qevar(i,length(x));
    T(i)=-Q(1);
  endfor
  T(length(x))=Q(3);
  plot(x(3:length(x)),T(3:length(x)))
endfunction
```

FIGURE 34 – Code octave

Vecteur moment fléchissant :

```
%vecteur moment flechissant
function Mfzreg(nh)
  x=mailleregulier(nh);
  for i=1:length(x)-1
    Q=Qereg(i,length(x));
    M(i)=-Q(2);
  endfor
  M(length(x))=Q(4);
  plot(x(3:length(x)),M(3:length(x)))
endfunction
function Mfzvar(nh)
  x=maillevariable(nh);
  for i=1:length(x)-1
    Q=Qevar(i,length(x));
    M(i)=-Q(2);
  endfor
  M(length(x))=Q(4);
  plot(x(4:length(x)),M(4:length(x)))
endfunction
```

FIGURE 35 – Code octave

Pour le cas théorique le vecteur moment fléchissant et effort tranchant sont définis de la maniére suivante :

```
function y=Ty(x)
  global F0;
  global q0;
  global L;
  y=F0+(q0*L/2)*(1-(x/L)**2);
endfunction
function y=Mfz(x)
  global F0;
  global q0;
  global L;
  y=F0*(L-x) +((q0*L**2)/6)*(2 -3*x/L +(x/L)**3);
endfunction
```

FIGURE 36 – Code octave

Tracage des courbes :

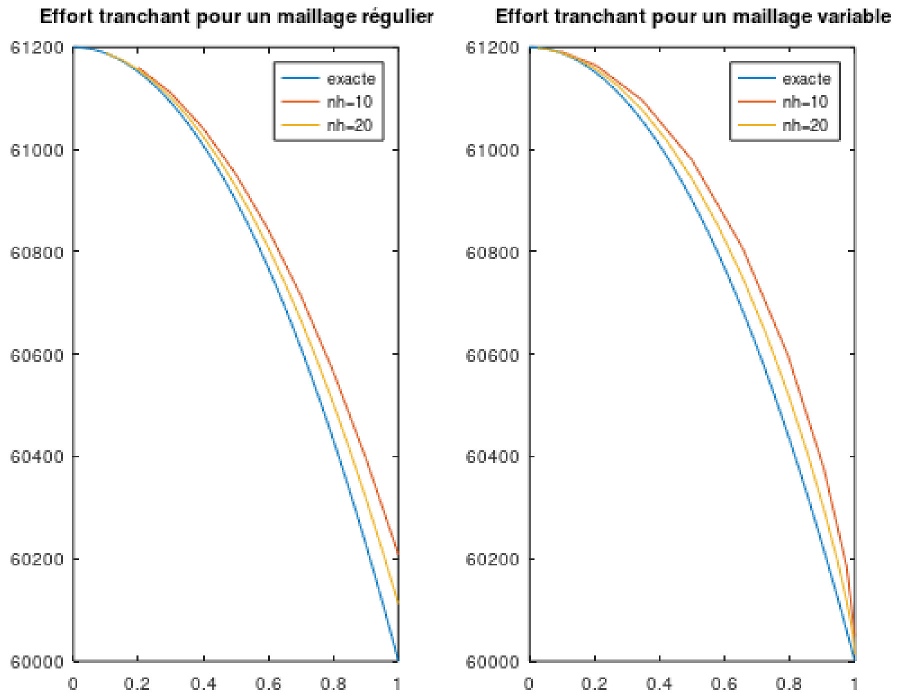


FIGURE 37 – Courbe des efforts tranchants

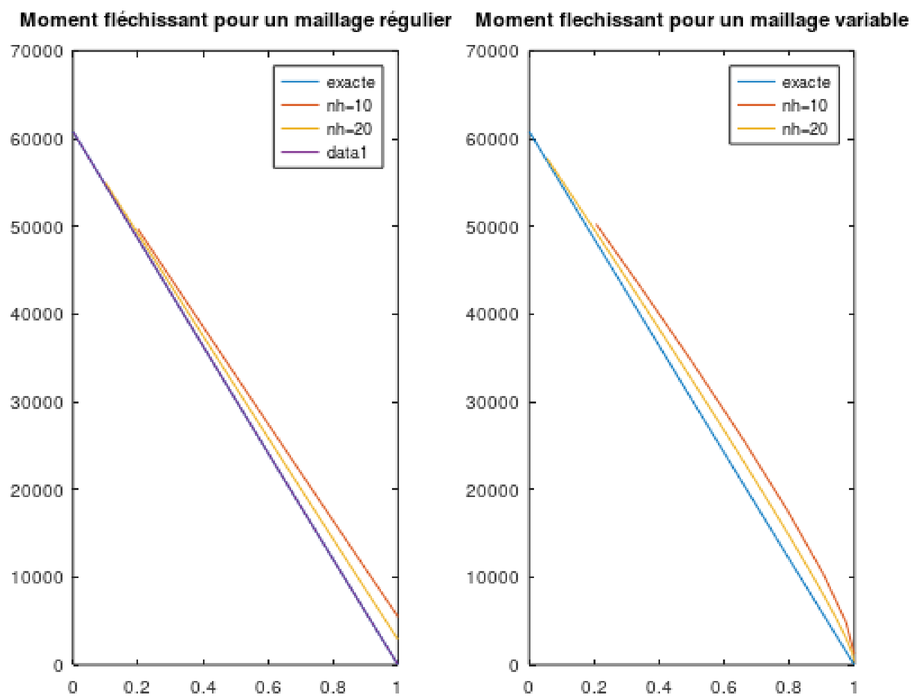


FIGURE 38 – Courbe des moments fléchissants

6 Exemple d'éxecution

Pour le cas d'une poutre en flexion :

```
Si votre structure est soumise a une flexion tapez 1 sinon si ell est soumise a une compresion ou traction tapez 0
1
entrer E200e9
entrer I29e-6
entrer H150e-3
entrer L1
entrer F0100
entrer q02.4e3
entrer le nombre de noeuds5
```

FIGURE 39 – Menu principal de l'application

```
ans =

   7.9145e+10   3.7984e+09  -7.9145e+10   3.7593e+09            0            0            0            0            0            0            0
   3.7984e+09   2.4272e+08  -3.7984e+09   1.2000e+08            0            0            0            0            0            0            0
  -7.9145e+10  -3.7984e+09   8.3603e+10  -3.2021e+09  -4.4580e+09   5.5725e+08            0            0            0            0            0
   3.7593e+09   1.2000e+08  -3.2021e+09   3.3184e+08  -5.5725e+08   4.6456e+07            0            0            0            0            0
            0            0  -4.4580e+09  -5.5725e+08   6.7282e+09  -2.0180e+08  -2.2703e+09   3.4610e+08            0            0            0
            0            0   5.5725e+08   4.6456e+07  -2.0180e+08   1.6702e+08  -3.5545e+08   3.5672e+07            0            0            0
            0            0            0            0  -2.2703e+09  -3.5545e+08   6.7282e+09   2.1115e+08  -4.4580e+09   5.5725e+08            0
            0            0            0            0   3.4610e+08   3.5672e+07   2.1115e+08   1.6413e+08  -5.5725e+08   4.6456e+07            0
            0            0            0            0            0            0  -4.4580e+09  -5.5725e+08   8.3603e+10   3.2412e+09  -7.9145e+10
            0            0            0            0            0            0   5.5725e+08   4.6456e+07   3.2412e+09   3.3557e+08  -3.7984e+09
            0            0            0            0            0            0            0            0  -7.9145e+10  -3.7984e+09   7.9145e+10
            0            0            0            0            0            0            0            0   3.7593e+09   1.2000e+08  -3.7593e+09
```

FIGURE 40 – Matrice de rigidité

```
ans =

   3.2775e+00
   6.9655e-02
   5.2880e+01
   2.3392e+00
   1.7502e+02
   5.8901e+00
   2.3187e+02
  -6.9577e-01
   1.1953e+02
  -8.3372e+00
   9.6386e-01
  -1.7489e+00
```

FIGURE 41 – Vecteur force

```
ans =

            0
            0
  -6.9770e-07
   1.8519e-06
   2.1020e-06
   1.3838e-05
   7.5898e-06
   2.0478e-05
   1.2905e-05
   2.1647e-05
   1.4976e-05
   2.1698e-05
```

FIGURE 42 – Déplacement

Pour le cas d'une barre en traction :

```
Si votre structure est soumise a une flexion tapez 1 sinon si ell est soumise a une compresion ou traction tapez
0
entrer Ea80e9
entrer F0100
entrer q00
entrer A010e-6
tapez 1 si votre section est variable et 0 si elle est fixe
0
entrer la section10e-6
entrer la force volumique5
entrer le nombre de noeuds10
```

FIGURE 43 – Menu principal de l'application

```
K =

   1.9500e+07  -1.9500e+07            0            0            0            0            0            0            0            0            0
  -1.9500e+07   3.9000e+07  -1.9500e+07            0            0            0            0            0            0            0            0
            0  -1.9500e+07   3.9000e+07  -1.9500e+07            0            0            0            0            0            0            0
            0            0  -1.9500e+07   3.9000e+07  -1.9500e+07            0            0            0            0            0            0
            0            0            0  -1.9500e+07   3.9000e+07  -1.9500e+07            0            0            0            0            0
            0            0            0            0  -1.9500e+07   3.9000e+07  -1.9500e+07            0            0            0            0
            0            0            0            0            0  -1.9500e+07   3.9000e+07  -1.9500e+07            0            0            0
            0            0            0            0            0            0  -1.9500e+07   3.9000e+07  -1.9500e+07            0            0
            0            0            0            0            0            0            0  -1.9500e+07   3.9000e+07  -1.9500e+07            0
            0            0            0            0            0            0            0            0  -1.9500e+07   3.9000e+07  -1.9500e+07
            0            0            0            0            0            0            0            0            0  -1.9500e+07   1.9500e+07
```

FIGURE 44 – Matrice de rigidité

```
2.4626e-06
2.5033e-06
2.5033e-06
2.5033e-06
2.5033e-06
2.5033e-06
2.5033e-06
2.5033e-06
2.5033e-06
2.5033e-06
4.0729e-08
```

FIGURE 45 – vecteur force

```
U =

          0
 5.1282e-06
 1.0256e-05
 1.5385e-05
 2.0513e-05
 2.5641e-05
 3.0769e-05
 3.5897e-05
 4.1026e-05
 4.6154e-05
 5.1282e-05
```

FIGURE 46 – déplacement

Pour le cas d'une barre en compression :

```
Si votre structure est soumise a une flexion tapez 1 sinon si ell est soumise a une compresion ou traction tapez
0
entrer Ea80e9
entrer F0100
entrer q00
entrer A010e-6
tapez 1 si votre section est variable et 0 si elle est fixe
0
entrer la section10e-6
entrer la force volumique5
entrer le nombre de noeuds10
```

Figure 47 – Menu principal de l'application

```
K =

  1.9500e+07  -1.9500e+07            0            0            0            0            0            0            0            0            0
 -1.9500e+07   3.9000e+07  -1.9500e+07            0            0            0            0            0            0            0            0
           0  -1.9500e+07   3.9000e+07  -1.9500e+07            0            0            0            0            0            0            0
           0            0  -1.9500e+07   3.9000e+07  -1.9500e+07            0            0            0            0            0            0
           0            0            0  -1.9500e+07   3.9000e+07  -1.9500e+07            0            0            0            0            0
           0            0            0            0  -1.9500e+07   3.9000e+07  -1.9500e+07            0            0            0            0
           0            0            0            0            0  -1.9500e+07   3.9000e+07  -1.9500e+07            0            0            0
           0            0            0            0            0            0  -1.9500e+07   3.9000e+07  -1.9500e+07            0            0
           0            0            0            0            0            0            0  -1.9500e+07   3.9000e+07  -1.9500e+07            0
           0            0            0            0            0            0            0            0  -1.9500e+07   3.9000e+07  -1.9500e+07
           0            0            0            0            0            0            0            0            0  -1.9500e+07   1.9500e+07
```

Figure 48 – Matrice de rigidité

```
2.4626e-06
2.5033e-06
2.5033e-06
2.5033e-06
2.5033e-06
2.5033e-06
2.5033e-06
2.5033e-06
2.5033e-06
2.5033e-06
4.0729e-08
```

Figure 49 – Vecteur force

```
U =

           0
 -5.1282e-06
 -1.0256e-05
 -1.5385e-05
 -2.0513e-05
 -2.5641e-05
 -3.0769e-05
 -3.5897e-05
 -4.1026e-05
 -4.6154e-05
 -5.1282e-05
```

Figure 50 – déplacement

7 Conclusion

D'après les courbes tracées on peut confirmer que la méthode numérique pour la résolution des problèmes d'élément finie est précis ce qui nous aide les ingénieurs dans les simulations graphique afin de déterminer certaine caractéristique sur le système étudié pour bien le réaliser.

Le choix du maillage et les conditions aux limites sont important pour la convergence du programme.En effet la méthode des élements finis en dépend.Dans notre cas les structures sont simples et peu complexes donc le maillage ne joue pas un role aussi important.

On remarque aussi d'aprés les graphes que plus le nombre des noeuds augmente pour les deux maillages plus l'erreur entre la solution en élement fini et la solution exacte diminue.

Pour le déplacement l'erreur est faible, il y a une petite déviation lorsque x s'approche de 0.

Pour le moment fléchissant l'erreur est aussi faible, il apparait une déviation lorsque x est proche de L.

Pour l'effort tranchant la solution est pratiquement exacte et ceci d'autant qu'on augmente le nombre de noeuds.

Enfin la méthode des élements fini est pratique et efficase qui permet de déterminer les comportements des strucrures.Toutefois ,il faut avoir le maillage adéquat et les conditions nécessaires convenables.