École Polytechnque de Tunisie

Théorie des signaux et systémes

Débruitage d'une image

Membres du groupe :

Mohamed Saidi

Oussema Kammoun

Travail encadré par : Mme. BOUSNINA Ines

Table des matières

1 Problématique

Vous avez essayé de prendre une belle photo d'une tempête de neige dans la nuit, mais parce qu'il faisait si sombre votre photo s'est avérée toute bruyante ... Que faire maintenant ?

C'est ce qu'on appelle le bruit sur une photo. En photographie, le bruit numérique est un phénomène causé par un éclairage insuffisant lors de la prise de vue. Il se caractérise par l'apparition de grains colorés particulièrement visibles dans les zones sombres. Le bruit est un terme issu du domaine de l'acoustique et désigne un signal parasite. Que ce soit pour le son ou pour l'image, le principe est identique : sur tout signal de base vient s'adjoindre un ensemble d'informations parasites aléatoires.

Si le niveau du signal est suffisant, la proportion de bruit dans le signal utile (le fameux rapport signal/bruit) reste insignifiante. Par contre, si le niveau de bruit prend le pied sur l'information principale, le bruit sera présent.L'objectif sera donc d'éliminer ce bruit tout en restant fiable à l'image original.

2 Les différentes méthodes qui existent

Il existe plusieurs méthode de débruitage d'image par exemple :

- Le débruitage par morceaux est une technique de débruitage d'image utilisant l'algorithme de réduction du bruit numérique appelé en Anglais "non-local means".

- Le lissage d'images est une opération importante utilisée pour atténuer un bruit qui corrompt l'information, généralement avant un autre traitement. Cette opération consiste le plus souvent à appliquer à l'image un filtre linéaire passe-bas numérique.

- Le débruitage par la transformé de fourier.

- Le débruitage par le filtre de Gauss

- Le débruitage à variation totale, également appelé régularisation à variation totale ou filtrage à variation totale ou algorithme Rudin-Osher-Fatemi (ROF).

3 La solution choisie

Au cours de ce projet, on a choisi de travailler avec la méthode de variation totale puisque cette technique de suppression de bruit présente des avantages par rapport à des techniques simples telles que le lissage linéaire ou le filtrage médian qui réduisent le bruit tout en lissant plus ou moins les bords. En revanche, le débruitage à variation totale est un filtre de préservation des contours remarquablement efficace , c'est-à-dire qu'il préserve simultanément les contours tout en lissant le bruit dans les régions plates, même à de faibles rapports signal sur bruit.

4 Présentation de la solution choisie

L'algorithme Rudin-Osher-Fatemi (ROF) a la propriété intéressante de trouver une version plus lisse d'une image tout en préservant les contours et les structures.

L'algorithme ROF produit généralement une version "postérisée" d'une image avec des domaines plats séparés par des arêtes vives. Le degré de postérisation peut être contrôlé en modifiant le compromis entre le débruitage et la fidélité à l'image d'origine.

Le modèle ROF est également connu sous le nom de filtre à variation totale . L'idée derrière l'algorithme est que les signaux avec des détails excessifs et éventuellement faux ont une variation totale élevée ; c'est-à-dire que l'intégrale du gradient absolu du signal est élevée.

Selon ce principe, la réduction de la variation totale du signal sous réserve qu'il corresponde étroitement au signal d'origine supprime les détails indésirables

5 Outils mathématiques

Considérons maintenant des signaux 2D y, tels que des images.

$$V(y) = \sum_{i,j} \sqrt{|y_{i+1,j} - y_{i,j}|^2 + |y_{i,j+1} - y_{i,j}|^2}$$

Étant donné un signal d'entrée x_n, le but du débruitage à variation totale est de trouver une approximation, appelons-la y_n, qui a une variation totale plus petite que x_n mais est "proche" de x_n. Une mesure de la proximité est la somme des erreurs au carré :

$$\mathrm{E}(x, y) = \frac{1}{n} \sum_n (x_n - y_n)^2$$

Le problème standard de débruitage à variation totale se résume donc à :

$$\min_y [\mathrm{E}(x, y) + \lambda V(y)]$$

6 Algorithme de Rudin-Osher-Fatemi

On nous donne une image bruitée f et on souhaite calculer une image débruitée u sur un espace 2D. ROF a montré que le problème de minimisation que nous cherchons à résoudre est :

$$\min_{u \in \mathrm{BV}(\Omega)} \|u\|_{\mathrm{TV}(\Omega)} + \frac{\lambda}{2} \int_\Omega (f - u)^2 dx$$

où BV (Ω) est l'ensemble des fonctions à variation bornée sur le domaine Ω, $\mathrm{TV}(\Omega)$ est la variation totale sur le domaine, et λ est un terme de pénalité. Lorsque u est lisse, la variation totale est équivalente à l'intégrale de l'amplitude du gradient :

$$\|u\|_{\mathrm{TV}(\Omega)} = \int_\Omega \|\nabla u\| dx$$

où $\|\|$ est la norme euclidienne. Alors la fonction objectif du problème de minimisation devient :

$$\min_{u \in \mathrm{BV}(\Omega)} \int_\Omega \left[\|\nabla u\| + \frac{\lambda}{2}(f - u)^2 \right] dx$$

7 Filtrage par la transformé de Fourier

Le filtrage de Fourier pour le débruitage d'image consiste à masquer des parties du spectre de Fourier d'une image et à utiliser la transformée de Fourier inverse de l'image masquée pour obtenir celle débruitée.

Le principe du filtrage de Fourier est généralement le même : le spectre de Fourier présente des pics qui correspondent aux fréquences du bruit, et l'opération de débruitage consiste à masquer la partie du spectre qui contient les pics après les avoir détectés à l'oeil ou simplement ou des algorithmes plus complexes.

Considérons la transformée de Fourier du signal $g(t)$

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} (f(t) + n(t)) e^{-2fc\pi dt} \quad \mathrm{E}_2$$

Comme la transformée de Fourier d'une somme de fonctions est la somme des transformées de Fourier individuelles, et compte tenu de l' Eq.(1), on peut écrire :

$$G(f) = F(f) + N(f)$$

où $F(f)$ et $N(f)$ sont respectivement les transformées de Fourier de $F(t \notin$ t $n(t.)$

On peut théoriquement récupérer $F\,(t \notin_n$ utilisant la transformée de Fourier inverse et une soustraction si l'expression exacte du bruit n (t est connu :

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} (G(f) - N_{-}(f))\, e^{2kx} f t_f \quad E_4$$

Cependant, dans la plupart des cas, l'expression du bruit n'est généralement pas connue. $F(t$ he peut pas être récupéré exactement. Pour obtenir une approximation $F(t)$ de $F(t)$ il est courant de fixer une partie de $G(f)$ zéro :

$$\widetilde{F}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g_F(f) e^{2j\in x} d^t f \qquad E_5$$

avec

$$g_F(f) = \begin{cases} G(f) \text{ je } fF \in (-\infty, F_1) \cup (F_2, \infty) \\ 0 \text{ je } fF \in [F_1, F_2] \end{cases}$$

où F_1 et F_2 sont des bornes de fréquence, avec $F_1 > F_2$, et $a_F(f)$ est le spectre filtré de $G(f)$

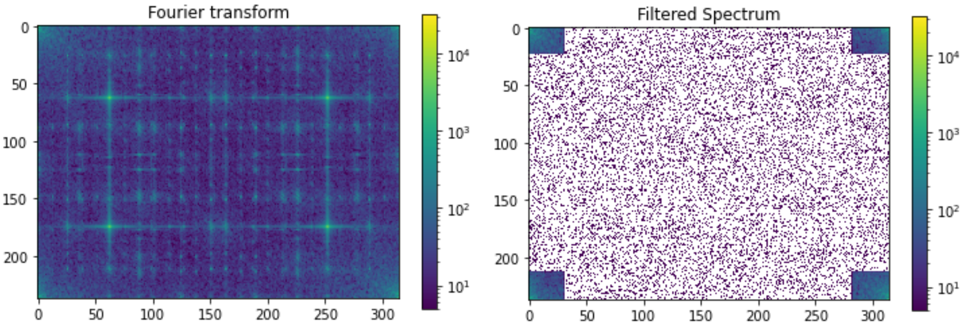
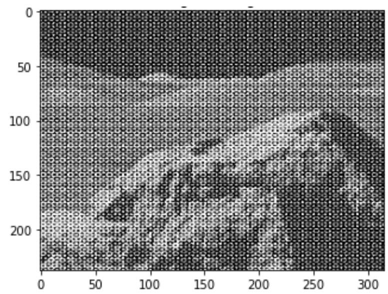


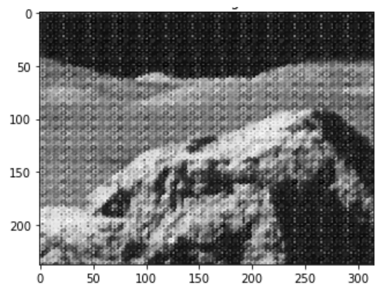
FIGURE 1 – Fonctionnement du filtrage par la transformé de Fourier

8 Résultat de la simulation

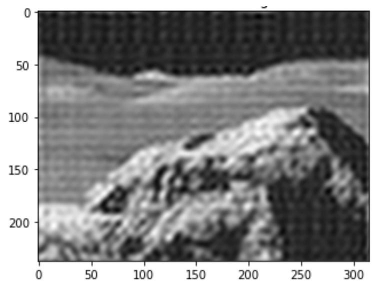
On va tester notre programme sur trois images.



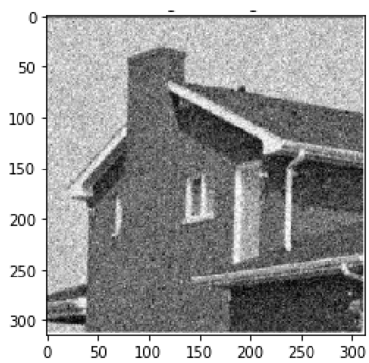
(a) Image original



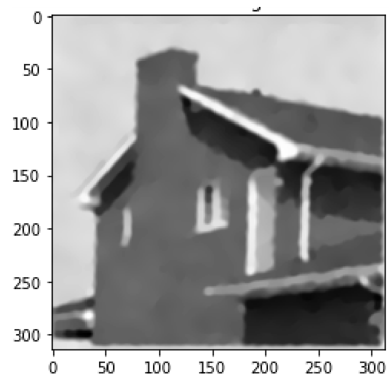
(b) Image débruité avec ROF



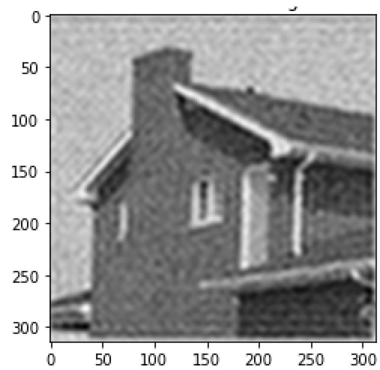
(c) Image débruité avec la FFT



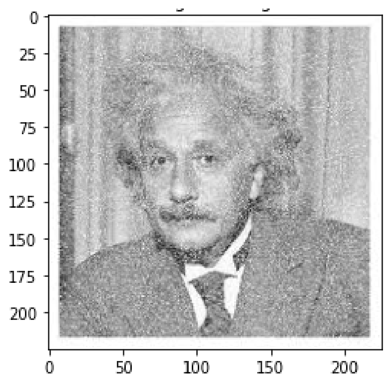
(a) Image original



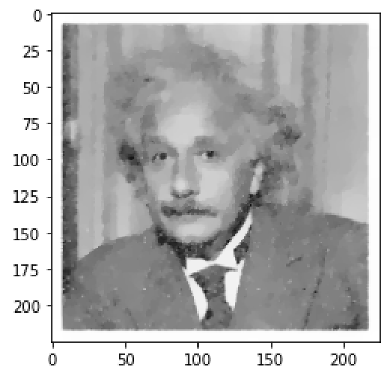
(b) Image débruité avec ROF



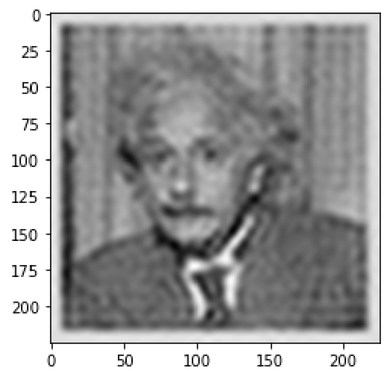
(c) Image débruité avec la FFT



(a) Image original



(b) Image débruité avec ROF



(c) Image débruité avec la FFT

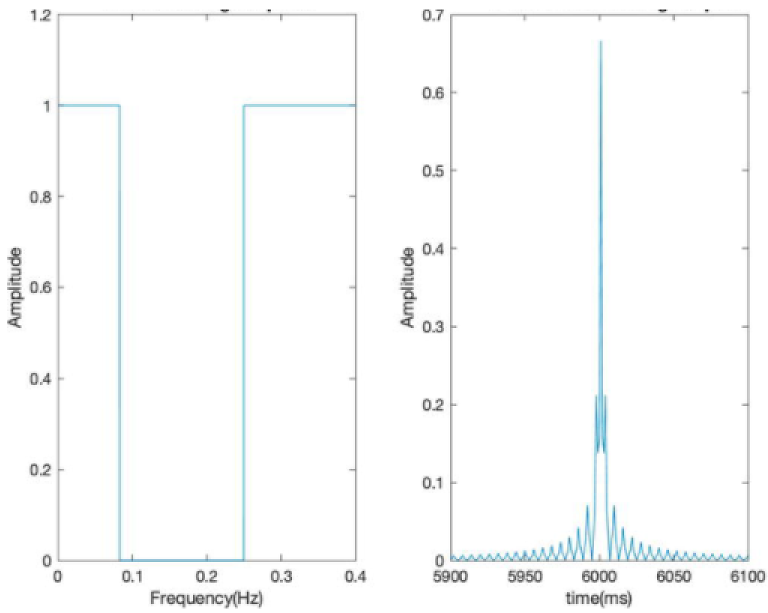
9 Interprétation

Nous comparons les images obtenues pour le débruitage avec la FFT à celle obtenue avec l'algorithme de Rudin-Osher-Fatemi. Le résultat peut être vu sur les figures précedantes : clairement, les textures sont beaucoup mieux conservées, et l'aspect général est beaucoup plus plus pointu.

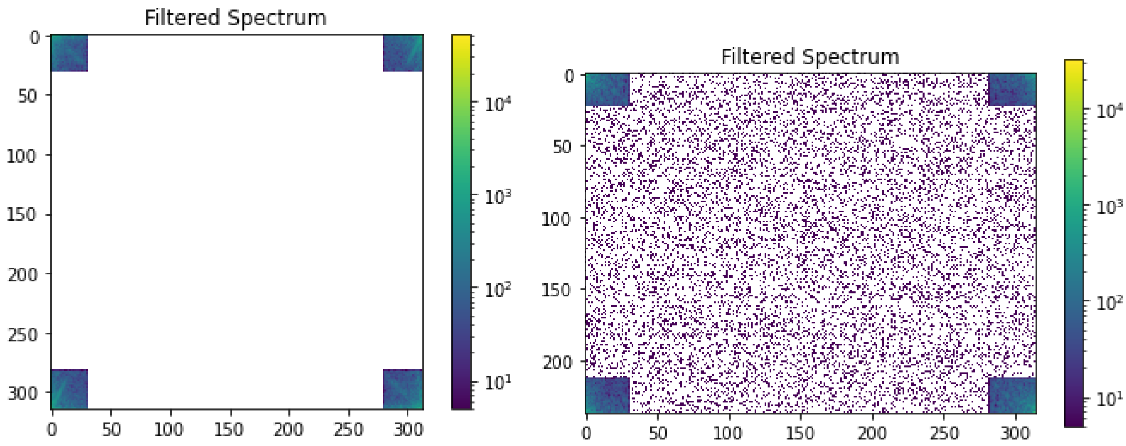
De surcroit, on remarque que les contours des images ont été remarquablement préservé contrairement à la méthode de la FFT où les bords on été plus au moins lissé.

Le principal inconvénient du débruitage de Fourier utilisant la soustraction de spectre est que tout le spectre est supprimé. En effet, l'opération laisse un trou dans le spectre, ce qui peut provoquer des oscillations dans le processus de transformée de Fourier inverse.

En effet :



Par conséquent la plage de fréquences située entre F1 et F2 sera perdu. C'est ce qui explique en partie un l'existence d'un flou minime. On peut améliorer ce procédé à travers le clonage du spectre c'est à dire la partie du spectre qui a été supprimée est remplacée par une moyenne des parties environnantes.



(a) Spectre sans clonage

(b) Spectre avec clonage

Dans le filtrage Rudin-Osher-Fatemi, nous sommes confrontés au problème de la mise en œuvre de la contrainte de minimisation. En fait, parce que nous avons affaire à des images bruitées, le problème de minimisation n'est pas un problème bien posé au sens mathématique. On a donc due remplacé la variable primale u par une variable duale P= (px,py), qui est choisi de manière intelligente de sorte que le nouveau problème d'optimisation se prête mieux à une implémentation numérique. Cette méthode a aussi l'avantage de donner la liberté de choisir le degré de débruitage.