MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina
Campus São José – Área de Telecomunicações
Engenharia de Telecomunicações

TEORIA DE CÓDIGOS

Aula 9

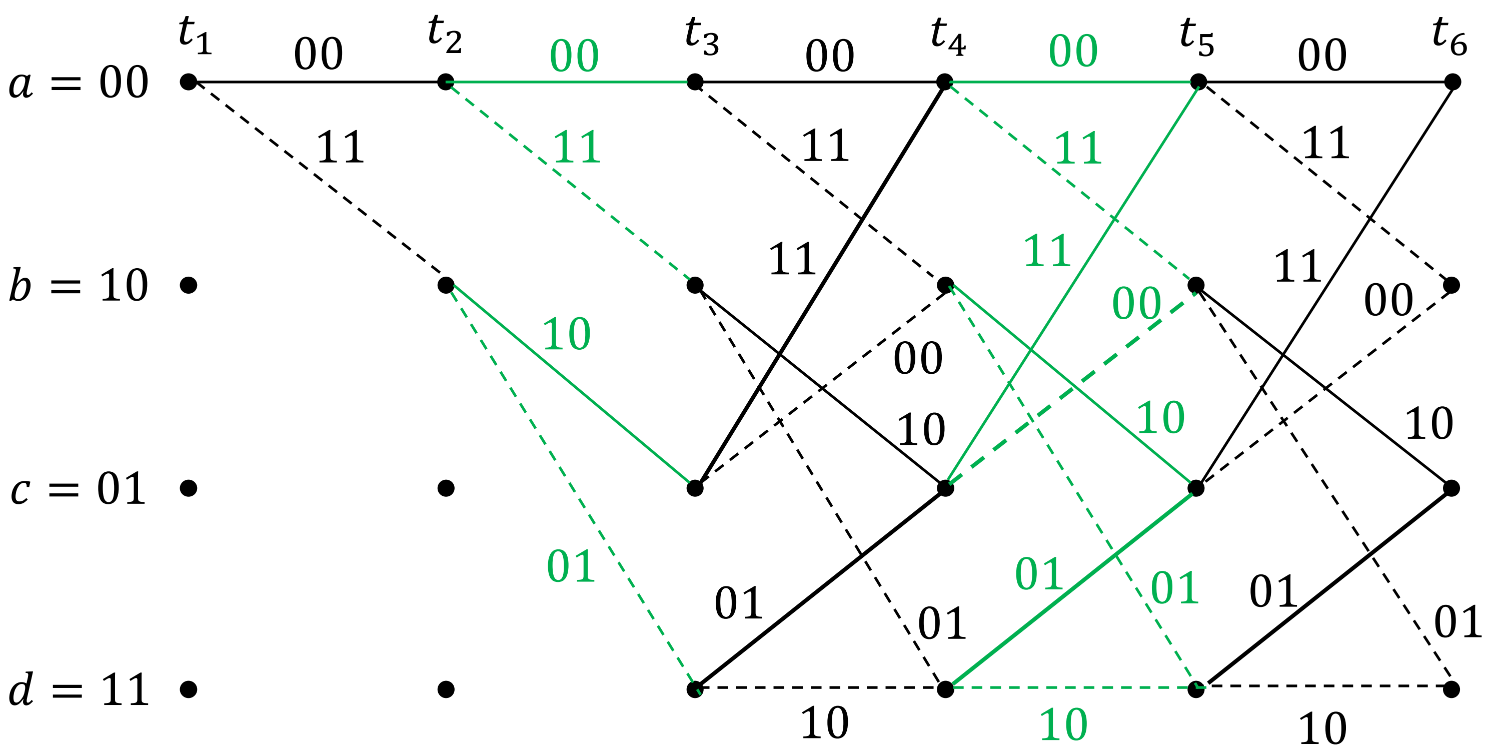
Viterbi

INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina

Algoritmo de decodificação de Viterbi

- Por simplicidade de apresentação, considere que está envolvido um canal BSC. Portanto, será utilizada a distância de Hamming.
- Será utilizado como exemplo o codificador de treliça anteriormente apresentado.
- A decodificação começa no instante t_1 no estado $a = 00$.
- Relembre que, nesse exemplo, existem apenas duas transições de estado possíveis para deixar o estado atual.
- Repare que a treliça fica completa apenas no instante de tempo t_3.
- Para o decodificador em treliça é conveniente listar a distância de Hamming para cada possível elo entre as transições dos estados.

Treliça do codificador



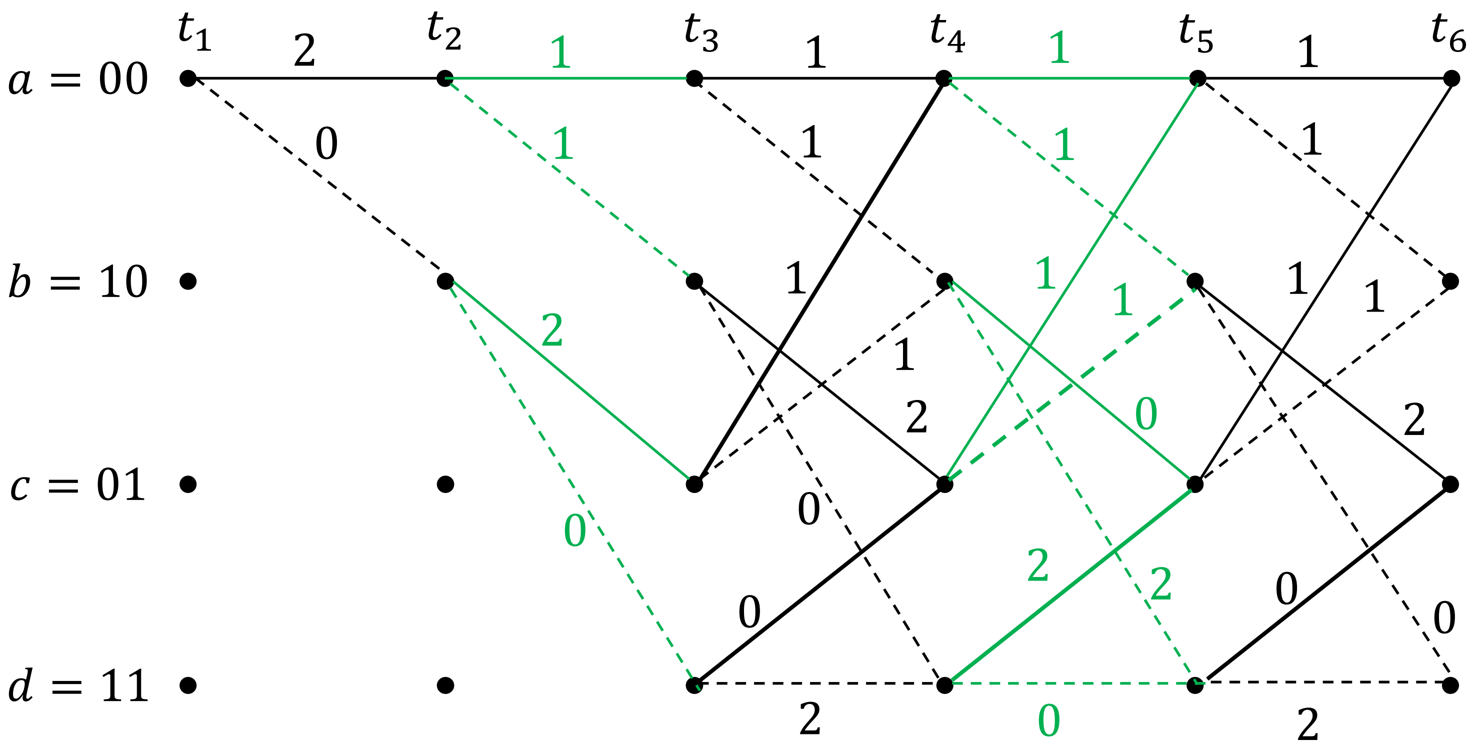
Legenda:

Bit de entrada 0

Bit de entrada 1

Treliça do DECODIFICADOR

- Sequência de entrada $\boldsymbol{m}$: 1 1 0 1 1 ⋯
- Palavra-código TX $\boldsymbol{U}$: 11 01 01 00 01 ⋯
- Sequência recebida $\boldsymbol{Z}$: 11 01 01 10 01 ⋯



INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina

Algoritmo de decodificação de Viterbi

- Para o decodificador em treliça é conveniente a cada intervalo de tempo, nomear cada ramo com a distância de Hamming entre o símbolo recebido e o correspondente código do gerado por aquele ramo no codificador.
- O exemplo mostra a sequência de mensagem de informação $\boldsymbol{m}$, a sua correspondente sequência de palavra-código $\boldsymbol{U}$, e a sequência recebida, corrompida devido ao ruído, $\boldsymbol{Z} = 11\ 01\ 01\ 10\ 01\ \cdots$.
- As palavra-código vistas em cada ramo do codificador também são conhecidas pelo decodificador. Essas palavra-código são resultado de cada transição de estado.

Algoritmo de decodificação de Viterbi

- A cada transição de estado uma palavra-código é gerada e esta será usada para calcular a distância de Hamming no decodificador.
- Olhando para a sequência recebida $\boldsymbol{Z}$, vemos que o símbolo codificado no instante t_1 foi 11.
- Para nomear cada ramo do decodificador com a sua distância de Hamming olhamos para a treliça do codificador.
- A transição de estado $00 \rightarrow 00$ resulta em uma palavra-código do ramo 00.
- Mas nós recebemos 11!
- Como a diferença é de dois bits, nós nomeamos essa transição de estado com 2.

Algoritmo de decodificação de Viterbi

- Olhando a treliça vemos a transição de estado $00 \rightarrow 10$ resulta em uma palavra-código do ramo 11, que corresponde exatamente ao código recebido no instante t_1. Portanto, esse ramo será nomeado com 0.
- Resumindo, o valor que entra no ramo do decodificador representa a diferença entre o que foi recebido e “o que deveria ter sido recebido” pelo ramo que esta associado ao ramo transmissor.
- De fato, essas métricas descrevem uma medida semelhante à correlação entre uma palavra-código do ramo recebida e cada uma das palavra-código candidatas.

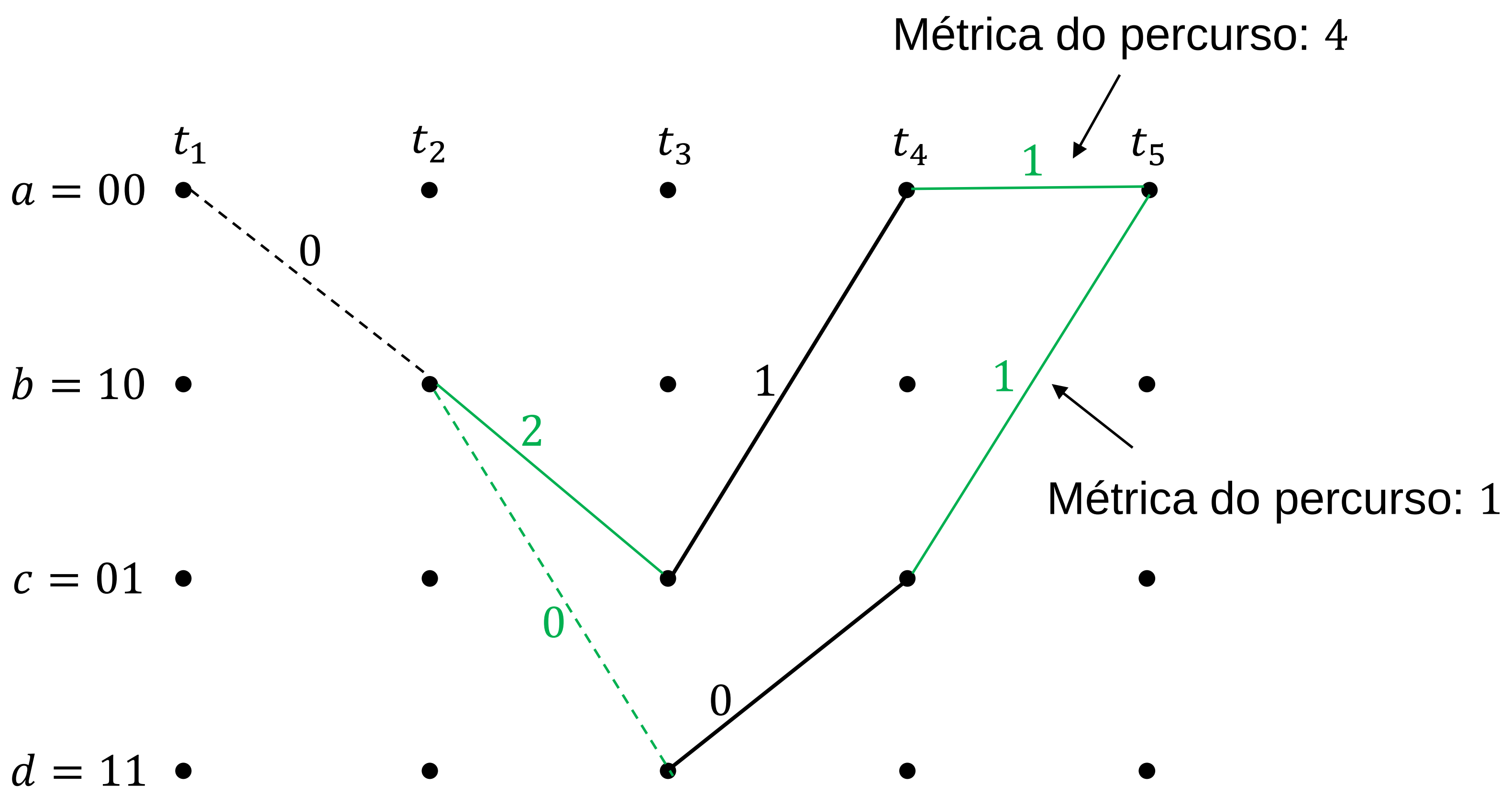
Algoritmo de decodificação de Viterbi

- Nós continuamos nomeando os ramos da treliça do decodificador a medida que os símbolos são recebidos a cada instante t_i.
- O algoritmo de decodificação usa as medidas de distância de Hamming para encontrar o percurso mais provável (com menor distância) dentro da treliça.
- A base do algoritmo de decodificação de Viterbi será descrito com base na seguinte observação: **Se quaisquer dois percursos na treliça convergem para um mesmo estado, um deles pode sempre ser eliminado olhando para o percurso ótimo.**
- A figura a seguir mostra 2 percursos convergindo para o estado 00 no instante t_5.

Algoritmo de decodificação de Viterbi

- A métrica de percurso cumulativa de Hamming para um determinado instante de tempo t_i é definida como a soma das métricas de distância de Hamming de cada ramo ao longo do percurso até o instante em questão.
- No exemplo ilustrado na figura a seguir temos dois percursos, sendo que possui métrica 4 e o outro 1.
- Portanto, o percurso superior, com maior métrica de distância de Hamming, não pode fazer parte do percurso ótimo porque o percurso de baixo tem uma métrica menor. E ambos convergem para o mesmo estado no instante t_5.
- Esta observação é válida devido à natureza Markoviana dos estados do codificador.

Algoritmo de decodificação de Viterbi



Algoritmo de decodificação de Viterbi

- O estado atual resume o histórico do codificador no sentido de que estados anteriores não podem afetar estados futuros ou ramificações de saída futuras.
- No instante t_i existem 2^{K-1} estados na treliça, e cada estado pode ser inserido por meio de dois caminhos.
- O decodificador de Viterbi consiste em calcular as distâncias para os dois percursos entrando em cada estado e eliminando um deles.
- Esse cálculo é realizado para cada um dos dois estados no instante t_i; então o decodificador passa para o instante t_{i+1} e repete o processo.
- Para um dado instante, a métrica de percurso vencedora para cada estado é designada como a métrica de estado para aquele estado naquele instante.

Algoritmo de decodificação de Viterbi

- Os primeiros passos em nosso exemplo de decodificação são os seguintes...
- Considere que o decodificador tem conhecimento do estado inicial da treliça.
- No instante t_1 o símbolo recebido é 11. A partir do estado 00 as únicas transições possíveis são para os estados 00 ou 10.
- A transição de estado $00 \rightarrow 00$ tem uma medida de 2. Enquanto que a transição $00 \rightarrow 10$ tem uma medida de 0. (Notem que é a palavra-código gerada pela mudança de estado, definida no codificador, que é comparada com o símbolo recebido!)

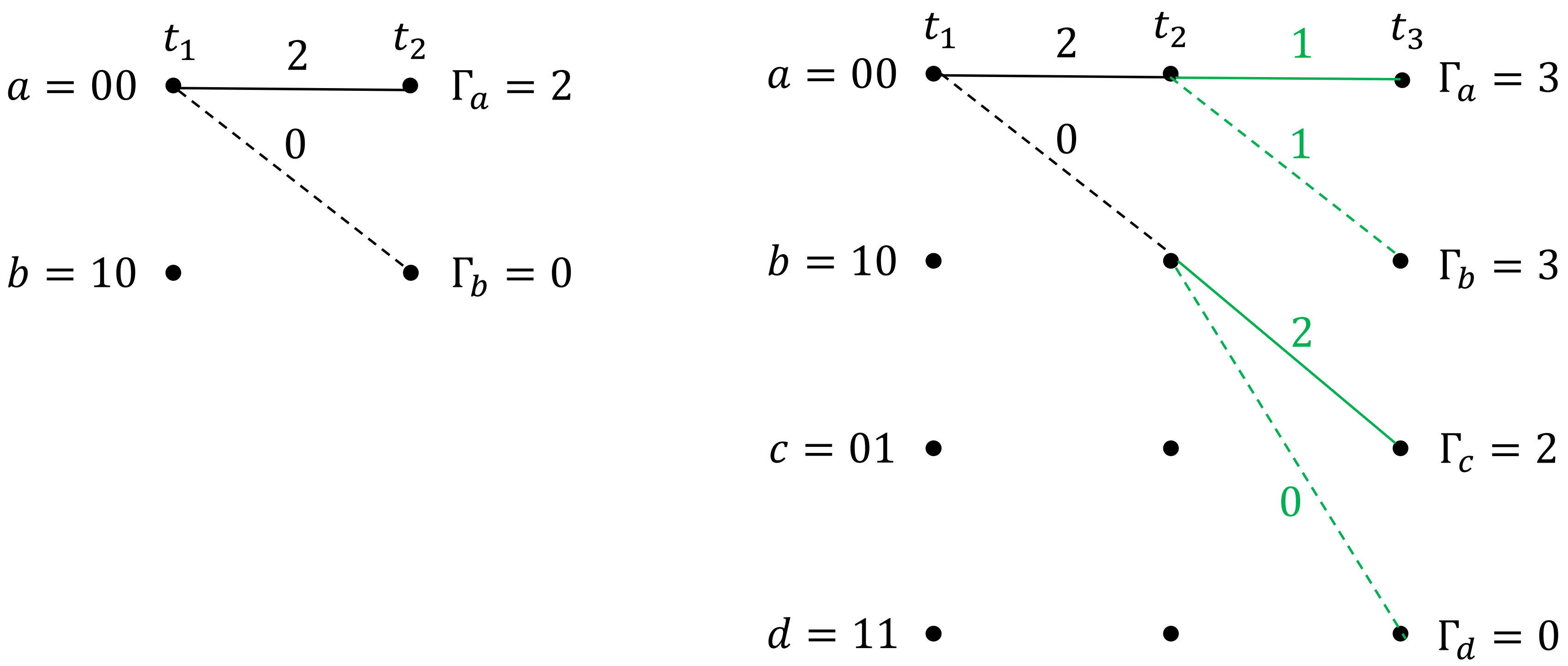
Algoritmo de decodificação de Viterbi

- No instante t_2 existem dois ramos deixando cada estado. A medida cumulativa da distância de Hamming para esses ramos são denominadas: Γ_a, Γ_b, Γ_c e Γ_d, correspondendo a cada estado fim.
- No instante t_3 existem também dois ramos deixando cada estado. E como resultado, existem dois caminhos para entrar em cada estado no instante t_4.
- Um dos caminhos pode ser eliminado, que é aquele cuja medida cumulativa da distância de Hamming é maior.
- Caso a métrica cumulativa dos dois caminhos sejam iguais, qualquer um pode ser o eliminado arbitrariamente.

Algoritmo de decodificação de Viterbi

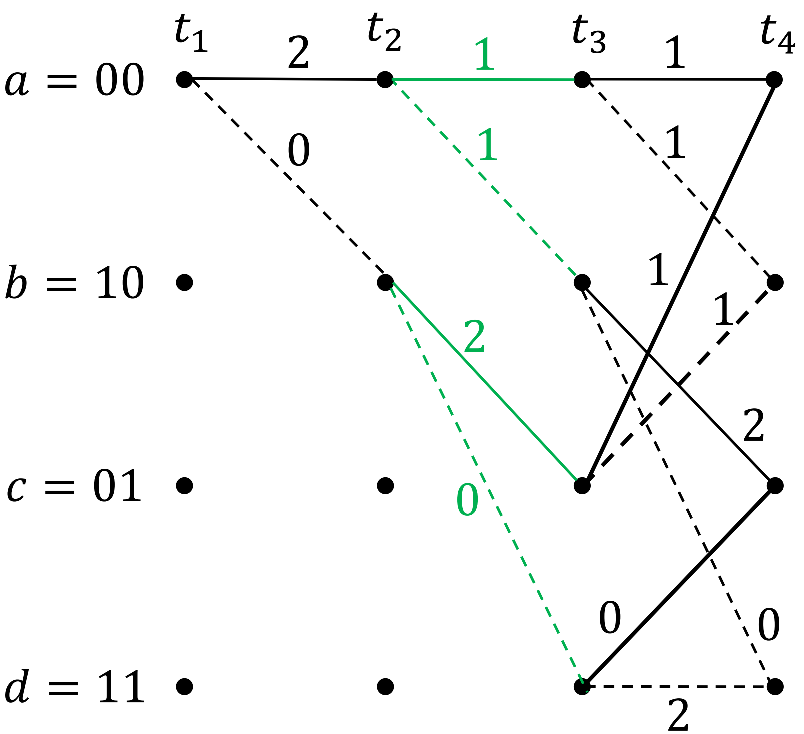
- No instante t_4, é possível ver que restou apenas um ramo interligando os estados dos instantes t_1 e t_2.
- Como o ramo remanescente entre os instantes t_1 e t_2 foi produzido por um bit de informação 1, então o decodificador já tem este como o seu primeiro bit decodificado.
- Repare que o primeiro bit não pôde ser decodificado até que o percurso na treliça não tivesse atingido a profundidade de pelo menos $K + 1$.
- Isso representa um atraso de decodificação.

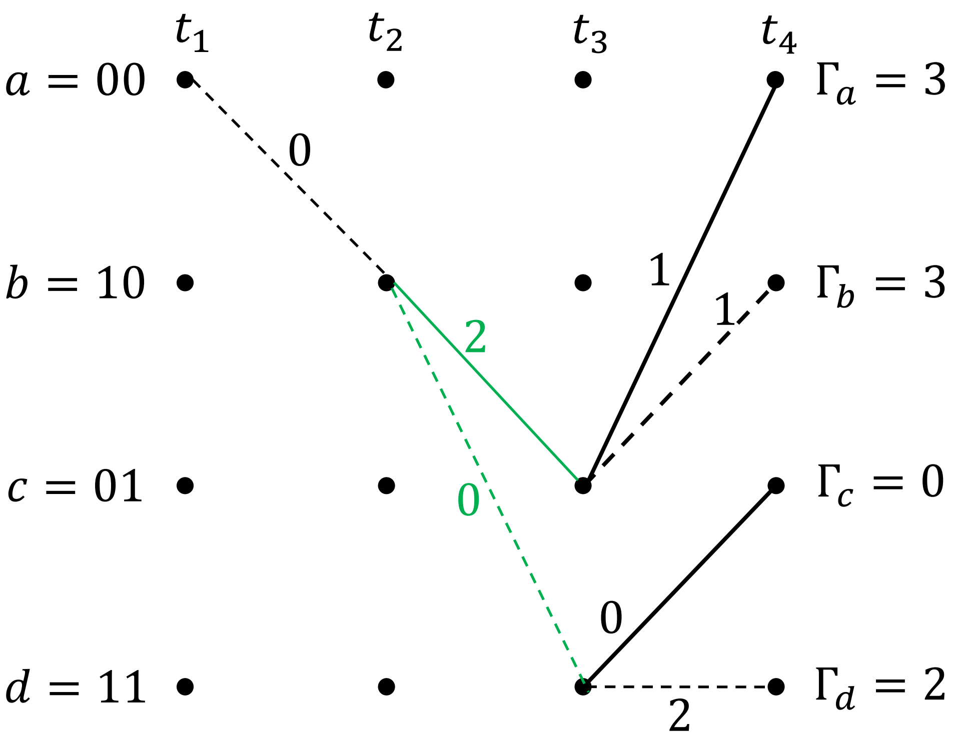
Algoritmo de decodificação de Viterbi



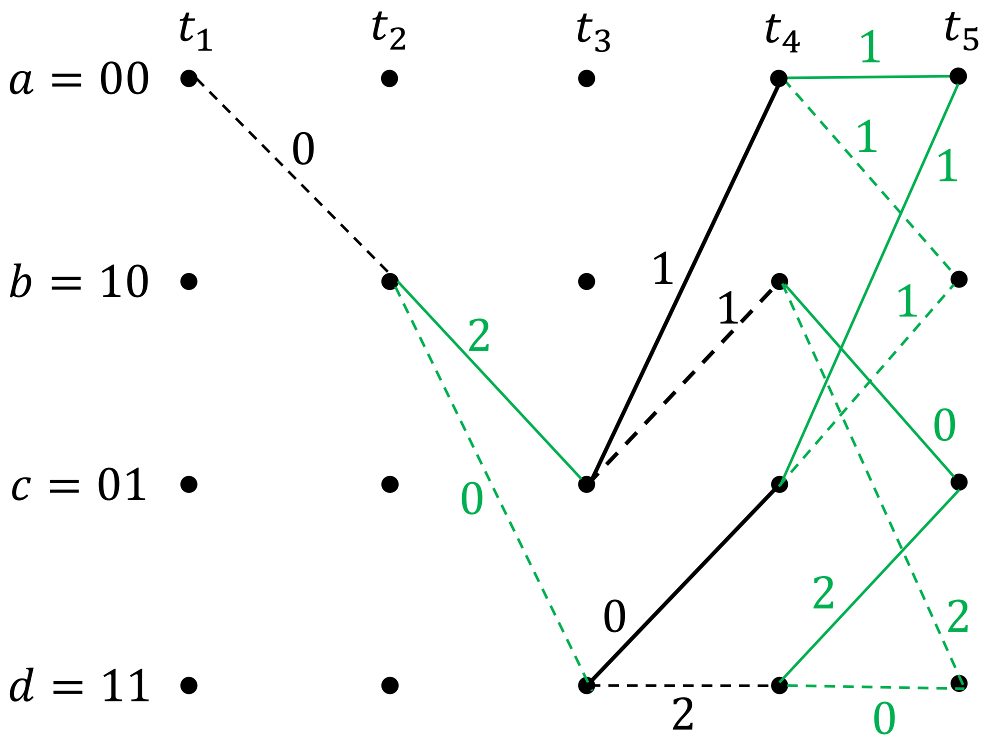
INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina

Algoritmo de decodificação de Viterbi

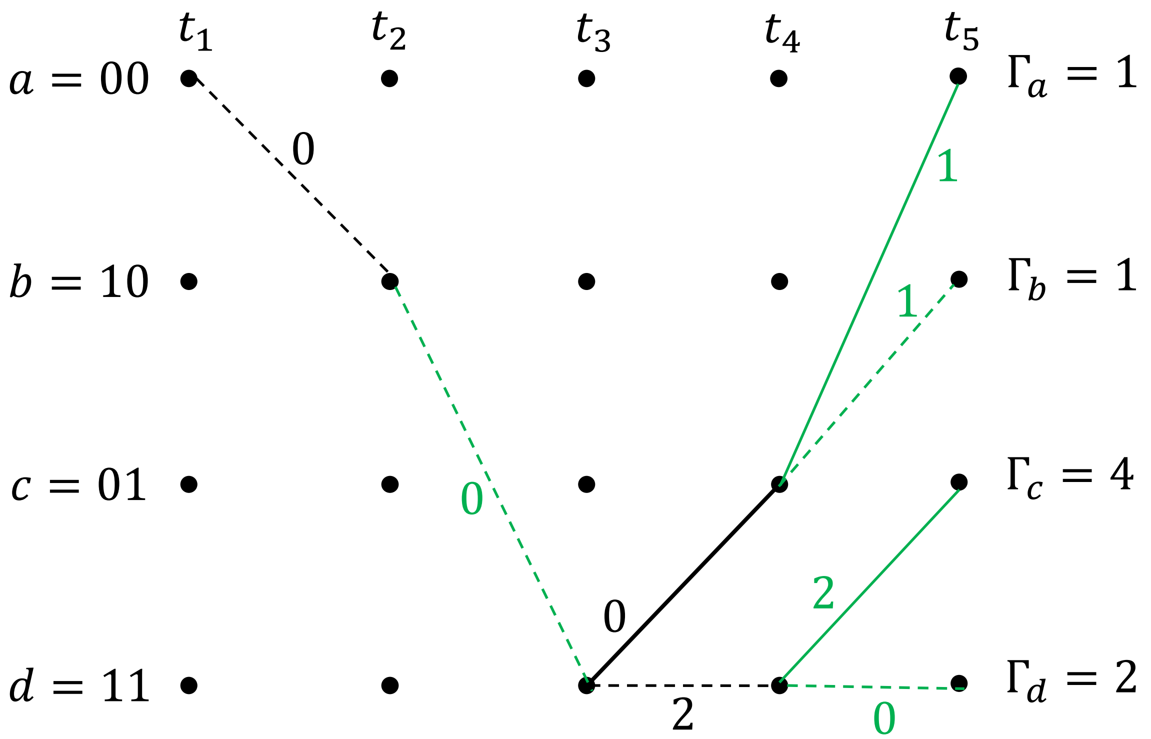




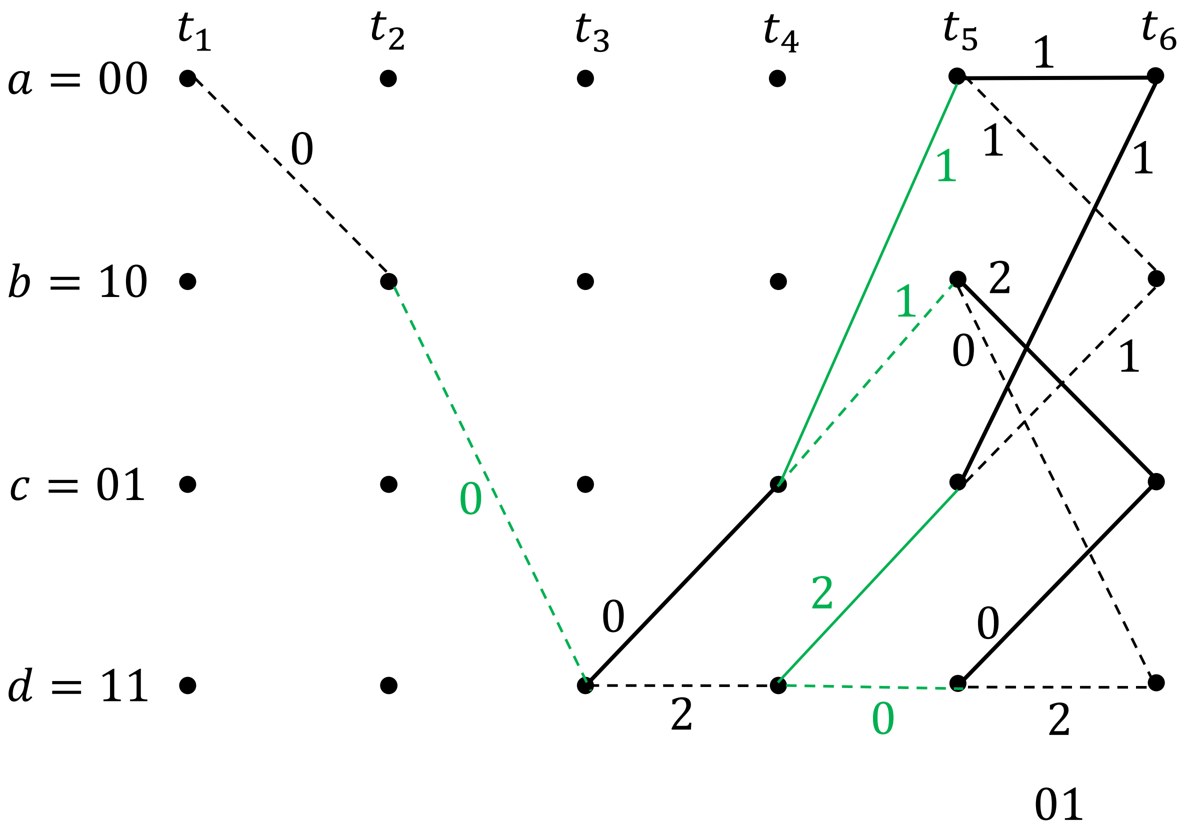
Algoritmo de decodificação de Viterbi



Algoritmo de decodificação de Viterbi

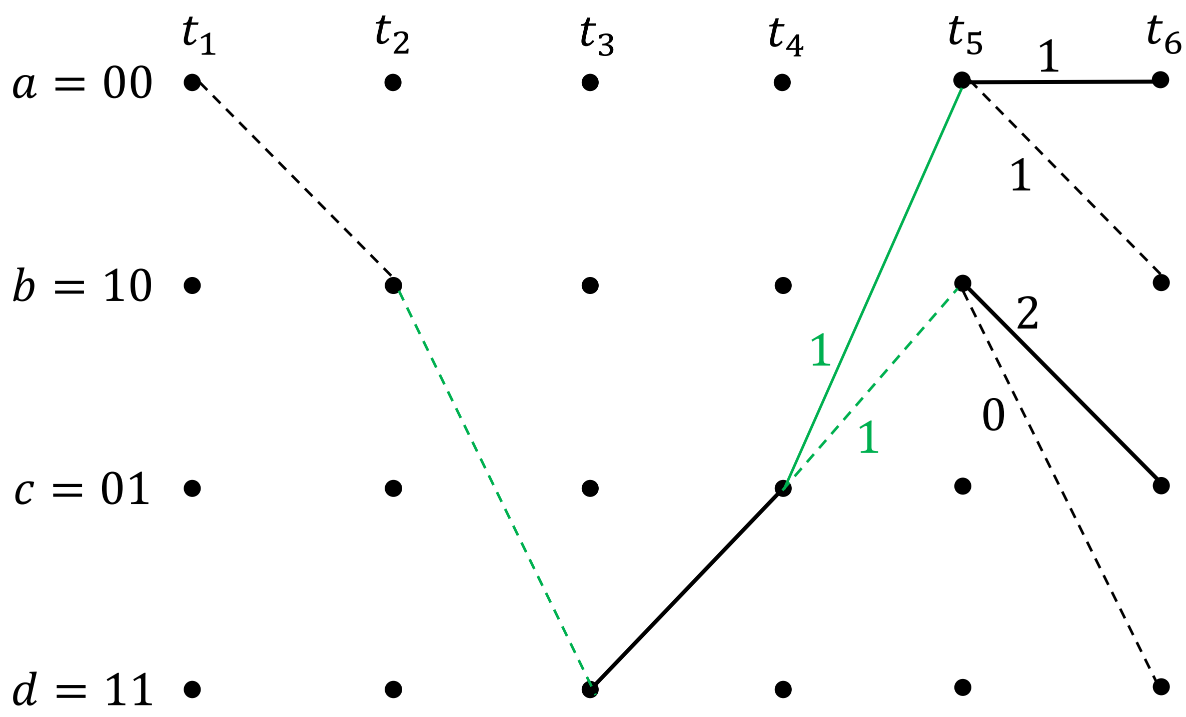


Algoritmo de decodificação de Viterbi

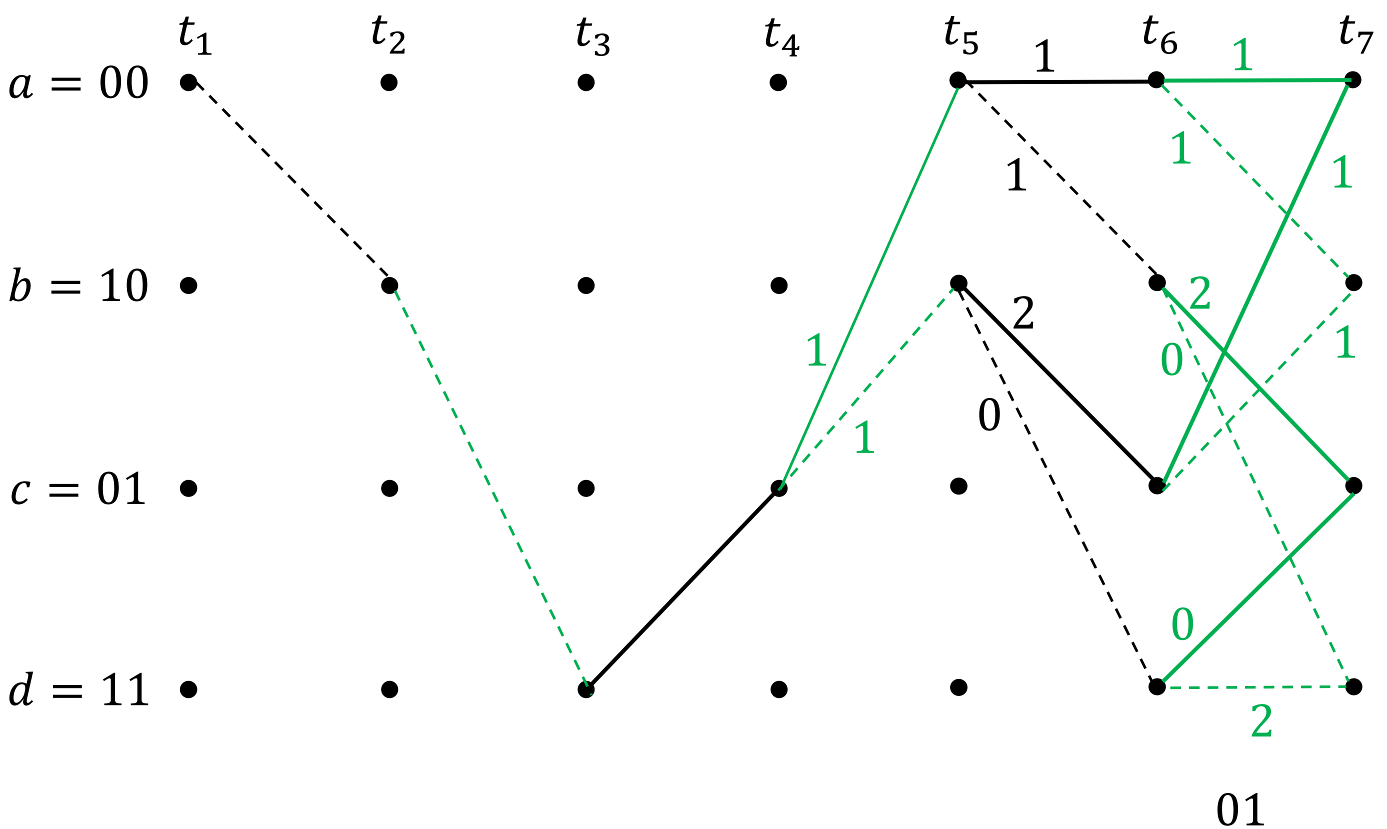


Instituto Federal Santa Catarina

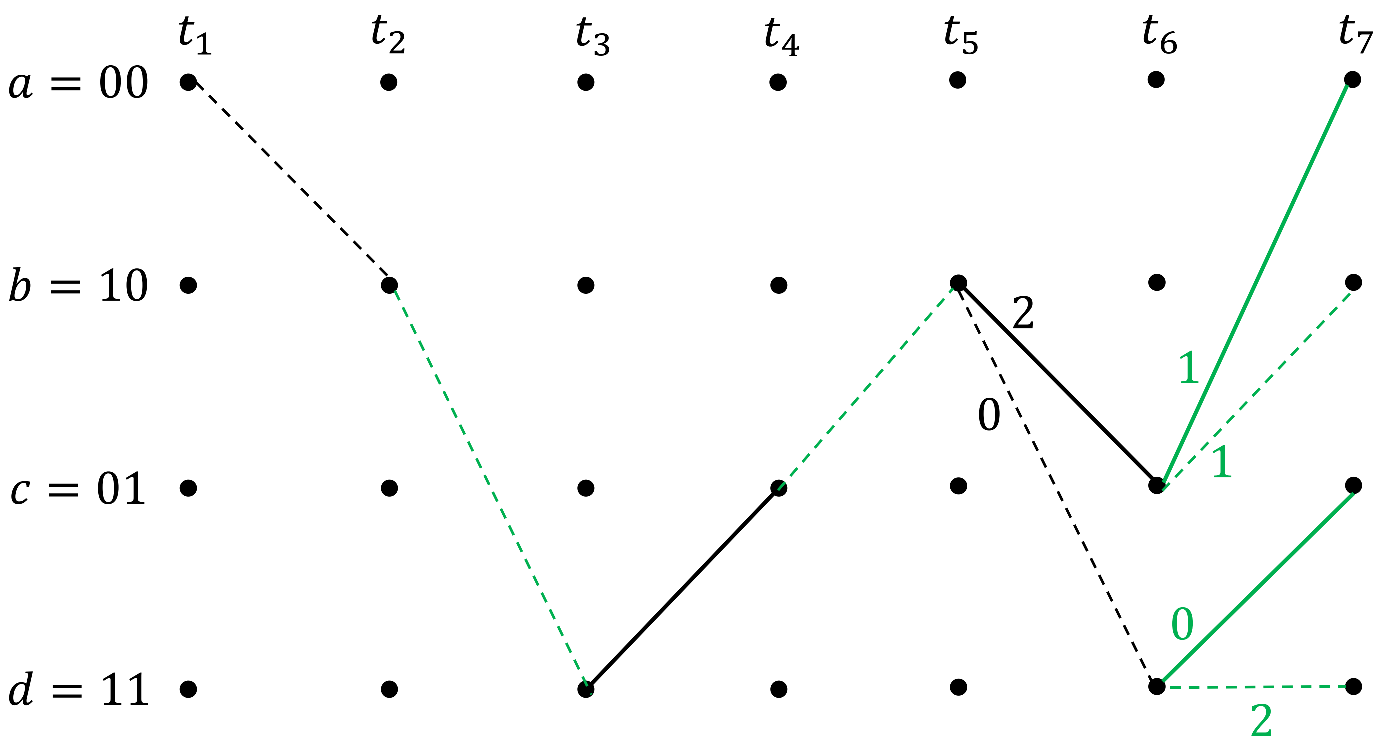
Algoritmo de decodificação de Viterbi



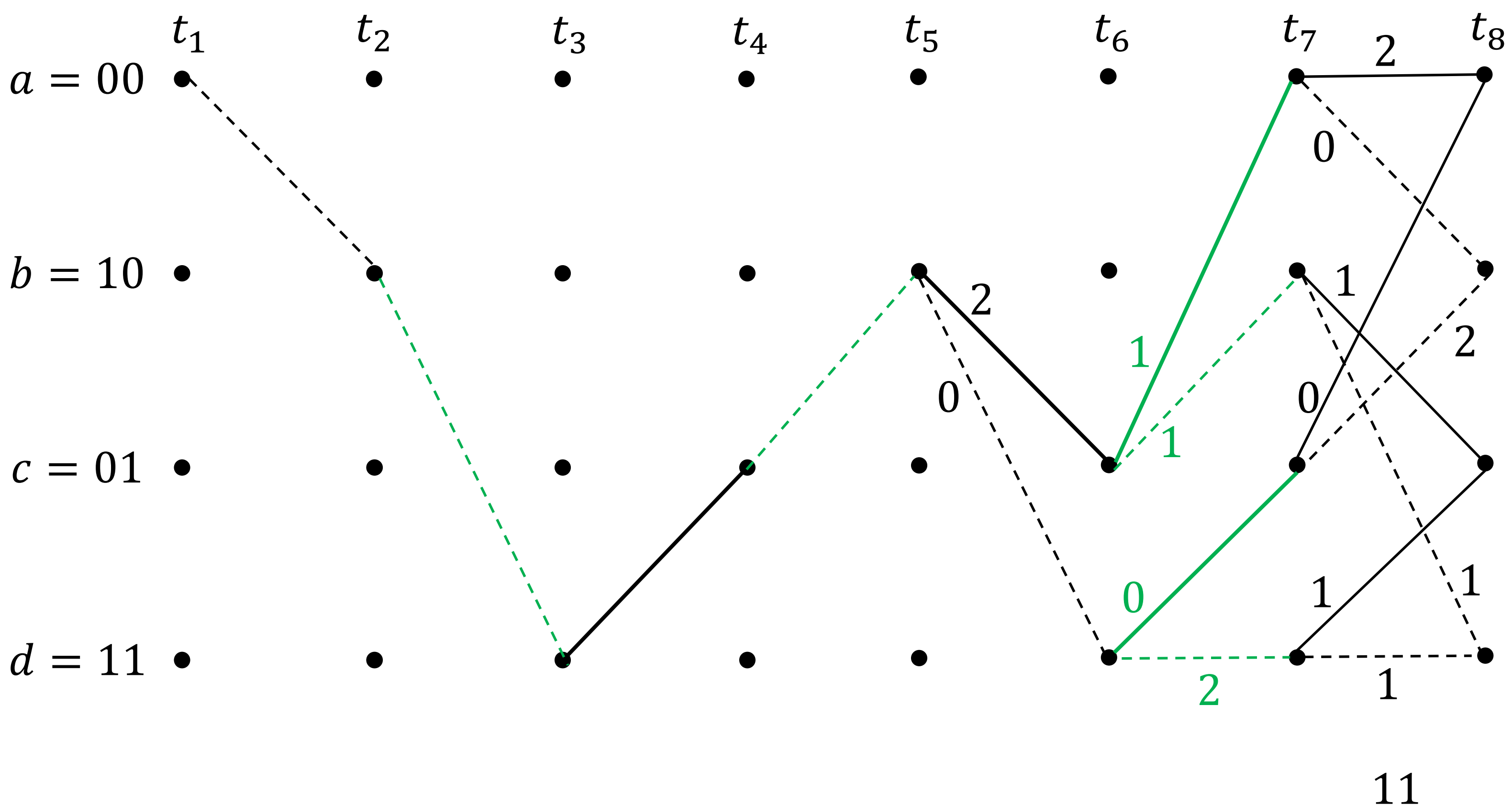
Algoritmo de decodificação de Viterbi



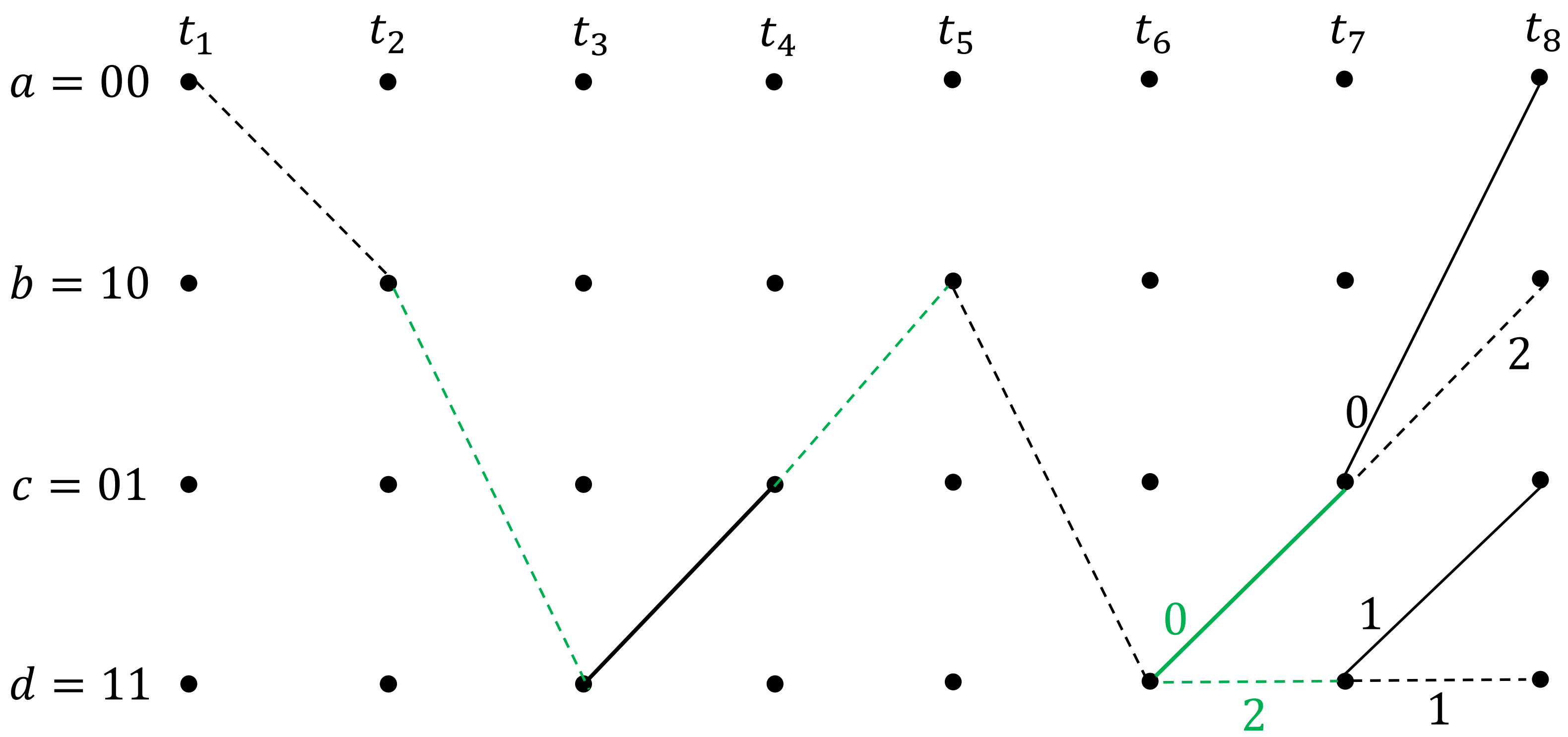
Algoritmo de decodificação de Viterbi



Algoritmo de decodificação de Viterbi



Algoritmo de decodificação de Viterbi



Os 5 bits da mensagem de informação foram decodificados com sucesso!

$\hat{m} = 1\ 1\ 0\ 1\ 1$

Algoritmo de decodificação de Viterbi

- A cada passo sucessivo no processo de decodificação, sempre existirá dois percursos possíveis entrando em cada estado.
- E um dos dois percursos será eliminado comparando as medidas cumulativa da distância de Hamming.
- No instante t_5, novamente, existem dois percursos condindo a cada estado.
- Repare que nesse exemplo não é possível ainda tomar uma decisão sobre o segundo bit de informação, porque ainda existem dois percursos deixando o estado 10 no instante t_2.
- Em t_6, o segundo bit de informação é decodificado com sendo o bit 1, entre os instantes de tempo t_2 e t_3.

Algoritmo de decodificação de Viterbi

- O decodificador continua nesse processo avançando pela treliça e tomando decisões uma a uma, ao eliminar os percursos com maior métrica cumulativa da distância de Hamming.
- A poda da treliça garante que nunca haja mais caminhos do que estados.
- Resumindo:
  - ❑ Calcula-se a distância de Hamming (ou Euclidiana) entre o sinal recebido e o rótulo de cada ramo.
  - ❑ Cada distância é somada com a métrica acumulada do estado anterior.
  - ❑ Se há mais de um ramo chegando em um estado, então o caminho com maior métrica é descartado.