

Integradores e Derivadores Analógicos

Utilização de amplificadores operacionais para a criação de circuitos integradores e derivadores: Aplicações, topologia, funcionamento e consequências

Guilherme Medeiros, 2022

1. Integradores



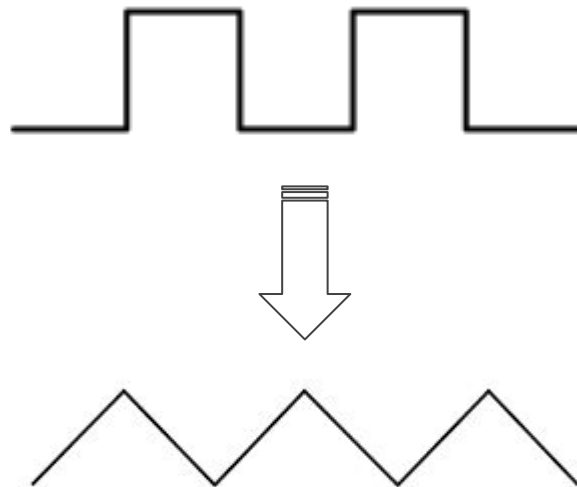


1.1 Aplicações gerais



1.1.1 Geração de sinais

- Dificuldade de geração de alguns sinais
- Geração de sinais de rampa.
- Outros sinais.





1.1.2 Detecção de sinais

- Correlação nula.
- Uso da integral.
 - Convolução.
 - Correlação cruzada.

$$(f \star g)(t) \stackrel{\text{def}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} f^*(\tau) g(t + \tau) d\tau,$$

$$(f * g)(t) = h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \cdot g(t - \tau) d\tau$$

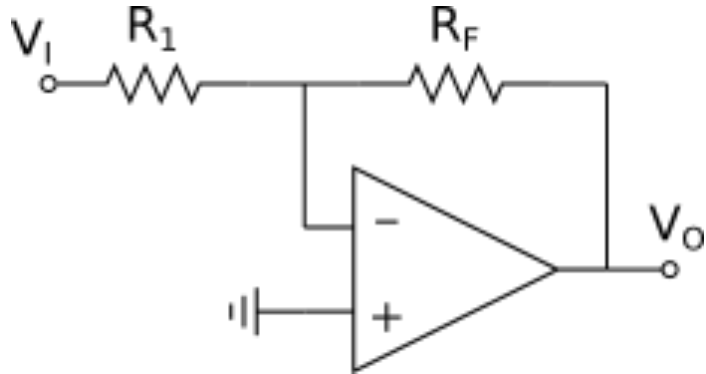
1.1.3 Totalizador

- Sinal que descreve um fenômeno no tempo.
- Integral dispõe do cálculo de toda a grandeza ao longo de um intervalo de tempo τ .

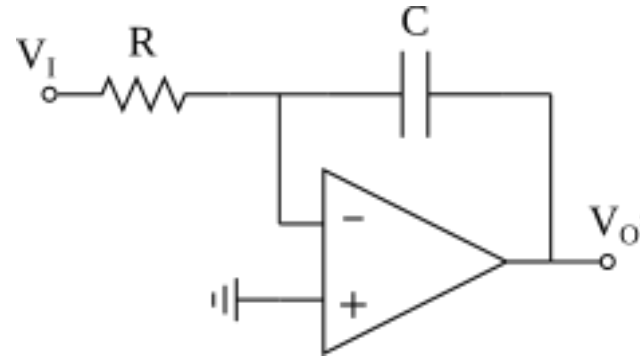




1.2 Topologia do Circuito



Amplificador Inversor



Amplificador Integrador

1.2 Topologia do Circuito

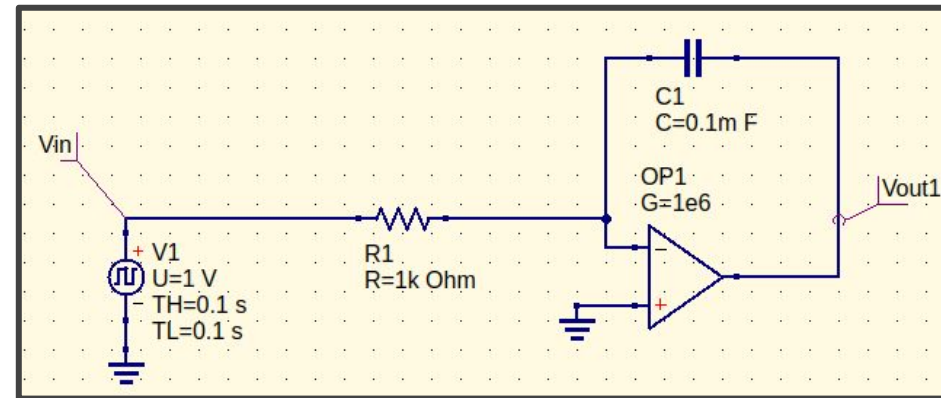
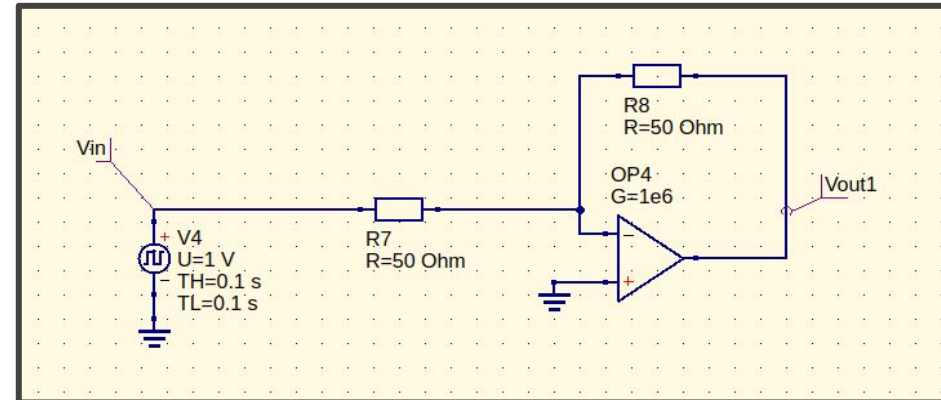
- Em caso de amplificadores inversores, o ganho sempre será:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} \sim - \frac{Z1}{Z2}$$

- No caso do Integrador:

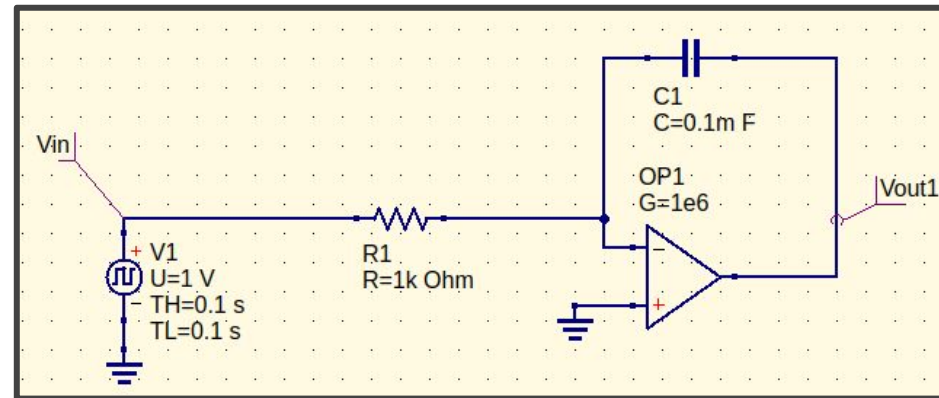
$$\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = - \frac{1}{sC_1 R_1} = - \frac{1}{sR_1C_1}$$

- Já é perceptível aqui a função de integrador devido ao polo na origem da função de transferência.
- Também é perceptível o caráter de filtro passa baixa do circuito.



1.3 Análise matemática do Integrador

- A maneira mais direta de se chegar nas equações que regem o AmPop Integrador é pela relação das correntes.
- Como o polo positivo do amplificador está aterrado, temos em X um terra virtual, então, pela lei de Kirchhoff, $iR_1 = iC_1$.





1.3 Análise matemática do Integrador

$$iR_1(t) = iC_1(t)$$

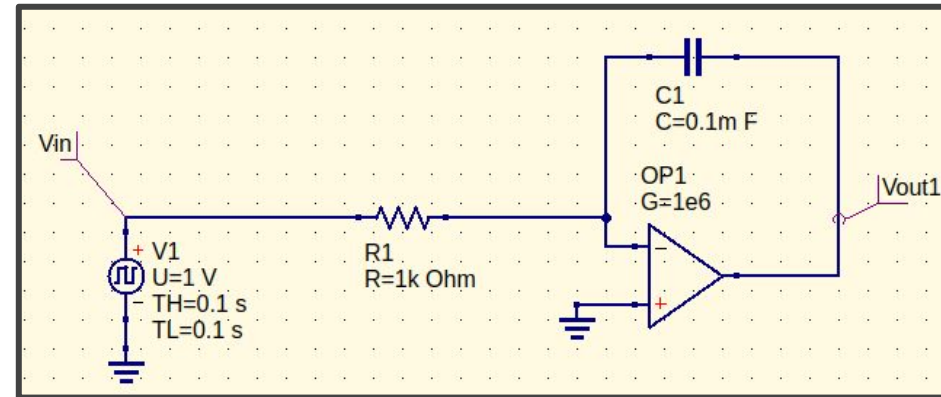
- Sabemos que a corrente em R1 é a divisão da tensão de entrada pela resistência e que em C1 é a capacitância multiplicada pela derivada da sua tensão, que é Vout:

$$\frac{V_{in}(t)}{R_1} = C_1[-V'_{out}(t)]$$

- Isolando os termos interessantes, tem-se:

$$-V'_{out}(t) = \frac{1}{R_1 C_1} \cdot V_{in}(t)$$

$$V_{out}(t) = -\frac{1}{R_1 C_1} \int_{-\infty}^t V_{in}(\tau) d\tau$$





1.3 Análise matemática do Integrador

- Tem-se, então, na saída do circuito, a integral do sinal de entrada multiplicado por um fator constante dependente da resistência e da capacitância.
- Os valores do escalar podem mudar com a frequência.
- No caso de um capacitor descarregado no instante inicial, temos a segunda equação.
- O sinal negativo na frente da constante garante uma mudança de fase em 180°, uma inversão de fase.

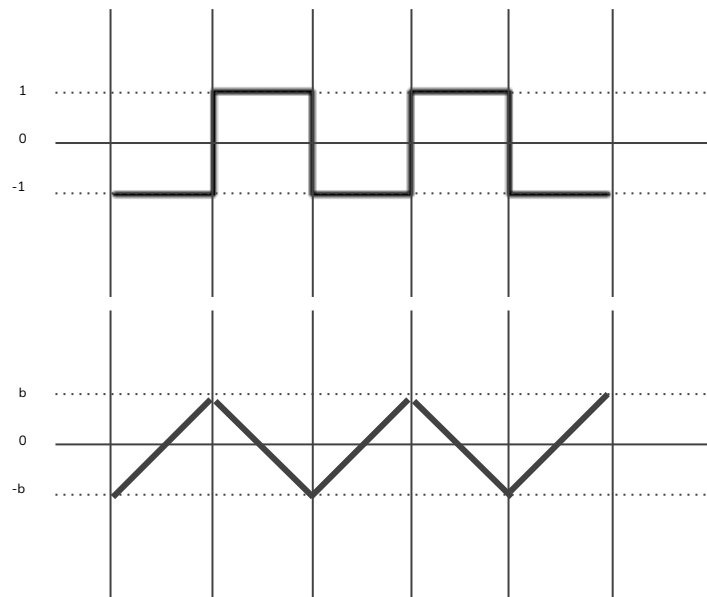
$$V_{out}(t) = -\frac{1}{R_1 C_1} \int_{-inf}^t V_{in}(\tau) d\tau$$

$$V_{out}(t) = -\frac{1}{R_1 C_1} \int_0^t V_{in}(\tau) d\tau$$



1.4 Integradores como geradores de rampa

- Considerando um sinal de uma janela contínua com pico negativo em -1 e positivo em 1 .
- No mesmo *duty cycle* da janela, teremos a rampa mostrada na figura ao lado.
- Considerar inversão do sinal na integração para o resultado.



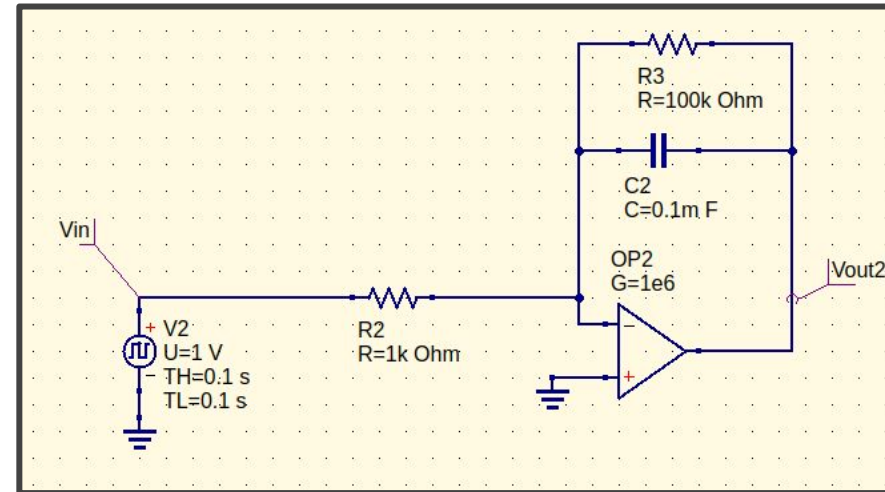


1.5 Saturação da tensão de saída e Integrador com controle de ganho DC

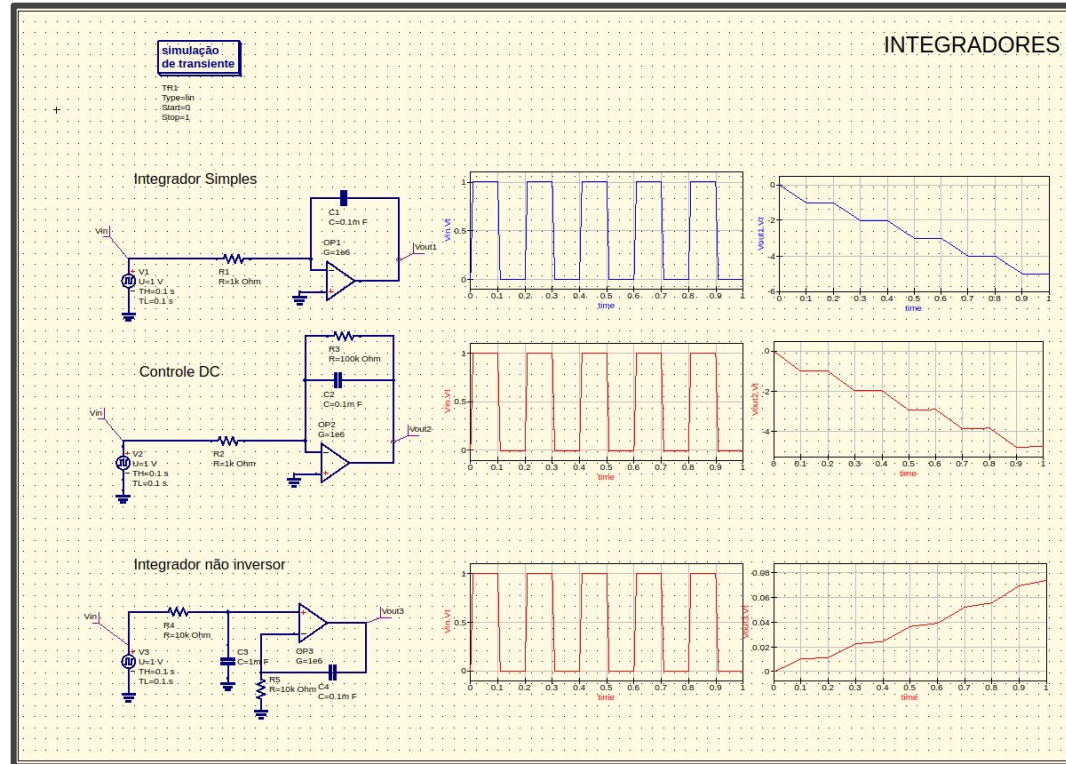
- Em frequências muito baixas o capacitor se comporta como um circuito aberto, em corrente contínua, especialmente.
- Sem o capacitor, não existe o *loop* da saída com a entrada negativa do AmPop.
- Isso resulta na saturação da tensão de saída.
- Muito comum em integradores trabalhando com sinais de frequências variadas.

1.5 Integrador com controle de ganho DC

- Resistor em paralelo ao capacitor.
- Diminui efeitos da saturação.
- Mesmo assim a operação em altas frequências se comporta distante da idealidade.
- Mais próximo de circuitos reais.



1.6 Simulações



2. Derivadores





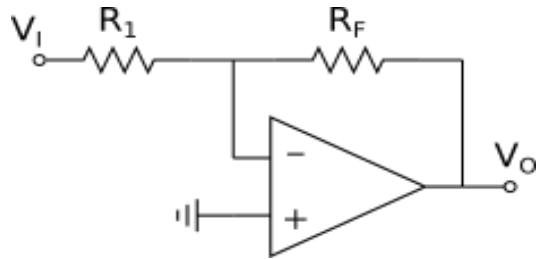
2.1 Aplicações gerais

- Comumente utilizado para sinais quadrados, problemático para sinais senoidais em altas frequências.
- Normalmente utilizado para a geração de sinais.
- Operações matemáticas.
- Gerador de sinais quadrados.
- Filtro passa alta.
- Detector de instabilidade em alta frequência.
- Gerador de pulsos elétricos.

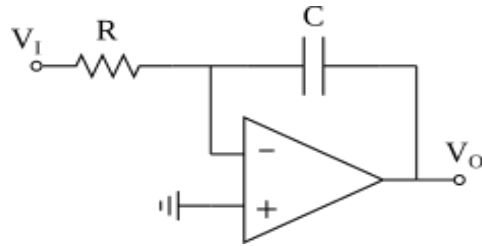
$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$



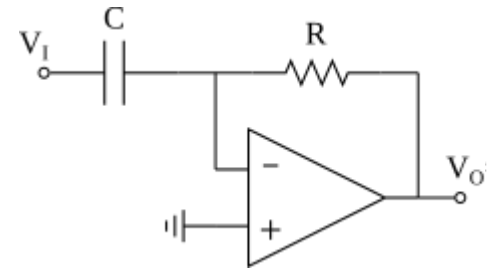
2.2 Topologia do Circuito



Amplificador Inversor



Amplificador Integrador



Amplificador Diferenciador

2.2 Topologia do Circuito

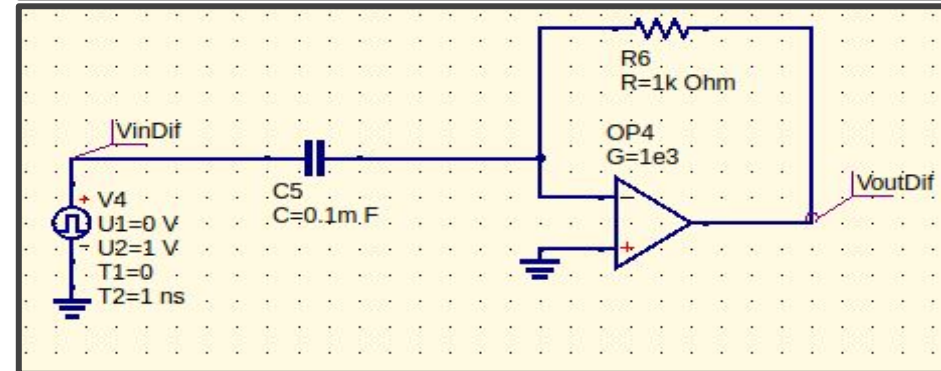
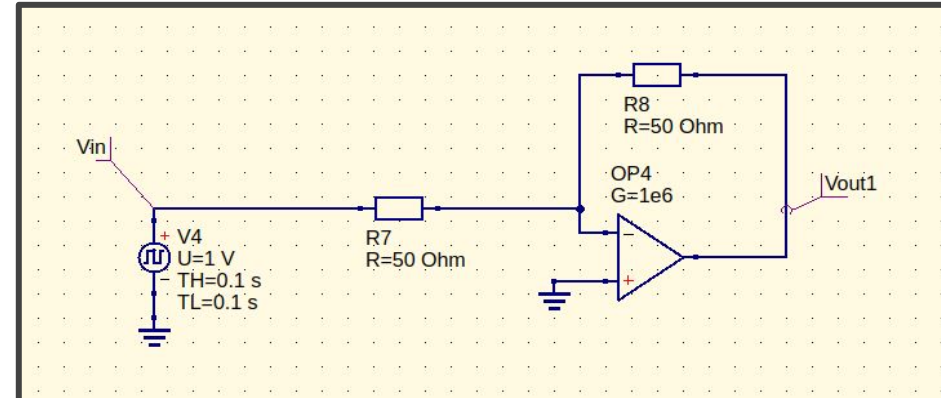
- Em caso de amplificadores inversores, o ganho sempre será:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} \sim - \frac{Z1}{Z2}$$

- No caso do Diferenciador:

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = sR_1C_1$$

- Já é perceptível aqui a função de diferenciador devido ao zero na origem da função de transferência.
- Também é perceptível o caráter de filtro passa alta do circuito.





2.3 Análise matemática do Diferenciador

- Novamente, devido ao terra virtual, sabemos que:

$$iR_1(t) = iC_1(t)$$

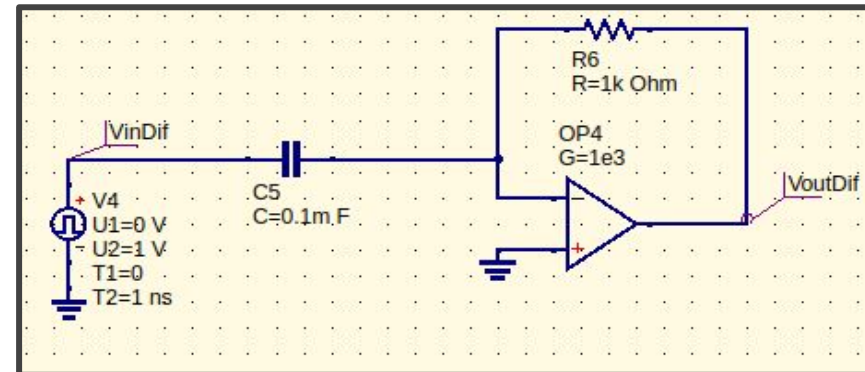
- Sabemos que a corrente em R1 é a divisão da tensão de saída pela resistência e que em C1 é a capacitância multiplicada pela derivada da sua tensão, que é Vin:

$$\frac{-V_{out}(t)}{R_1} = C_1[V'_{in}(t)]$$

- Isolando os termos interessantes, tem-se:

$$-V_{out}(t) = R_1C_1 \cdot V'_{in}(t)$$

$$V_{out}(t) = -R_1C_1 \cdot V'_{in}(t)$$





2.3 Análise matemática do Diferenciador

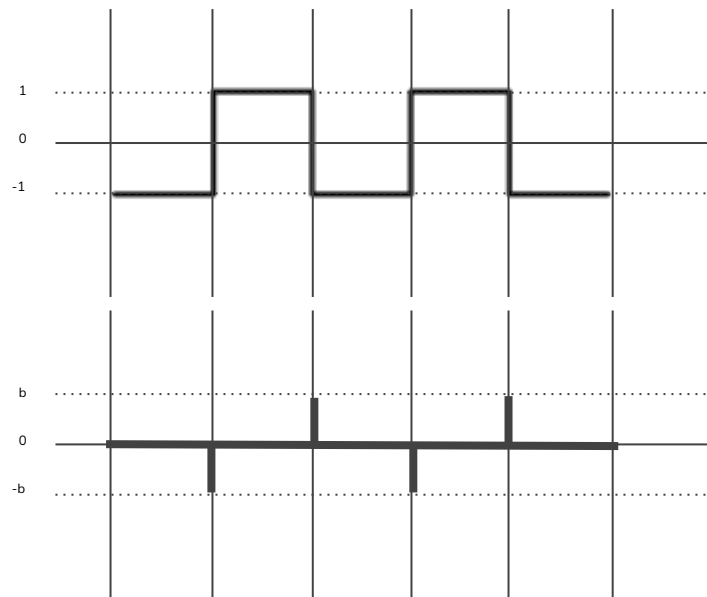
- Novamente podemos ver o sinal negativo, mostrando a inversão de fase, já que esse circuito continua sendo um inversor.
- Como resultado temos, então, que a saída é a derivada da entrada multiplicado pelo escalar dependente da resistência e da capacitância.
- Com a presença do capacitor, esse escalar pode variar com a frequência.

$$V_{out}(t) = -R_1 C_1 \cdot V'_{in}(t)$$



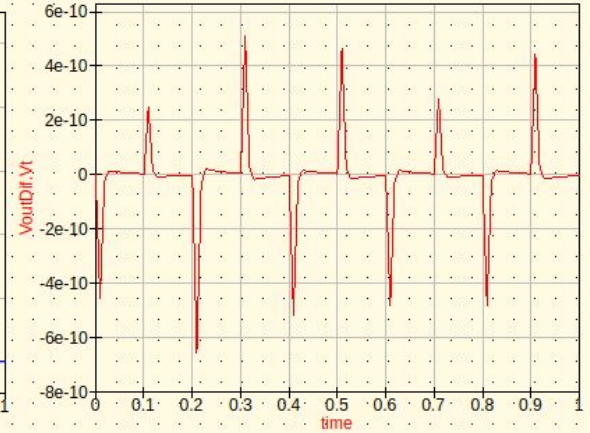
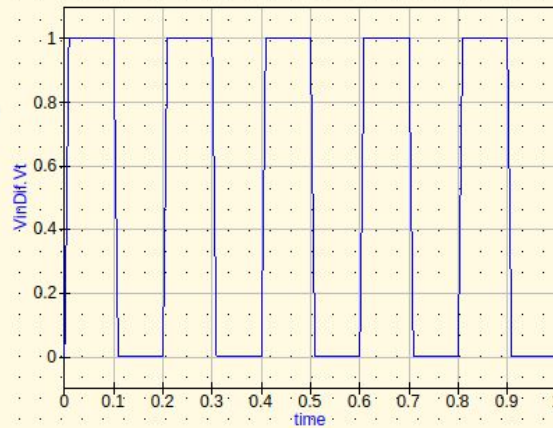
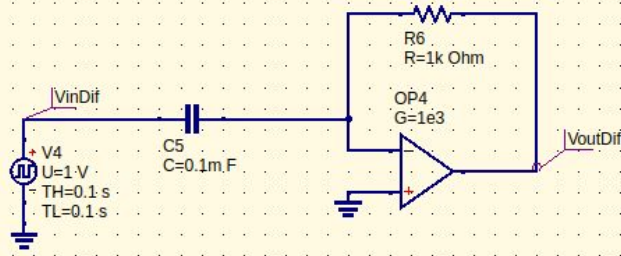
2.4 Diferenciadores como geradores de pulsos

- Idealização dos gráficos à direita.
- Considerar inversão.
- Uma janela retangular contínua no tempo resultará em pulsos quando o sinal vai valor baixo para o valor alto de tensão.
- Isso resultará em pulsos elétricos idealmente unitários na saída do derivador.



2.5 Simulação do diferenciador

Diferenciador simples





Referências

ELETRONICS HUB. **Operational Amplifier as Integrator**. Disponível em:

<https://www.electronicshub.org/operational-amplifier-as-integrator/>. Acesso em: 16 mar. 2022.

ELETRONICS HUB. **Operational Amplifier as Differentiator**. Disponível em:

<https://www.electronicshub.org/operational-amplifier-as-integrator/>. Acesso em: 16 mar. 2022.

JAEGER, R. C.; BLALOCK, T. N. **Microelectronic Circuit Design**. 4.ed. Nova Iorque: McGraw-Hill, 2011.

CÂMARA, Carlyle. **Amplificador operacional - Parte 3**. 2022. Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=UwnDVhptP4s>. Acesso em: 16 mar. 2022.