

**Questão 2:**

[10 pontos]

Considere um filtro Tow-Thomas (TT) com resposta do tipo passa-banda cuja frequência central seja dada por  $\omega_n = 1.000 \text{ rad/s}$  e com uma largura de banda  $B = 200 \text{ rad/s}$ . O ganho na frequência central deve ser igual a 1 [2].

- (a) [5 pontos] Faça o projeto desse filtro
- (b) [5 pontos] Verifique a validade do seu circuito a partir de simulações.

## 1. Introdução

O filtro Tow Thomas apresenta uma história curiosa, sendo introduzido (JCSC, 2008) pela primeira vez por J. Tow, apresentando vários filtros, um deles sendo um filtro passa faixa utilizando três amplificadores operacionais. L. Thomas, entretanto, independentemente submeteu um artigo seis meses antes (Dezembro de 1969) do artigo de J. Tow ser publicado. Por essa coincidência imprevisível da ciência, o filtro ganha o nome dos dois cientistas.

O circuito pode ser visto em sua totalidade na figura 1, já com os índices dos resistores e capacitores iguais aos que serão utilizados mais tarde na simulação deste trabalho.

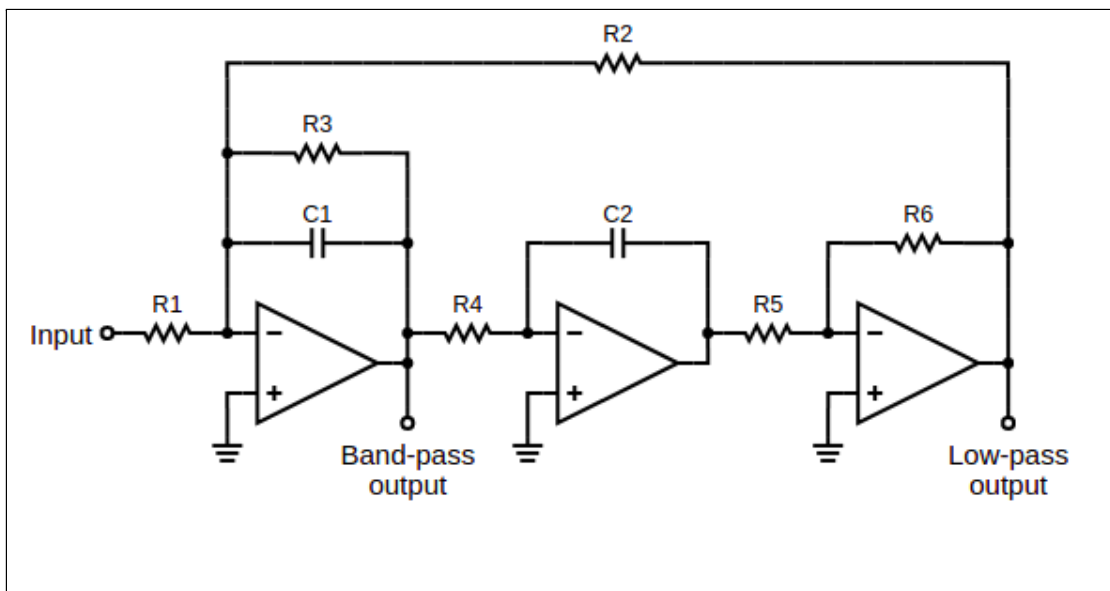


Figura 1 - Filtro Tow Thomas (KOSBAR, 2016)

Este filtro se baseia em um integrador e somador juntos (SCHAUMANN, 2001), com um inversor antes da saída do filtro passa baixa. Aplicando a Lei de Kirchhoff no nó entre R1 e C1, obtém-se:

$$\frac{V_{in}}{R1} + \frac{V_x}{R4} + \frac{V_{out}}{R3//C1} = \frac{V_{in}}{R1} + \frac{V_x}{R4} + \frac{V_{out}}{\frac{R3}{R3C1j + 1}} \quad [a]$$

Sabendo que a tensão antes do inversor ( $V_x$ ) é igual ao negativo da tensão depois do inversor ( $V_y$ ), e sabendo que  $V_x$  é a tensão resultante do integrador, podemos dizer que:

$$V_x(s) = \frac{V_{out}(s)}{R2C2s} \quad [b]$$

$$V_y(s) = - \frac{V_{out}(s)}{R2C2s} \quad [c]$$

Substituindo [c] em [a] e isolando  $V_{out}(s)/V_{in}(s)$ , tem-se a função transferência:

$$H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{R2R3R4}{R1} \frac{C2s}{R2R3R4C1C2s^2 + R2R4C1s + R3} \quad [d]$$

Algumas características do filtro podem ser observadas pela função transferência retirada do circuito. Primeiramente, ele apresenta um zero na origem e é um sistema de segunda ordem, indicando um filtro passa faixa (SCHAUMANN, 2001). É curioso que, na saída após o inversor ( $V_y$ ), a função transferência é de segunda ordem e não apresenta zeros, se tornando um passa baixas, mostrando como esse circuito pode ser utilizado para dois tipos de filtro diferentes, considerando que, obviamente, a frequência de corte de um influenciará a frequência de corte do outro.

Este projeto foi feito com a intenção de projetar um filtro com frequência de corte de 1000 rad/s (160 Hz), com largura de banda de 200 rad/s (~32 Hz) e ganho unitário, utilizando-se a tipologia Tow-Thomas. Tanto o projeto quanto a simulação do filtro e seus resultados podem ser observados na sessão 2.

## 2. Desenvolvimento

Primeiramente, algumas equações (SCHAUMANN, 2001) serão necessárias para fazer o projeto do filtro, são elas:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R2 R4 C1 C2}, \quad Q = \frac{1}{\sqrt{R2 R4}} \sqrt{\frac{C1}{C2}}, \quad e \quad H = \frac{R2}{R3} \quad [1]$$

$$H = - \frac{R1}{R2} \quad [2]$$

$$Q = \frac{\omega_0}{BW} = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} \quad [3]$$

Além disso, fica claro que alguns valores de elementos do circuito devem ser escolhidos arbitrariamente, sabendo que isso não afeta muito o resultado e que o filtro mantém seu funcionamento.

Da equação 3, podemos tirar o valor de Q:

$$Q = \frac{\omega_0}{BW} = \frac{1000}{200} = 5$$

Neste ponto, (SCHAUMANN, 2001) escolhendo arbitrariamente o valor dos capacitores C1 e C2 como 1μF, e definindo R2 = R4, temos que, usando a equação 1:

$$R2.R4 = \frac{1}{\omega_0^2 . C1.C2}$$

Como os resistores e os capacitores são iguais, R2=R4 = R, C1=C2 = C:

$$R^2 = \frac{1}{\omega_0^2 . C^2} , \text{ tirando a raiz quadrada dos dois lados da equação, temos:}$$

$$R = R2 = R4 = \frac{1}{\omega_0 . C} = 10 \text{ k}\Omega$$

Sabendo que (SCHAUMANN, 2001) R1 = Q.R2, R1 = 50 kΩ = R3. Os mesmos valores de R2 e R4 serão usados para os resistores R5 e R6 do inversor (SCHAUMANN, 2001).

Então, organizando os valores do circuito, temos uma lista de todos os componentes organizados na tabela 1.

C1	1μF
C2	1μF
R1	50 kΩ
R2	10 kΩ
R3	50 kΩ
R4	10 kΩ
R5	10 kΩ
R6	10 kΩ

Tabela 1 - Relação dos componentes do circuito

O circuito foi simulado usando o software Qucs 0.0.20. A montagem (SCHAUMANN) se deu de acordo com os valores calculados durante a fase de projeto e pode ser visto na figura 1.

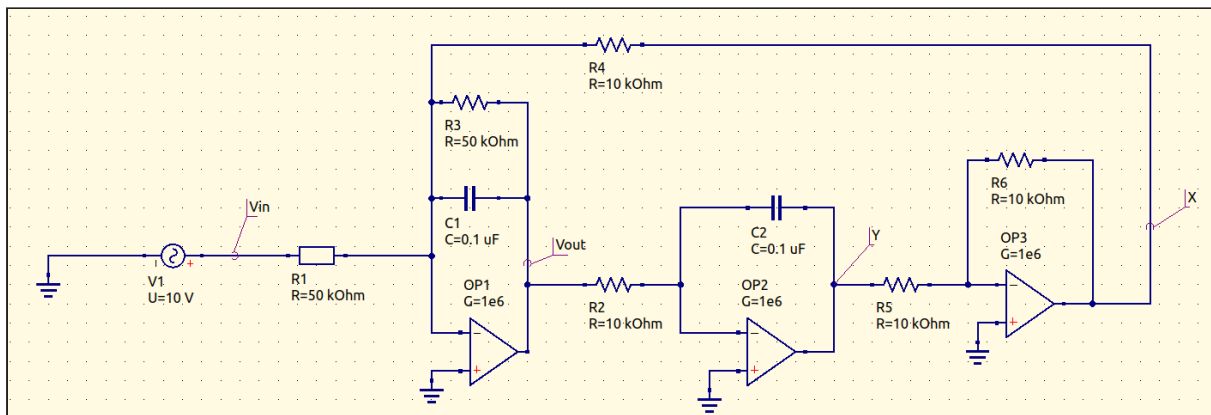


Figura 2 - Filtro passa faixa Tow Thomas projetado (Imagem criada pelo autor)

Com o circuito devidamente construído no simulador, o filtro foi simulado e o gráfico de resultados pode ser visto na figura 2.

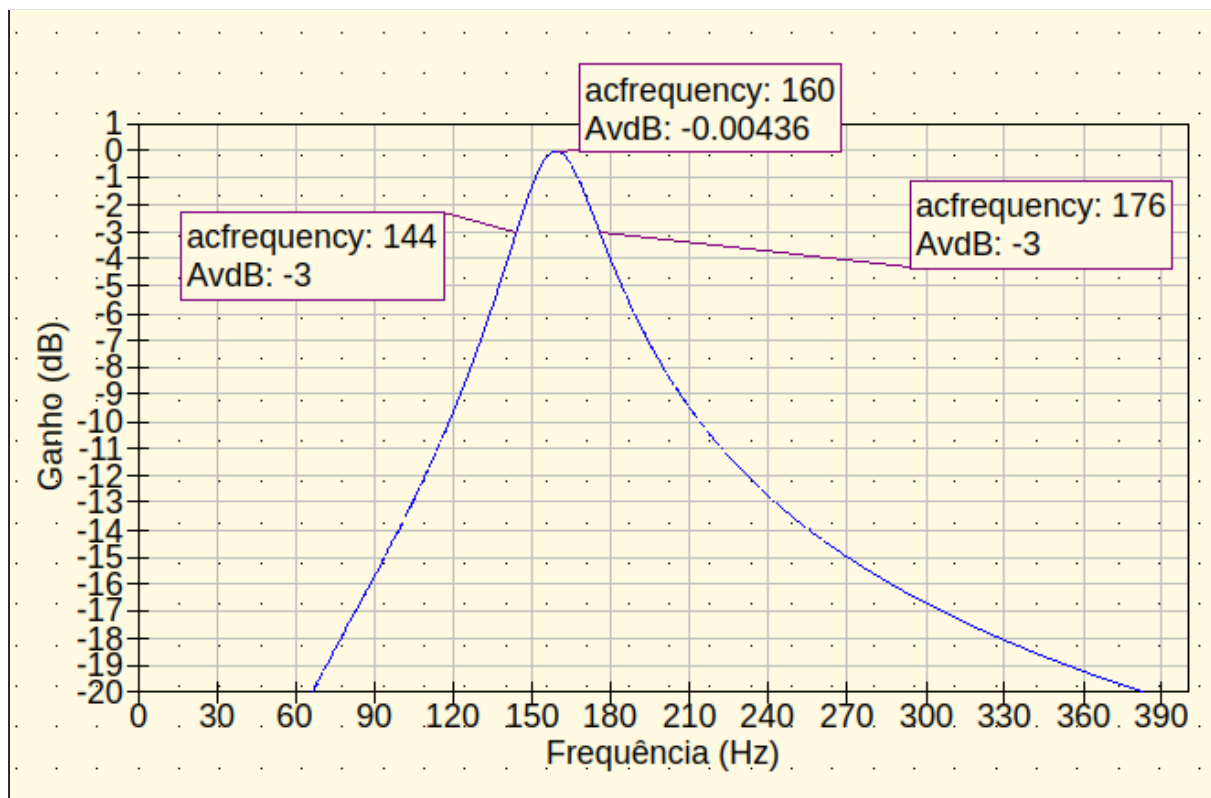


Figura 3 - Simulação do filtro Tow Thomas passa faixa com centro em 160 Hz.

O valor simulado está sinalizado como  $AvdB$ , representando o valor em dB da magnitude do ganho do circuito. A magnitude pode ser calculada tirando o valor absoluto entre a saída  $V_{out}$  e a entrada  $V_{in}$ . Assim podemos ver no centro do gráfico que o ganho foi 1

como o esperado, resultando valor zero quando se aplica o logaritmo da divisão de resultado 1.

A frequência central ficou em 160 Hz, os mesmos 1000 rad/s especificados no problema. Já a largura de banda pode ser calculada somando-se a distância que ambos os lados estão da frequência central quando se tem a atenuação de 3dB. Pode se ver no gráfico que à esquerda, 3dB é atenuado em 144Hz (16 Hz para 160) e à direita o mesmo acontece em 176 Hz (16 Hz para 160). Somando-se os dois tem-se 32 Hz de largura de banda, os mesmos 200 rad/s requisitado no projeto.

### 3. Conclusão

O filtro Tow Thomas se mostrou bastante eficaz na simulação, conseguindo trazer os resultados especificados pelo projeto. O projeto do filtro foi feito seguindo o método que Shaumann (2001) apresenta em *Design of Analog Filters*, onde se escolhe arbitrariamente os valores de alguns componentes para tentar encontrar os outros que sobram. Dessa forma não é necessário passar por grandes sistemas de equação nem analisar a função transferência para fazer o projeto do filtro.

Como resultados recolhidos da simulação, foi obtida a frequência central como 160 Hz ( $\sim 1000$  rad/s), o ganho na frequência central observado no gráfico foi de 0 dB, mostrando ganho unitário se lembrarmos que o resultado está nessa escala. Além disso, a largura de banda do circuito foi de 32 Hz ( $\sim 200$  rad/s). Com todos esses resultados, pode-se considerar o experimento um sucesso, se aproximando ao máximo dos valores especificados pelo projeto no problema da **Questão 2**.

O *software* usado para a simulação, o *Qucs* 0.0.20 é bastante fácil e intuitivo. Foi capaz de se fazer o desenho do circuito assim como sua simulação, obtendo-se resultados fáceis de analisar e que batem com o esperado.

Algumas das dificuldades enfrentadas ao se desenvolver este projeto foi a falta de bibliografia específica para o filtro Tow-Thomas. Pouco resultado acadêmico confiável foi encontrado pelo autor, tornando a análise dele muito mais baseada no conhecimento passado em aula e na bibliografia principal da disciplina de Eletrônica II do curso de Telecomunicações do IFSC *campus* São José durante o semestre 2021/2.

Os arquivos da simulação foram entregues em anexo a este trabalho.

### 4. Referências:

**JOURNAL OF CIRCUITS, SYSTEMS, AND COMPUTERS (JCSC)**. Singapura: World Scientific Publishing Company, v. 17, n. 1, 2008. Disponível em: [https://scholar.cu.edu.eg/?q=ams/files/7-\\_february\\_2008.pdf](https://scholar.cu.edu.eg/?q=ams/files/7-_february_2008.pdf). Acesso em: 15 mar. 2022.

YAMAZAK, A.. **An active-RC reconfigurable lowpass-polyphase Tow-Thomas biquad filter**. 2004. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1353896>. Acesso em: 15 mar. 2022.

SCHAUMANN, Rolf; VALKENBURG, Mac E. **Design of Analog Filters**. 1.ed. Nova Iorque: Oxford University Press, 2001. isbn: 978-0195118773.

KOSBAR, Kurt. 2016 **An Active Bandpass Filter**. Disponível em: <https://web.mst.edu/~kosbar/ee3431/project/index.html>. Acesso em: 16 mar. 2022.