PROJEKT1

Sprawozdanie

Projektowanie algorytmów i metod sztucznej inteligencji
Mgr inż. Marta Emirsajłow
Poniedziałek 13.15-15.00

Nikodem Iwin (252928)
27.03.2021

1. Wstęp

Jako pierwszy projekt z przedmiotu Projektowanie algorytmów i metod sztucznej inteligencji należało zaimplementować odpowiednie algorytmy sortowania (przez kopcowanie, przez scalanie, Shella, quicksort) oraz dokonać analizy ich efektywności. W moim przypadku sortowanie jest od najmniejszego do największego elementu (sortowanie niemalejące).

Sortowaniom zostały poddane tablice typu całkowitego o następujących rozmiarach:

- 100 tablic o rozmiarze 10.000
- 100 tablic o rozmiarze 50.000
- 100 tablic o rozmiarze 100.000
- 100 tablic o rozmiarze 500.000
- 100 tablic o rozmiarze 1.000.000.

Elementy tablicy były tworzone w sposób losowy z zakresu od 0 do 1.000.000 i w zależności od warunku ich kolejność była następująca :

- Wszystkie elementy ułożone losowo.
- 25%, 50%, 75%, 95%, 99%, 99,7% początkowych elementów jest posortowane.
- Wszystkie elementy są uporządkowane od największego do najmniejszego.

2. Opis algorytmów

1) Algorytm sortowania przez kopcowanie (heap sort)

Algorytm bazuje na utworzeniu kopca binarnego. Założeniem kopca w przypadku sortowania rosnącego jest to by na samej górze kopca był element największy, a poniżej niego kolejno mniejsze. W przypadku gdy nad któryś elementem jest element większy niż element niżej elementy są zamieniane miejscami. Gdy uzyskamy część posortowaną, ta część jest przenoszona do tabeli jako część posortowana i nie jest już brana pod uwagę. Cała procedura jest powtarzana tak długo aż wszystkie elementy tablicy oryginalnej zostaną posortowane i trafią odpowiednio ułożone z powrotem do tablicy

2) Algorytm sortowania przez scalanie (merge sort)

Sortowana tablica dzielona jest na mniejsze podtablice. Ta czynność powtarzana jest rekurencyjnie, aż do momentu otrzymania tablic jednowymiarowych. Następnie te podtablice są porównywane między sobą (lewa z prawą) i odpowiednio scalane. Scalone kawałki są łączone aż do uzyskania posortowanej tablicy oryginalnej.

3) Algorytm sortowania Shella (Shell sort)

Algorytm bazuje na tablicy oryginalnej i polega na porównywaniu elementów oddalonych o określoną odległość. Wywołania sortowania następuje tyle razy ile założono w implementacji kodu. W moim przypadku ilość wywoływania algorytmu sortowania następuje zależnie od rozmiaru tablicy. Odległości są wyliczane w pętli for (int i = 10; i <= n; i=i*10) , gdzie „n” jest rozmiarem tablicy, a odstępy w sortowaniu wyznaczone są wzorem „n/i”.

4) Algorymt sortowania szybkiego (quicksort)

Sortowanie opiera się na porównywaniu elementów względem wybranego tzw. Piwot (element osiowy). Algorytm szuka dla jakiego indeksu po lewej stornie od piwota jest element większy (szukając od początku) i dla jakiego indeksu pop prawej stornie od piwota jest element mniejszy (szukając od końca). Gdy znajdzie takie elementy to zamienia je miejscami, o ile indeks lewy jest mniejszy lub równy indeksowi prawemu (warunek dla sortowania niemalejącego). Następnie przesuwamy naszą oś w zależności od tego jak wyglądały indeksy względem początkowej tablicy i powtarzamy operację. Algorytm powtarza się tak długo aż otrzymamy posortowaną oryginalną tablicę.

3. Omówienie złożoności obliczeniowej algorytmów dla przypadków średnich i najgorszych

1) Algorytm sortowania przez kopcowanie (heap sort)

Algorytm sortowania przez kopcowanie można przedstawić przy pomocy 4 kroków:

I. Zbuduj kopiec.
II. Zamień element wyżej z niższym jeżeli wyższy>niższy.
III. Wyciągnij posortowany element i przesuń elementy.
IV. Wróć do kroku II dopóki nie skończą się elementy.

Budowa kopca trwa *O(n)*. Krok III, czyli wyciagnięcie posortowanego elementu trwa *O(log n)* i jest wywoływane n razy czyli mamy *O(n log n).* Sumując budowanie i wyciąganie mamy:

$$O(n + n \log n) = O(n \log n)$$

Algorytm działa niezależnie od wartości liczb, gdyż notacja *O(n)* jest uwarunkowana od ich ilości.

Dlatego przypadek średni jak i najgorszy będą miały złożoność *O(n log n).*

2) Algorytm sortowania przez scalanie (merge sort)

W wyniku algorytmu sortowania przez scalanie otrzymujemy drzewo binarne o wielkości *log n*.

By scalić poszczególne tablice potrzeba *n*c* czasu, który zależy od zmiennej zależnej od komputera *c.*

Zatem z powyższego czas potrzebny na posortowanie n-elementowej tablicy to czas na scalenie dwóch ciągów n/2-elementowych oraz czas potrzebny na ich sortowanie czyli *n*. Z tego wynika że złożoność obliczeniowa wynosi *O(n log n).*

Przypadki najlepszy, średni i najgorszy rozróżnia tylko to jakie liczby chcemy sortować, jednakże złożoność będzie nadal taka sama.

3) Algorytm sortowania Shella (Shell sort)

Algorytm sortowania Shella ma złożoność zależną od ciągu odstępów. W moim przypadku określenie złożoność obliczeniowej jest bardzo trudne. Można by powiedzieć, że shell sort to sortowanie przez wstawianie wykonane „x" razy na podciągach. Dlatego swoją złożoność określam jako złożoność obliczeniową $O(n^2)$. Przypadek średni jak i najgorszy mają tę samą złożoność, gdyż wykonujemy zawsze tyle samo porównań, bez względu na to jakie mamy dane. Nikt jeszcze nie wykazał złożoności sortowania Shella, ponieważ zależy ona od doboru odstępu między komórkami danych, które

sortujemy. Optymalizacja algorytmu odbywa się poprzez dobieranie odpowiedniego odstępu zależnego od zbioru danych który chcemy posortować.

4) Algorymt sortowania szybkiego (quicksort)

Przypadek średni mówi o tym że prawdopodobieństwo znalezienia liczby jest przedstawione za pomocą równomiernego rozkładu prawdopodobieństwa. Ponieważ algorytm opiera się głównie na jednej pętli i rekurencji to w notacji „Wielkie O" jego złożoność wynosi *O(n log n)*,

W przypadku najgorszym, czyli że trafiamy zawsze na element najmniejszy względem którego szukamy to złożoność obliczeniowa wynosi $O(n^2)$. Wynika to z faktu, iż otrzymujemy ciąg rekurencyjny *T(n)=n-1+T(n-1)* co nam daje T(n)$\approx \frac{n^2}{2}$.

4. Omówienie przebiegu eksperymentów

1) Warunki przebiegu eksperymentów

Całość programu została napisana w Visual Studio Code. Eksperymenty zostały wykonane na moim prywatnym komputerze o procesorze Intel(R) Core(TM) i7-3770 CPU @ 3.40GHz 3.90 GHz i 10,0 GB pamięci RAM.

Czas liczony był dzięki bibliotece zewnętrznej „chrono". Pomiar odbywał się poprzez odmierzanie i następnie sumowanie odcinków czasowych potrzebnych na samo sortowanie tabeli. Jednostka czasu to milisekunda.

Każdy eksperyment odbył się na tym samym kodzie przy podobnym użyciu procesora i pamięci. Wszystkie warunki pracy programów były określane bezpośrednio z jego menu.

Poniżej w tabelach zaprezentowane są wyniki otrzymanych czasów (w milisekundach). Pierwsze tabele określają wyniki kolejnych eksperymentów(w narożniku oznaczono rozmiar tablicy), a ostania zbiór wyników średnich (średnie arytmetyczne) dla 100 tablic o określonych rozmiarach i zawartości:

- 0 – wszystkie elementy losowe
- 25% określa że początkowe 25% elementów jest posortowane (analogicznie reszta procentów)
- -100% oznacza że elementy są posortowane nierosnąco.

2) Algorytm sortowania przez kopcowanie (heap sort)

10 000	1	2	3	4	5
0	138	135	144	129	145
25%	142	136	143	147	135
50%	122	119	126	133	122
75%	108	108	117	109	114
95%	109	110	104	100	103
99%	98	101	99	102	101
99,7%	99	102	97	99	104
-100%	145	146	148	143	151

50 000	1	2	3	4	5
0	815	824	813	822	818
25%	773	765	771	773	764
50%	725	723	720	719	713
75%	646	656	648	651	648
95%	589	585	579	580	588
99%	579	570	574	561	569
99,7%	564	569	574	571	566
-100%	844	841	842	838	850

100 000	1	2	3	4	5
0	1752	1736	1742	1749	1739
25%	1640	1651	1642	1649	1647
50%	1522	1514	1530	1525	1531
75%	1390	1385	1392	1387	1372
95%	1213	1218	1213	1225	1233
99%	1193	1192	1186	1183	1189
99,7%	1198	1180	1189	1185	1193
-100%	1773	1772	1781	1787	1806

500 000	1	2	3	4	5
0	9270	9266	9300	9311	9272
25%	8528	8517	8557	8552	8528
50%	7580	7620	7590	7625	7538
75%	7287	7284	7139	7228	7240
95%	6436	6466	6647	6465	6404
99%	6232	6242	6192	6132	6232
99,7%	6092	6204	6091	6229	6042
-100%	9377	9484	9438	9353	9520

1 000 000	1	2	3	4	5
0	20231	20138	20201	20285	20149
25%	18858	18893	18913	18926	18776
50%	17569	17713	17621	17587	17649
75%	15493	15524	15679	15538	15519
95%	13538	13359	13650	13363	13124
99%	13083	13099	13061	13177	13052
99,7%	12969	12760	12823	12899	12901
-100%	19879	19970	19973	19922	19872

heap	10 000	50 000	100 000	500 000	1 000 000
0	138	818	1 744	9 284	20 201
25%	140,6	769,2	1645,8	8536,4	18873,2
50%	124,4	720	1524,4	7590,6	17627,8
75%	111,2	649,8	1385,2	7235,6	15550,6
95%	105,2	584,2	1220,4	6483,6	13406,8
99%	100,2	570,6	1188,6	6206	13094,4
99,7%	100,2	568,8	1189	6131,6	12870,4
-100%	146,6	843	1783,8	9434,4	19923,2

3) Algorytm sortowania przez scalanie (merge sort)

10 000	1	2	3	4	5
0	228	215	213	226	223
25%	208	207	207	220	213
50%	191	188	188	192	196
75%	176	173	176	173	175
95%	159	163	169	163	166
99%	161	164	157	159	161
99,7%	162	163	160	155	163
-100%	156	162	157	172	168

50 000	1	2	3	4	5
0	1186	1198	1177	1184	1192
25%	1100	1125	1100	1106	1119
50%	1016	1012	1027	1018	1014
75%	917	930	921	918	917
95%	835	839	827	838	839
99%	829	843	825	838	828
99,7%	824	834	829	836	836
-100%	836	837	842	838	823

100 000	1	2	3	4	5
0	2433	2456	2446	2434	2443
25%	2273	2269	2272	2262	2268
50%	2089	2098	2109	2073	2066
75%	1883	1884	1876	1882	1890
95%	1718	1730	1718	1729	1728
99%	1690	1688	1701	1688	1707
99,7%	1691	1684	1697	1700	1695
-100%	1712	1709	1714	1690	1720

500 000	1	2	3	4	5
0	11912	11905	11903	11981	11930
25%	10990	10969	11041	10853	10883
50%	9641	9875	9662	9942	9888
75%	9237	9193	9258	9312	9257
95%	8726	8650	8736	8667	8826
99%	8568	8501	8660	8555	8459
99,7%	8694	8525	8639	8618	8512
-100%	8566	8610	8576	8488	8564

1 000 000	1	2	3	4	5
0	25061	25009	24955	24949	25107
25%	23289	23358	23370	23291	23303
50%	21879	21762	21779	21802	21818
75%	19647	19700	19711	19936	19704
95%	18201	18191	18235	18200	18206
99%	18069	18025	17996	17945	17825
99,7%	17905	17931	17847	17846	17881
-100%	17646	17613	17608	17581	17575

merge	10 000	50 000	100 000	500 000	1 000 000
0	221	1 187	2 442	11 926	25 016
25%	211	1110	2268,8	10947,2	23322,2
50%	191	1017,4	2087	9801,6	21808
75%	174,6	920,6	1883	9251,4	19739,6
95%	164	835,6	1724,6	8721	18206,6
99%	160,4	832,6	1694,8	8548,6	17972
99,7%	160,6	831,8	1693,4	8597,6	17882
-100%	163	835,2	1709	8560,8	17604,6

4) Algorytm sortowania Shella (Shell sort)

10 000	1	2	3	4	5
0	164	170	176	159	166
25%	154	157	149	163	162
50%	152	153	151	156	145
75%	142	135	129	136	130
95%	106	107	104	99	103
99%	86	80	81	83	81
99,7%	59	63	54	60	58
-100%	61	62	63	58	65

50 000	1	2	3	4	5
0	1077	1072	1058	1080	1048
25%	1036	1048	1039	1052	1042
50%	977	975	969	978	984
75%	893	896	889	897	892
95%	722	716	725	712	719
99%	567	565	564	575	570
99,7%	407	424	424	410	413
-100%	368	371	363	368	365

100 000	1	2	3	4	5
0	2445	2433	2450	2439	2444
25%	2312	2320	2321	2318	2307
50%	2163	2208	2194	2164	2202
75%	1958	2010	1943	2013	2189
95%	1594	1590	1609	1587	1601
99%	1286	1308	1308	1313	1303
99,7%	994	1008	1006	1003	999
-100%	810	825	776	801	794

500 000	1	2	3	4	5
0	15214	15234	15210	15229	15229
25%	14600	14618	14625	14605	14622
50%	14033	14023	14015	13839	13885
75%	12628	12634	12598	12596	12560
95%	10389	10448	10744	10864	10925
99%	5523	5558	5574	5535	5589
99,7%	3633	3630	3613	3609	3635
-100%	4027	4142	4121	4057	4093

1 000 000	1	2	3	4	5
0	242530	242673	244063	242543	247361
25%	224389	224402	224357	224399	224457
50%	168152	168017	168234	167995	168026
75%	124696	124874	124651	124573	123739
95%	54907	54912	54923	54891	54872
99%	29881	29625	29698	29699	29714
99,7%	15912	15915	15910	15893	15918
-100%	9064	9076	9073	9101	9084

shell	10 000	50 000	100 000	500 000	1 000 000
0	167	1 067	2 442	15 223	243 834
25%	157	1043,4	2315,6	14614	224400,8
50%	151,4	976,6	2186,2	13959	168084,8
75%	134,4	893,4	2022,6	12603,2	124506,6
95%	103,8	718,8	1596,2	10674	54901
99%	82,2	568,2	1303,6	5555,8	29723,4
99,7%	58,8	415,6	1002	3624	15909,6
-100%	61,8	367	801,2	4088	9079,6

5) Algorymt sortowania szybkiego (quicksort)

10 000	1	2	3	4	5
0	123	125	122	121	127
25%	125	114	117	123	131
50%	156	154	153	155	165
75%	98	101	94	97	100
95%	86	81	80	79	84
99%	52	65	66	63	60
99,7%	61	65	54	57	51
-100%	42	29	35	40	32

50 000	1	2	3	4	5
0	718	717	723	719	718
25%	699	697	701	700	690
50%	1155	1159	1154	1153	1145
75%	564	563	564	566	559
95%	460	455	459	460	453
99%	363	356	374	365	352
99,7%	341	336	327	338	329
-100%	210	217	218	219	217

100 000	1	2	3	4	5
0	1504	1501	1507	1512	1509
25%	1463	1458	1458	1464	1452
50%	2507	2517	2497	2476	2495
75%	1189	1184	1187	1191	1198
95%	982	972	977	977	1007
99%	767	774	766	764	750
99,7%	693	696	699	694	714
-100%	467	460	471	471	450

500 000	1	2	3	4	5
0	7649	7313	7608	7524	7484
25%	7070	7065	7116	7060	7160
50%	19260	19190	19189	19281	19249
75%	6092	6192	6172	6149	6176
95%	4860	5571	5103	4915	5134
99%	4232	4243	4258	4101	4237
99,7%	3802	3699	3735	3752	3715
-100%	2555	2624	2608	2547	2630

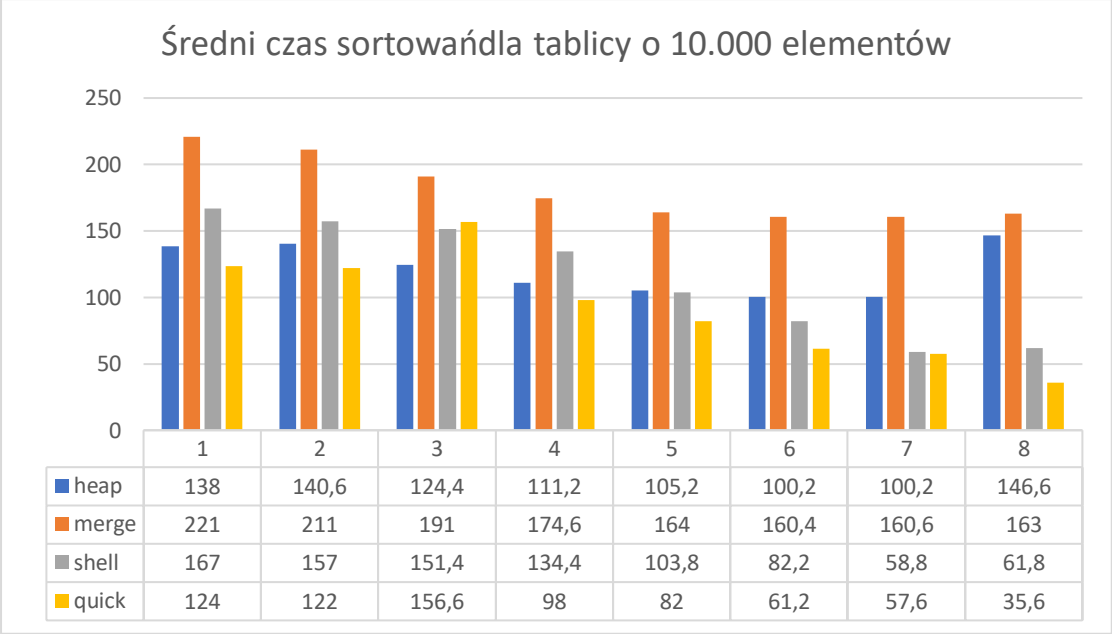
1 000 000	1	2	3	4	5
0	15875	15746	15783	15769	15784
25%	15463	15556	15495	15495	15519
50%	43588	43757	43971	43711	43649
75%	13457	13564	13479	13428	13079
95%	10965	10936	10873	10956	11031
99%	9107	9176	9068	9058	9056
99,7%	8129	8192	8199	8046	8088
-100%	5758	5726	5820	5838	5921

quick	10 000	50 000	100 000	500 000	1 000 000
0	124	719	1 507	7 516	15 791
25%	122	697,4	1459	7094,2	15505,6
50%	156,6	1153,2	2498,4	19233,8	43735,2
75%	98	563,2	1189,8	6156,2	13401,4
95%	82	457,4	983	5116,6	10952,2
99%	61,2	362	764,2	4214,2	9093
99,7%	57,6	334,2	699,2	3740,6	8130,8
-100%	35,6	216,2	463,8	2592,8	5812,6

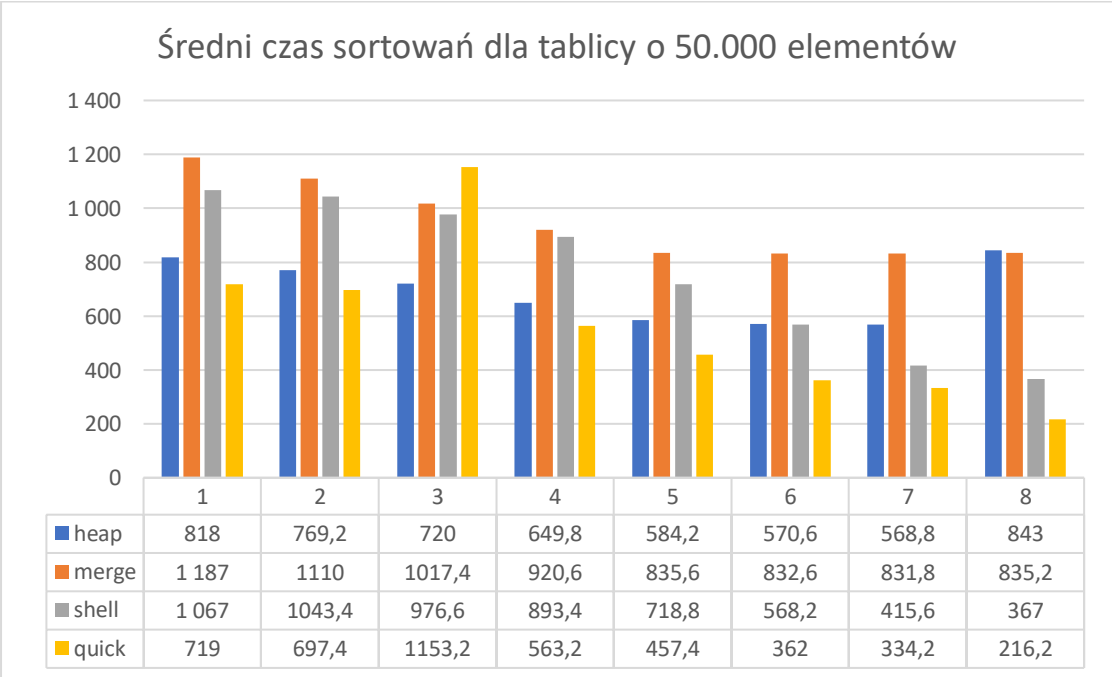
6) Porównanie czasów średnich

Poniżej znajdują się wykresy porównanych czasów średnich. Na osi pionowej oznaczono czas w milisekundach, a na osi poziomej przedstawiono za pomocą liczb warunek w jakim były ułożone liczby:

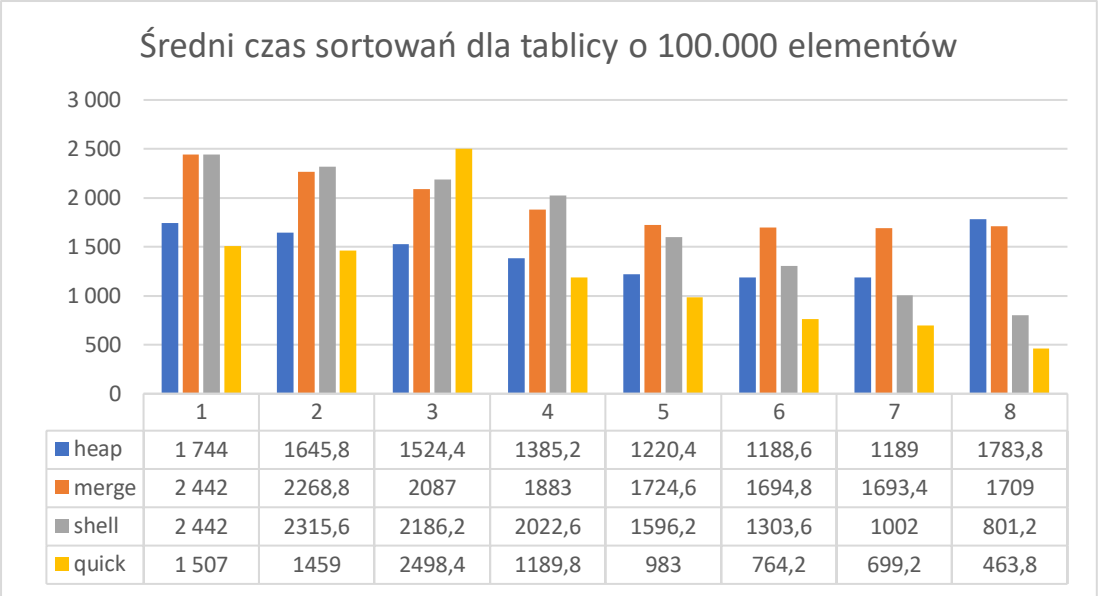
- 1 - wszystkie elementy losowe
- 2 – 25% początkowych elementów jest posortowane
- 3 – 50% początkowych elementów jest posortowane
- 4 – 75% początkowych elementów jest posortowane
- 5 – 95% początkowych elementów jest posortowane
- 6 – 99% początkowych elementów jest posortowane
- 7 – 99,7% początkowych elementów jest posortowane
- 8 – elementy są posortowane nierosnąco



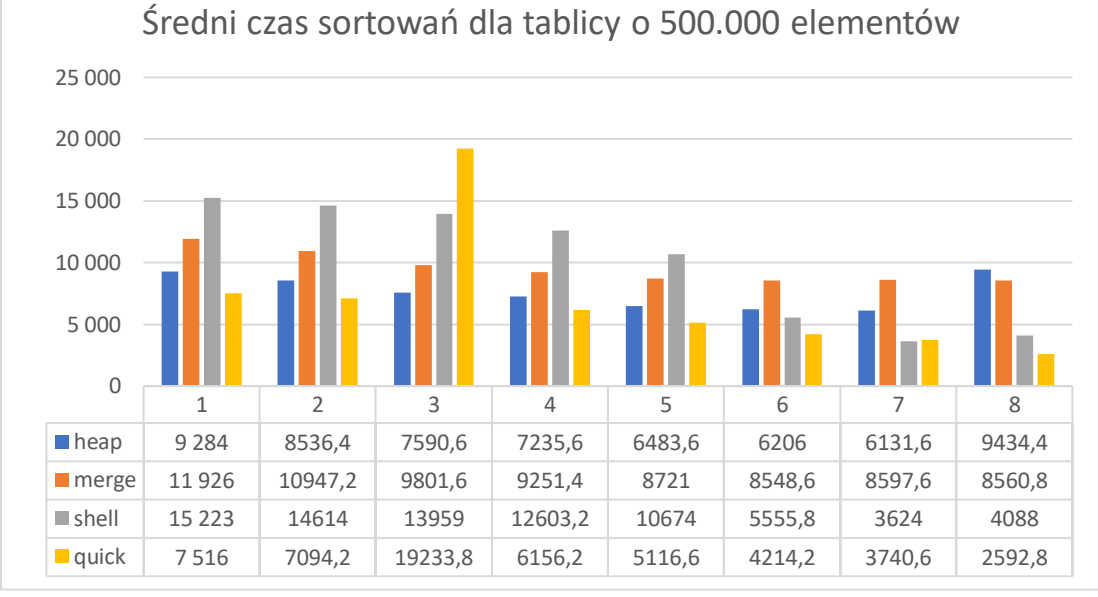
	1	2	3	4	5	6	7	8
heap	138	140,6	124,4	111,2	105,2	100,2	100,2	146,6
merge	221	211	191	174,6	164	160,4	160,6	163
shell	167	157	151,4	134,4	103,8	82,2	58,8	61,8
quick	124	122	156,6	98	82	61,2	57,6	35,6



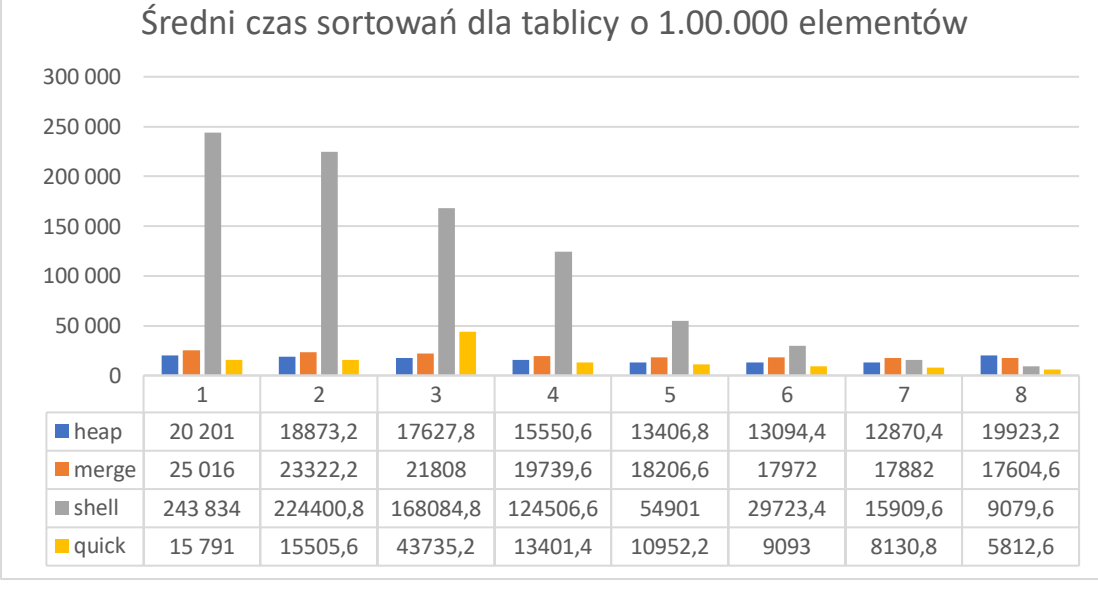
	1	2	3	4	5	6	7	8
heap	818	769,2	720	649,8	584,2	570,6	568,8	843
merge	1 187	1110	1017,4	920,6	835,6	832,6	831,8	835,2
shell	1 067	1043,4	976,6	893,4	718,8	568,2	415,6	367
quick	719	697,4	1153,2	563,2	457,4	362	334,2	216,2



	1	2	3	4	5	6	7	8
heap	1 744	1645,8	1524,4	1385,2	1220,4	1188,6	1189	1783,8
merge	2 442	2268,8	2087	1883	1724,6	1694,8	1693,4	1709
shell	2 442	2315,6	2186,2	2022,6	1596,2	1303,6	1002	801,2
quick	1 507	1459	2498,4	1189,8	983	764,2	699,2	463,8



	1	2	3	4	5	6	7	8
heap	9 284	8536,4	7590,6	7235,6	6483,6	6206	6131,6	9434,4
merge	11 926	10947,2	9801,6	9251,4	8721	8548,6	8597,6	8560,8
shell	15 223	14614	13959	12603,2	10674	5555,8	3624	4088
quick	7 516	7094,2	19233,8	6156,2	5116,6	4214,2	3740,6	2592,8



	1	2	3	4	5	6	7	8
heap	20 201	18873,2	17627,8	15550,6	13406,8	13094,4	12870,4	19923,2
merge	25 016	23322,2	21808	19739,6	18206,6	17972	17882	17604,6
shell	243 834	224400,8	168084,8	124506,6	54901	29723,4	15909,6	9079,6
quick	15 791	15505,6	43735,2	13401,4	10952,2	9093	8130,8	5812,6

5. Podsumowanie i wnioski

1) Sortowanie Shella – dobór parametru odległości

Zakłada się że sortowanie Shella powinno być szybsze niż p. sortowanie przez scalanie .Z powyższych wykresów widać że dla większości przypadków mój algorytm Shella jest nieefektywny. Powodem takiego działania jest złe określenie odległości między porównywalnymi elementami. W moim algorytmie odległość wynosi „n/i", gdzie „i" na początku przyjmuje wartość 10 i zwiększa się o pomnożenie siebie przez 10 za każde wywołanie porównania elementów, aż do otrzymania posortowanej oryginalnej tablicy. Gdyby zamienić obecną formę na przykładowo: na początku „i" ma wartość 5 i zwiększa się o pomnożenie przez siebie liczby 2, to program byłby o wiele bardziej efektywny.

Powyższy algorytm został tak zaimplementowany specjalnie by pokazać, że ogólnie przyjęty Shell sort nie musi być szybszy niż sortowanie przez scalanie czy kopcowanie jeżeli zostanie źle dobrany parametr odległości.

Uwaga: Dane pomiarowe dla tablic o wielkości 1.000.000 mogą się różnić od rzeczywistych, co jest powodowane procesorem i programami, które mogły wymuszać na nim pracę (np. programy systemu operacyjnego).

2) Sortowanie przez scalanie i kopcowanie

Są to dwa wolniejsze algorytmy sortowania, pomijając nieoptymalnie zaimplementowany algorytm sortowania Shella. Implementacja obu sortowań jest trudniejsza niż np. quicksort.

Sortowanie przez scalanie wymaga tworzeniu tablic pomocniczych, które źle zaimplementowane mogą zapełnić bufor pamięci – należy pamiętać o usunięciu ich po wyciagnięciu elementów.

Sortowanie przez kopcowanie jest najtrudniejsze do implementacji gdyż działa na zasadzie drzewa binarnego. Według powyższych tabel i wykresów sortowanie przez kopcowanie trwa dłużej dla tablic posortowanych nierosnąco niż sortowanie przez scalanie. DLACZEGO

3) Najlepsze rozwiązanie

Najoptymalniejszym algorytmem jest sortowanie szybkie, gdyż było najszybsze dla większości przypadków. Jest ono również stosunkowo proste do implementacji dlatego gdy chcemy coś posortować to najlepszym wyborem będzie quicksort.

6. Literatura

- Instrukcja do Projektu1 zamieszczona na Microsoft Teams w zespole przedmiotowym
- https://pl.wikipedia.org/wiki/Sortowanie_szybkie
- https://pl.wikipedia.org/wiki/Sortowanie_Shella
- https://pl.wikipedia.org/wiki/Sortowanie_przez_scalanie
- https://pl.wikipedia.org/wiki/Sortowanie_przez_kopcowanie
- https://www.geeksforgeeks.org/measure-execution-time-function-cpp/
- Wizualizacja i porównanie algorytmów - https://www.youtube.com/watch?v=ZZuD6iUe3Pc
- https://www.geeksforgeeks.org/merge-sort/
- http://www.algorytm.edu.pl/algorytmy-maturalne/quick-sort.html
- https://www.geeksforgeeks.org/shellsort/
- https://www.geeksforgeeks.org/heap-sort/
- prezentacje Pana Dr inż. Łukasza Jelenia z przedmiotu PAMSI wykład zamieszczane na ePortal-u PWR

- https://pl.wikipedia.org/wiki/Sortowanie_przez_wstawianie
- https://dsp.krzaq.cc/post/180/nie-uzywaj-rand-cxx-ma-random/