aod-lab-lista4

Marcin Zubrzycki

January 2025

Algorytm Edmondsa-Karpa

Opis struktury grafu

Rozważany graf jest hiperkostką $H_k, k \in \{1,...,16\}$, czyli grafem którego zbiorem wierzchołków jest zbiór liczb $\{0,...,2^k-1\}$. Wierzchołki połączone są ze sobą tylko jeśli zapis binarny ich indeksów rózni się na dokładnie jednej pozycji krawędzią skierowaną z wierzchołka o mniejszej liczbie jedynek do tego z większą. Pojemności przyjmowane przez krawędzie są losowane jednostajnie z przedziału $\{1,...,2^l\}$, gdzie l równe jest największej z czterech wartości: ilość zer lub ilość jedynek z dowolnego spośród dwóch zamieszanych wierzchołków.

Opis Algorytmu

Algorytm Edmondsa-Karpa służy do znajdowania maksymalnego przepływu w sieci przepływowej. Implementuje on metodę Forda-Fulkersona, w której wybór ścieżki powiększającej jest dokonywany za pomocą metody Breadth-First-Search. Po znalezieniu najkrótszej ścieżki puszczamy przepływ tą ściężką i szukamy kolejnej ścieżki w następnej iteracji, aż zapełnią się wszystkie drogi od źródła. Wtedy przepływ puszczony w sieci jest maksymalną ilością przepływu od źródła do ujścia.

Algorithm 1 Edmonds-Karp

```
Require: Graf przepływowy G = (V, E), przepustowości c(u, v), źródło s, uj-
    ście t
Ensure: Maksymalny przepływ od s do t
 1: Inicjalizuj przepływ f(u,v) \leftarrow 0 dla każdej krawędzi (u,v) \in E.
 2: while istnieje w grafie rezydualnym ścieżka P z s do t znaleziona za pomocą
       Wyznacz minimalną rezydualną przepustowość cf_{\min}na ścieżce P,tj.
      cf_{\min} = \min_{(u,v)\in P} (c(u,v) - f(u,v)).
      for all krawędzi (u, v) należących do ścieżki P do
 4:
         f(u,v) \leftarrow f(u,v) + \mathrm{cf}_{\min}
 5:
         f(v, u) \leftarrow f(v, u) - \mathrm{cf}_{\min}
                                        (aktualizacja przepływu rewersyjnego)
 6:
      end for
 8: end while
 9: \mathbf{return} f
                  (wielkość maksymalnego przepływu to \sum_{v \in V} f(s, v))
```

Metodologia Eksperymentu

Testy zostały przeprowadzone na hiperkostkach H_k , gdzie $k \in \{1,...,16\}$. Dla każdego rozmiaru kostki eksperyment był uruchamiany 10krotnie. Wykres prezentuje średni maksymalny przepływ i średni czas działania programu.