

Dissertação de Mestrado

***MODELAGEM DE ESTRUTURAS INTELIGENTES***

Téo Lenquist da Rocha

Dissertação apresentada a Universidade Estadual Paulista, UNESP - Câmpus de Ilha Solteira, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Vicente Lopes Junior

Ilha Solteira, maio de 2004.

*Aos meus queridos pais Flávio e Lourdes  
pelo amor, apoio e incentivo.*

# Agradecimentos

Ao Professor Vicente Lopes Jr. por me tornar parte de seu projeto, pelos ensinamentos, competência, dedicação e amizade.

Aos colegas do *Grupo de Materiais e Sistemas Inteligentes GMSINT*, Adriano, Rogério e Samuel, pelo trabalho em grupo e amizade.

A todos os professores do Departamento de Engenharia Mecânica da UNESP- Ilha Solteira pela valiosa colaboração científica.

Ao Programa de Pós-graduação e ao Departamento de Engenharia Mecânica da UNESP- Ilha Solteira por terem oferecido condições para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao CNPq pela concessão da bolsa que possibilitou minha dedicação integral a este projeto.

# Sumário

<b>CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 BREVE HISTÓRICO SOBRE O ESTUDO DAS ESTRUTURAS INTELIGENTES .....	3
1.2 APLICAÇÕES DOS MATERIAIS INTELIGENTES .....	5
1.3 MOTIVAÇÃO .....	7
1.4 OBJETIVOS .....	8
 <b>CAPÍTULO 2: MODELAGEM DE ESTRUTURAS INTELIGENTES .....</b>	 <b>9</b>
2.1 EQUAÇÕES DA ELASTICIDADE .....	9
2.2 EQUAÇÕES DA PIEZELETRICIDADE .....	11
2.3 ACOPLAMENTO ELETROMECHANICO .....	14
2.4 ELEMENTO DE VIGA .....	20
2.5 ELEMENTO DE PLACA .....	25
2.6 RELAÇÕES ENTRE FORÇA, MOMENTO, DEFORMAÇÃO E POTENCIAL ELÉTRICO .....	29
2.6.1 Atuadores .....	29
2.6.2 Sensores .....	31
2.7 CONCEITOS BÁSICOS SOBRE SISTEMAS DE CONTROLE .....	33
2.7.1 Elementos Básicos de um Sistema de Controle a Malha Aberta .....	34
2.7.2 Elementos Básicos de um Sistema de Controle a Malha Fechada .....	35
2.8 POSICIONAMENTO DE ATUADORES E SENSORES PIEZELÉTRICOS .....	36
2.8.1 Otimização Discreto-Contínua .....	38
2.8.2 Uso da Norma H: no Posicionamento de Sensores e Atuadores .....	39
 <b>CAPÍTULO 3: METODOLOGIA .....</b>	 <b>41</b>
3.1 O PROGRAMA SMARTSYS .....	41
3.1.1 Pré-Processamento .....	43
3.1.2 Solução .....	46
3.1.3 Pós-Processamento .....	48
3.2 ORGANIZAÇÃO DOS RESULTADOS .....	50
 <b>CAPÍTULO 4: APLICAÇÃO NUMÉRICA .....</b>	 <b>52</b>
4.1 VIGA ENGASTADA-LIVRE .....	52

4.1.1 Acoplamento Eletromecânico.....	56
4.1.2 Análise Estática: Potencial Elétrico.....	61
4.1.3 Aplicação de Controle .....	66
4.2 PLACA LIVRE-LIVRE .....	67
4.3 PLACA ENGASTADA-LIVRE-LIVRE-LIVRE.....	71
4.3.1 Acoplamento Eletromecânico.....	74
4.3.2 Aplicação de Controle .....	80

## **CAPÍTULO 5: VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL ..... 83**

5.1 EXPERIMENTO I: VIGA ENGASTADA-LIVRE .....	83
5.2 EXPERIMENTO II: PLACA ENGASTADA-LIVRE-LIVRE-LIVRE.....	90

## **CAPÍTULO 6: CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS ..... 100**

6.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	100
6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	101
6.3 PRODUÇÃO CIENTÍFICA .....	102

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS ..... 103**

## **ANEXO I: MATRIZES ESTRUTURAIS E PIEZELÉTRICAS ..... 111**

I.1 MATRIZES DE MASSA E DE RIGIDEZ DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS.....	111
I.2 MATRIZES DOS ELEMENTOS PIEZELÉTRICOS .....	114

## **ANEXO II: CÓDIGO COMPUTACIONAL DESENVOLVIDO NO PROGRAMA ANSYS® ..... 116**

II.1 PRÉ-PROCESSAMENTO: VIGA COM PZTS ACOPLADOS .....	116
II.2 PRÉ-PROCESSAMENTO: PLACA COM PZTS ACOPLADOS .....	119
II.3 PÓS-PROCESSAMENTO: ANÁLISE ESTÁTICA .....	121
II.4 PÓS-PROCESSAMENTO: ANÁLISE HARMÔNICA.....	122
II.5 PÓS-PROCESSAMENTO: ANÁLISE TRANSIENTE.....	122
II.6 PÓS-PROCESSAMENTO: ANÁLISE MODAL.....	123

**ROCHA, T. L. 2004**, “Modelagem de Estruturas Inteligentes”, Dissertação de Mestrado, Depto. de Engenharia Mecânica, UNESP - Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, SP, Brasil.

**Palavras-chave:** *Estruturas Inteligentes, Piezeletricidade, Elementos Finitos, Modelagem, Acoplamento Eletromecânico, PZT.*

## RESUMO

Técnicas de atenuação de vibração estrutural tem atraído a atenção de engenheiros desde que as máquinas com partes móveis foram inventadas. Direcionadas pela necessidade de se diminuir peso e reduzir ruídos, as técnicas de controle ativo de vibração estrutural e acústica têm sofrido rápidas mudanças nas últimas duas décadas. Entre os materiais mais empregados nesta nova tecnologia estão os materiais que exibem propriedades piezelétricas como as cerâmicas PZT (*Titanato Zirconato de Chumbo*) e os filmes plásticos PVDF (*Fluoreto de Vinilideno*).

Esses materiais apresentam uma reciprocidade entre energia mecânica e elétrica que lhes propicia grande aplicabilidade como sensores e atuadores para uma vasta gama de aplicações. No entanto, para se conseguir bons resultados em aplicações baseadas em modelos matemáticos é necessário a obtenção de modelos que permitam analisar o comportamento dinâmico das estruturas com materiais piezelétricos incorporados.

Neste trabalho um programa é implementado em ambiente MATLAB<sup>®</sup> para modelagem, através do Método dos Elementos Finitos, de estruturas dos tipos vigas e placas com materiais piezelétricos incorporados. Os resultados do programa são comparados com os resultados fornecidos pelo software ANSYS<sup>®</sup> e com resultados experimentais. Paralelamente, são verificados resultados de técnicas de posicionamento ótimo de sensores e atuadores e aplicações de controle. As técnicas de posicionamento ótimo e controle não são apresentadas em detalhes neste trabalho, que tem por objetivo principal a modelagem e o estudo da influência da cerâmica piezelétrica sobre a estrutura. Estas técnicas são utilizadas para que se possa avaliar quantitativamente o efeito do acoplamento eletromecânico nas propriedades dinâmicas das estruturas.

**ROCHA, T. L. 2004**, “Modelling of Smart Structures”, Mastering Thesis, Department of Mechanical Engineering, UNESP - Paulista Estate University, Ilha Solteira, SP, Brazil.

**Keywords:** *Smart Structures, Piezoelectricity, Finite Elements, Modeling, Electromechanical Coupling, PZT.*

## **ABSTRACT**

Attenuation techniques of structural vibration have been attracting the engineers' attention since the machines with movable parts were invented. Motivated by the need of to reduce weight and noises, techniques of active control to attenuate structural and acoustic vibration have been suffering fast changes in the last two decades. Among those materials employed in this new technology are materials that exhibit piezoelectric properties, as the *PZT* ceramic (*Lead Zirconate Titanate*) and the *PVDF* plastic films (*PolyVinylidene Fluoride*).

These materials present reciprocity between mechanical and electric energy that enable them to be used as sensors and actuators. However, to get good results in applications that are based in mathematical model is necessary to consider the electromechanical coupling between the piezoelectric material and the host structure.

In this work a program is implemented in MATLAB<sup>®</sup> code for modeling, using Finite Element Method, beam and plate structures with piezoelectric materials bonded in the host structure. Results of the program are compared with results supplied by ANSYS<sup>®</sup> software and with experimental data. In addition, techniques of optimal placement of sensor/actuators and control applications are implemented. The optimal placement and control approaches are not described in details in this work, since the main objective is to verify the piezoceramic influence on the dynamic properties of the structure. These techniques are used to evaluate the electromechanical coupling effect in the dynamic properties of the structures.

# Lista de Figuras

Figura 1.1: Ilustração do efeito piezelétrico direto e inverso.....	2
Figura 1.2: Elementos principais de uma Estrutura Inteligente .....	2
Figura 1.3: (a) Esquema de uma ponte instrumentada, (b) Robô com músculos artificiais.....	5
Figura 1.4: (a) Aeronave com controle ativo de vibrações, (b) Desenho esquemático.....	6
Figura 1.5: (a) Helicóptero e vórtices, (b) Esquema das hélices com PZTs embutidos.....	6
Figura 1.6: (a) Estação Espacial Internacional, (b) “Esquis Inteligentes” .....	7
Figura 2.1: Deslocamentos de pontos sobre linhas normais aos planos xz e yz .....	10
Figura 2.2: Efeito induzido nos dipolos de materiais piezelétricos .....	12
Figura 2.3: Esquema de uma estrutura com um par de PZTs acoplados .....	14
Figura 2.4: Deslocamentos de um ponto sobre a normal ao plano neutro .....	20
Figura 2.5: Elemento de viga.....	21
Figura 2.6: Deslocamentos de pontos sobre linhas normais aos planos xz e yz .....	25
Figura 2.7: Elemento de placa retangular .....	26
Figura 2.8: PZTs ligados em fase (a) e em antifase (b) .....	29
Figura 2.9: Distribuição de deformações em uma viga com atuadores em flexão .....	30
Figura 2.10: Distribuição de deformações em uma placa com atuadores em flexão .....	31
Figura 2.11: Distribuição de deformações em uma viga com sensores longitudinais .....	32
Figura 2.12: Exemplo de um sistema de controle a malha aberta .....	33
Figura 2.13: Exemplo de um sistema de controle a malha fechada.....	34
Figura 2.14: Subsistemas básicos em um sistema de controle a malha aberta. ....	34
Figura 2.15: Os subsistemas básicos em um sistema de controle a malha fechada. ....	35
Figura 2.16: Fluxograma esquemático do problema de otimização discreto-contínuo.....	39
Figura 3.1: Fluxograma do programa SMARTSYS .....	42
Figura 3.2: Tela de inicialização do programa SMARTSYS .....	43
Figura 3.3: Menu principal e opções para entrada de dados.....	44
Figura 3.4: Interfaces gráficas para definição das propriedades e dimensões da estrutura.....	44
Figura 3.5: Interface gráfica para visualização da malha e acoplamento de PZTs .....	45
Figura 3.6: Interface gráfica para solução do sistema .....	46
Figura 3.7: Interfaces para definição dos parâmetros da análise .....	47
Figura 3.8: Deslocamentos e geometria da estrutura deformada após carregamento estático .....	48
Figura 3.9: Interface para apresentação dos modos de vibrar e frequências naturais .....	49
Figura 3.10: Interface para apresentação das FRFs. ....	49
Figura 3.11: Interface para apresentação da resposta da estrutura no domínio do tempo.....	50



Figura 4.1: Desenho esquemático da viga .....	53
Figura 4.2: Modos de vibrar – ANSYS (2).....	53
Figura 4.3: Freqüências naturais em função dos modos .....	54
Figura 4.4: Diferenças em relação aos valores analíticos em função dos modos .....	54
Figura 4.5: Resposta no tempo à entrada impulsiva .....	55
Figura 4.6: Resposta no tempo à entrada senoidal.....	56
Figura 4.7: Viga com PZTs acoplados – casos (b) e (c) .....	57
Figura 4.8: Modos de vibrar da estrutura com PZTs no caso (b) - ANSYS .....	58
Figura 4.9: FRF da estrutura para os casos (a), (b) e (c) - SMARTSYS .....	58
Figura 4.10: Resposta em frequência para os casos (a), (b) e (c) - ANSYS .....	59
Figura 4.11: Variações nas frequências devidas à presença dos PZTs nos casos (b) e (c) .....	60
Figura 4.12: Variação entre os resultados obtidos em ambos os programas .....	61
Figura 4.13: Estrutura deformada após aplicação de 1V nos PZTs - ANSYS.....	62
Figura 4.14: Deflexões após aplicação de 1V nos PZTs .....	63
Figura 4.15: (a) Distribuição de deformações - ANSYS; (b) Potencial elétrico induzido devido à deformação mecânica (deflexão de 10 mm na extremidade livre).....	64
Figura 4.16: (a) Viga de PVDF; (b) Potencial elétrico devido à deformação mecânica (deflexão de 10 mm na extremidade livre).....	65
Figura 4.17: FRF da viga sem controle, caso (a), e da estrutura controlada, casos (b) e (c).....	66
Figura 4.18: Deslocamentos da extremidade livre da viga com e sem controle .....	67
Figura 4.19: Desenho esquemático da placa totalmente livre.....	68
Figura 4.20: Modelo de placa - SMARTSYS.....	69
Figura 4.21: Modos de vibrar – SMARTSYS .....	69
Figura 4.22: Freqüências naturais em função dos modos .....	70
Figura 4.23: Diferenças entre as frequências naturais dos modelos .....	70
Figura 4.24: Desenho esquemático da placa livre-livre-livre-engastada .....	71
Figura 4.25: Freqüências naturais em função dos modos .....	72
Figura 4.26: Diferenças entre as frequências naturais dos modelos .....	72
Figura 4.27: Resposta no tempo à entrada impulsiva .....	73
Figura 4.28: Resposta no tempo à entrada senoidal .....	73
Figura 4.29: Índice de posicionamento versus localização dos PZTs.....	75
Figura 4.30: Placa com PZTs acoplados.....	76
Figura 4.31: Modos de vibrar da estrutura com PZTs no caso (b) - ANSYS .....	76
Figura 4.32: FRFs da placa para os casos (a), (b) e (c) – SMARTSYS.....	77
Figura 4.33: Resposta em frequência da estrutura nos casos (a), (b) e (c) - ANSYS .....	78
Figura 4.34: Variações causadas pela presença dos PZTs nos casos (b) e (c).....	79
Figura 4.35: Diferenças entre os resultados dos programas para os casos (a), (b) e (c) .....	79
Figura 4.36: Placa com PZTs acoplados nos casos (a) e (b).....	80
Figura 4.37: FRFs da placa sem controle, caso (a), e com controle para os casos (b) e (c).....	81

Figura 4.38: Resposta da estrutura controlada no domínio do tempo - casos (b) e (c) .....	81
Figura 5.1: Esquema da instrumentação utilizada no ensaio experimental .....	84
Figura 5.2: FRF experimental e simulada (excitação: nó 2, medida: nó 24, $f_{max} = 1000$ Hz, $D_f = 2.5$ Hz) .....	84
Figura 5.3: FRF experimental e simulada (excitação: nó 2, medida: nó 25, $f_{max} = 2000$ Hz, $D_f = 5$ Hz) .....	85
Figura 5.4: Desenho esquemático da viga com PZTs acoplados .....	85
Figura 5.5: Esquema da instrumentação utilizada no ensaio experimental .....	86
Figura 5.6: Vista dos equipamentos utilizados nos ensaios experimentais .....	87
Figura 5.7: Detalhes da piezestruturas engastada .....	87
Figura 5.8: FRF experimental e dos modelos c/ e s/ PZTs (excitação: PZTs, medida: nó 25, $f_{max} = 2000$ Hz, $D_f = 2.5$ Hz) .....	88
Figura 5.9: FRF experimental e dos modelos c/ e s/ PZTs (excitação: PZTs, medida: nó 24, $f_{max} = 2000$ Hz, $D_f = 2.5$ Hz) .....	88
Figura 5.10: Diferenças em relação aos valores experimentais em função dos modos .....	89
Figura 5.11: Esquema da instrumentação utilizada no ensaio experimental da placa .....	91
Figura 5.12: FRF experimental e simulada (excitação: nó 13/medida: nó 21) .....	91
Figura 5.13: FRF experimental e simulada (excitação: nó 24/medida: nó 21) .....	92
Figura 5.14: FRF experimental e simulada (excitação: nó 24/medida: nó 22) .....	92
Figura 5.15: Desenho esquemático da placa com PZTs acoplados .....	93
Figura 5.16: Esquema da instrumentação utilizada no ensaio experimental .....	93
Figura 5.17: Vista do ensaio experimental .....	94
Figura 5.18: Detalhes da piezestruturas engastada .....	94
Figura 5.19: FRF experimental e simulada (excitação: Par de PZTs 1/medida:nó 121) .....	95
Figura 5.20: FRF experimental e simulada (excitação: Par de PZTs 1/medida:nó 99) .....	95
Figura 5.21: FRF experimental e simulada (excitação: Par de PZTs 1 e 2/medida:nó 121) .....	96
Figura 5.22: FRF experimental e simulada (excitação: Par de PZTs 1 e 2/medida:nó 22) .....	96
Figura 5.23: FRF experimental e simulada (excitação: Par de PZTs 1 e 2/medida:nó 21) .....	96
Figura 5.24: Diferenças em relação aos valores experimentais em função dos modos .....	98

# Lista de Tabelas

Tabela 4.1: Dimensões e propriedades da viga .....	52
Tabela 4.2: Freqüências naturais e diferenças percentuais .....	54
Tabela 4.3: Dimensões e propriedades da viga e dos PZTs.....	57
Tabela 4.4: Freqüências naturais e variações devidas ao acoplamento dos PZTs - SMARTSYS .....	59
Tabela 4.5: Freqüências naturais e variações devidas ao acoplamento dos PZTs - ANSYS .....	60
Tabela 4.6: Dimensões e propriedades da viga e da cobertura de PZT .....	62
Tabela 4.7: Deflexões após aplicação de 1V nos PZTs.....	63
Tabela 4.8: Potencial elétrico induzido devido à deformação mecânica .....	64
Tabela 4.9: Potencial elétrico induzido devido a deformação mecânica .....	65
Tabela 4.10: Dimensões e propriedades da placa.....	68
Tabela 4.11: Freqüências naturais e diferenças entre os modelos .....	70
Tabela 4.12: Freqüências naturais e diferenças entre os modelos .....	71
Tabela 4.13: Dimensões e propriedades da placa e dos PZTs .....	74
Tabela 4.14: Freqüências naturais e variações devidas ao acoplamento de PZTs - SMARTSYS .....	77
Tabela 4.15: Freqüências naturais e variações devidas ao acoplamento dos PZTs - ANSYS .....	78
Tabela 5.1: Freqüências naturais e diferenças percentuais .....	89
Tabela 5.2: Freqüências naturais e diferenças percentuais .....	97

# Lista de Símbolos

## Letras Latinas

$A_p$	.....	área da seção transversal do par de PZTs
$a$	.....	comprimento do elemento
$b$	.....	largura do elemento
$[B]$	.....	matriz obtida aplicando-se o operador gradiente $\nabla$ a função de interpolação $[N]$
$[c^E]$	.....	matriz de elasticidade para campo elétrico constante $[N/m^2]$
$C$	.....	Coulomb
$C^\sigma$	.....	constante dielétrica relativa para tensão mecânica constante
$C_p$	.....	capacitância piezelétrica
$[C]$	.....	matriz de amortecimento estrutural
$\{D\}$	.....	vetor de deslocamento elétrico $[C/m^2]$
$[d]$	.....	matriz de constantes piezelétricas $[m/V]$
$E$	.....	módulo de elasticidade
$\{E\}$	.....	vetor campo elétrico $[V/m \text{ ou } N/C]$
$[e]$	.....	matriz de constantes de tensões piezelétricas $[N.m/V.m^2]$
$f_x$	.....	força gerada pelo PZT
$\{f\}$	.....	vetor de força externa em coordenadas generalizadas
$\{F^e\}$	.....	vetor de força mecânica externa
$\{F_e\}$	.....	vetor de forças externas
$\{F_s\}$	.....	vetor de forças de superfície
$\{F_c\}$	.....	vetor de forças de corpo
$[G]$	.....	módulo de rigidez

$I$ .....	momento de inércia
$[k^\varepsilon]$ .....	matriz de constantes dielétricas para deformação mecânica constante [N.m/V <sup>2</sup> .m]
$[k^\sigma]$ .....	matriz de constantes dielétricas para tensão mecânica constante [N.m/V <sup>2</sup> .m]
$k_0$ .....	permissividade do espaço livre
$[K]$ .....	matriz de rigidez global
$[K_s^e]$ .....	matriz de rigidez do elemento estrutural
$[K_p^e]$ .....	matriz de rigidez do elemento piezoeletrico
$[K_{u\phi}^e]$ .....	matriz do acoplamento eletromecânico
$[K_{\phi\phi}^e]$ .....	matriz de capacitância piezoeletrica
$[K_{uu}]$ .....	matriz de rigidez do sistema global
$L_u$ .....	operador diferencial para o problema particular da elasticidade
$m$ .....	metro
$m_x$ .....	momento gerado por par de PZT
$[M]$ ..	matriz de massa global
$[M_s^e]$ .....	matriz de massa do elemento estrutural
$[M_p^e]$ .....	matriz de massa do elemento piezoeletrico
$[M_{uu}]$ .....	matriz de massa do sistema global
$n$ .....	número de elementos em que a estrutura é dividida
$N$ .....	Newton
$[N]$ .....	função de interpolação para deslocamentos
$[N_\phi]$ .....	função de interpolação para potencial elétrico
$P$ .....	energia potencial
$\{Q^e\}$ .....	vetor carga elétrica na superfície do PZT
$S$ .....	área
$[s^E]$ .....	matriz de compliância elástica em um campo elétrico constante [m <sup>2</sup> /N]
$t$ .....	espessura

$t_1$ e $t_2$ .....	dois instantes arbitrários
$T$ .....	energia cinética
$u$ .....	deslocamento
$\ddot{u}$ .....	aceleração
$\{U\}$ .....	campo de deslocamentos
$V$ .....	volume
$V$ .....	Volt
$W$ .....	trabalho
$x, y$ e $z$ .....	eixos do sistema de coordenadas

## Letras Gregas

$\beta$ .....	constante dos coeficientes das matrizes de influência de rigidez para placa
$\{\varepsilon\}$ .....	deformação mecânica [m/m]
$\delta$ .....	quantidade infinitesimal
$\eta$ .....	coordenada generalizada do elemento na direção $y$
$\theta$ .....	rotação
$\nu$ .....	coeficiente de Poisson
$\xi$ .....	coordenada generalizada do elemento na direção $x$
$\rho$ .....	massa específica
$\{\sigma\}$ .....	vetor tensão mecânica [N/m <sup>2</sup> ]
$\phi$ .....	potencial elétrico do PZT
$\{\Phi\}$ .....	campo de potenciais elétricos
$\nabla$ .....	operador gradiente
$\partial$ .....	operador diferencial

## Subscrito

$( )_p$ .....	correspondem ao PZT
$( )_s$ .....	corresponde a estrutura base

## Superscrito

- ( ) <sup>$\varepsilon$</sup>  ..... valores medidos para deformação mecânica constante
- ( ) <sup>$\sigma$</sup>  ..... valores medidos para tensão mecânica constante
- ( ) <sup>$E$</sup>  ..... valores medidos para um campo elétrico constante
- ( ) <sup>$T$</sup>  ..... transposto

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

---

Recentemente, um novo enfoque no controle de vibrações em estruturas flexíveis tem sido alvo de estudos de vários pesquisadores. Segundo esse enfoque, o uso integrado de sensores, atuadores e controladores, capacitaria um sistema a responder de modo controlado a excitações externas, procurando compensar os efeitos, que levariam os níveis de amplitude da resposta a se afastarem de patamares aceitáveis. Atualmente, tem-se convencionado chamar esses sistemas, que integram estrutura, sensores, atuadores e controladores de *Estruturas Inteligentes*. Várias tecnologias e materiais têm sido investigados e propostos no desenvolvimento destas estruturas. Uma das mais populares consiste em usar materiais que exibem propriedades piezelétricas, especialmente as cerâmicas *PZT (Lead Zirconate Titanate)* e os filmes plásticos *PVDF (PolyVinylidene Fluoride)*.

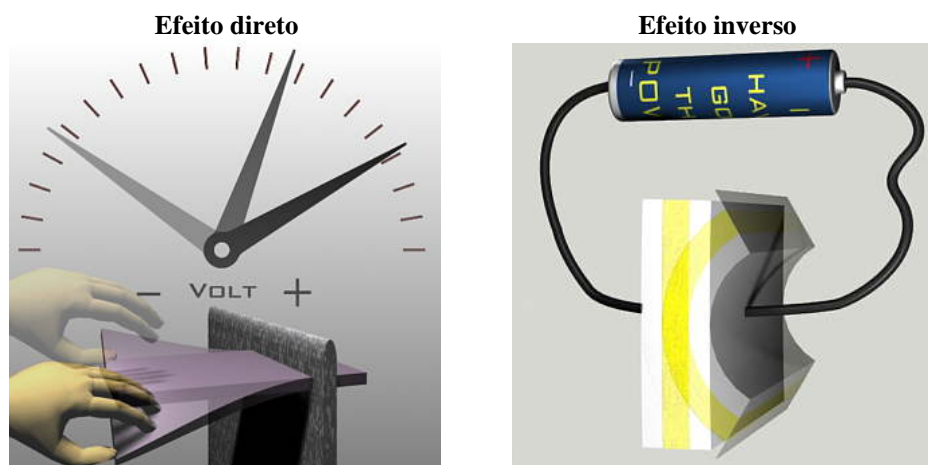
Descobertos por *Jaffet et al.* em 1954 (Clark, Saunders e Gibbs, 1998), os PZTs são constituídos principalmente de óxido de chumbo, zircônio e titânio. Para sua fabricação é aplicado um grande campo de coerção, que polariza a cerâmica e alinha as suas moléculas polarizadas na direção do campo elétrico, propiciando, assim, as desejadas propriedades piezelétricas. Uma das vantagens do PZT reside no fato de apresentar grande rigidez, da ordem de 70 GPa, sendo idealmente indicado na confecção de atuadores.

Já o PVDF, cujas propriedades piezelétricas foram descobertas por *Kawai* após 1960 (Tseng, 1989), é um polímero piezelétrico robusto e maleável, que pode ser produzido em geometrias complexas e extremamente delgadas. Com todas essas propriedades, o PVDF é altamente indicado para sensoramento distribuído.

Esses materiais desenvolvem um campo elétrico quando sujeitos a uma força (ou pressão), *efeito direto*, e inversamente, apresentam uma deformação quando sujeitos a um campo elétrico, *efeito inverso*. Esta reciprocidade entre a energia mecânica e elétrica propicia aos

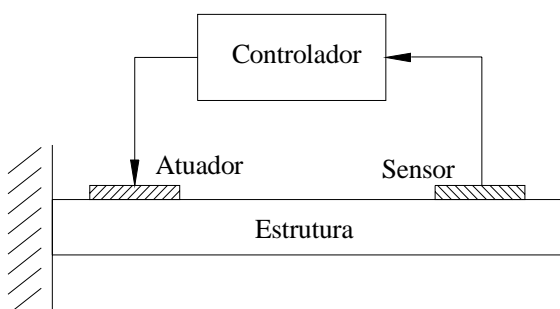


materiais piezelétricos grande aplicabilidade em várias áreas. A figura (1.1) apresenta uma ilustração do efeito piezelétrico direto e inverso.



**Figura 1.1: Ilustração do efeito piezelétrico direto e inverso.**

Os três elementos fundamentais de uma estrutura inteligente são: os elementos **sensores**, destinados a captar as alterações ambientais e/ou de funcionamento; os elementos **atuadores**, responsáveis pela ação de adaptação do sistema; e os procedimentos de **controle**, geralmente implementados em microprocessadores digitais, que determinam as ações de controle a serem executadas pelos atuadores, a partir das informações adquiridas pelos sensores. A figura (1.2) mostra, de maneira esquemática, os principais elementos de uma estrutura inteligente.



**Figura 1.2: Elementos principais de uma Estrutura Inteligente**

## 1.1 Breve Histórico sobre o Estudo das Estruturas Inteligentes

Curiosamente, embora a piezeletricidade tenha uma longa história, visto que o efeito direto da piezeletricidade foi descoberto pelos irmãos *Curie* em 1880 e o efeito inverso da piezeletricidade foi teoricamente predito por *Lippman*, com base em princípios termodinâmicos (Rao e Sunar, 1994), seu uso em aplicações de controle é relativamente recente, Bailey e Hubbard (1985), Crawley e de Luis (1987), Gibbs e Fuller (1992), Tseng e Tzou (1993), Chandrashekhara et al. (1996) e Moreira (1998). Uma explicação para esse fato seria a espera pela síntese e o desenvolvimento de novos materiais piezelétricos que pudessem ser aplicados para essa finalidade. Relatos sobre estes desenvolvimentos, bem como sobre a base teórica do fenômeno da piezeletricidade, podem ser encontrados em Cady (1946).

Existem na literatura vários modelos matemáticos que descrevem o comportamento de uma estrutura com componentes piezelétricos. Banks et al. (1995) apresentam um modelo geral descrevendo a interação entre a cerâmica piezelétrica e estruturas do tipo cascas cilíndricas, placas e vigas. Estes modelos são suficientemente gerais para permitir diferentes aplicações de potencial elétrico em cada peça ativa. Banguernon et al. (1999) desenvolveram um modelo analítico de um elemento piezocerâmico e seu acoplamento mecânico com a dinâmica estrutural de uma viga, obtendo a tensão elétrica de saída do sensor em resposta a uma tensão elétrica de excitação ou força externa especificada. Lam e Ng (1999) utilizam nas suas formulações a teoria clássica de placas laminadas e as soluções de Navier-Stokes para analisar placas de material compósito com sensores e atuadores integrados. Outra forma bastante popular de se conseguir um modelo é o emprego do princípio variacional baseado no princípio de Hamilton. Zhang e Sun (1999) obtiveram a formulação para uma estrutura com camadas de material piezelétrico através deste princípio variacional. Esta técnica pode ser utilizada quando se deseja fazer uma aproximação da resposta usando o *Método dos Elementos Finitos (MEF)*.

O MEF é um método numérico no qual, para a discretização do domínio físico do problema, são utilizados uma série de elementos dispostos sobre o domínio; tais elementos são compostos por pontos nodais sobre os quais é equacionado o sistema de equações algébricas resultante (Bathe e Wilson, 1976 e Huebner e Thornton, 1982). Allik e Hughes (1970) apresentaram o uso do princípio variacional como uma importante ferramenta para escrever uma equação manipulável pelo método dos elementos finitos, a chamada equação variacional eletroelástica.

Naillon et al. (1983) simularam, através de um modelo numérico obtido via MEF, o fenômeno de ressonância em transdutores ultra-sônicos. Tseng (1989) empregou o elemento hexaedro isoparamétrico de oito nós para modelagem de um sistema eletromecânico. Ha, Keilers e Chang (1992) aplicaram o elemento trilinear em materiais compósitos. Detwiler et al. (1995) desenvolveram um elemento quadrilátero isoparamétrico derivado da teoria de deformação por cisalhamento para placas laminadas. Tzou e Ye (1996) desenvolveram um elemento de casca triangular baseado na teoria de cisalhamento de ângulo constante. Lima Jr. e Arruda (1997) desenvolveram um programa para a aplicação do elemento trilinear de oito nós em estruturas com elementos piezelétricos incorporados. Han et al. (1999) empregaram um método refinado, baseado na teoria de deslocamento de camadas em placas, para definir um conjunto de parâmetros como, frequências naturais, fator de amortecimento e forças de atuação modal dos atuadores piezelétricos. Kim et al. (1999) utilizaram elementos piezelétricos tridimensionais de casca para modelar uma estrutura ativa piezelétrica. Lewis (2000) modelou um toróide empregando elementos de casca com PVDFs acoplados, modelados com elementos do tipo viga de Euler Bernoulli. Um trabalho que apresenta uma extensa e compreensiva revisão sobre a modelagem de estruturas com elementos piezelétricos acoplados via MEF é apresentado por Benjeddou (2000), que, após analisar diversos trabalhos, mostra os tipos de elementos empregados, fornecendo uma visão geral e discutindo os avanços e tendências na formulação e aplicação dos elementos finitos para a modelagem de estruturas inteligentes.

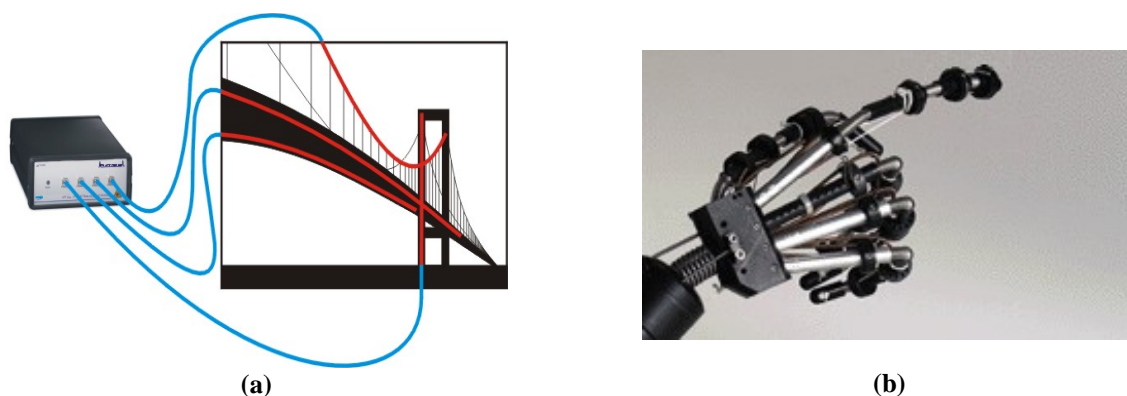
Na área de controle usando materiais piezelétricos, estão disponíveis na literatura vários trabalhos empregando diferentes técnicas, como: controle por realimentação positiva, Fanson e Caughey (1990); intensidade estrutural, Gibbs e Fuller (1992) e Arruda, Moreira e Pereira (1997); controle adaptativo, Abreu (2003) e Chandrashekhara, Varadarajan e Agarwal (1996); controle por redes neurais e Lógica Fuzzy, Viperman e Clark (1996), Assunção e Teixeira (2001) e Abreu e Ribeiro (2002); controle robusto de banda limitada, Moreira (1998) e técnicas empregando a formulação das desigualdades matriciais lineares, LMIs, Gonçalves et al. (2002). Silva et al. (2003) empregaram LMIs descritas por incertezas politópicas para controle de um sistema de ordem reduzida do tipo viga. Tzou (1991) e Tzou e Zhong (1993) apresentaram um modelo de estrutura do tipo casca, no qual o controle por realimentação proporcional à velocidade foi aplicado. Hanagud, Obal e Calise (1992) apresentaram um estudo sobre o controle ótimo de vibrações em estruturas inteligentes e propuseram um algoritmo baseado na minimização de um índice de performance quadrático de vetores de estado. Outros trabalhos na

mesma linha foram apresentados por Birman e Adali (1993), Gaudiller e Der Hagopian (1996), Resch, Jeger e Elspass (1996).

## 1.2 Aplicações dos Materiais Inteligentes

O uso de materiais inteligentes em sistemas de monitoramento das condições de máquinas e estruturas já possui grande impacto nos setores aeroespacial e da construção civil. Empresas americanas como a Smartfibres Ltd (2000) e a Smartec (2003) empregam fibras óticas como sensores embutidos em estruturas aeroespaciais e marítimas, figura (1.3a). O objetivo deste procedimento é o monitoramento das estruturas para estender a vida útil e reduzir o risco de falhas catastróficas.

Materiais piezelétricos também têm sido empregados no desenvolvimento de músculos artificiais que simulam movimentos humanos para aplicações em robótica, University of Alberta (2001), figura (1.3b). Pesquisadores do Illinois Institute of Technology implantaram um sensor piezelétrico no músculo de um paciente. O dispositivo transmite informações sobre a atividade do nervo local via rádio para um sistema de monitoramento externo. O dispositivo, pode, também receber sinais e estimular a ação do músculo, Troyk et al. (1991).



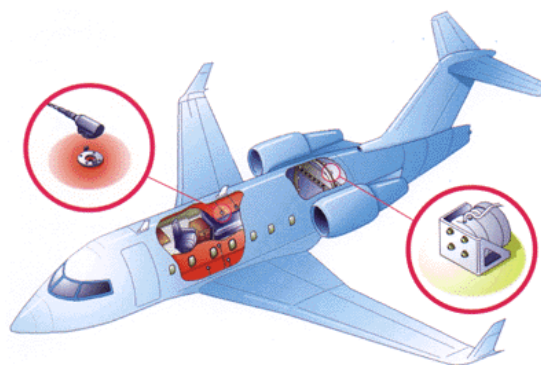
**Figura 1.3: (a) Esquema de uma ponte instrumentada, (b) Robô com músculos artificiais**

Atuando como parte de uma estrutura inteligente, os materiais piezelétricos têm sido largamente empregados para o controle de vibrações e supressão de ruídos em aeronaves e estruturas convencionais. A empresa Ultra Electronics Ltd (1999) desenvolveu, entre outros, um equipamento denominado *Active Tuned Vibration Attenuators (ATVAs)* composto por sensores,

atuadores e controladores, que é acoplado diretamente a fuselagem da aeronave para controle ativo de vibrações e ruídos, figura (1.4). Quando comparados com as técnicas convencionas de amortecimento passivo, os ATVAs apresentam uma atenuação de vibrações e ruídos mais efetiva, acrescentando menor peso a estrutura.



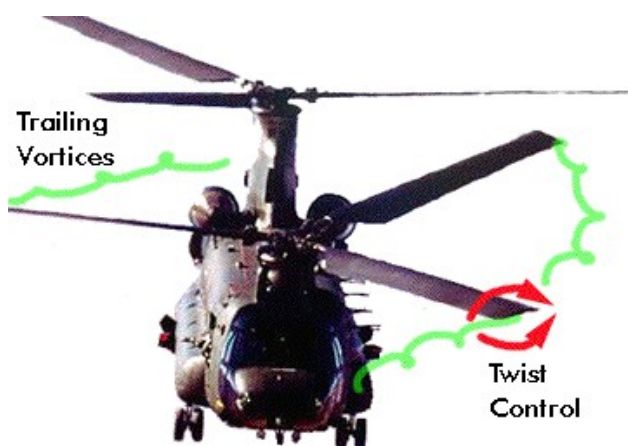
(a)



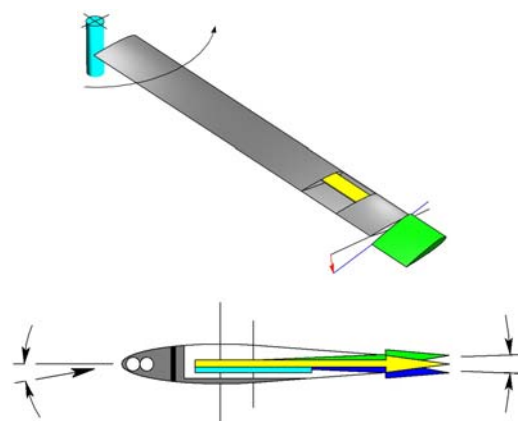
(b)

**Figura 1.4: (a) Aeronave com controle ativo de vibrações, (b) Desenho esquemático**

Pesquisadores, financiados pelo exército dos EUA, estão embutindo cerâmicas piezelétricas nas hélices do rotor de helicópteros, as quais, produzem uma resposta de realimentação que é utilizada para reduzir a vibração causada pelos vórtices produzidos pelas hélices (The Institute of Materials, Minerals and Mining, 2003), figura (1.5).



(a)



(b)

**Figura 1.5: (a) Helicóptero e vórtices, (b) Esquema das hélices com PZTs embutidos**

O modulo ZI da Estação Espacial Internacional, figura (1.6a) possui sensores e atuadores piezelétricos acoplados. Os sensores enviam um sinal, causado por vibrações, a um circuito

lógico que produz uma lei de controle a ser seguida pelos atuadores. Os movimentos dos atuadores, no sentido oposto ao das vibrações, proporcionam maior estabilidade à estrutura, Panossian et al. (1998). A empresa K2 Inc (2003) trabalha no desenvolvimento de produtos esportivos como os “Esquis Inteligentes”, figura (1.6b) e as “Raquetes Inteligentes”, nos quais, PZTs embutidos a estrutura convertem as vibrações mecânicas em sinais elétricos, dissipados na forma de energia térmica através de um circuito resistivo.



(a)



(b)

**Figura 1.6: (a) Estação Espacial Internacional, (b) “Esquis Inteligentes”**

### 1.3 Motivação

Para se conseguir bons resultados em aplicações de controle e sensoramento é necessário obter modelos matemáticos que possam descrever de forma adequada o mecanismo da deformação induzida no material piezelétrico. A incorporação da massa, rigidez e do acoplamento eletromecânico da cerâmica piezelétrica pode acarretar significativa influência sobre as propriedades dinâmicas de certos tipos de estruturas. Infelizmente, as equações diferenciais da piezeletricidade são não lineares, o que impede o uso de soluções analíticas na grande maioria das aplicações. Conseqüentemente, técnicas de aproximação devem ser empregadas para resolver estas equações. De todas as técnicas hoje conhecidas, o *Método dos Elementos Finitos (MEF)* é um dos melhores procedimentos disponíveis para análise de meios contínuos. Com este método, é possível obter soluções para muitos problemas complexos na engenharia, sendo largamente utilizado como ferramenta de projeto e análise.

Embora a literatura seja vasta, existem diferenças conceituais entre os trabalhos disponíveis sobre o problema da modelagem de meios piezelétricos através do MEF e sua implementação em problemas estruturais, dinâmicos ou de controle. Tanto os programas comerciais, como os trabalhos apresentados em congressos ou revistas não apresentam de forma clara as funções de interpolação para o potencial elétrico do elemento piezelétrico. Neste sentido, intensa investigação matemática e experimental é fundamental para a correta aplicação e utilização da tecnologia dos materiais inteligentes.

## 1.4 Objetivos

Neste trabalho se pretende apresentar uma metodologia para modelagem de estruturas do tipo vigas e placas com sensores e atuadores piezelétricos acoplados, empregando o Método dos Elementos Finitos. O desenvolvimento teórico é avaliado através de simulações numéricas realizadas em um programa implementado em ambiente MATLAB<sup>®</sup> para modelagem destas estruturas. Paralelamente, são verificados resultados de técnicas de posicionamento ótimo de sensores/atuadores e aplicações de controle. As aplicações de controle e de posicionamento não são descritas em detalhes neste trabalho, que têm por objetivo principal mostrar a influência da cerâmica piezelétrica na modelagem dos sistemas. Os resultados do programa são comparados com resultados apresentados pelo software ANSYS<sup>®</sup> e com resultados experimentais.

Os testes realizados visam permitir a análise do comportamento do sistema eletromecânico; quantificar o efeito da cerâmica piezelétrica sobre a estrutura; validar a modelagem proposta para estruturas do tipo viga e placa com elementos piezelétricos acoplados e responder a seguinte indagação: O esforço aplicado pelos atuadores piezelétricos a uma estrutura pode ser satisfatoriamente representado por apenas dois momentos opostos nas extremidades de um elemento de viga?

## Capítulo 2

### **MODELAGEM DE ESTRUTURAS INTELIGENTES**

Este capítulo apresenta o modelo de elementos finitos de estruturas flexíveis do tipo viga e placa com material piezelétrico incorporado. Empregando o Princípio do Trabalho Virtual são encontradas as equações do sistema eletromecanicamente acoplado. Considera-se que a estrutura base pode ser composta por elementos do tipo viga de Euler-Bernoulli ou placa de Kirchhoff. Primeiramente são descritos os elementos de viga estrutural e piezelétrico. Na sequência é mostrado o elemento estrutural do tipo placa. São apresentadas ainda relações entre força, momento, deformação e potencial elétrico para materiais piezelétricos e fornecida uma breve introdução a sistemas de controle e posicionamento ótimo de sensores/atuadores.

#### **2.1 Equações da Elasticidade**

Neste trabalho a descrição dos sistemas é limitada à discussão de materiais elásticos que apresentam uma relação linear entre tensão e deformação. Desta forma, empregando a lei de Hooke generalizada para uma distribuição de tensões no plano ( $\sigma_z = \sigma_{zx} = \sigma_{zy} = 0$ ), pode-se escrever a seguinte relação entre tensão e deformação, Bathe (1976):

$$\{\sigma\} = [G]\{\varepsilon\} \quad (2.1)$$

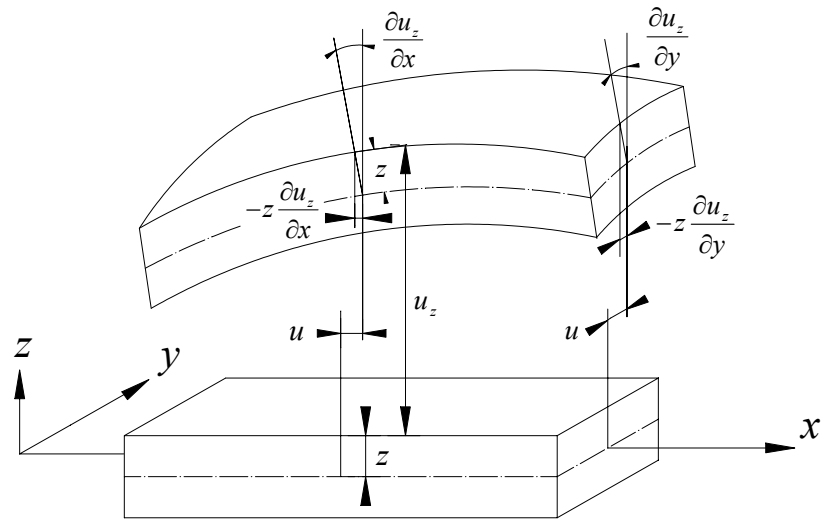
na qual  $\{\sigma\} = \{\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_{xy}\}^T$  é a tensão mecânica [N/m<sup>2</sup>],  $\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_{xy}\}^T$  a deformação mecânica [m/m] e  $[G]$  o módulo de elasticidade transversal, que é definido como uma relação para tensão de cisalhamento no plano do carregamento.



$$[G] = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Os índices  $x$ ,  $y$  e  $z$  representam as direções dos eixos do sistema de coordenadas,  $E$  é o módulo de Young e  $\nu$  o coeficiente de Poisson.

As equações de estruturas do tipo viga de Euler-Bernoulli e placa de Kirchhoff são baseadas na consideração de que um plano normal ao eixo neutro antes da deformação permanece normal ao eixo neutro após a deformação, ou seja, os segmentos das normais ficam com os mesmos comprimentos, não havendo, portanto, variação de espessura durante a deformação, conforme mostra figura (2.1). Esta consideração permite dizer que os efeitos de inércia de rotação e cisalhamento são desprezíveis.



**Figura 2.1: Deslocamentos de pontos sobre linhas normais aos planos xz e yz, Lima (1999)**

De acordo com a figura (2.1), podem ser escritas as seguintes relações de deslocamento:

$$\{u_x \ u_y \ u_z\}^T = \left\{ -z \frac{\partial u_z}{\partial x} \quad -z \frac{\partial u_z}{\partial y} \quad u_z(x, y) \right\}^T \quad (2.3)$$

sendo  $u_x$ ,  $u_y$  e  $u_z$  as componentes, respectivamente, nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , do deslocamento de um ponto da superfície. O campo de deformações  $\{\varepsilon\}$  pode ser escrito como:

$$\{\varepsilon\} = \left\{ \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad \frac{\partial u_y}{\partial y} \quad \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right\}^T \quad (2.4)$$

Como os efeitos de deformação cisalhantes não são considerados nesta modelagem, as deformações mecânicas,  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  e  $\varepsilon_{xy}$ , podem ser escritas em termos dos deslocamentos transversais,  $u_z$ , segundo as expressões:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_{xy}\}^T = -z \left\{ \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \quad 2 \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial y} \right\}^T \quad (2.5)$$

## 2.2 Equações da Piezeletricidade

Elementos piezelétricos apresentam histerese não-linear para elevados níveis de excitação, no entanto, para aplicações estruturais pode-se utilizar aproximações lineares. A seguir são apresentadas as relações constitutivas lineares para o efeito direto (equação do sensor) e inverso (equação do atuador) de materiais piezelétricos, Clark et al. (1998):

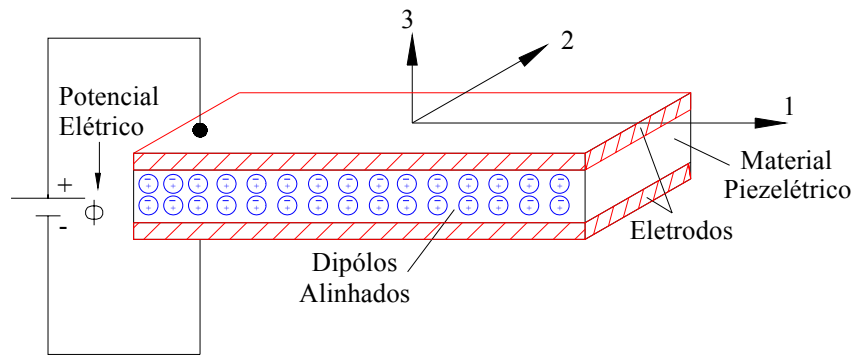
$$\{\sigma\} = [c^E] \{\varepsilon\} - [e]^T \{E\} \quad (\text{efeito inverso}) \quad (2.6)$$

$$\{D\} = [e] \{\varepsilon\} + [k^E] \{E\} \quad (\text{efeito direto}) \quad (2.7)$$

nas quais, o sobrescrito  $( )^E$  significa que os valores são medidos para deformação constante, o sobrescrito  $( )^E$  significa que os valores são medidos para um campo elétrico constante e o sobrescrito  $( )^T$  significa transposto.  $\{\varepsilon\}$  é o vetor de deformação mecânica [m/m],  $\{\sigma\}$  é o vetor de tensão mecânica [N/m<sup>2</sup>],  $\{D\}$  é o vetor de deslocamento elétrico [C/m<sup>2</sup>],  $\{E\}$  é o vetor campo elétrico [V/m ou N/C],  $[c^E]$  é a matriz de elasticidade para campo elétrico constante [N/m<sup>2</sup>],  $[e]$

é a matriz de permissividade dielétrica  $[\text{N.m/V.m}^2]$  e  $[k^\varepsilon]$  é a matriz de constantes dielétricas para deformação mecânica constante  $[\text{N.m/V}^2.\text{m}]$ . As unidades estão representadas no Sistema Internacional de Medidas, no qual C, N, m e V denotam, respectivamente, Coulomb, Newton, metro e Volt.

Assume-se em geral que materiais piezelétricos são transversalmente isotrópicos, sendo comum considerar a direção de polarização ao longo do eixo 3, que é o eixo isotrópico transversal, como mostra a figura (2.2):



**Figura 2.2: Efeito induzido nos dipolos de materiais piezelétricos**

Na figura (2.2)  $\phi$  é o potencial elétrico aplicado no PZT. As equações (2.6) e (2.7) podem ser escritas na forma matricial como (Batra, 1998):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{31} \\ c_{12}^E & c_{11}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{31} \\ c_{13}^E & c_{13}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{33} \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^E & 0 & 0 & -e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E & -e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & k_{11}^\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 & k_{11}^\varepsilon & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{33}^\varepsilon \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \\ 2\varepsilon_{12} \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

Se cada elemento da matriz de permissividade dielétrica,  $[e]$ , é designado por  $e_{ij}$  sendo que  $i$  corresponde as linhas e  $j$  corresponde as colunas da matriz, então,  $e_{ij}$  corresponde à tensão

desenvolvida na j-ésima direção devido a um campo elétrico aplicado na i-ésima direção. As constantes de deformação piezelétrica,  $d_{ij}$ , relacionam a tensão elétrica aplicada na i-ésima direção com uma deformação desenvolvida na j-ésima direção e são mais freqüentemente fornecidas pelos fabricantes do que as constantes de tensão. As constantes piezelétricas de tensão podem ser obtidas a partir das constantes de deformação piezelétrica através das relações:

$$\begin{aligned} [c^E] &= [s^E]^{-1} \\ [k^e] &= [k^\sigma] - [d]^T [c^E] [d] \\ [e] &= [c^E] [d] \\ C^\sigma &= \frac{k^\sigma}{k_0} \end{aligned} \quad (2.9)$$

nas quais  $[s^E]$  é a matriz de compliância elástica para um campo elétrico constante [ $\text{m}^2/\text{N}$ ],  $[k^\sigma]$  é a matriz de constantes dielétricas para tensão mecânica constante [ $\text{N.m}/\text{V}^2.\text{m}$ ],  $[d]$  é a matriz de constantes piezelétricas [ $\text{m}/\text{V}$ ] e  $k_0$  é a permissividade do espaço livre (permissividade do ar:  $k_0 = 8,9.10^{-12}$  [ $\text{F}/\text{m}$ ]). A razão entre a constante dielétrica  $k^\sigma$  e a permissividade do espaço livre  $k_0$  é chamada de constante dielétrica relativa para tensão mecânica constante  $C^\sigma$ .

As relações constitutivas lineares para o efeito direto e inverso de materiais piezelétricos podem, ainda, ser escritas alternativamente como:

$$\{\varepsilon\} = [s^E] \{\sigma\} + [d]^T \{E\} \quad (2.10)$$

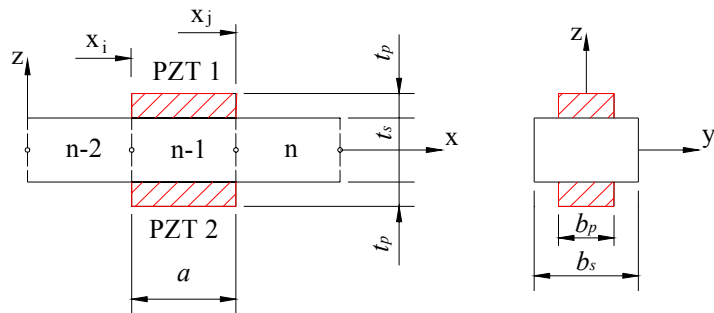
$$\{D\} = [d]^T \{\sigma\} + [k^\sigma] \{E\} \quad (2.11)$$

ou na forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \\ 2\varepsilon_{12} \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{12}^E & s_{11}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{13}^E & s_{13}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E & d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & k_{11}^\sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 & k_{11}^\sigma & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{33}^\sigma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

## 2.3 Acoplamento Eletromecânico

De posse das relações constitutivas para materiais piezelétricos, pode-se modelar a interação entre o elemento piezelétrico e a estrutura base. A contribuição do material piezelétrico será dividida em duas partes, a interna que é relacionada às mudanças estruturais devido ao fato do elemento ser colado à estrutura e a externa, que é a geração de forças e momentos. As mudanças internas levam em consideração as alterações nas propriedades do material como massa, rigidez e amortecimento, devido à presença do PZT e está presente mesmo quando não existe potencial elétrico aplicado. A contribuição externa é devida a deformação induzida pelo PZT, quando lhe é aplicado um potencial elétrico e aparece nas equações do movimento como carga externa (Banks e Wang, 1995). A figura (2.3) ilustra uma estrutura genérica com um par de atuadores piezelétricos colados sobre as faces superior e inferior da superfície.



**Figura 2.3: Esquema de uma estrutura com um par de PZTs acoplados**

Os subscritos ( )<sub>s</sub> e ( )<sub>p</sub> correspondem, respectivamente, a estrutura base e ao PZT,  $a$  é o comprimento do elemento,  $t$  é a espessura,  $b$  é a largura,  $i$  e  $j$  estão relacionados aos nós do elemento e  $n$  representa o número de elementos em que a estrutura é dividida.

Para definição das equações do movimento de um sistema eletromecânico será adotado o Princípio do Trabalho Virtual, no qual, o trabalho virtual dos esforços internos generalizados e das cargas aplicadas é nulo para toda ação virtual de deslocamento admissível. Serão combinados os campos de deslocamento, assumidos para um corpo elástico, e as formas do campo elétrico através das propriedades piezelétricas para formar um conjunto de equações eletromecanicamente acopladas.

A forma generalizada do Princípio do Trabalho Virtual para um sistema eletromecânico pode ser escrita na forma:

$$\int_{t_1}^{t_2} [\delta(T - P + W_e - W_m) + \delta W] dt = 0 \quad (2.14)$$

sendo  $t_1$  e  $t_2$  dois instantes arbitrários,  $T$  a energia cinética,  $P$  a energia potencial,  $W_e$  o trabalho realizado pela energia elétrica e  $W_m$  o trabalho realizado pela energia magnética (desprezível para o material piezocerâmico). Considerando a parte estrutural e do atuador tem-se, (Lopes Jr. et al., 2000a):

$$\delta T = \int_{V_s} \rho_s \delta u^T \ddot{u} dV_s + \int_{V_p} \rho_p \delta u^T \ddot{u} dV_p \quad (2.15)$$

$$\delta P = \int_{V_s} \delta \varepsilon^T \sigma dV_s + \int_{V_p} \delta \varepsilon^T \sigma dV_p \quad (2.16)$$

$$\delta W_e = \int_{V_p} \delta E^T D dV_p \quad (2.17)$$

sendo  $\rho$  a massa específica e  $V$  o volume. Introduzindo a interação eletromecânica, equação (2.7), o trabalho realizado pela energia elétrica pode ser escrito como:

$$\delta W_e = \int_{V_p} \delta \varepsilon^T [\mathbf{e}]^T E dV_p + \int_{V_p} \delta E^T [\mathbf{e}] \varepsilon dV_p + \int_{V_p} \delta E^T [k^\varepsilon] E dV_p \quad (2.18)$$

O trabalho virtual  $\delta W$  realizado pelas forças externas  $F_e$ , pelas forças de superfície  $F_s$ , pelas forças de corpo  $F_c$  e pela carga elétrica  $Q$  na superfície do PZT, é dado por:

$$\delta W = \int_{V_s} \delta u^T F_e dV_s + \int_{S_s} \delta u^T F_s dS_s + \delta u^T F_c - \int_{S_p} \delta \phi^T Q dS_p \quad (2.19)$$

sendo  $S$  a área superficial da estrutura. O método dos elementos finitos é uma aproximação que considera quantidades discretas, conseqüentemente, todas as equações da elasticidade para meios contínuos devem ser escritas usando quantidades discretas. Em problemas estáticos, os deslocamentos  $u$  em uma estrutura continua podem ser divididos em um número finito de deslocamentos selecionados em pontos arbitrários da estrutura. Para pequenas deformações, o deslocamento pode ser escrito em termos de valores nodais através de uma função de interpolação  $[N_u] = [N_u(x, y, z)]$ :

$$u = [N_u] \{U\} \quad (2.20)$$

sendo  $\{U\} = \{U_1 \ U_2 \dots U_n\}$  o campo de deslocamentos. Usando a relação entre deformação e deslocamento, apresentada na equação (2.5), a deformação mecânica pode ser expressa por:

$$\varepsilon = L_u \{u\} = L_u [N_u] \{U\} = [B_u] \{U\} \quad (2.21)$$

na qual  $L_u = \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right\}^T$  é um operador diferencial para o problema particular de elasticidade e  $[B_u] = [B_u(x, y, z)]$  é obtido aplicando-se o operador  $L_u$  à função de interpolação  $[N_u]$ . Analogamente ao vetor deslocamento, o vetor do potencial elétrico  $\phi$ , no PZT, deve ser expresso em termos dos valores nodais através de uma função de interpolação  $[N_\phi] = [N_\phi(x, y, z)]$ :

$$\phi = [N_\phi] \{\Phi\} \quad (2.22)$$

sendo  $\{\Phi\} = \{\Phi_1 \ \Phi_2 \dots \Phi_n\}$  o campo de potenciais elétricos. Da mesma forma que a deformação pode ser ligada ao deslocamento, equação (2.21), relaciona-se o campo elétrico com o potencial elétrico da seguinte maneira:

$$E = -\frac{\partial}{\partial z} \{\phi\} = -\frac{\partial}{\partial z} [N_\phi] \{\Phi\} = -[B_\phi] \{\Phi\} \quad (2.23)$$

sendo  $[B_\phi] = \frac{\partial}{\partial z} [N_\phi]$ . Introduzindo as equações (2.15), (2.16), (2.18) e (2.19) na equação variacional, considerando a lei de Hooke, equação (2.1) e as aproximações propostas nas equações (2.20) a (2.23), obtém-se a equação do sistema eletromecânico:

$$\begin{aligned} & \int_{V_s} \rho_s \{\delta U\}^T [N_u]^T \{\ddot{u}\} dV_s + \int_{V_p} \rho_p \{\delta U\}^T [N_u]^T \{\ddot{u}\} dV_p - \int_{V_s} \{\delta U\}^T [B_u]^T [G] [B_u] \{U\} dV_s \\ & - \int_{V_p} \{\delta U\}^T [B_u]^T [c^E] [B_u] \{U\} dV_p - \int_{V_p} \{\delta U\}^T [B_u]^T [e]^T [B_\phi] \{\Phi\} dV_p \\ & - \int_{V_p} \{\delta \Phi\}^T [B_\phi]^T [e] [B_u] \{U\} dV_p - \int_{V_p} \{\delta \Phi\}^T [B_\phi]^T [k^E] [B_\phi] \{\Phi\} dV_p = \\ & - \int_{S_s} \{\delta U\}^T [N_u]^T \{F_s\} dS_s - \int_{V_s} \{\delta U\}^T [N_u]^T \{F_c\} dV_s \\ & - \{\delta U\}^T [N_u]^T \{F_e\} + \int_{S_p} \{\delta \Phi\}^T [N_\phi]^T \{Q\} dS_p \end{aligned} \quad (2.24)$$

Assumindo deslocamentos virtuais arbitrários e  $\ddot{u} = [N_u] \{\ddot{U}\}$ , a equação (2.24) pode ser reescrita na forma matricial como duas equações de equilíbrio:

$$([M_s^e] + [M_p^e]) \{\ddot{U}\} + ([K_s^e] + [K_p^e]) \{U\} - [K_{u\phi}^e] \{\Phi\} = \{F^e\} \quad (2.25)$$

$$[K_{\phi u}^e] \{U\} + [K_{\phi\phi}^e] \{\Phi\} = \{Q^e\} \quad (2.26)$$



nas quais,  $[M_s^e]$ ,  $[M_p^e]$ ,  $[K_s^e]$  e  $[K_p^e]$  são, respectivamente, as matrizes de massa e as matrizes de rigidez do elemento estrutural e do elemento piezelétrico, dadas por:

$$[M_s^e] = \int_{V_s} \rho_s [N_u]^T [N_u] dV_s \quad (2.27)$$

$$[M_p^e] = \int_{V_p} \rho_p [N_u]^T [N_u] dV_p \quad (2.28)$$

$$[K_s^e] = \int_{V_s} [B_u]^T [G] [B_u] dV_s \quad (2.29)$$

$$[K_p^e] = \int_{V_p} [B_u]^T [c^E] [B_u] dV_p \quad (2.30)$$

As matrizes do acoplamento eletromecânico  $[K_{u\phi}^e]$  e  $[K_{\phi u}^e]$  e de capacitância piezelétrica  $[K_{\phi\phi}^e]$  são dadas por:

$$[K_{u\phi}^e] = \int_{V_p} [B_u]^T [e]^T [B_\phi] dV_p \quad (2.31)$$

$$[K_{\phi\phi}^e] = \int_{V_p} [B_\phi]^T [k^E] [B_\phi] dV_p \quad (2.32)$$

sendo  $[K_{\phi u}^e] = [K_{u\phi}^e]^T$ . Os vetores de força mecânica externa  $\{F^e\}$  e carga elétrica  $\{Q^e\}$  do elemento, são escritos como:

$$\{F^e\} = \int_{V_s} [N_u]^T \{F_c\} dV_s + \int_{S_s} [N_u]^T \{F_s\} dS_s + [N_u]^T \{F_e\} \quad (2.33)$$

$$\{\mathcal{Q}^e\} = - \int_{S_p} [N_\phi]^T \{\mathcal{Q}\} dS_p \quad (2.34)$$

Para a estrutura inteira, usando a técnica padrão do método dos elementos finitos para construção do sistema global, obtém-se a equação completa para um sistema eletromecânico:

$$\begin{bmatrix} [M_{uu}] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{U}\} \\ \{\ddot{\Phi}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{uu}] & [K_{u\phi}] \\ [K_{\phi u}] & [K_{\phi\phi}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U\} \\ \{\Phi\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F\} \\ \{\mathcal{Q}\} \end{Bmatrix} \quad (2.35)$$

na qual,

$$[M_{uu}] = \sum_{i=1}^{n_s} [M_s^e]_i + \sum_{j=1}^{n_p} [M_p^e]_j \quad (2.36)$$

$$[K_{uu}] = \sum_{i=1}^{n_s} [K_s^e]_i + \sum_{j=1}^{n_p} [K_p^e]_j \quad (2.37)$$

$$[K_{\phi\phi}] = \sum_{j=1}^{n_p} [K_{\phi\phi}^e]_j \quad (2.38)$$

$$[K_{u\phi}] = \sum_{j=1}^{n_p} [K_{u\phi}^e]_j \quad (2.39)$$

sendo  $n_s$  o número de elementos estruturais e  $n_p$  o número de elementos piezelétricos na estrutura. É importante notar que o símbolo  $\sum$  empregado nas equações (2.36) a (2.39) não representa o operador matemático somatório, mas sim a superposição das matrizes dos elementos em um arranjo para formar a matriz global do sistema. Após a montagem do sistema global de equações as matrizes de massa e de rigidez da estrutura completa deixam de ser positivas definidas, mesmo após a imposição de condições de contorno. A singularidade do sistema pode

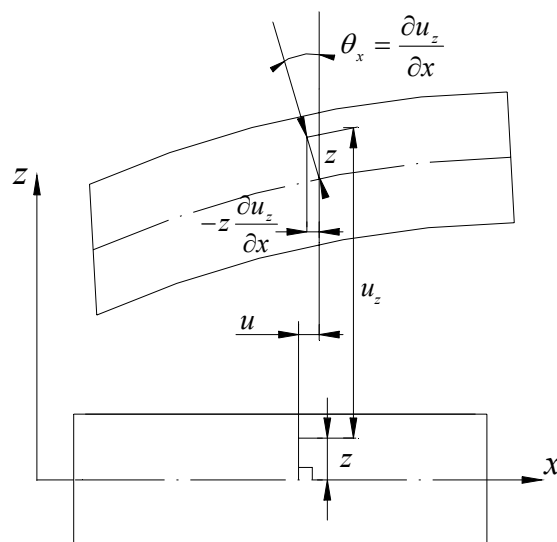
ser eliminada especificando-se um ou mais valores nodais com potencial elétrico nulo, Lopes Jr. et al. (2000a).

Considerando o sistema eletromecanicamente acoplado, equação (2.35), as matrizes de massa e de rigidez do sistema global podem ser representadas, respectivamente, por  $[M]$  e  $[K]$ . Durante as simulações numéricas realizadas neste trabalho a matriz de amortecimento  $[C]$  do sistema global foi considerada proporcional a rigidez e a massa:  $[C] = \alpha[K] + \beta[M]$ , sendo  $\alpha$  e  $\beta$  as constantes de proporcionalidade. Representando os vetores de deslocamento e potencial elétrico através da coordenada generalizada  $\{q\}$  e os vetores de carregamento externo por  $\{f\}$ , pode-se escrever o sistema global de equações na forma:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{f\} \quad (2.40)$$

## 2.4 Elemento de Viga

A equação da viga de Euler-Bernoulli considera que a deformação da viga deve ter uma inclinação tão continua quanto à deflexão de quaisquer dois elementos vizinhos. Para satisfazer a continuidade requerida, conforme indicado na figura (2.4), cada nó possui uma deflexão transversal  $u_z$  na direção  $z$  e uma rotação  $\theta_x$  em torno do eixo  $y$ , como variáveis nodais.



**Figura 2.4: Deslocamentos de um ponto sobre a normal ao plano neutro**

Com base na teoria de flexão de viga, o deslocamento longitudinal  $u_x$  de um ponto, situado sobre a normal ao plano médio da viga e a uma distância  $z$  deste ponto, pode ser escrito como:

$$u_x = u - z \frac{\partial u_z}{\partial x} \quad (2.41)$$

e a expressão para deformação pode escrita em função do deslocamento transversal  $u_z$ :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 u_z}{\partial^2 x} \quad (2.42)$$

Para cada elemento piezelétrico de viga serão considerados ainda dois potenciais elétricos  $\phi$  como variáveis nodais, conforme mostra a figura (2.5).



**Figura 2.5: Elemento de viga**

sendo  $x_i$  um ponto localizado no nó  $i$  e  $\xi$  uma coordenada generalizada em função de  $x$ .

Expressando o deslocamento e o potencial elétrico em termos das variáveis nodais e das funções de interpolação, tem-se:

$$u(x) = [N_u] \{U\} \quad (2.43)$$

$$\phi(x) = [N_\phi] \{\Phi\} \quad (2.44)$$

sendo as direções positivas de

$$\{U\} = \{u_{z1} \ \theta_{x1} \ u_{z2} \ \theta_{x2}\} \quad (2.45)$$

$$\{\Phi\} = \{\phi_1 \ \phi_2\} \quad (2.46)$$

Para elementos de viga de Euler–Bernoulli, uma função de interpolação comumente usada para o deslocamento em algum ponto  $\xi = (x - x_i)/a$ , é dada por:

$$[N_u]^T = \begin{bmatrix} 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\ a\xi - 2a\xi^2 + 2a\xi^3 \\ 3\xi^2 - 2\xi^3 \\ a\xi^3 - a\xi^2 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

sendo  $a$  o comprimento do elemento e  $\xi$  a coordenada generalizada. Para interpolação do potencial elétrico do elemento piezelétrico de viga, pode-se considerar a seguinte função, Lopes Jr. et al. (2000a):

$$[N_\phi]^T = \begin{bmatrix} 1 - \frac{(z - t_s/2)}{t_p} \\ \frac{(z - t_s/2)}{t_p} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

O operador diferencial  $\frac{\partial}{\partial x}$  pode ser escrito em função da coordenada generalizada  $\xi$  da seguinte maneira:

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \xi} \quad ; \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \quad (2.49)$$

assim, diferenciando o deslocamento em um ponto qualquer, equação (2.43), em função de  $x$ , tem-se:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} u = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} [N_u] \{U\} = [B_u] \{U\} \quad (2.50)$$

logo:

$$[B_u] = \frac{1}{a^2} \frac{d^2}{d\xi^2} [N_u] \quad (2.51)$$

$$[B_u]^T = \frac{1}{a^2} \begin{bmatrix} -6+12\xi \\ 4a+12a\xi \\ 6-12\xi \\ 6a\xi-2a \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Retomando a equação (2.23) e assumindo que o campo elétrico é constante ao longo da espessura do PZT, tem-se:

$$E = -\frac{\partial}{\partial z} \phi = -\frac{\partial}{\partial z} [N_\phi] \{\Phi\} = -[B_\phi] \{\Phi\} \quad (2.53)$$

sendo

$$[B_\phi]^T = \frac{\partial}{\partial z} [N_\phi] = \begin{bmatrix} -1 \\ t_p \\ 1 \\ t_p \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Substituindo a equação (2.47) nas equações (2.27) e (2.28) e a equação (2.52) em (2.29) e (2.30), integrando nas direções  $y$  e  $z$ , obtêm-se as matrizes de massa e as matrizes de rigidez do elemento estrutural e do elemento piezelétrico:

$$[M_s^e] = \rho_s a_s b_s t_s \int_0^1 [N_u]^T [N_u] d\xi \quad (2.55)$$

$$[M_p^e] = \rho_p a_p A_p \int_0^1 [N_u]^T [N_u] d\xi \quad (2.56)$$

$$[K_s^e] = \frac{E_s I_s}{a_s^3} \int_0^1 [B_u]^T [B_u] d\xi \quad (2.57)$$

$$[K_p^e] = \frac{c_{11}^E I_p}{a_p^3} \int_0^1 [B_u]^T [B_u] d\xi \quad (2.58)$$

sendo  $I$  o momento de inércia,  $a$  o comprimento,  $b$  a largura e  $t$  a espessura do elemento.  $I_p$  é o momento de inércia do par de elementos piezelétricos, figura (2.3), definido através do teorema da translação de eixos pela equação:

$$I_p = 2 \left[ \frac{b_p t_p^3}{12} + \left( \frac{t_s + t_p}{2} \right)^2 b_p t_p \right] \quad (2.59)$$

o multiplicador 2 na equação (2.59) deve-se a consideração de um par de PZTs co-localizados nas superfícies superior e inferior da estrutura. Analogamente, a área total da seção transversal do par de PZTs deve ser escrita como  $A_p = 2b_p t_p$ .

Para o elemento de viga de Euler-Bernoulli, somente a tensão normal  $\sigma_{11}$ , a deformação  $\varepsilon_{11}$  e o campo elétrico transversal  $E_3$  são considerados. Logo, as equações em (2.8) se reduzem a:

$$\sigma_{11} = c_{11}^E \varepsilon_{11} - e_{31} E_3 \quad (2.60)$$

$$D_3 = e_{31} \varepsilon_{11} + k_{33}^E E_3 \quad (2.61)$$

e as equações (2.12) podem ser escritas como:

$$\varepsilon_{11} = s_{11}^E \sigma_{11} + d_{31} E_3 \quad (2.62)$$

$$D_3 = d_{31} \sigma_{11} + k_{33}^\sigma E_3 \quad (2.63)$$

Introduzindo as equações (2.52) e (2.54) na equação (2.31) e a equação (2.54) em (2.32), integrando nas direções  $y$  e  $z$  obtêm-se, respectivamente, a matriz do acoplamento eletromecânico e a matriz de capacitância piezelétrica:

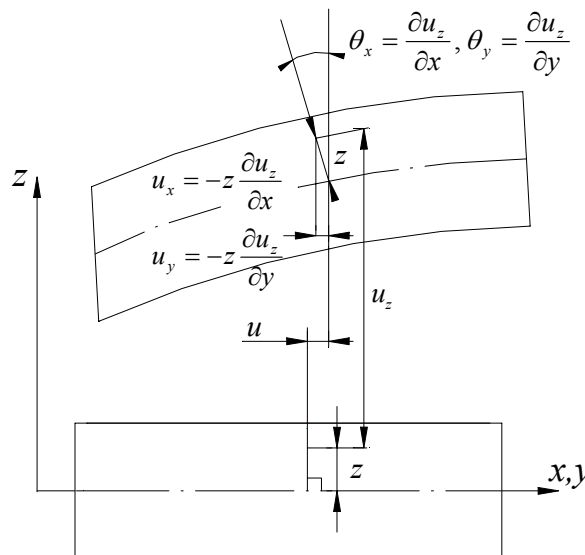
$$[K_{u\phi}^e] = -\frac{e_{31}b_p a_p}{2} (2t_s t_p + t_p^2) \int_0^1 [B_u]^T [B_\phi] d\xi \quad (2.64)$$

$$[K_{\phi\phi}^e] = \frac{-k_{33}^\sigma A_p a_p}{t_p^2} \int_0^1 [B_\phi]^T [B_\phi] d\xi \quad (2.65)$$

Executando a integração na direção  $\xi$  nas equações (2.55) a (2.58), (2.64) e (2.65), obtém-se as matrizes de massa e de rigidez do elemento de viga estrutural e as matrizes do elemento piezelétrico, mostradas no Anexo I.

## 2.5 Elemento de Placa

A seguir, são descritas as matrizes de massa e de rigidez de um elemento de placa empregando a teoria de placa Kirchhoff. Segundo esta teoria um plano normal ao eixo neutro antes da deformação permanece normal ao eixo neutro após a deformação, conforme mostra a figura (2.6).



**Figura 2.6: Deslocamentos de pontos sobre linhas normais aos planos xz e yz**

Consequentemente, podem ser escritas as seguintes relações de deslocamento:



$$\begin{aligned}
u_x &= -z \frac{\partial u_z}{\partial x} \\
u_y &= -z \frac{\partial u_z}{\partial y} \\
u_z &= u_z(x, y)
\end{aligned} \tag{2.66}$$

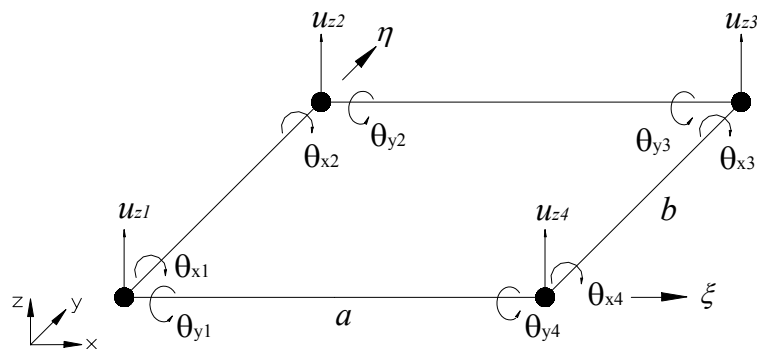
e as deformações podem ser escritas em termos dos deslocamentos transversais  $u_z$  segundo as expressões, Timoshenko (1970):

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial u_y}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \\
\varepsilon_{xy} &= \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} = -z 2 \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial y}
\end{aligned} \tag{2.67}$$

Para um elemento de placa com quatro nós, onde, cada nó possui um deslocamento transversal  $u_z$  na direção  $z$ , uma rotação  $\theta_x$  em torno do eixo  $y$  e uma rotação  $\theta_y$  em torno do eixo  $x$ , pode-se escrever o vetor campo de deslocamentos  $\{U\}$  do elemento, na forma indicada na equação (2.68).

$$\{U\} = \{u_{z1} \ \theta_{x1} \ \theta_{y1} \ u_{z2} \ \theta_{x2} \ \theta_{y2} \ u_{z3} \ \theta_{x3} \ \theta_{y3} \ u_{z4} \ \theta_{x4} \ \theta_{y4}\} \tag{2.68}$$

cujas direções positivas estão indicadas na figura (2.7).



**Figura 2.7: Elemento de placa retangular**

sendo  $\xi$  e  $\eta$  as coordenadas generalizadas do elemento em função, respectivamente, das coordenadas globais  $x$  e  $y$ . O comprimento e a largura do elemento são, respectivamente,  $a$  e  $b$ . Przemieniecki (1968) apresenta a seguinte função de interpolação  $[N_u]$  para os deslocamentos do elemento de placa:

$$[N_u]^T = \begin{bmatrix} 1 - \xi\eta - (3 - 2\xi)\xi^2(1 - \eta) - (1 - \xi)(3 - 2\eta)\eta^2 \\ (1 - \xi)\eta(1 - \eta)^2 b \\ -\xi(1 - \xi)^2(1 - \eta)a \\ (1 - \xi)(3 - 2\eta)\eta^2 + \xi(1 - \xi)(1 - 2\xi)\eta \\ -(1 - \xi)(1 - \eta)\eta^2 b \\ -\xi(1 - \xi)^2 \eta a \\ (3 - 2\xi)\xi^2 \eta - \xi\eta(1 - \eta)(1 - 2\eta) \\ -\xi(1 - \eta)\eta^2 b \\ (1 - \xi)\xi^2 \eta a \\ (3 - 2\xi)\xi^2(1 - \eta) + \xi\eta(1 - \eta)(1 - 2\eta) \\ \xi\eta(1 - \eta)^2 b \\ (1 - \xi)\xi^2(1 - \eta)a \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

Usando a relação entre deformação e deslocamento apresentada na equação (2.67) e retomando a equação (2.21), obtêm-se:

$$\varepsilon = L_u \{u\} = L_u [N_u] \{U\} = -z \left\{ \frac{\partial^2 [N_u]}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2 [N_u]}{\partial y^2} \quad 2 \frac{\partial^2 [N_u]}{\partial x \partial y} \right\}^T \{U\} = [B_u] \{U\} \quad (2.70)$$

ou seja,

$$[B_u] = -z \left[ \frac{\partial^2 [N_u]}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2 [N_u]}{\partial y^2} \quad 2 \frac{\partial^2 [N_u]}{\partial x \partial y} \right]^T \quad (2.71)$$

$$[B_u]^T = \begin{bmatrix} (1-2\xi)(1-\eta)\frac{6z}{a^2} & (1-\xi)(1-2\eta)\frac{6z}{b^2} & [1-6\xi(1-\xi)-6\eta(1-\eta)]\frac{2z}{ab} \\ 0 & (1-\xi)(2-3\eta)\frac{2z}{b} & (1-4\eta+3\eta^2)\frac{2z}{a} \\ -(2-3\xi)(1-\eta)\frac{2z}{a} & 0 & -(1-4\xi+3\xi^2)\frac{2z}{b} \\ (1-2\xi)\eta\frac{6z}{a^2} & -(1-\xi)(1-2\eta)\frac{6z}{b^2} & -[1+6\xi(1-\xi)+6\eta(1-\eta)]\frac{2z}{ab} \\ 0 & (1-\xi)(2-3\eta)\frac{2z}{b} & -\eta(2-3\eta)\frac{2z}{a} \\ -(2-3\xi)\eta\frac{2z}{a} & 0 & (1-4\xi+3\xi^2)\frac{2z}{b} \\ -(1-2\xi)\eta\frac{6z}{a^2} & -\xi(1-2\eta)\frac{6z}{b^2} & [1-6\xi(1-\xi)-6\eta(1-\eta)]\frac{2z}{ab} \\ 0 & \xi(1-3\eta)\frac{2z}{b} & \eta(2-3\eta)\frac{2z}{a} \\ -(1-3\xi)\eta\frac{2z}{a} & 0 & -\xi(2-3\xi)\frac{2z}{b} \\ (1-2\xi)(1-\eta)\frac{6z}{a^2} & \xi(1-2\eta)\frac{6z}{b^2} & [-1+6\xi(1-\xi)+6\eta(1-\eta)]\frac{2z}{ab} \\ 0 & \xi(2-3\eta)\frac{2z}{b} & -(1-4\eta+3\eta^2)\frac{2z}{a} \\ -(1-3\xi)(1-\eta)\frac{2z}{a} & 0 & \xi(2-3\xi)\frac{2z}{b} \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

Substituindo as equações (2.69) e (2.72), respectivamente, nas equações (2.27) e (2.29) e integrando nas direções  $y$  e  $z$ , obtém-se a matriz de massa  $[M_s^e]$  e a matriz de rigidez  $[K_s^e]$  do elemento de placa:

$$[M_s^e] = \rho_s a_s b_s t_s \int_0^1 [N_u]^T [N_u] d\xi \quad (2.73)$$

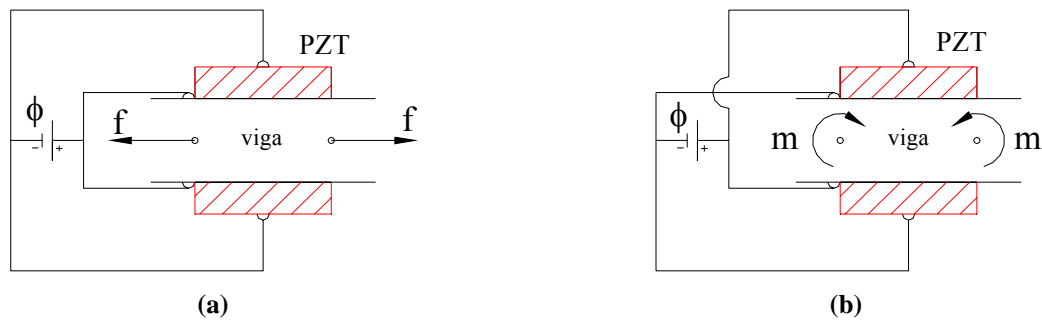
$$[K_s^e] = \frac{E_s t_s^3}{12(1-\nu_s^2) a_s b_s} \int_0^1 [B_u]^T [B_u] d\xi \quad (2.74)$$

Executando a integração na direção  $\xi$  nas equações (2.73) e (2.74) obtém-se as matrizes de massa e de rigidez do elemento de placa, mostradas no Anexo I. As matrizes do elemento piezelétrico são as mesmas apresentadas na seção anterior, pois, neste trabalho os elementos piezelétricos são representados por elementos de viga posicionados entre os nós da estrutura base.

## 2.6 Relações entre Força, Momento, Deformação e Potencial Elétrico

### 2.6.1 Atuadores

Os atuadores piezelétricos podem ser configurados para excitar um sistema longitudinalmente ou com movimentos de flexão. Isto depende da forma como é aplicado o potencial elétrico. Se dois PZTs são fixos nos lados opostos de uma viga e é aplicado um potencial elétrico em fase, figura (2.8a), isto resulta em forças no plano nas extremidades dos atuadores, causando uma excitação longitudinal. Neste caso tem-se um atuador longitudinal.

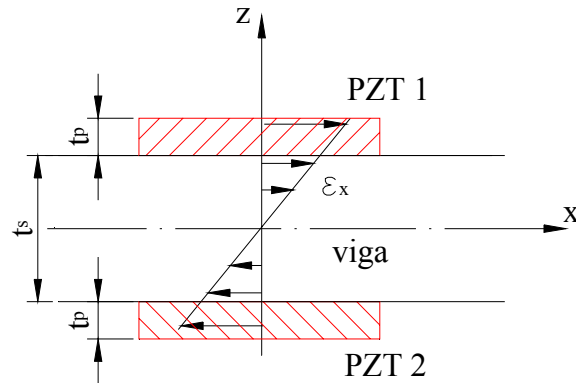


**Figura 2.8: PZTs ligados em fase (a) e em antifase (b)**

Considerando que o sensor piezelétrico está perfeitamente fixado a estrutura base, a equação (2.75) mostra a relação entre o potencial elétrico aplicado e a força,  $f_x$ , gerada por elementos piezelétricos de viga, Brennan et al. (1994).

$$f_x = \phi \left( \frac{2t_s E_s b_s}{6 + \frac{E_s b_s t_s}{E_p b_p t_p}} \right) \frac{d_{31}}{t_p} \quad (2.75)$$

Por outro lado, um atuador de flexão é obtido quando o potencial elétrico é aplicado nos elementos piezelétricos em fases opostas, figura (2.8b). Isto resulta em momentos aplicados nas extremidades dos atuadores, causando deflexão lateral. A figura (2.9) mostra a distribuição de deformações no plano médio de uma viga com um par de PZTs conectados com potencial elétrico à 180° de defasagem.

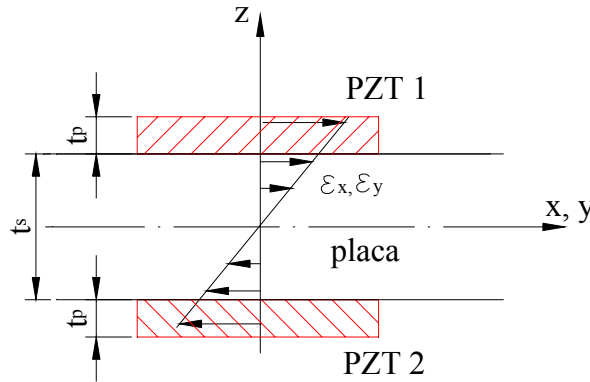


**Figura 2.9: Distribuição de deformações em uma viga com atuadores em flexão**

Brennan et al. (1994) apresenta a seguinte relação entre o momento,  $m_x$ , gerado e o potencial elétrico aplicado para o elemento piezelétrico de viga:

$$m_x = \frac{3E_s I_s d_{31} \phi E_p \left[ \left( \frac{t_s}{2} + t_p \right)^2 - \left( \frac{t_s}{2} \right)^2 \right]}{2 t_p \left\{ E_p \left[ \left( \frac{t_s}{2} + t_p \right)^3 - \left( \frac{t_s}{2} \right)^3 \right] + E_s \left( \frac{t_s}{2} \right)^3 \right\}} \quad (2.76)$$

Assumindo que as propriedades do PZT são iguais nas direções  $x$  e  $y$ , ou seja,  $d_{31} = d_{32}$ , então, para o elemento de placa, figura (2.10), pode-se escrever a seguinte relação entre o momento gerado e o potencial elétrico aplicado, Fuller et al. (1997):



**Figura 2.10: Distribuição de deformações em uma placa com atuadores em flexão**

$$m_x = m_y = \frac{3E_s I_s d_{31} \phi E_p \left[ \left( \frac{t_s}{2} + t_p \right)^2 - \left( \frac{t_s}{2} \right)^2 \right] (1 - \nu_s)}{t_p \left\{ 2E_p \left[ \left( \frac{t_s}{2} + t_p \right)^3 - \left( \frac{t_s}{2} \right)^3 \right] (1 - \nu_s) + 2E_p \left( \frac{t_s}{2} \right)^3 (1 - \nu_p) \right\}} \quad (2.77)$$

sendo  $\nu_s$  e  $\nu_p$ , respectivamente, o coeficiente de Poisson da placa e do material piezelétrico,  $m_x$  o momento gerado em torno do eixo  $y$  e  $m_y$  o momento gerado em torno do eixo  $x$ .

### 2.6.2 Sensores

Conforme mostrado na figura (2.9), quando um sensor/atuador do tipo viga é sujeito a uma flexão, a deformação produzida possui uma distribuição linear ao longo do eixo neutro. Considerando esta configuração e assumindo que o sensor piezelétrico esta perfeitamente fixado a estrutura base, o potencial elétrico gerado pelo sensor pode ser relacionado com sua deformação da seguinte forma, Brennan et al. (1994):

$$\phi_{flex} = \epsilon_x \frac{d_{31} t_p c_{11} b_p a_p}{t_s C_p} \quad (2.78)$$

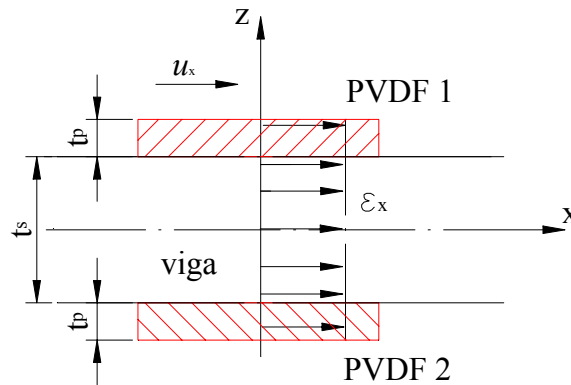
sendo  $\phi_{flex}$  o potencial elétrico gerado pelo sensor em flexão e  $C_p$  a capacitância piezelétrica. Enquanto a constante dielétrica relativa  $C^\sigma$  é uma função apenas das propriedades do material, a

capacitância piezelétrica é um valor dependente das propriedades e das dimensões do material, conforme mostra a equação:

$$C_p = \frac{C^\sigma k_0 A_p}{t_p} \quad (2.79)$$

na qual  $A_p$  e  $t_p$  são, respectivamente, a área da superfície e a espessura do material piezelétrico.

Se o sensor estiver configurado para medir movimento longitudinal, conforme indicado na figura (2.11), a deformação é constante ao longo da seção do sensor.



**Figura 2.11: Distribuição de deformações em uma viga com sensores longitudinais**

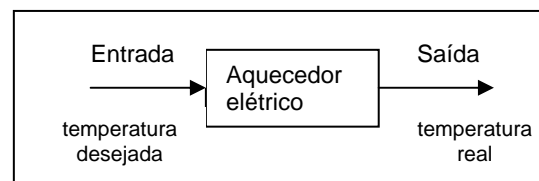
Neste caso, o potencial elétrico gerado pelo sensor é dado pela equação, Brennan et al. (1994):

$$\phi_{lon} = \epsilon_x \frac{d_{31} c_{11} b_p a_p}{C_p} \quad (2.80)$$

sendo  $\phi_{lon}$  o potencial elétrico gerado pelo sensor configurado para sensoriamento longitudinal.

## 2.7 Conceitos Básicos sobre Sistemas de Controle

Uma das partes importantes que compõem a definição de uma estrutura inteligente é a existência de um sistema de controle pré-definido, Ogata (2001). Um sistema pode ser chamado de sistema de controle quando sua saída assume um valor particular pré-definido ou segue uma determinada entrada. Existem duas formas básicas de sistemas de controle: sistemas de controle a malha aberta e sistemas de controle a malha fechada. Para um sistema de controle a malha aberta, a entrada é escolhida com base na experiência, de tal forma que o sistema dê o valor de saída desejado. Esta saída, entretanto, não é modificada de forma a seguir as alterações nas condições de operação. Logo, em um sistema de controle a malha aberta, a saída não tem efeito no sinal de entrada. Estes sistemas têm a vantagem de ser relativamente simples e, em consequência, de baixo custo.

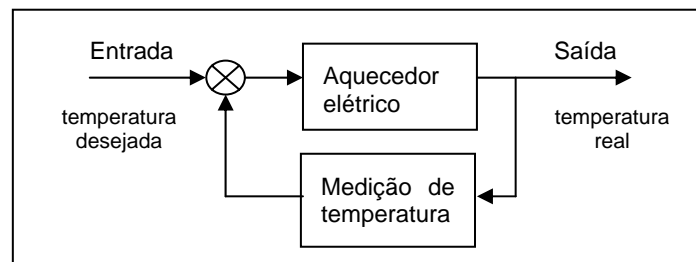


**Figura 2.12: Exemplo de um sistema de controle a malha aberta**

Já um sistema que mantém uma relação preestabelecida entre a grandeza de saída e a grandeza de referência, comparando-as e utilizando a diferença como parâmetro de controle, é dito um sistema de controle com retroação. Estes sistemas de controle com retroação são freqüentemente referidos como sistemas de controle a malha fechada. Na prática, os termos controle com retroação e controle a malha fechada são usados indistintamente. Num sistema de controle a malha fechada, o sinal atuante de erro, que é a diferença entre o sinal de entrada e o sinal de retroação (que pode ser o próprio sinal de saída ou uma função do sinal de saída e de suas derivadas e/ou integrais), interfere no controlador de modo a reduzir o erro e trazer o valor do sinal de saída para o valor desejado.

Uma das vantagens dos sistemas de controle a malha fechada é o fato de que o uso da retroação pode tornar a resposta do sistema relativamente insensível a perturbações externas e a variações internas de parâmetros do sistema. Por outro lado, a estabilidade em sistemas de controle a malha fechada é sempre um grande problema pela tendência em corrigir erros além do necessário, o que pode ocasionar oscilações de amplitude constante ou crescente com o tempo.





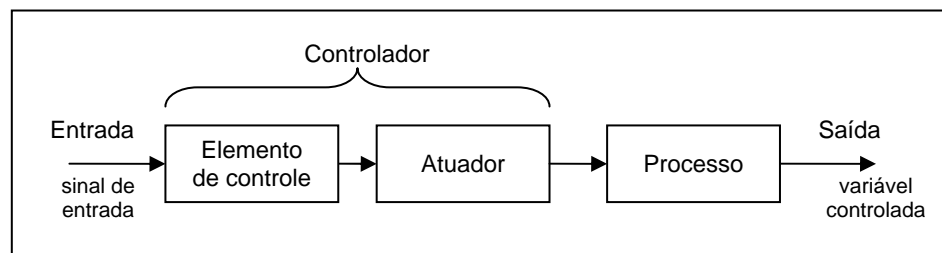
**Figura 2.13: Exemplo de um sistema de controle a malha fechada**

Os sistemas de controle a malha fechada se mostram vantajosos apenas quando estão presentes perturbações e/ou alterações imprevisíveis nos parâmetros de componentes do sistema.

### 2.7.1 Elementos Básicos de um Sistema de Controle a Malha Aberta

Um sistema de controle a malha aberta é constituído por uma série de subsistemas básicos. Estes subsistemas básicos são: os elementos de controle, que determinam a ação que deve ser tomada visando a entrada do sistema de controle; o atuador, que responde ao sinal de saída do elemento de controle e age de forma a levar a variável controlada ao valor desejado; e o processo, que é a operação a ser controlada.

Os dois primeiros subsistemas citados, freqüentemente, fazem parte de um elemento chamado controlador.



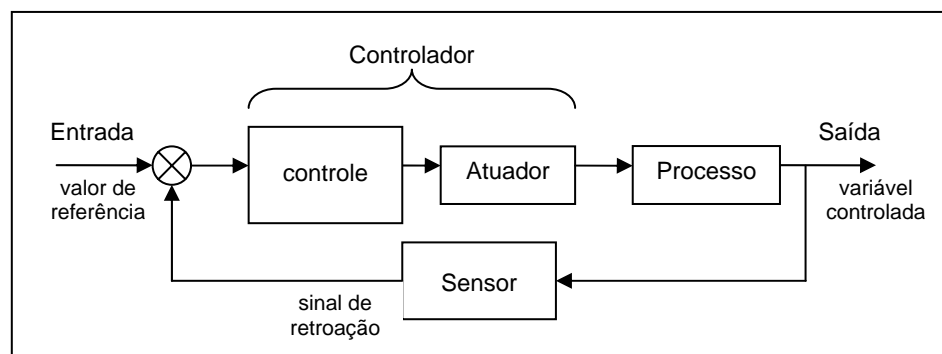
**Figura 2.14: Subsistemas básicos em um sistema de controle a malha aberta.**

Muitos sistemas de controle a malha aberta utilizam um elemento de controle que envia um sinal para iniciar uma ação depois de um intervalo de tempo, ou uma seqüência de sinais para iniciar uma seqüência de ações em instantes de tempo diferentes. O controlador em tais sistemas é essencialmente um dispositivo de chaveamento operado no decorrer tempo.

### 2.7.2 Elementos Básicos de um Sistema de Controle a Malha Fechada

Um sistema de controle a malha fechada também é constituído por subsistemas básicos. A entrada do sistema de controle é o valor desejado da variável e o resultado é o valor real da variável na saída.

Os subsistemas básicos são: os elementos de comparação, que comparam o valor de referência da variável controlada com o valor medido e determina o sinal de erro; os elementos de controle, que decidem a ação que deve ser tomada quando recebem um sinal de erro; o atuador, que provoca uma mudança no processo de forma a corrigir o erro; o processo, que é a operação a ser controlada; e o elemento de medida, que gera um sinal relacionado com a condição da variável que está sendo controlada e fornece um sinal de retroação para o elemento de comparação, para que ele determine se existe um erro.



**Figura 2.15: Os subsistemas básicos em um sistema de controle a malha fechada.**

Uma característica necessária de um sistema de controle a malha fechada é a retroação. Esta é a maneira pela qual o sinal relacionado com a situação real é realimentado para ser comparado com o sinal de referência. A retroação pode ser classificada em dois tipos: retroação negativa e retroação positiva. A retroação é negativa quando o sinal de retroação é subtraído do valor de referência, isto é:

$$\text{Sinal de erro} = \text{Valor de referência} - \text{sinal de retroação}$$

A retroação é positiva quando o sinal de retroação é somado ao valor de referência, isto é:

$$\text{Sinal de erro} = \text{Valor de referência} + \text{sinal de retroação}.$$

## 2.8 Posicionamento de Atuadores e Sensores Piezelétricos

A determinação da localização e do número de atuadores e sensores para finalidade de controle e testes modais é um passo extremamente importante, que se não for bem feito pode afetar o recebimento de sinais e o próprio controle. Em particular, o problema da localização ótima de atuadores e sensores proporciona não só a melhoria do controle estrutural mas, também, minimiza o custo de instrumentação e processamento de sinais devido ao uso de um número reduzido de sensores e atuadores, Papatheodorou et al. (1999).

Diversos autores estudaram o problema de localização ótima de sensores e atuadores no controle ativo de estruturas usando diferentes métodos de otimização e funções objetivos. Um conjunto de autores utiliza uma metodologia conhecida como otimização discreto-contínua, Lopes Jr. et al. (2000b). Em geral se utiliza como função objetivo a minimização da energia mecânica interna da estrutura e do esforço do controlador, como Heverly et al. (2001) que usam como técnica de otimização discreta “simulated annealing”. Nestes casos a maioria dos autores trabalha com problemas de otimização restrita, limitando a amplitude do sinal de controle. Rao and Pan (1991) estudaram otimização discreta utilizando como ferramenta algoritmos genéticos (AG). Furuya e Haftka (1993) usaram AG para encontrar a posição ótima de 8 atuadores em uma estrutura com 1507 posições candidatas. Kirby et al. (1994) usaram AG para solucionar o problema do tamanho e da localização ótima de atuadores para controle de multivariáveis.

Uma aplicação prática interessante foi feita por Simpson e Hansen (1996) que usaram um modelo simples do interior de uma aeronave e determinaram o posicionamento ótimo de atuadores usando AG. De Fonseca et al. (1999) realizaram um estudo comparativo das diferentes técnicas de otimização em um problema de posicionamento de sensores e atuadores no painel de uma aeronave. As duas últimas referências são exemplos de minimização de radiação de som. De Fonseca et al. (1999) encontraram alguns algoritmos clássicos de otimização com elementos aleatórios que podem ser melhores utilizados do que algoritmos genéticos. Gao et al. (2000) posicionam atuadores piezelétricos buscando minimizar a potência acústica irradiada em uma placa fina.

Em geral, variações dos parâmetros dos algoritmos genéticos provocam melhora na convergência da busca, porém, é provável que a melhora dos AG seja um problema específico. Como se percebe nos parágrafos anteriores, algoritmos evolutivos nos dias atuais são amplamente utilizados para problemas de otimização de posicionamento, entretanto técnicas

clássicas também podem fornecer bons resultados. Nesta linha se destacam Gabbert et al. (1997), que apresentaram uma técnica baseada nos métodos clássicos de otimização para determinar a localização de atuadores em estruturas inteligentes por otimização discreta-contínua. Jia (1990) utiliza, por sua vez, o método de Newton para otimização do posicionamento e tamanho da cerâmica piezelétrica na estrutura base, porém trabalha com a solução analítica do modelo de viga de Euler-Bernoulli, podendo ser uma técnica de difícil aplicação em estruturas com geometria mais complexa. Hiramoto et al. (2000) usam o método *Quasi-Newton* para localizar em pontos ótimos dois atuadores piezelétricos em uma viga simplesmente apoiada. Como função objetivo é usado a minimização da função de transferência à malha fechada do sistema. Outra ferramenta clássica de otimização utilizada é a programação sequencial quadrática, Li et al. (2001) e Lopes Jr. et al. (2002b).

Outra classe de autores prefere utilizar como função objetivo medidas das matrizes gramianas de controlabilidade e observabilidade para realizar um mapeamento do posicionamento de atuadores e sensores, respectivamente. Han e Lee (1999) mostram que maximização de propriedades destas matrizes, como traços e autovalores, pode ser utilizada eficientemente em problemas de posicionamento de sensores e atuadores piezelétricos em estruturas do tipo placa. Sadri et al. (1999) usam maximização da matriz gramiana de controlabilidade como função objetivo para otimização do tamanho de atuadores em uma placa, usando como técnica AG.

Panossian et al. (1998) utilizam normas de sistemas como função objetivo. Os autores localizam 4 atuadores e cerca de 340 sensores no módulo Z1 da Estação Espacial Internacional, figura (1.6a), entre mais de 10000 posições candidatas, usando como critério de desempenho a norma  $H_2$ . Apesar desta aplicação prática ilustrar as vantagens da metodologia, poucos autores usam normas como índice de posicionamento. Gawronski (1998) mostra maiores detalhes desta metodologia.

O presente trabalho verifica a influência dos elementos piezelétricos incorporados em posições definidas através de técnicas de posicionamento ótimo de sensores e atuadores apresentadas em Lopes Jr. et al. (2000b) e Rocha et al. (2004a). Os itens (2.8.1) e (2.8.2) deste capítulo, fornecem uma breve descrição da metodologia empregada por estes autores.

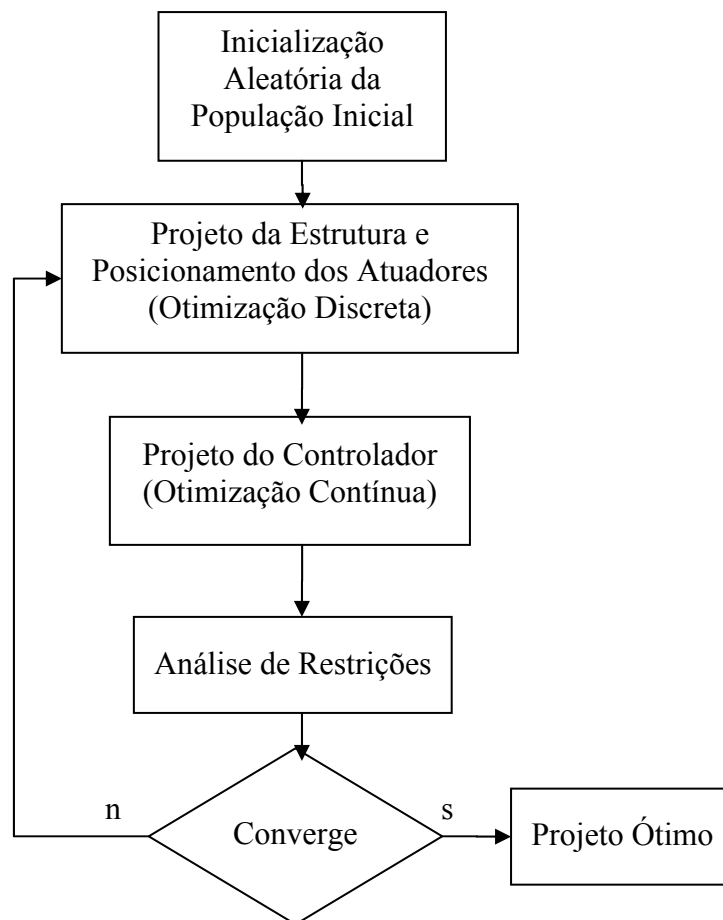
### 2.8.1 Otimização Discreto-Contínua

O procedimento proposto por Lopes Jr. et al. (2000b) para estruturas inteligentes requer a determinação simultânea do posicionamento ótimo dos sensores e atuadores ao longo da estrutura e das matrizes de ganho do controlador. Nesta metodologia o problema é dividido em dois laços de otimização: um externo correspondendo a posição do atuador, sendo caracterizado por um problema de otimização discreta e um laço interno correspondendo a otimização contínua do controlador.

O problema da otimização discreta do posicionamento dos atuadores é solucionado utilizando-se o método dos Algoritmos Genéticos (AG). Este método é baseado na teoria biológica da evolução das espécies de Darwin, Goldberg (1989), sendo o princípio básico desta técnica a idéia de que, a partir de uma população inicial capaz de evoluir ao longo de várias gerações surgirá um indivíduo, em uma dada geração futura, melhor adaptado a uma função de avaliação específica. Os indivíduos da população inicial podem ser gerados de maneira aleatória.

Um programa baseado em algoritmos genéticos utiliza quatro operadores principais: avaliação; seleção; cruzamento e mutação. O segundo laço deste programa tem como parte de sua função de adequação o problema de otimização dos ganhos contínuos dos controladores, que assumem diferentes contornos para cada indivíduo da população analisada. O processo de otimização pode ser representado pelo fluxograma mostrado na figura (2.16).

A otimização discreta se mostra eficiente para casos em que se tem um número fixo e reduzido de sensores/atuadores. Entretanto, apesar de todos os cuidados com o tempo de processamento, não é recomendável para aplicações em estruturas complexas com um grande número de posições para alocação de sensores e atuadores. A limitação do processo de otimização contínua está relacionada a não garantia da obtenção de um controle ótimo para o problema, face à complexidade das equações envolvidas. Isto pode comprometer todo o processo de otimização discreta, uma vez que esta depende diretamente do resultado da otimização contínua, Pereira (2003).



**Figura 2.16: Fluxograma esquemático do problema de otimização discreto-contínuo**

Apesar das limitações da otimização discreto-contínua, pode-se dizer que a metodologia permite a obtenção de soluções eficientes a um custo computacional aceitável, porém, outras metodologias como, por exemplo, técnicas híbridas podem ser indicadas para problemas envolvendo sistemas de alta ordem.

### 2.8.2 Uso da Norma $H_\infty$ no Posicionamento de Sensores e Atuadores

Normas de sistemas fornecem uma medida do “tamanho” de sistemas e de seus modos e são, em geral, excelentes critérios de desempenho para problemas de controle, redução de modelos e posicionamento de atuadores e sensores. Um sistema dinâmico é “pequeno” caso sua função de transferência  $H(\omega)$  possua pequenas magnitudes em todos os seus modos. Uma norma que quantifica esta medida para sistemas SISO (*Single Input – Single Output*) é chamada de norma  $H_\infty$  de  $H(\omega)$ . Podem-se utilizar outras normas, como exemplo a norma Hankel e a norma

$H_2$ . Porém no trabalho de Rocha et al. (2004a) a ênfase é dada ao uso da norma  $H_\infty$ . Segundo esta metodologia, o problema de localização ótima de sensores e atuadores pode ser interpretado em determinar o posicionamento de um pequeno conjunto de atuadores e sensores tal que a norma  $H_\infty$  do sistema seja o mais próximo possível da norma do sistema caso se utilizasse um conjunto grande de sensores e atuadores.

Considerando um sistema estável a norma  $H_\infty$  é definida como, Burl (1999):

$$\|H\|_\infty = \max_{\omega} \sigma_{\max}(H(\omega)) \quad (2.81)$$

sendo  $\sigma_{\max}(H(\omega))$  o maior valor de  $H(\omega)$ . A norma  $H_\infty$  de um sistema SISO é a magnitude do maior pico da função de transferência  $H(\omega)$ .

A metodologia estudada no trabalho de Rocha et al. (2004a) é simples de ser implementada em comparação com outros métodos citados na literatura, além de ser eficiente para um grande conjunto de posições candidatas. Outra vantagem é a sua clara interpretação física.

## Capítulo 3

### **METODOLOGIA**

---

#### **3.1 O Programa SMARTSYS**

Uma das contribuições deste trabalho é o desenvolvimento de um programa para modelagem de estruturas com sensores e atuadores piezelétricos acoplados, denominado SMARTSYS. O programa, implementado em ambiente MATLAB<sup>®</sup>, é construído de forma modular a fim de permitir a implementação de algoritmos de controle e a modelagem de novos tipos de elementos.

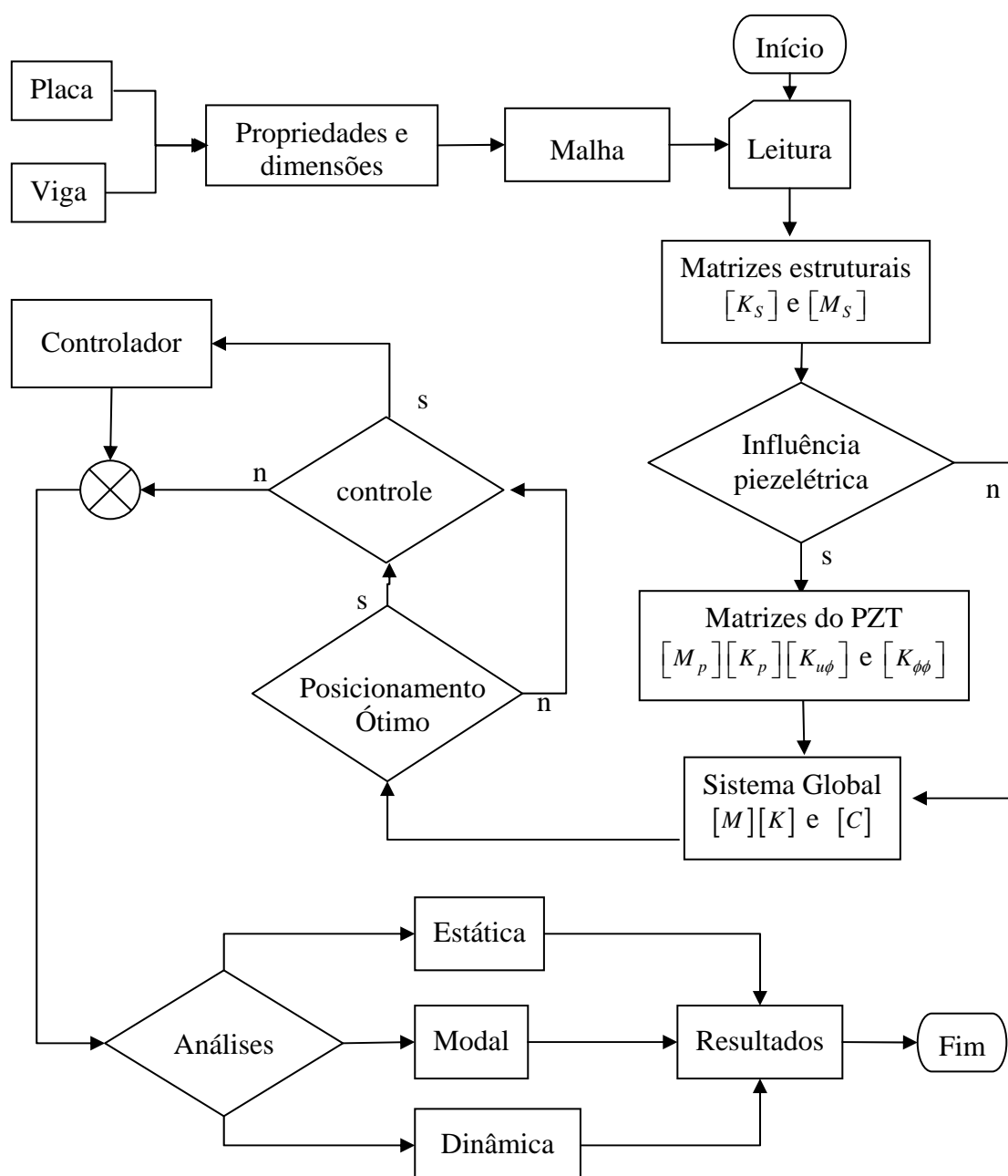
Os três principais módulos do programa SMARTSYS são:

- **Pré-processamento:** Esta é a fase de entrada de dados, onde são fornecidas as propriedades físicas e geométricas da estrutura. O módulo também permite a definição e geração automática das malhas de elementos finitos necessárias para a solução dos problemas;
- **Solução:** Nesta fase são definidas as condições de contorno; realizado o cálculo das matrizes dos elementos estruturais e dos elementos piezelétricos; definido o sistema global de coordenadas e montadas as matrizes globais da estrutura. Podem ser realizadas aplicações para sistemas de controle e análises do tipo estática, modal e dinâmica. A análise estática permite a aplicação de carregamentos estáticos na estrutura; a análise modal proporciona o cálculo de modos de vibrar e frequências naturais; e a análise dinâmica pode ser realizada no domínio da frequência, através do cálculo da Função de Resposta em Frequência (FRF), ou no domínio do tempo, com a aplicação de carregamentos impulsivos, senoidais e aleatórios.
- **Pós-processamento:** Este módulo apresenta os resultados das análises. Permite a visualização da estrutura deformada e dos valores numéricos dos deslocamentos após a



análise estática, das frequências naturais e dos modos de vibrar da estrutura após a análise modal e da FRF ou da resposta no domínio do tempo após a análise dinâmica.

O programa SMARTSYS possui ainda interfaces gráficas para pré-processamento, solução e pós-processamento, criadas para torná-lo amigável e interativo. A figura (3.1) apresenta o fluxograma resumido do programa SMARTSYS.



**Figura 3.1: Fluxograma do programa SMARTSYS**

A seguir, é descrito o funcionamento do programa SMARTSYS através da apresentação de suas interfaces gráficas.

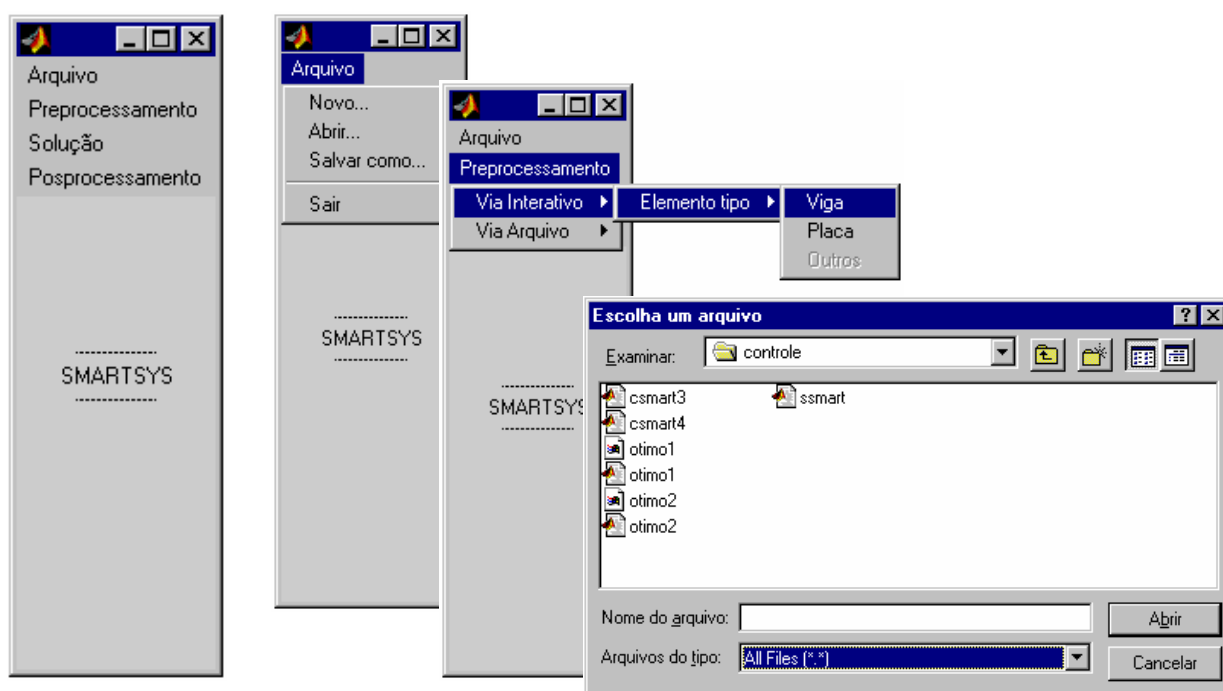
### 3.1.1 Pré-Processamento

As figuras (3.2) e (3.3) mostram, respectivamente, a tela de inicialização do programa SMARTSYS e o menu principal do programa, contendo as opções para a realização do pré-processamento, solução e pós-processamento.

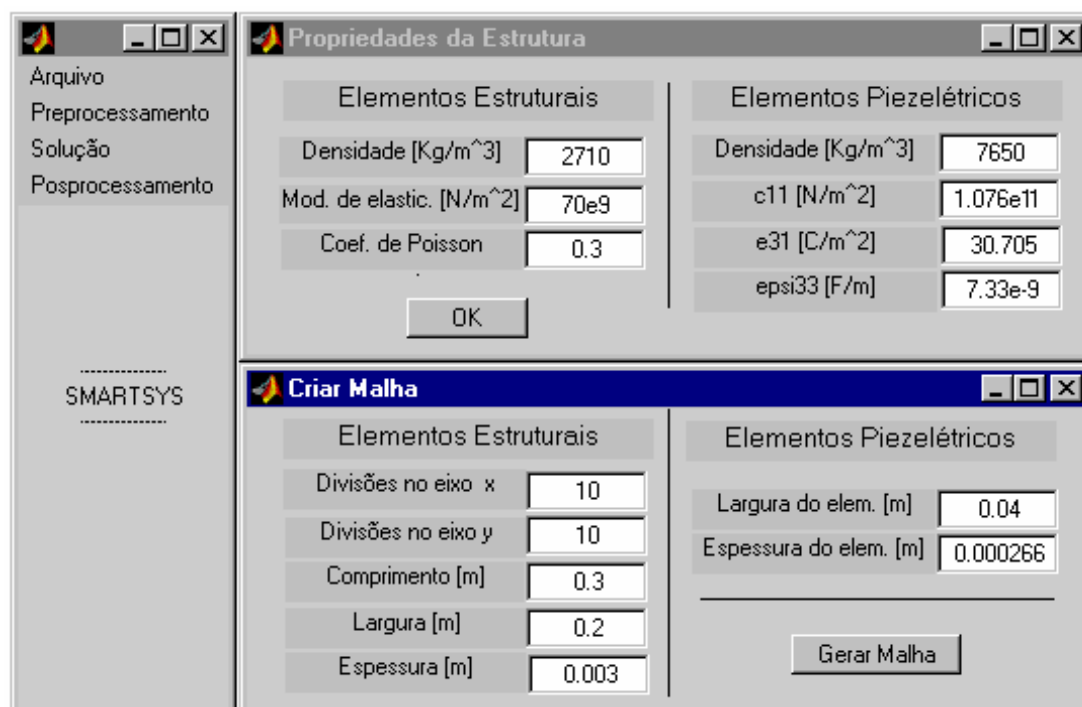


**Figura 3.2: Tela de inicialização do programa SMARTSYS**

A opção “Arquivo” indicada na figura (3.3) permite que dados sejam salvos ou lidos em qualquer fase do pré-processamento, solução e pós-processamento. Durante o pré-processamento, a entrada de dados pode ser realizada através da leitura de um arquivo de dados, ou interativamente, através da tela mostrada na figura (3.4).

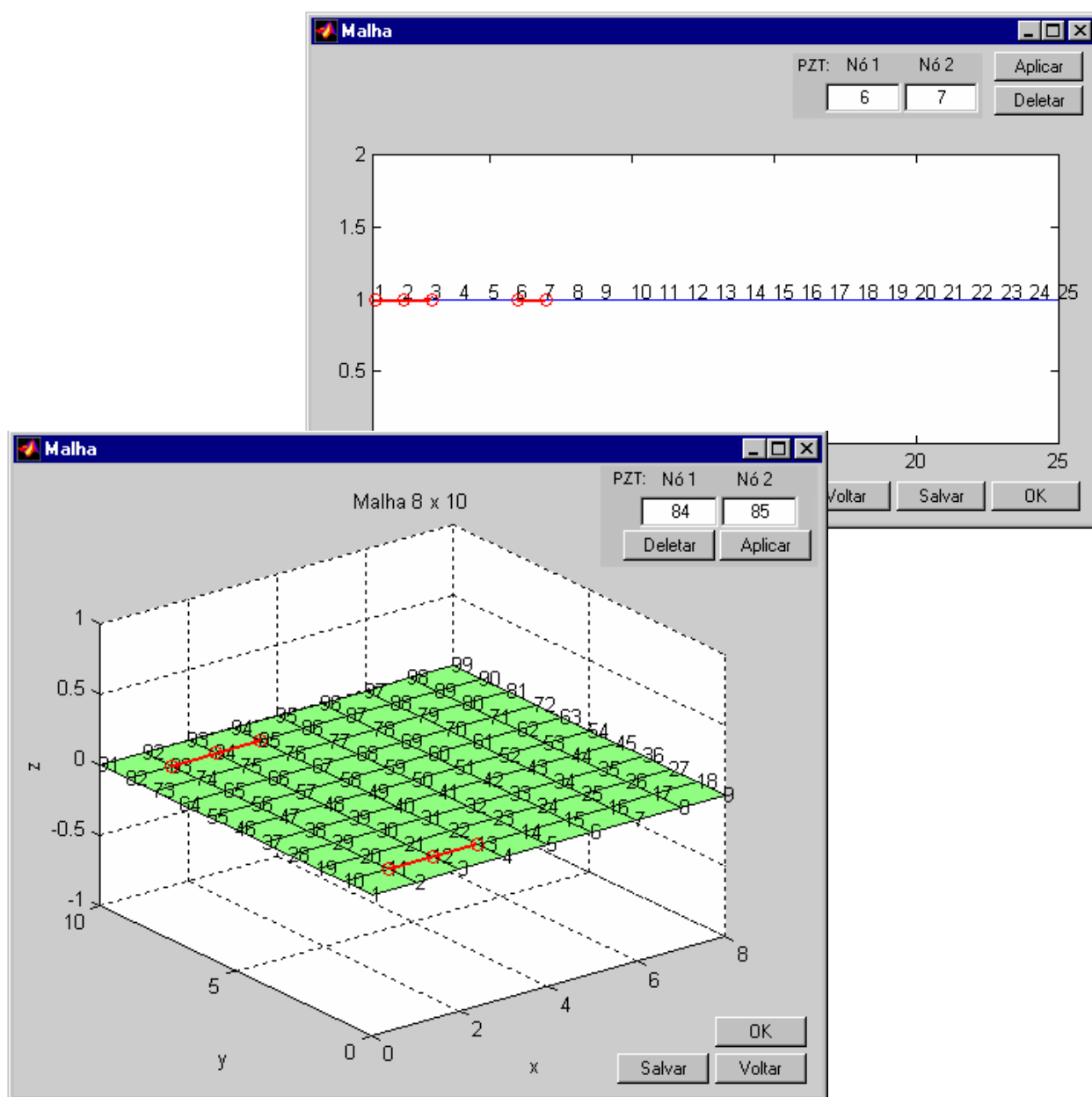


**Figura 3.3: Menu principal e opções para entrada de dados**



**Figura 3.4: Interfaces gráficas para definição das propriedades e dimensões da estrutura**

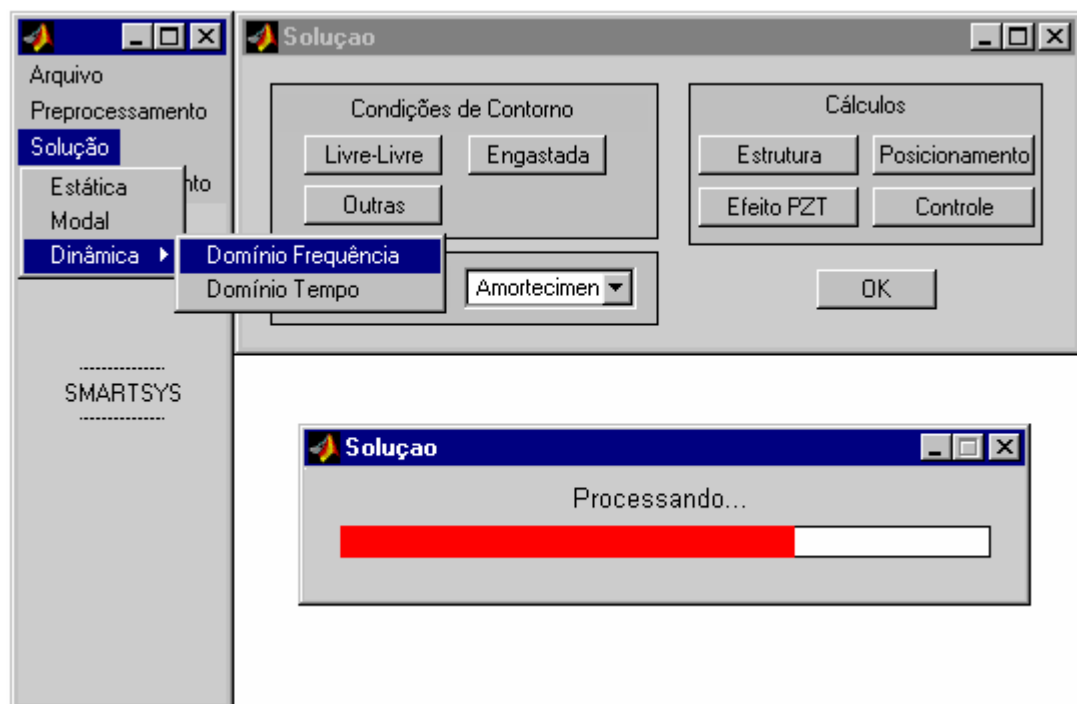
Definidas as propriedades físicas e geométricas da estrutura, é gerada a malha desejada. Os elementos piezelétricos do tipo viga podem ser acoplados entre os nós de estruturas do tipo viga ou placa, através das interfaces gráficas mostradas na figura (3.5).



**Figura 3.5: Interface gráfica para visualização da malha e acoplamento de PZTs**

### 3.1.2 Solução

A figura (3.6) mostra o módulo de solução, onde são definidas as condições de contorno, realizado o cálculo das matrizes dos elementos estruturais e dos elementos piezelétricos e montadas as matrizes globais da estrutura. Neste módulo podem ser aplicadas técnicas para posicionamento ótimo de sensores/atuadores, técnicas de controle e análises do tipo estática, modal e dinâmica.



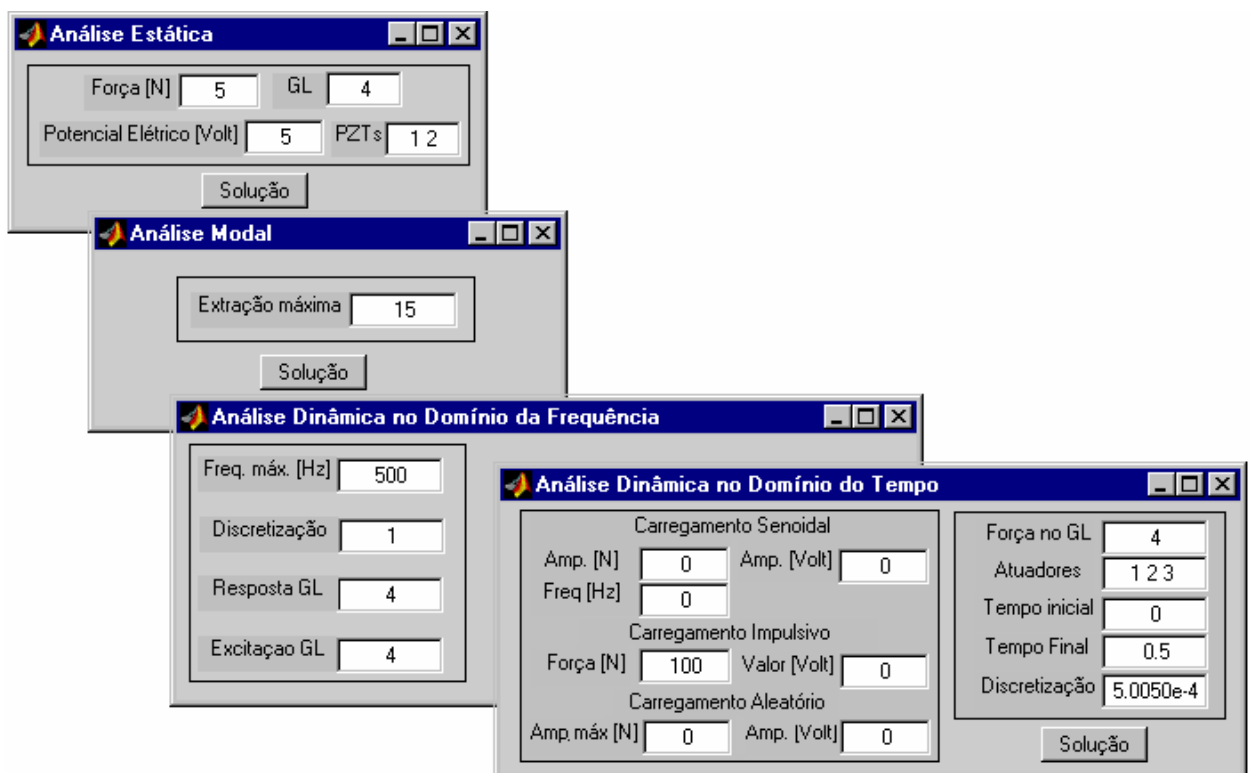
**Figura 3.6: Interface gráfica para solução do sistema**

Para análise das aplicações numéricas neste trabalho, foram acoplados ao módulo de solução do programa um controlador PD e um controlador LQR, descrito em Rocha et al. (2004b). Entretanto, diversos tipos de controladores podem ser implementados no programa SMARTSYS, pois o programa foi desenvolvido de forma modular para implementação de novas rotinas.

A figura (3.7), apresenta as interfaces gráficas para entrada de parâmetros referentes ao tipo de análise escolhida, a saber:

- Estática: A análise estática exige que o usuário defina o valor do carregamento estático e os graus de liberdade (GL) nos quais ele será aplicado.

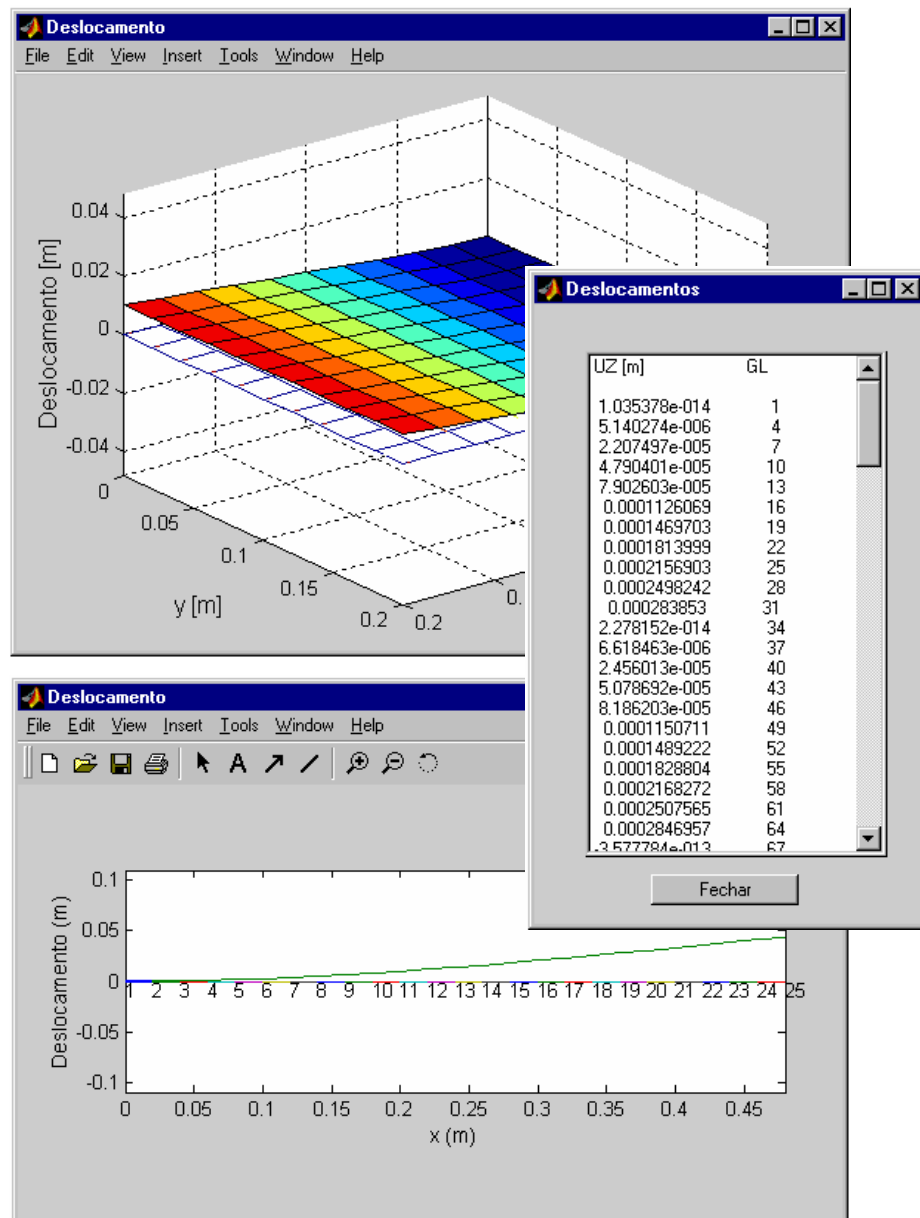
- **Modal:** Para realizar a análise modal é preciso que o usuário indique o número de modos de vibrar e de frequências naturais a serem visualizadas.
- **Dinâmica:** A análise dinâmica no domínio da frequência consiste no cálculo da FRF. Para tanto, deve ser definida a frequência máxima de aquisição, seu intervalo de discretização e os graus de liberdade para excitação e medida. A resposta da estrutura no domínio do tempo pode ser verificada após a definição do tipo de carregamento (impulsivo, senoidal ou aleatório), dos graus de liberdade nos quais ele será aplicado, do tempo de aquisição e sua discretização. O cálculo dos deslocamentos, velocidades e acelerações da estrutura é realizado empregando o método numérico de Newmark. O potencial elétrico aplicado pelos atuadores é calculado através das relações entre força e potencial elétrico, equação (2.75), ou momento e potencial elétrico, equação (2.76).



**Figura 3.7: Interfaces para definição dos parâmetros da análise**

### 3.1.3 Pós-Processamento

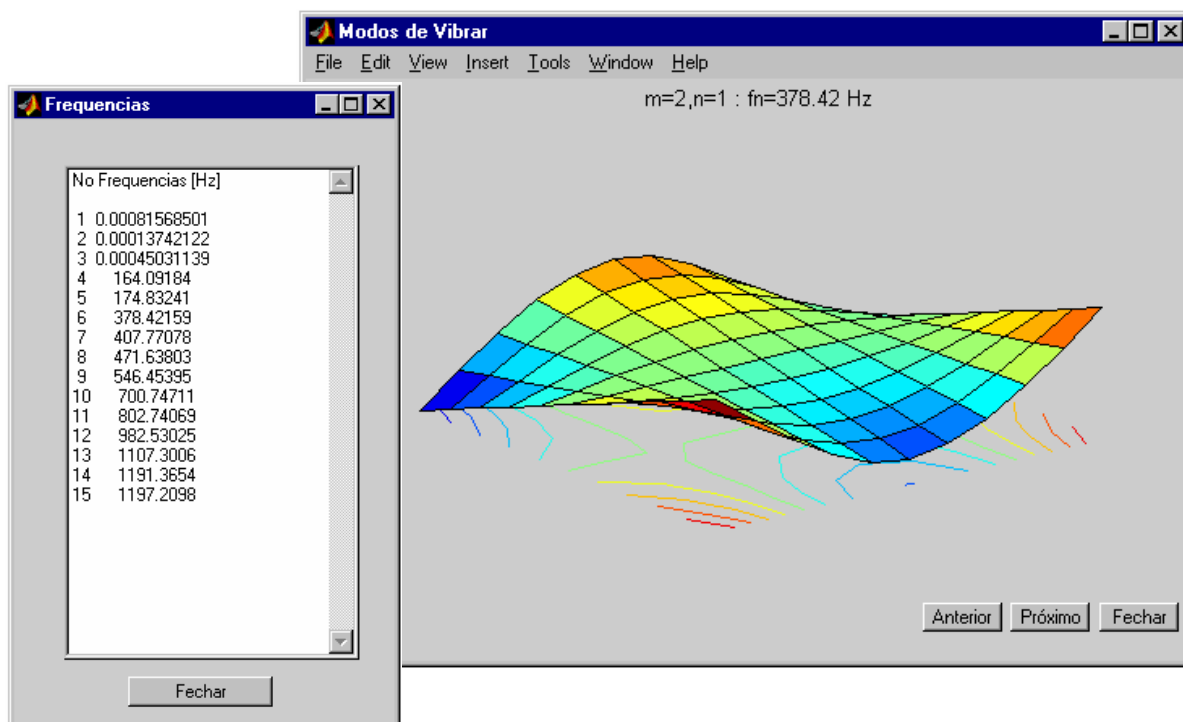
Entre as opções de pós-processamento podem ser verificados os valores dos deslocamentos e a geometria da estrutura deformada após a realização da análise estática, conforme mostra a figura (3.8).



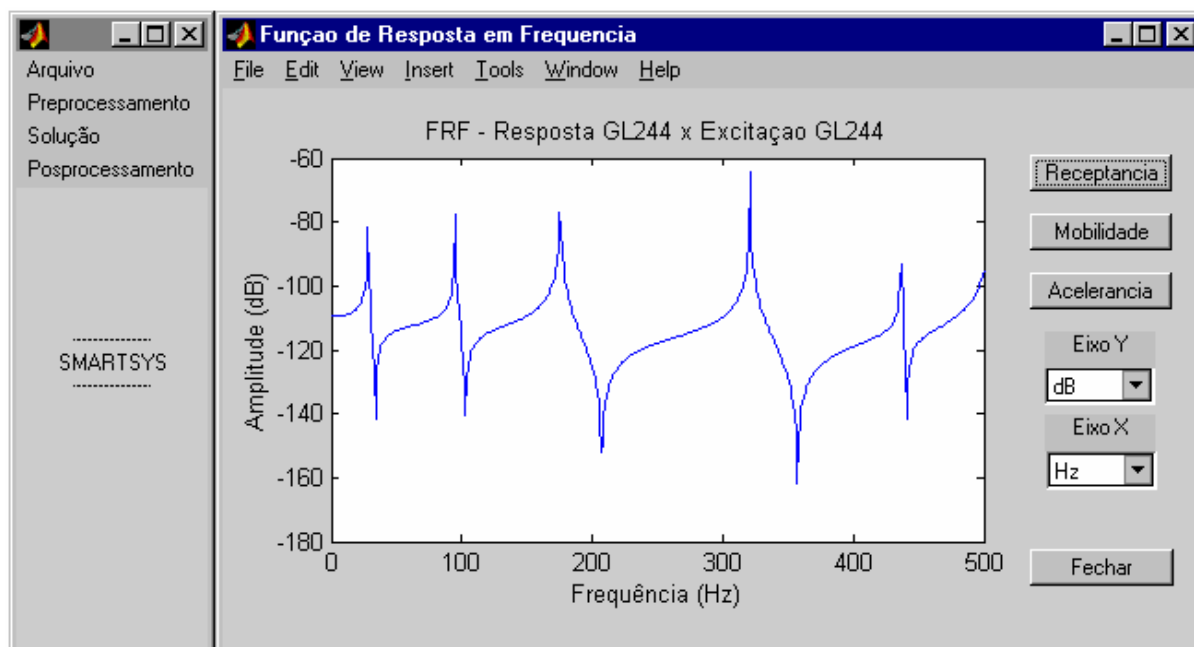
**Figura 3.8: Deslocamentos e geometria da estrutura deformada após carregamento estático**

Os modos de vibrar e os valores das frequências naturais da estrutura, calculados durante a análise modal são apresentados conforme mostrado na figura (3.9). A Função de Resposta em

Frequência (FRF) da estrutura em termos de receptância, mobilidade e aceleração é apresentada através da interface gráfica mostrada na figura (3.10).



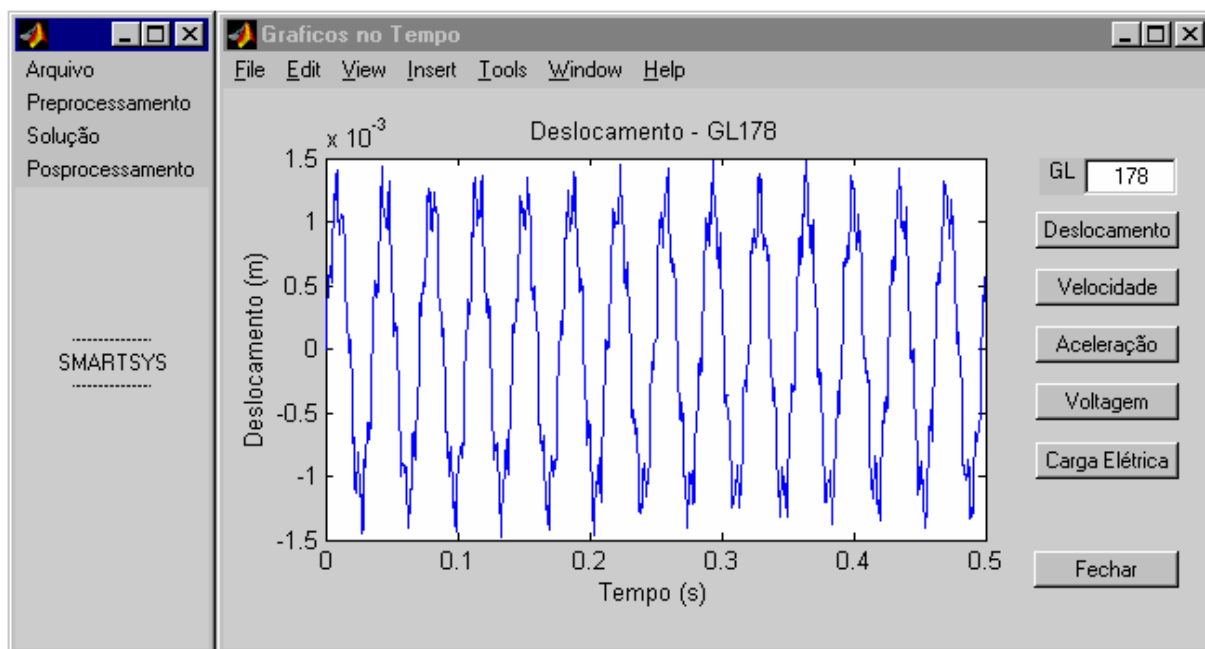
**Figura 3.9: Interface para apresentação dos modos de vibrar e frequências naturais**



**Figura 3.10: Interface para apresentação das FRFs.**



Os deslocamentos, velocidades e acelerações da estrutura e o potencial elétrico gerado pelos sensores piezelétricos, são apresentados pela interface gráfica mostrada na figura (3.11).



**Figura 3.11: Interface para apresentação da resposta da estrutura no domínio do tempo**

O potencial elétrico gerado pelos sensores piezelétricos é calculado através das relações entre deformação mecânica e potencial elétrico apresentadas nas equações (2.78) e (2.79).

## 3.2 Organização dos Resultados

Para avaliar a metodologia proposta diferentes testes numéricos são mostrados no Capítulo 4. São apresentados modelos de estruturas do tipo viga e placa. Para cada modelo é inicialmente estudado o comportamento do elemento estrutural e em seguida, a influência dos elementos piezelétricos incorporados em posições definidas através de técnicas de posicionamento ótimo de sensores e atuadores. As análises incluem aplicações dos controladores PD e LQR. As aplicações de controle buscam quantificar o efeito do acoplamento eletromecânico na modelagem dos sistemas. Os resultados do programa SMARTSYS são comparados com os resultados do programa ANSYS®.

Desenvolvido pela ANSYS, Inc., o programa ANSYS® é um software de aplicação em análise de problemas de engenharia através do método dos elementos finitos. O programa

oferece avançados recursos para análises estruturais estáticas e dinâmicas, análise de sistemas lineares e não lineares, análises de transferência de calor e fluidos, eletromagnéticas, piezelétricas e acústicas. Conta com um arquivo com mais de 100 tipos de elementos que o torna capaz de realizar uma vasta gama de simulações necessárias ao ambiente de projeto. Possui recursos gráficos para pré e pós-processamento, geração de malha e otimização estrutural.

Por estas características e por ser o programa comercial de análise por elementos finitos disponível nos laboratórios da UNESP/Feis, o programa ANSYS® versão 7.0 foi a ferramenta escolhida para análise e comparação de resultados neste trabalho.

O programa ANSYS® versão 7.0 não fornece a opção de incorporação do efeito piezelétrico em elementos do tipo viga, entretanto, possui outros tipos de elementos que permitem a análise de problemas da piezeletricidade, como por exemplo o elemento sólido, denominado SOLID5, de 8 nós com graus de liberdade relacionados a potencial elétrico e deslocamento nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

A validação do modelo matemático dos sistemas eletromecânicos é realizada através de testes experimentais no Capítulo 5, onde, as etapas do ambiente de projeto experimental são descritas em detalhes para os casos de estruturas do tipo viga e placa. Finalmente, são apresentadas as conclusões sobre os modelos propostos e os procedimentos de projeto.

# Capítulo 4

## APLICAÇÃO NUMÉRICA

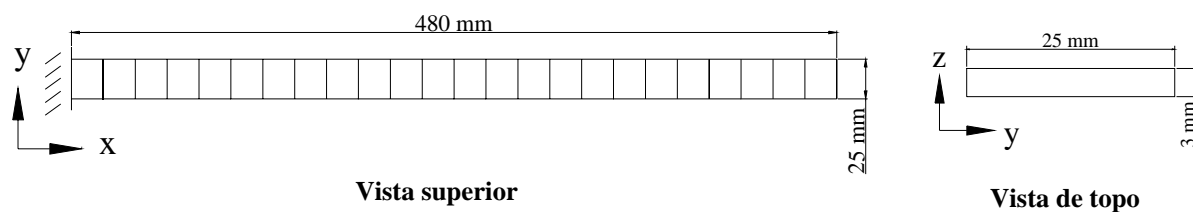
Neste capítulo são apresentados modelos de estruturas do tipo viga e placa. Para cada modelo é inicialmente estudado o comportamento do elemento estrutural e em seguida, a influência dos elementos piezelétricos incorporados em posições definidas através de técnicas de posicionamento ótimo de sensores e atuadores. Para verificar a validade dos modelos, os resultados do programa SMARTSYS são comparados com os resultados do programa ANSYS®, versão 7.0. Posteriormente, são realizadas aplicações de controle para que os resultados possam ser avaliados de forma quantitativa.

### 4.1 Viga Engastada-Livre

A estrutura modelada consiste de uma viga de alumínio na condição engastada-livre. No programa SMARTSYS a viga é discretizada em 24 elementos de viga com graus de liberdade de deslocamento na direção  $z$  e rotação em torno do eixo  $y$ . A tabela (4.1) apresenta as dimensões e as propriedades da viga. A figura (4.1) apresenta o desenho esquemático da viga engastada. Nas simulações realizadas as constantes de proporcionalidade empregadas para o amortecimento foram respectivamente  $\alpha = 10^{-6}$  e  $\beta = 0$ .

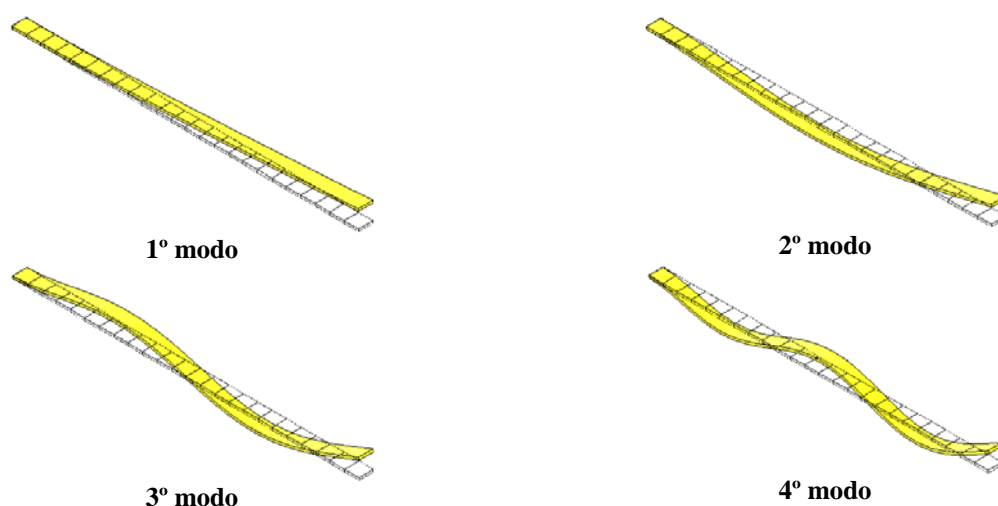
**Tabela 4.1: Dimensões e propriedades da viga**

Parâmetro	Valor
Módulo de Young (GPa)	70
Coefficiente de Poisson	0.3
Densidade ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	2710
Comprimento (mm)	480
Largura (mm)	25
Espessura (mm)	3



**Figura 4.1: Desenho esquemático da viga**

Empregando o programa ANSYS<sup>®</sup>, são construídos dois modelos, a saber: (1) discretizado em 24 elementos de viga com graus de liberdade de deslocamento nas direções  $x$ ,  $y$  e rotação no eixo  $y$  (BEAM3); (2) discretizado em 24x1 elementos sólidos de 8 nós, com graus de liberdade de deslocamento nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , e rotação nos eixos  $x$  e  $y$  (SOLID73). A figura (4.2) apresenta, os quatro primeiros modos de vibrar da viga.



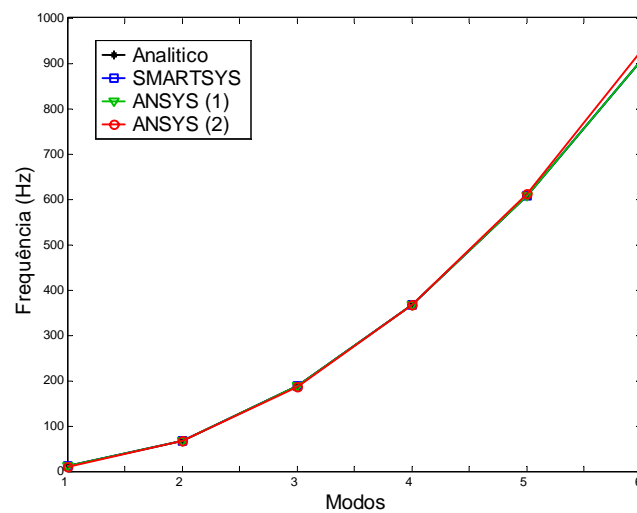
**Figura 4.2: Modos de vibrar – ANSYS<sup>®</sup> (2)**

A tabela (4.2) apresenta os valores das 6 primeiras frequências naturais dos modelos e as diferenças percentuais em relação aos valores analíticos (Inman, 1996). Os valores da tabela (4.2) são apresentados na forma de gráfico nas figuras (4.3) e (4.4).

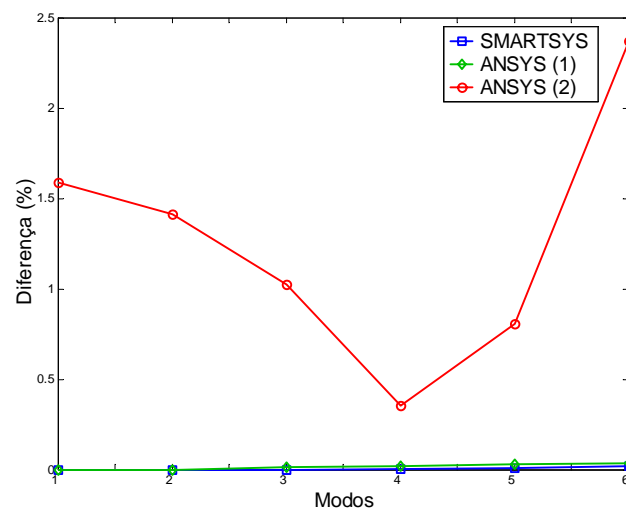
**Tabela 4.2: Frequências naturais e diferenças percentuais -  $(f_n / f_{n\_analítica} - 1)100$**

Modos	*Analítico $f_n$ (Hz)	SMARTSYS $f_n$ (Hz)	Diferença %	ANSYS(1) $f_n$ (Hz)	Diferença %	ANSYS(2) $f_n$ (Hz)	Diferença %
1	10.69	10.69	0.0000	10.69	0.0000	10.52	1.5903
2	66.99	66.99	0.0000	66.99	0.0000	66.04	1.4122
3	187.58	187.58	0.0000	187.56	0.0107	185.66	1.0236
4	367.59	367.60	0.0027	367.52	0.0190	366.29	0.3537
5	607.66	607.70	0.0066	607.48	0.0296	612.55	0.8047
6	907.73	907.90	0.0187	907.41	0.0353	929.23	2.3685

\*Inman (1996).



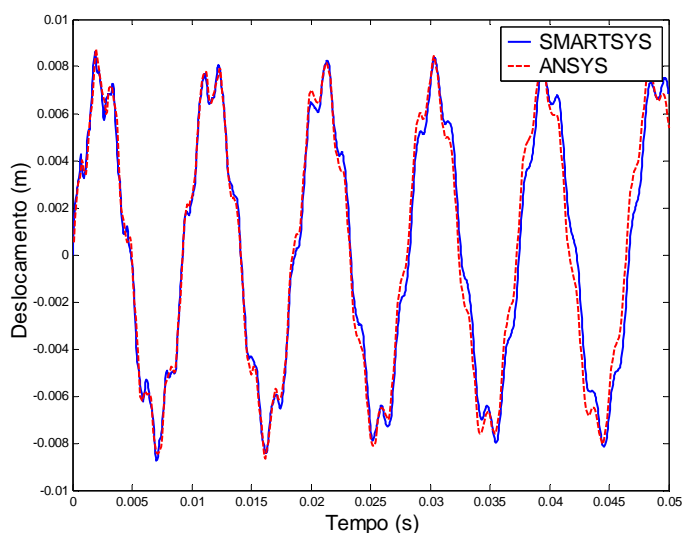
**Figura 4.3: Frequências naturais em função dos modos**



**Figura 4.4: Diferenças em relação aos valores analíticos em função dos modos**

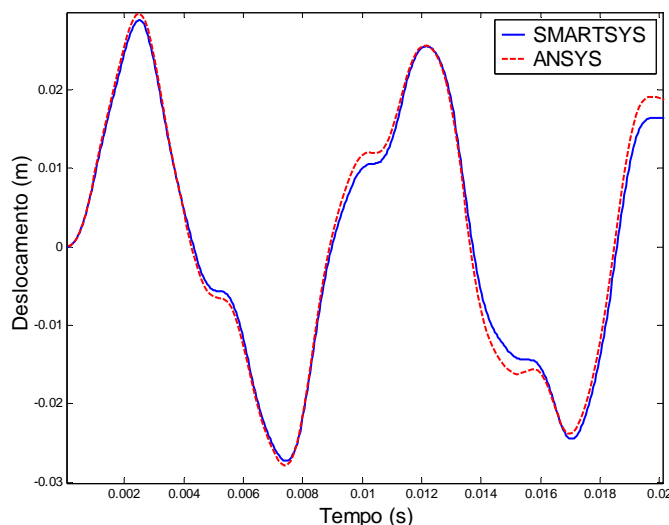
As diferenças nos valores das 6 primeiras frequências naturais apresentadas pelas estruturas modeladas com elementos de viga, comparadas com os resultados analíticos, são menores que 0.02 % nos resultados apresentados pelo programa SMARTSYS e menores que 0.04 % nos resultados do programa ANSYS®, enquanto o modelo construído com elementos sólidos, apresenta uma diferença de 2.37 % no valor da sexta frequência natural, em relação ao valor analítico.

Uma análise no domínio do tempo, da estrutura modelada no programa SMARTSYS e do modelo (2) do programa ANSYS®, é apresentada pela figura (4.5), que mostra os deslocamentos da extremidade livre da viga após a aplicação de um carregamento impulsivo de 10 N.



**Figura 4.5: Resposta no tempo à entrada impulsiva**

Os deslocamentos da extremidade livre da viga após a aplicação de um carregamento senoidal com amplitude de 5 N e frequência de 30 Hz são apresentados na figura (4.6).



**Figura 4.6: Resposta no tempo à entrada senoidal**

Analisando as figuras (4.5) e (4.6) verifica-se que os resultados dos programas SMARTSYS e ANSYS<sup>®</sup> apresentaram boa concordância. Embora tenha sido utilizada uma versão recente do programa ANSYS<sup>®</sup>, existem limitações para o emprego do elemento piezelétrico. O referido programa permite apenas a implementação do efeito piezelétrico no elemento sólido, que não é o mais apropriado para modelagem de vigas.

#### 4.1.1 Acoplamento Eletromecânico

A seguir são comparados os resultados obtidos para a estrutura discretizada em 24 elementos de viga no programa SMARTSYS e 24x1 elementos sólidos no programa ANSYS<sup>®</sup>. Com o objetivo de demonstrar a influência da cerâmica piezelétrica são consideradas vigas com atuadores colados em diferentes posições. A configuração sem atuador é denominada caso (a). A configuração com 6 pares de PZTs, fixados em ambas as faces da viga, em posições onde se verifica a máxima influência da cerâmica piezelétrica sobre os 3 primeiros modos de vibração da estrutura é denominada caso (b). Enquanto a configuração com 6 pares de PZTs, fixados em ambas as faces da viga, em posições onde se verifica a mínima influência sobre os 3 primeiros modos da estrutura é denominada caso (c). A figura (4.7) mostra um desenho esquemático da viga com os PZTs acoplados. As posições ótimas dos PZTs atuadores foram determinadas através de um programa de otimização baseado em técnicas que aplicam algoritmos genéticos,

Lopes Jr. et al. (2000b). A tabela (4.3) apresenta as dimensões e as propriedades da viga e dos PZTs (Piezo Systems, INC.).

Tabela 4.3: Dimensões e propriedades da viga e dos PZTs

Parâmetros da Viga	Valor	Parâmetros dos PZTs	Valor
Módulo de Young (GPa)	70	Módulo de Young (GPa)	63
Coefficiente de Poisson	0.3	Constante piezelétrica $d_{31}$ (m.V <sup>-1</sup> )	190e-12
Densidade (kg.m <sup>-3</sup> )	2710	Constante dielétrica $k_{33}$ (F/m)	7.33e-9
Comprimento (mm)	480	Constante de elasticidade $c_{11}$ (N/m <sup>2</sup> )	1.076e11
Largura (mm)	25	Permissividade dielétrica $\epsilon_{31}$ (C/m <sup>2</sup> )	30.705
Espessura (mm)	3	Densidade (kg.m <sup>-3</sup> )	7650
		Comprimento (mm)	20
		Largura (mm)	25
		Espessura (mm)	0.267

O programa ANSYS<sup>®</sup>, versão 7.0, fornece a opção de incorporação do efeito piezelétrico apenas para o elemento sólido. Portanto, a discretização dos PZTs é feita em elementos sólidos de 8 nós com graus de liberdade de deslocamento nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  e potencial elétrico, elemento SOLID5. No programa SMARTSYS os PZTs são discretizados em elementos de viga.

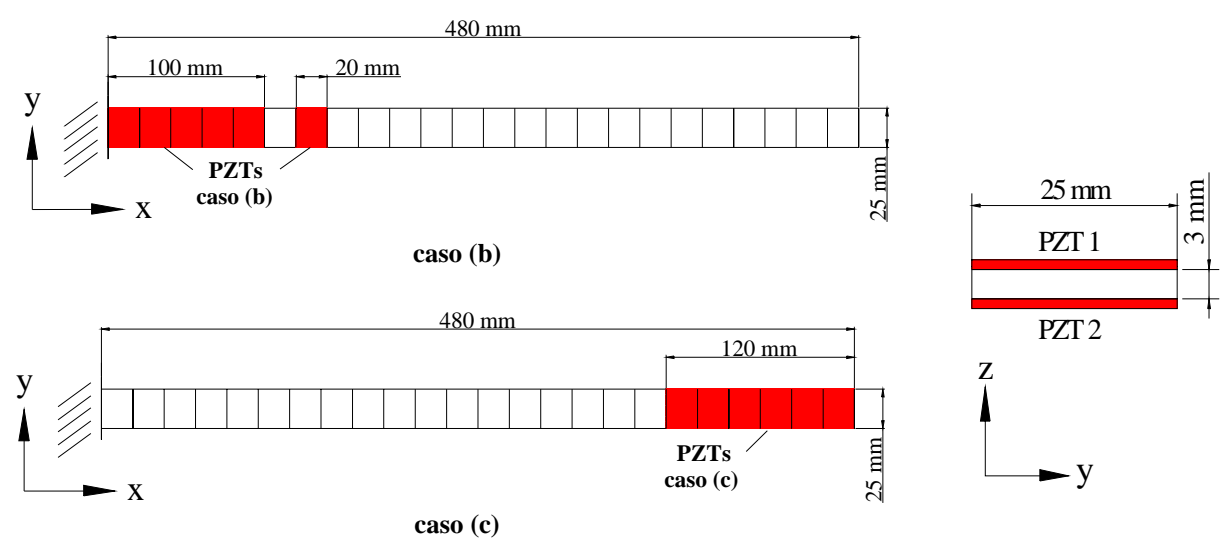
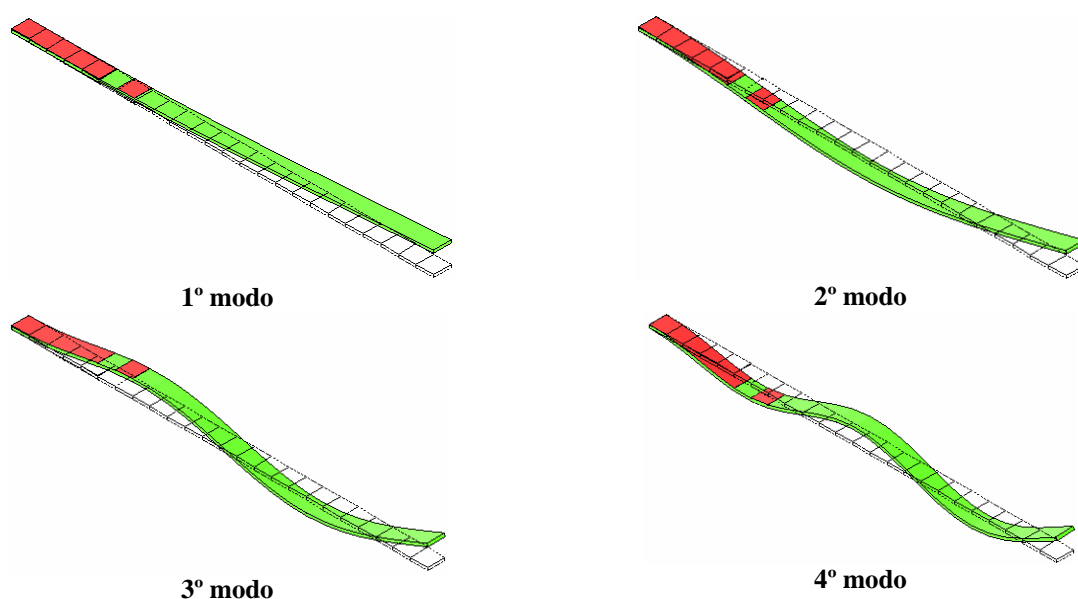


Figura 4.7: Viga com PZTs acoplados – casos (b) e (c)

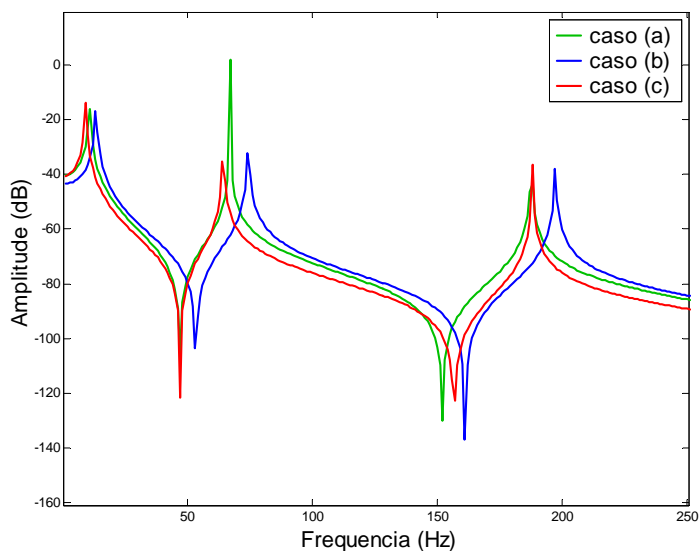
A figura (4.8) apresenta os 4 primeiros modos de vibrar da estrutura com PZTs acoplados no caso (b).





**Figura 4.8: Modos de vibrar da estrutura com PZTs no caso (b) - ANSYS®**

A figura (4.9) mostra as Funções de Resposta em Frequência, FRFs, (excitação e resposta na extremidade livre) obtidas no programa SMARTSYS para a estrutura nas três configurações, isto é, sem PZTs, caso (a), com PZTs nas posições ótimas, caso (b), e com PZTs na região da extremidade livre da viga, caso (c).



**Figura 4.9: FRF da estrutura para os casos (a), (b) e (c) - SMARTSYS**

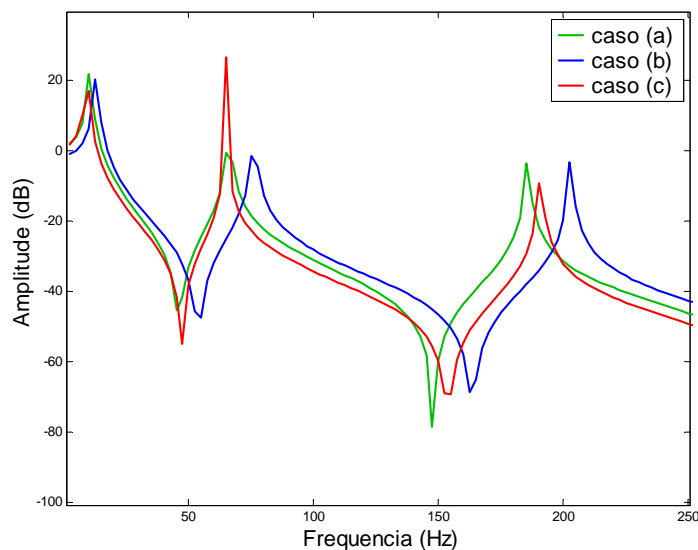
As primeiras três frequências naturais do sistema e as variações causadas pelo acoplamento dos PZTs nos casos (b) e (c) são mostradas na tabela (4.4).

**Tabela 4.4: Frequências naturais e variações devidas ao acoplamento dos PZTs - SMARTSYS**

Modos	caso (a)	caso (b)		caso (c)	
	$f_n$ (Hz)	$f_n$ (Hz)	*Variação %	$f_n$ (Hz)	*Variação %
1	10.69	13.29	24.32	9.21	13.84
2	66.94	74.28	10.97	64.28	3.97
3	187.58	197.21	5.13	188.11	0.28

$$*Variação = - (f_n/f_{ncaso(a)} - 1)100$$

Para o programa ANSYS<sup>®</sup>, optou-se por manter os resultados em termos da resposta em frequência, uma vez que a versão do programa utilizada não permite o cálculo da FRF. A figura (4.10) apresenta as curvas da resposta em frequência da viga modelada no programa ANSYS<sup>®</sup> para as três diferentes configurações.



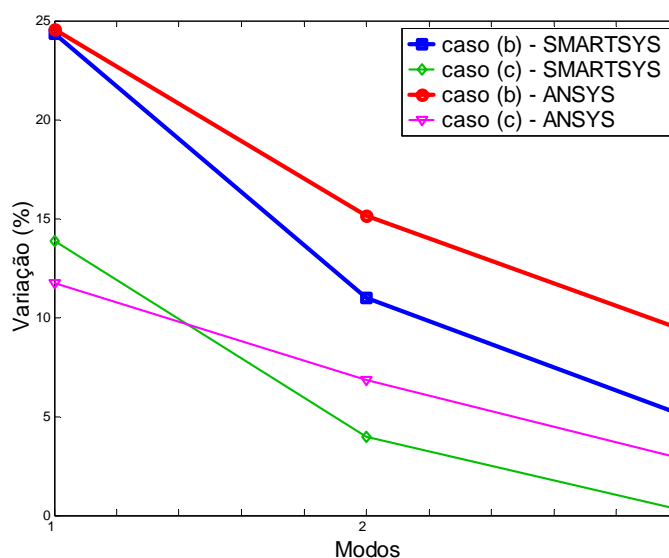
**Figura 4.10: Resposta em frequência para os casos (a), (b) e (c) - ANSYS<sup>®</sup>**

As primeiras três frequências naturais do sistema e as variações causadas pelo acoplamento dos PZTs nos casos (b) e (c) são mostradas na tabela (4.5).

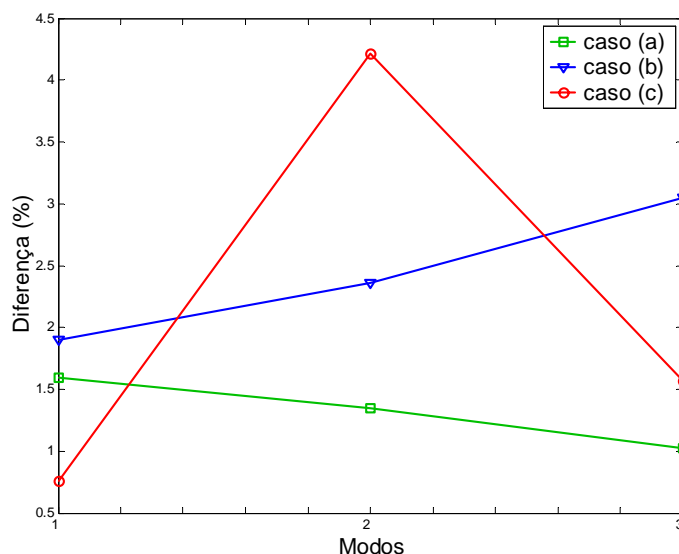
**Tabela 4.5: Frequências naturais e variações devidas ao acoplamento dos PZTs - ANSYS®**

Modos	caso (a)	caso (b)		caso (c)	
	$f_n$ (Hz)	$f_n$ (Hz)	*Variação%	$f_n$ (Hz)	*Variação%
1	10.52	13.10	24.57	9.285	11.71
2	66.04	76.03	15.12	61.527	6.84
3	185.66	203.23	9.46	191.06	2.91

As figuras (4.9) e (4.10) mostram que as respostas dinâmicas dos sistemas modelados nos programas SMARTSYS e ANSYS® apresentam comportamentos semelhantes. As variações nas frequências naturais, em percentagem, para os casos (b) e (c), são calculadas tendo como base os valores das frequências da viga sem a presença de PZTs, caso (a). Estes valores são apresentados na forma de gráfico na figura (4.11).

**Figura 4.11: Variações nas frequências devidas à presença dos PZTs nos casos (b) e (c)**

A figura (4.12) mostra a diferença, em percentagem, nos valores das três primeiras frequências naturais calculadas pelos programas SMARTSYS e ANSYS®. Esta diferença foi obtida tendo como base os valores fornecidos pelo programa SMARTSYS.



**Figura 4.12: Variação entre os resultados obtidos em ambos os programas**

Através das figuras (4.9), (4.10) e (4.11) verifica-se que os PZTs acoplados segundo a configuração do caso (b) exercem uma maior influência nas propriedades dinâmicas da estrutura em relação aos PZTs no caso (c).

Atribuem-se as diferenças entre os resultados apresentados pelos programas, figura (4.12), ao uso de diferentes tipos de elementos em cada programa e as limitações do elemento sólido para representar a estrutura em análise. Lima (1999) modelou uma viga empregando elementos sólidos e verificou desvios de até 3.3% no valor da quarta frequência natural quando comparada a valores analíticos e experimentais. Segundo o referido trabalho, teoricamente o elemento sólido é superior ao elemento de viga, entretanto, dependendo da relação de aspecto os modelos construídos com o elemento sólido não representam adequadamente o comportamento da estrutura, ou seja, a qualidade do modelo dependerá da relação entre o seu comprimento e a espessura, da relação entre os módulos de elasticidade longitudinal e transversal e do número de modos analisados. Uma explicação mais detalhada sobre este fato pode ser encontrada em Aldraihen (1996).

#### 4.1.2 Análise Estática: Potencial Elétrico

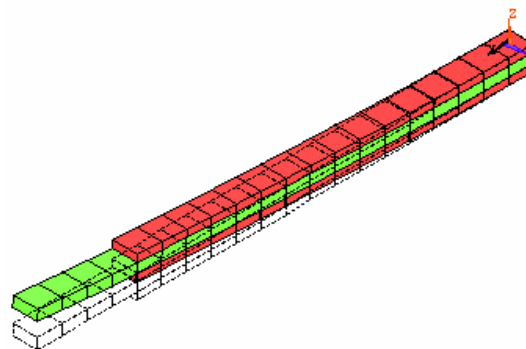
O exemplo a seguir mostra de uma maneira quantitativa aplicações dos efeitos inverso e direto dos sensores e atuadores piezelétricos. Para verificação do efeito piezelétrico inverso, ou

seja, a deformação induzida no PZT quando lhe é aplicado um potencial elétrico, é modelada uma viga de alumínio engastada-livre coberta parcialmente por duas camadas de PZTs, nas partes superior e inferior, sujeitas a um carregamento elétrico estático de 1V. Lima (1999) realizou esta aplicação empregando elementos trilineares de 8 nós. As propriedades e dimensões da estrutura são mostradas na tabela (4.6).

**Tabela 4.6: Dimensões e propriedades da viga e da cobertura de PZT**

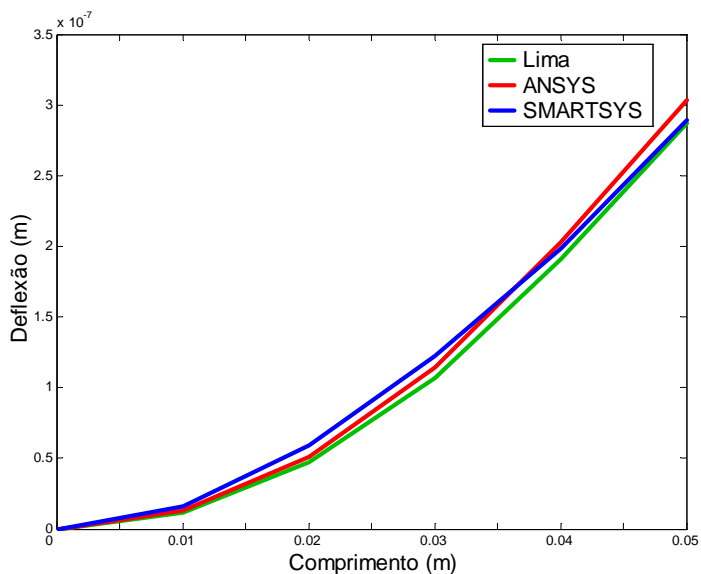
Parâmetros da Viga	Valor	Parâmetros da cobertura de PZT	Valor
Módulo de Young (GPa)	70	Módulo de Young (GPa)	66
Coeficiente de Poisson	0.345	Constante piezelétrica $d_{31}$ (m.V <sup>-1</sup> )	190e-12
Densidade (kg.m <sup>-3</sup> )	2690	Constante dielétrica $k_{33}$ (F/m)	7.33e-9
Comprimento (mm)	50	Constante de elasticidade $c_{11}$ (N/m <sup>2</sup> )	1.076e11
Largura (mm)	1.6	Permissividade dielétrica $\epsilon_{31}$ (C/m <sup>2</sup> )	30.705
Espessura (mm)	1.0	Densidade (kg.m <sup>-3</sup> )	7800
		Comprimento (mm)	40
		Largura (mm)	1.6
		Espessura (mm)	0.7

No programa SMARTSYS a estrutura é discretizada em 20 elementos de viga e o potencial elétrico é aplicado a superfície dos atuadores piezelétricos através da equação (2.76). O campo de deslocamentos obtido (deflexão  $u_z$ ) é comparado com os resultados apresentados pelo programa ANSYS<sup>®</sup> e por Lima (1999). A figura (4.13) mostra a geometria da estrutura modelada com elementos sólidos no programa ANSYS<sup>®</sup>.



**Figura 4.13: Estrutura deformada após aplicação de 1V nos PZTs - ANSYS<sup>®</sup>**

A figura (4.14) apresenta as deflexões ao longo do comprimento da estrutura após a aplicação de 1V na superfície dos PTZs.



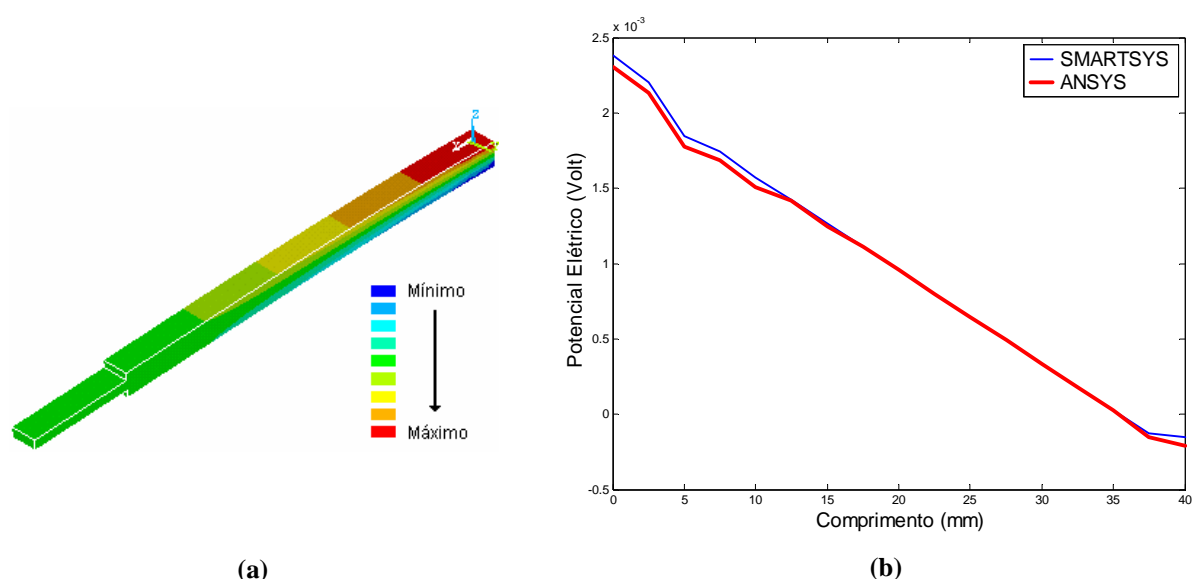
**Figura 4.14: Deflexões após aplicação de 1V nos PZTs**

Nesta aplicação, além de terem sido comparados os resultados de diferentes tipos de elementos, o potencial elétrico é modelado de maneiras diferentes no programa SMARTSYS, no programa ANSYS® e por Lima (1999). No entanto, se observa através da tabela (4.7) que os resultados apresentam boa concordância.

**Tabela 4.7: Deflexões após aplicação de 1V nos PZTs**

Comprimento (m)	Lima $u_z$ (m) $\times 10^{-7}$	ANSYS® $u_z$ (m) $\times 10^{-7}$	SMARTSYS $u_z$ (m) $\times 10^{-7}$
0	0.0000	0.0000	0.0000
0.01	0.1134	.13058	0.1594
0.02	0.4698	.51318	0.5920
0.03	1.0694	1.1465	1.2249
0.04	1.9124	2.0308	1.9853
0.05	2.8698	3.0347	2.8904

Para verificar o efeito piezelétrico direto um carregamento mecânico estático vertical é aplicado na extremidade livre da cobertura superior de PZTs, provocando uma deflexão de 10 mm na extremidade livre da viga. As figuras (4.15a) e (4.15b) mostram, respectivamente, a distribuição de deformações na estrutura e o potencial elétrico gerado nos PZTs. O potencial elétrico é calculado através da equação (2.78) a partir dos valores de deformações.



**Figura 4.15: (a) Distribuição de deformações - ANSYS®; (b) Potencial elétrico induzido devido à deformação mecânica (deflexão de 10 mm na extremidade livre)**

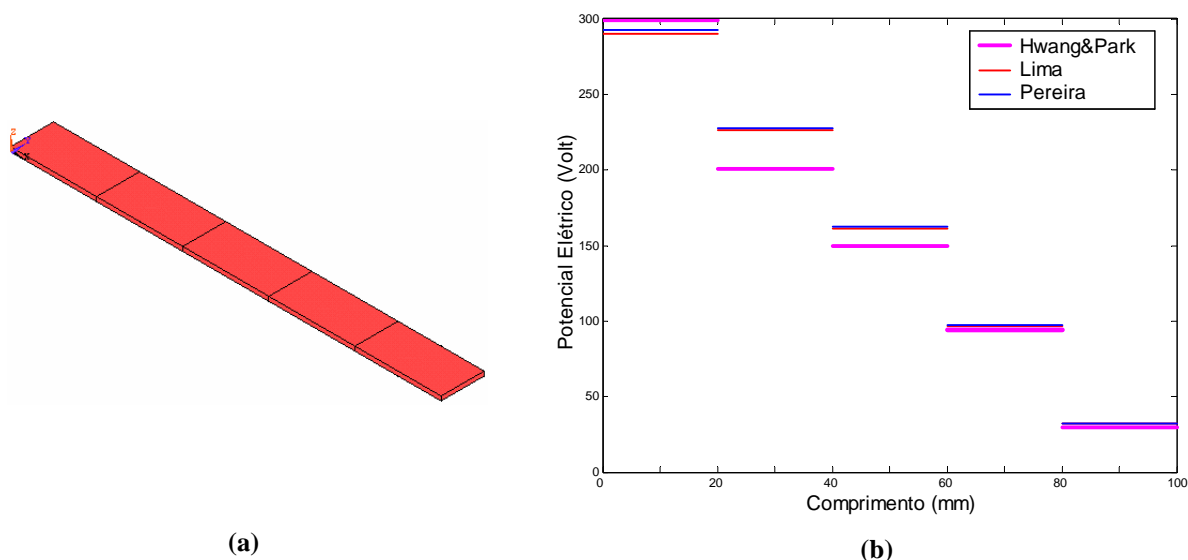
Através da figura (4.15a) verifica-se que a deformação na superfície da estrutura atinge os valores máximos na região próxima ao engaste. A figura (4.15b) mostra que o potencial elétrico calculado apresenta um valor máximo em torno de 2.4 mV. A tabela (4.8) fornece valores do potencial elétrico em diversos pontos da cobertura de PZTs.

**Tabela 4.8: Potencial elétrico induzido devido à deformação mecânica**

Comprimento (mm)	SMARTSYS Potencial Elétrico (mV)	ANSYS® Potencial Elétrico (mV)
0	2.4	2.3
5	1.8	1.8
10	1.6	1.5
15	1.3	1.2
20	1.0	1.0
25	0.6	0.6
30	0.3	0.3
35	0.0	0.0
40	-0.2	-0.2

Lima (1999) não apresenta o efeito piezelétrico direto para esta estrutura, porém, descreve em seu trabalho uma aplicação que consiste em verificar o potencial elétrico gerado por uma viga de PVDF engastada-livre com 100 mm de comprimento, 5 mm de largura, 1 mm de espessura, densidade =  $1800 \text{ kg/m}^3$ , módulo de Young = 2 Gpa, permissividade dielétrica  $\epsilon_{31} =$

$0.046 \text{ C/m}^2$  e constante dielétrica  $k_{33} = 0.106\text{e-}9 \text{ F/m}$ , figura (4.16a). No referido trabalho, o potencial elétrico gerado pelo PVDF após uma deflexão de 10 mm em sua extremidade livre é comparado com os resultados de Hwang e Park (1993). Pereira (2003) repete esta aplicação e compara com os resultados de seu programa. A figura (4.16b) e a tabela (4.9) mostram os resultados obtidos pelos referidos autores.



**Figura 4.16: (a) Viga de PVDF; (b) Potencial elétrico devido à deformação mecânica (deflexão de 10 mm na extremidade livre)**

**Tabela 4.9: Potencial elétrico induzido devido a deformação mecânica**

Comprimento (mm)	Hwang&Park Potencial Elétrico (Volt)	Lima Potencial Elétrico (Volt)	Pereira Potencial Elétrico (Volt)
0 - 20	298.8	290.0	292.4
20 - 40	200.6	226.0	227.4
40 - 60	149.4	161.0	162.4
60 - 80	93.9	97.0	97.5
80 - 100	29.9	32.0	32.5

A formulação desenvolvida no programa SMARTSYS considera pares de elementos piezelétricos acoplados a estrutura base e, para repetir a simulação mostrada nos referidos trabalhos seria necessário alterar a estrutura de montagem das matrizes. Por este motivo a presente aplicação não foi realizada neste trabalho.

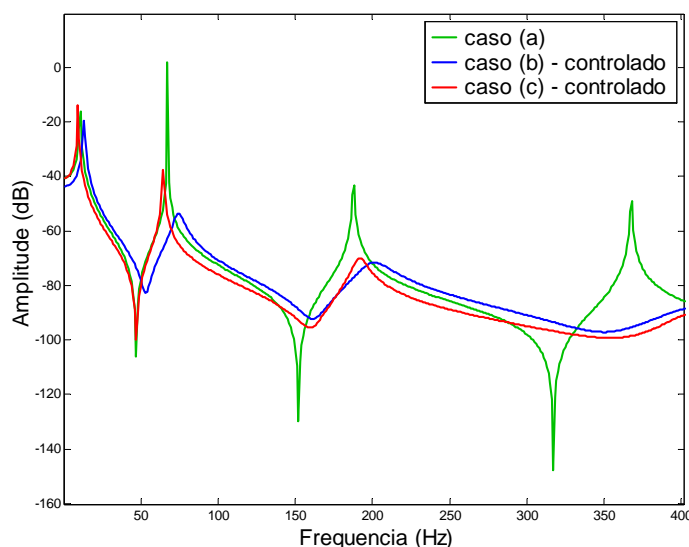
Embora os resultados do programa SMARTSYS não tenham sido comparados diretamente com os resultados desta aplicação, analisando as figuras (4.15b) e (4.16b) verifica-se



que, devido a conectividade nodal do potencial elétrico representado por dois momentos opostos aplicados as extremidades do elemento, a distribuição de potencial elétrico fornecida pelo programa SMARTSYS não apresenta descontinuidades, como as verificadas na figura (4.16b). Hwang e Park (1993) e Lima (1999) consideram que o elemento piezelétrico possui apenas um grau de liberdade relativo ao potencial elétrico. Segundo os autores com esta metodologia é possível obter uma distribuição do potencial elétrico mais ou menos refinada em função do número de elementos empregado no modelo.

### 4.1.3 Aplicação de Controle

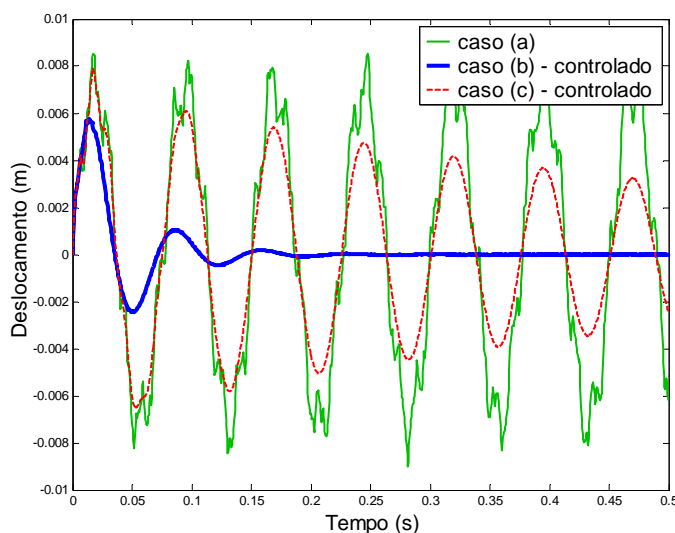
Neste item são apresentadas aplicações numéricas do controlador PD. Esta técnica foi implementada no programa SMARTSYS como uma das opções para controle ativo de vibrações. O controle é aplicado a viga de alumínio descrita no item (4.1.1), primeiramente, com 6 pares de atuadores piezelétricos fixados nas posições descritas no caso (b). Posteriormente o controle é aplicado para a configuração da viga com 6 pares de atuadores piezelétricos fixados nas posições descritas no caso (c). As FRFs (excitação e resposta: nó 47) da viga sem PZTs, caso (a), e da estrutura controlada nos casos (b) e (c) são apresentadas na figura (4.17).



**Figura 4.17: FRF da viga sem controle, caso (a), e da estrutura controlada, casos (b) e (c)**

Analisando a figura (4.17) é possível observar uma significativa redução nos picos de amplitude da FRF após a aplicação do controle. A redução é claramente mais efetiva no caso (b).

A atenuação da amplitude, em dB, é neste caso hipotética, pois foi definido um pequeno valor de amortecimento proporcional a ser incorporado no modelo. A seguir, pode ser verificado o comportamento da estrutura com e sem o controle de vibrações no domínio do tempo após a aplicação de um carregamento impulsivo de 10 N na extremidade livre, figura (4.18).



**Figura 4.18: Deslocamentos da extremidade livre da viga com e sem controle**

Observa-se que, a estrutura controlada no caso(b) atingiu a estabilidade a partir de 0.2 s, enquanto, a estrutura controlada no caso(c) ainda apresenta grandes amplitudes de deslocamento, quando comparados aos deslocamentos do sistema sem controle.

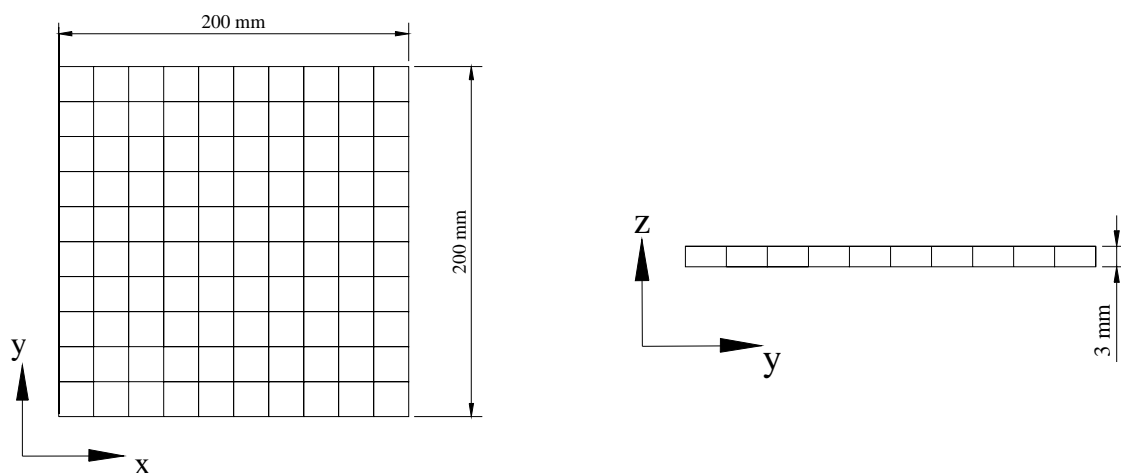
## 4.2 Placa Livre-Livre

O segundo conjunto de testes numéricos foi realizado em uma estrutura do tipo placa. A estrutura modelada consiste de uma placa de alumínio na condição totalmente livre. No programa SMARTSYS a placa é discretizada em 10x10 elementos quadrados de 4 nós, com graus de liberdade de deslocamento na direção  $z$  e rotação nos eixos  $x$  e  $y$  ( $\alpha = 10^{-6}$  e  $\beta = 0$ ). No programa ANSYS® o modelo é discretizado em 10x10 elementos sólidos de 8 nós, com graus de liberdade de deslocamento nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  e rotação nos eixos  $x$  e  $y$  (SOLID73). A tabela (4.10) apresenta as dimensões e propriedades da placa.

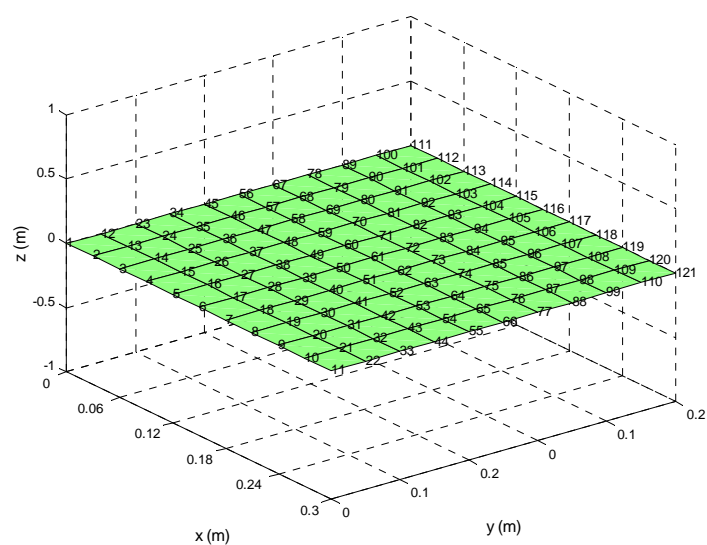
**Tabela 4.10: Dimensões e propriedades da placa**

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
Módulo de Young (GPa)	70
Coefficiente de Poisson	0.3
Densidade ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	2710
Comprimento (mm)	200
Langura (mm)	200
Espessura (mm)	3

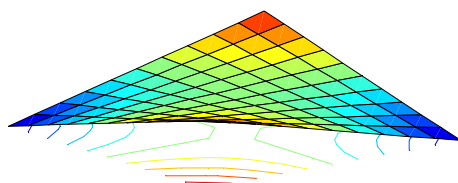
A figura (4.19) apresenta o desenho esquemático da placa e suas dimensões.

**Figura 4.19: Desenho esquemático da placa totalmente livre**

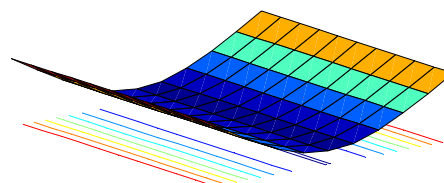
As figuras (4.20) e (4.21) apresentam, respectivamente, a geometria (com a numeração dos nós) do modelo construído no programa SMARTSYS e modos de vibrar.



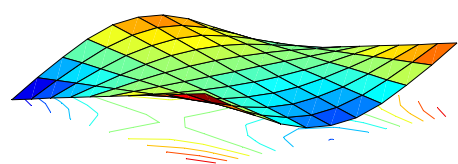
**Figura 4.20: Modelo de placa - SMARTSYS**



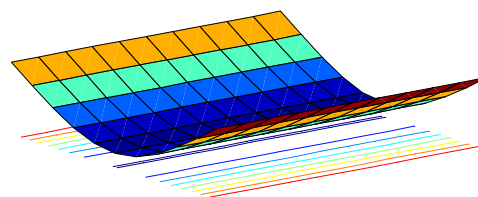
**4º modo ( $m=1, n=1$ )**



**5º modo ( $m=2, n=0$ )**



**6º modo ( $m=2, n=1$ )**



**7º modo ( $m=0, n=2$ )**

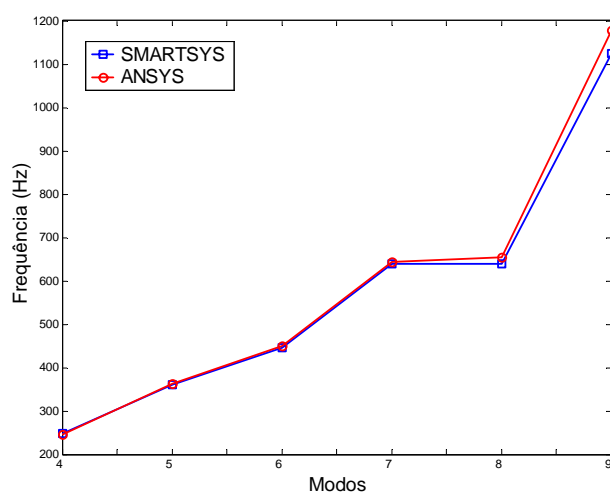
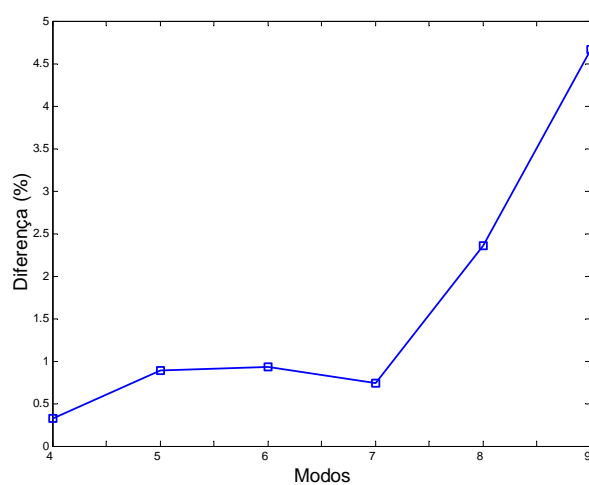
**Figura 4.21: Modos de vibrar – SMARTSYS**

Os três primeiros modos de vibrar da placa totalmente livre são considerados “modos de corpo rígido”. A tabela (4.11) apresenta valores das frequências naturais da estrutura modelada.

**Tabela 4.11: Frequências naturais e diferenças entre os modelos**

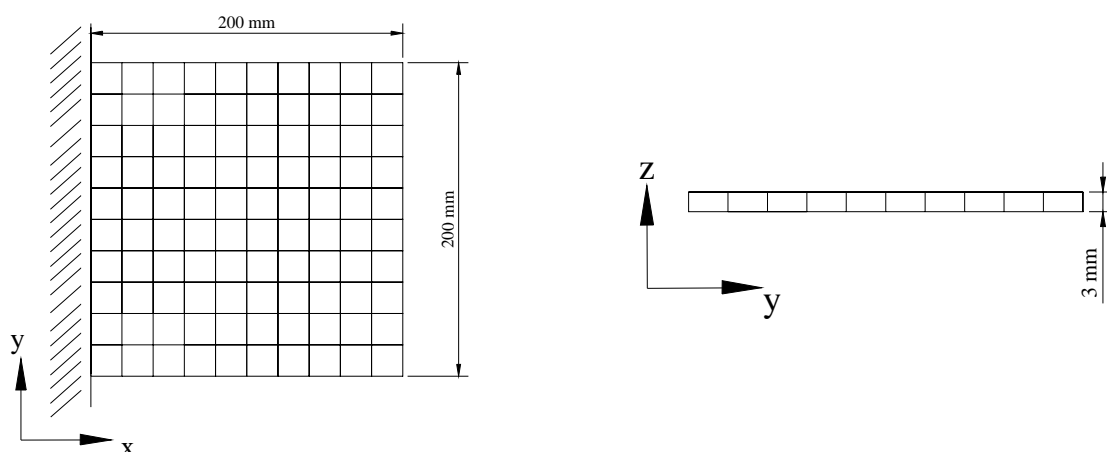
Modos	SMARTSYS	ANSYS®	Diferença
	$f_n$ (Hz)	$f_n$ (Hz)	
4	247.47	246.68	0.32
5	360.00	363.19	0.89
6	446.10	450.25	0.93
7	638.83	643.53	0.74
8	638.83	653.90	2.36
9	1124.42	1176.94	4.67

As diferenças percentuais para cada caso são calculadas tendo como base os valores das frequências fornecidas pelo programa SMARTSYS. Os valores mostrados na tabela (4.9) são apresentados em forma gráfica nas figuras (4.22) e (4.23).

**Figura 4.22: Frequências naturais em função dos modos****Figura 4.23: Diferenças entre as frequências naturais dos modelos**

### 4.3 Placa Engastada-Livre-Livre-Livre

A seguir os resultados dos modelos descritos no item (4.2) são apresentados na condição engastada-livre-livre-livre, figura (4.24).



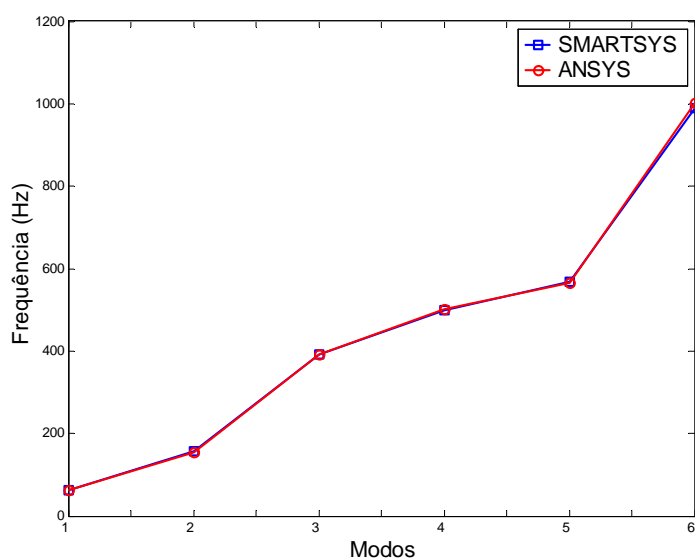
**Figura 4.24: Desenho esquemático da placa livre-livre-livre-engastada**

A tabela (4.12) mostra os valores das 6 primeiras frequências naturais calculadas através dos modelos adotados na seção anterior, para condição engastada-livre-livre-livre.

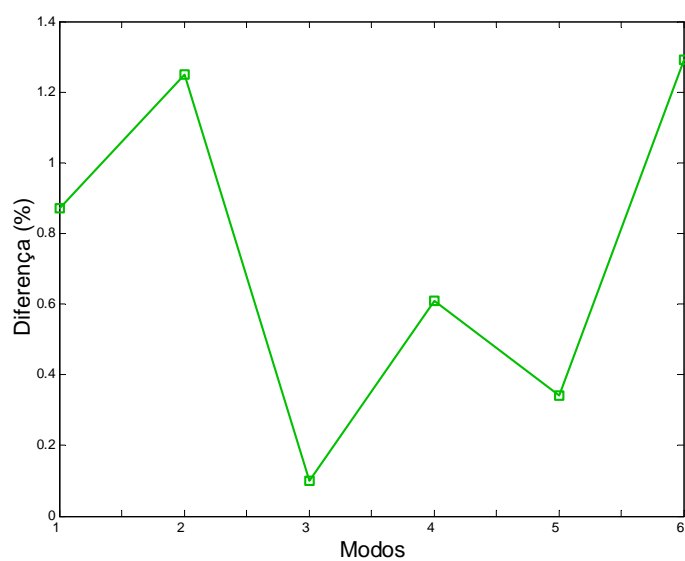
**Tabela 4.12: Frequências naturais e diferenças entre os modelos**

Modos	SMARTSYS	ANSYS®	Diferença
	$f_n$ (Hz)	$f_n$ (Hz)	
1	63.72	63.167	0.87
2	156.20	154.25	1.25
3	391.59	391.21	0.10
4	498.71	501.77	0.61
5	568.42	566.47	0.34
6	990.49	1003.3	1.29

As diferenças percentuais são calculadas tendo como base os valores das frequências naturais fornecidas pelo programa SMARTSYS. Os valores mostrados na tabela (4.12) são apresentados na forma gráfica nas figuras (4.25) e (4.26).

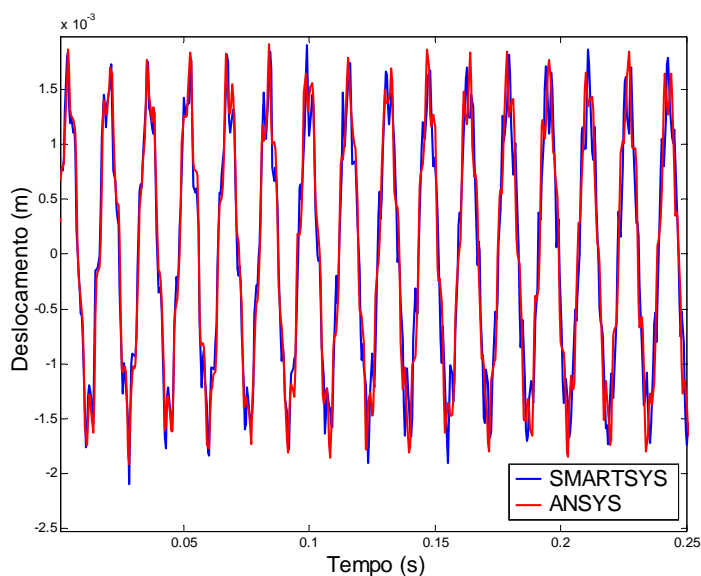


**Figura 4.25: Frequências naturais em função dos modos**



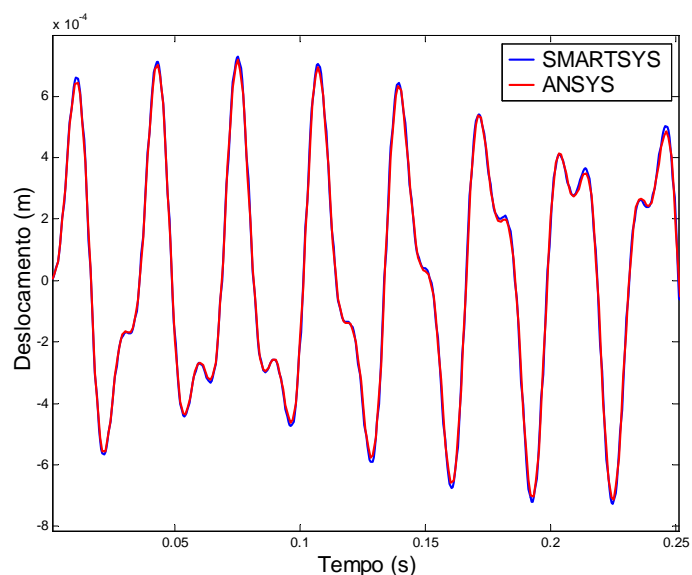
**Figura 4.26: Diferenças entre as frequências naturais dos modelos**

Uma análise no domínio do tempo é apresentada na figura (4.27). A figura mostra os deslocamentos (translação na direção  $z$ ) do centro da extremidade livre oposta ao engaste (nó 66, figura 4.20), após a aplicação de um carregamento impulsivo de 100 N.



**Figura 4.27: Resposta no tempo à entrada impulsiva**

Os deslocamentos (translação na direção  $z$ ) do centro da extremidade livre oposta ao engaste (nó 66) após a aplicação de um carregamento senoidal com amplitude de 10 N e frequência de 30 Hz são apresentados na figura (4.28).



**Figura 4.28: Resposta no tempo à entrada senoidal**

Analisando as figuras anteriores verifica-se boa concordância entre os resultados dos programas. Conforme discutido anteriormente, o elemento sólido não é o mais indicado para modelagem de estruturas finas. Seu uso neste trabalho se deve a necessidade da incorporação do



efeito piezelétrico sobre a estrutura. No caso da placa o elemento mais apropriado fornecido pelo programa ANSYS® seria o elemento denominado SHELL.

Apesar das diferenças verificadas, os resultados obtidos até este ponto validam a parte estrutural implementada. Pode-se agora quantificar a influência do acoplamento eletromecânico causado pela incorporação dos PZTs em uma estrutura do tipo placa.

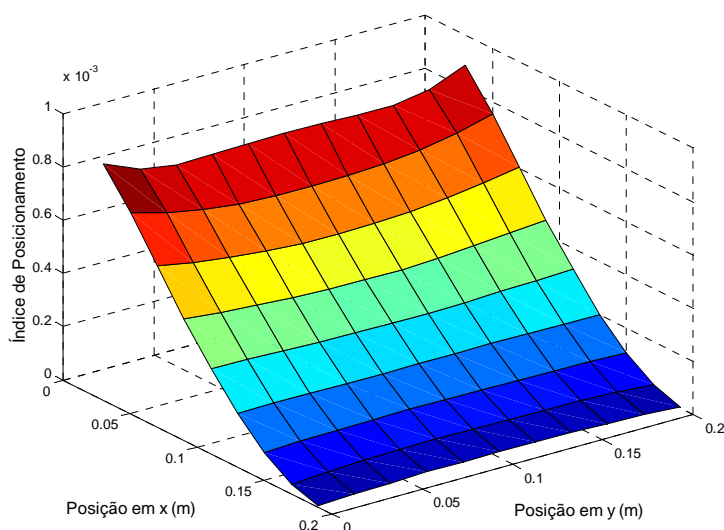
#### 4.3.1 Acoplamento Eletromecânico

A seguir, são acoplados elementos piezelétricos a placa de alumínio engastada-livre-livre-livre. O posicionamento dos PZTs sobre a placa foi definido através dos resultados da aplicação descrita em Rocha et al. (2004a). No referido trabalho os autores utilizam a norma  $H_\infty$  como critério de desempenho para o posicionamento de dois pares de PZTs atuadores sobre uma placa. A função objetivo considera a maior eficiência para atenuação dos dois primeiros modos de vibrar da estrutura. A placa foi analisada na condição descrita na seção anterior e discretizada em 10x10 elementos. A cerâmica piezelétrica foi discretizada em elementos de viga, como especificado na seção (4.1), posicionados entre os nós da placa. As propriedades e dimensões da estrutura e do elemento atuador são mostradas na tabela (4.13).

**Tabela 4.13: Dimensões e propriedades da placa e dos PZTs**

<b>Parâmetros da Placa</b>	<b>Valor</b>	<b>Parâmetros dos PZTs</b>	<b>Valor</b>
Módulo de Young (GPa)	70	Módulo de Young (GPa)	63
Coefficiente de Poisson	0.3	Constante piezelétrica $d_{31}$ (m.V <sup>-1</sup> )	190e-12
Densidade (kg.m <sup>-3</sup> )	2710	Constante dielétrica $k_{33}$ (F/m)	7.33e-9
Comprimento (mm)	200	Constante de elasticidade $c_{11}$ (N/m <sup>2</sup> )	1.076e11
Largura (mm)	200	Permissividade dielétrica $\epsilon_{31}$ (C/m <sup>2</sup> )	30.705
Espessura (mm)	3	Densidade (kg.m <sup>-3</sup> )	7650
		Comprimento (mm)	40
		Largura (mm)	40
		Espessura (mm)	0.267

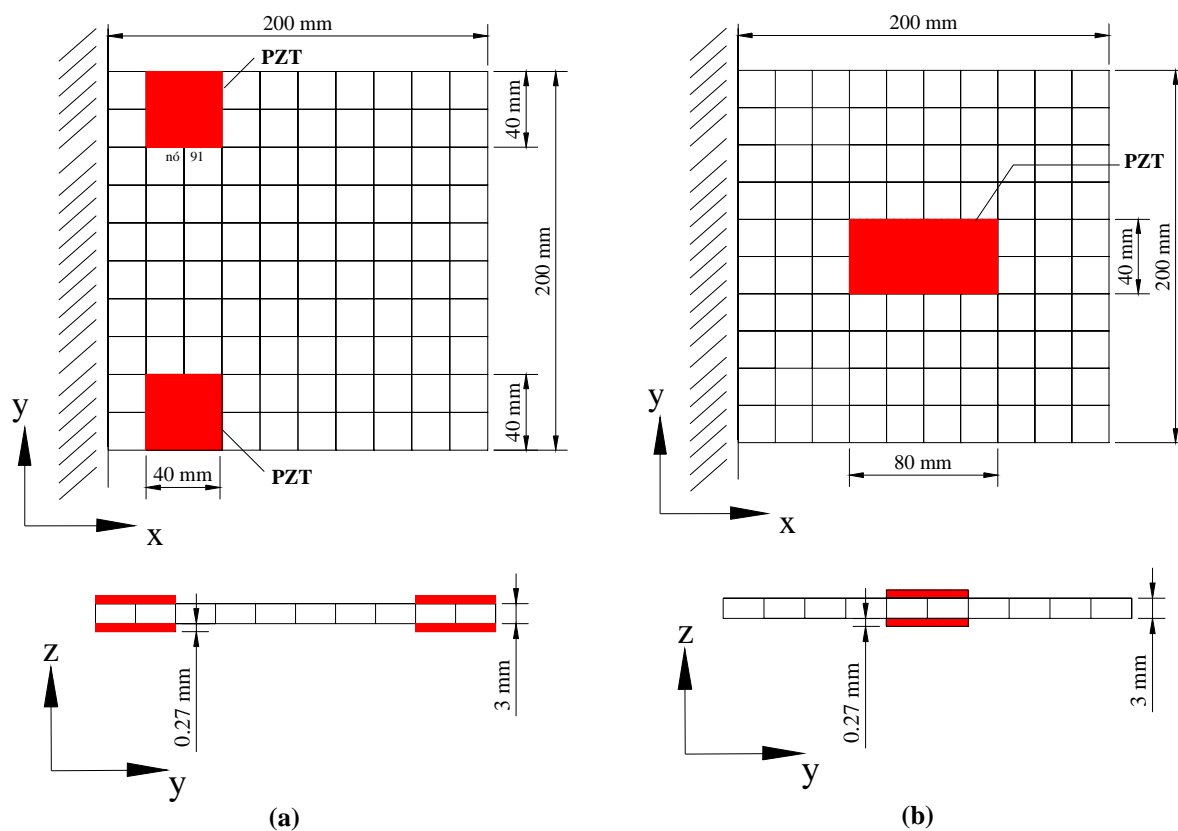
Devido a restrições práticas os elementos engastados não foram considerados posições candidatas para colagem dos PZTs restando, portanto, 99 posições candidatas para o posicionamento dos atuadores. A figura (4.29) mostra o índice de posicionamento obtido em função da posição dos PZTs.



**Figura 4.29: Índice de posicionamento versus localização dos PZTs**

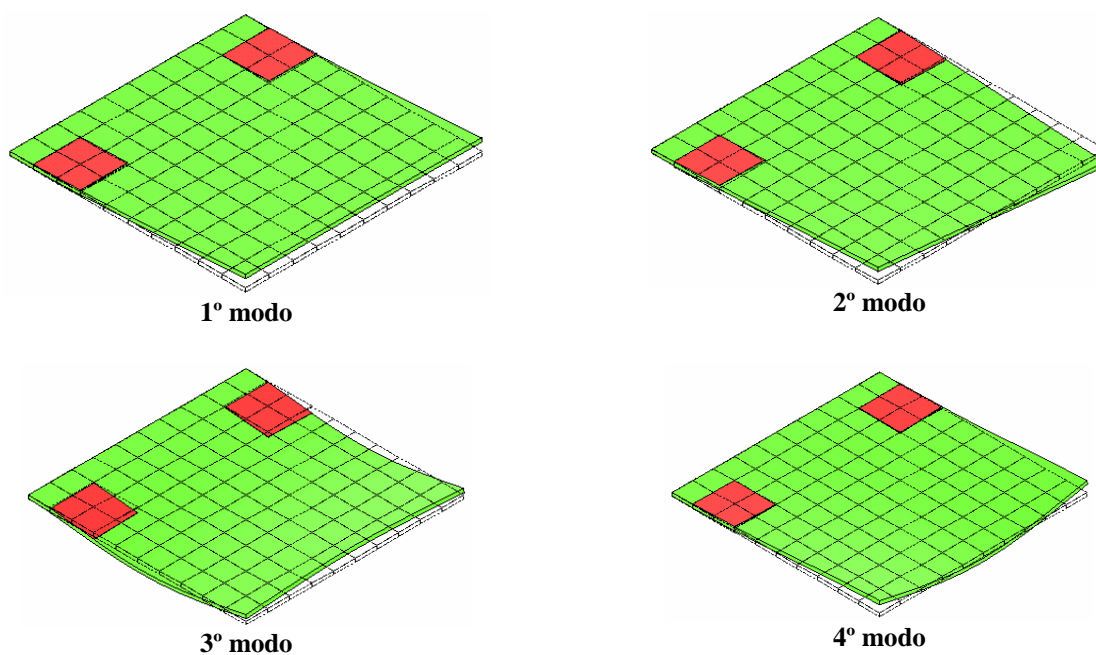
Cada ponto do gráfico se relaciona ao índice de desempenho através da distribuição de cores. A magnitude deste índice fornece informações sobre a eficiência da cerâmica piezolétrica nos dois primeiros modos de vibrar da estrutura. Claramente o atuador é mais efetivo nos extremos da região próxima ao engaste.

A aplicação a seguir considera os PZTs atuadores colados sobre a placa em duas diferentes configurações. A configuração inicial sem a presença de PZTs é denominada caso (a). A configuração com dois pares de PZTs, fixados em ambas as faces, nas posições onde se verifica a maior influência sobre os 2 primeiros modos de vibrar é denominada caso (b), figura (4.30a). A configuração com dois pares de PZTs, fixados em ambas as faces, nas posições indicadas na figura (4.30b) é denominada caso (c). No programa ANSYS® a discretização dos PZTs é feita empregando elementos sólidos, com graus de liberdade de deslocamento nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  e voltagem (o elemento é designado por SOLID5).



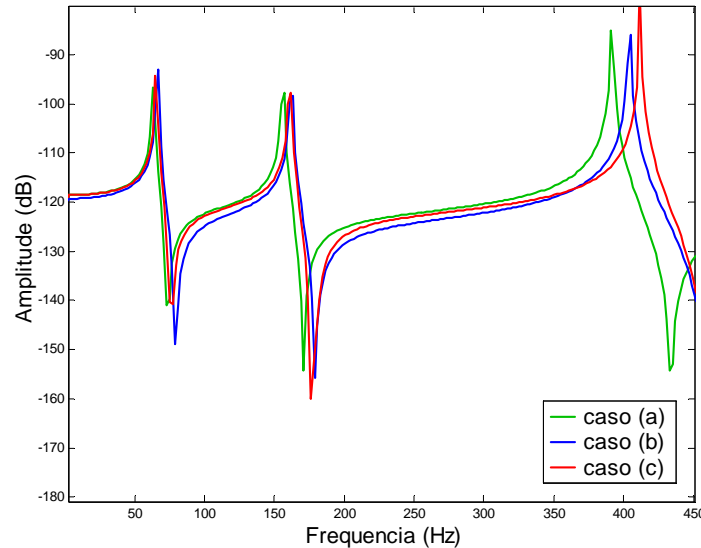
**Figura 4.30: Placa com PZTs acoplados**

A figura (4.31) apresenta os 4 primeiros modos de vibrar da estrutura para o caso (b).



**Figura 4.31: Modos de vibrar da estrutura com PZTs no caso (b) - ANSYS®**

As FRFs (excitação e medida: nó 91, figura 4.20) da placa modelada no programa SMARTSYS sem PZTs, caso (a), e com PZTs, casos (b) e (c), são apresentadas na figura (4.30).



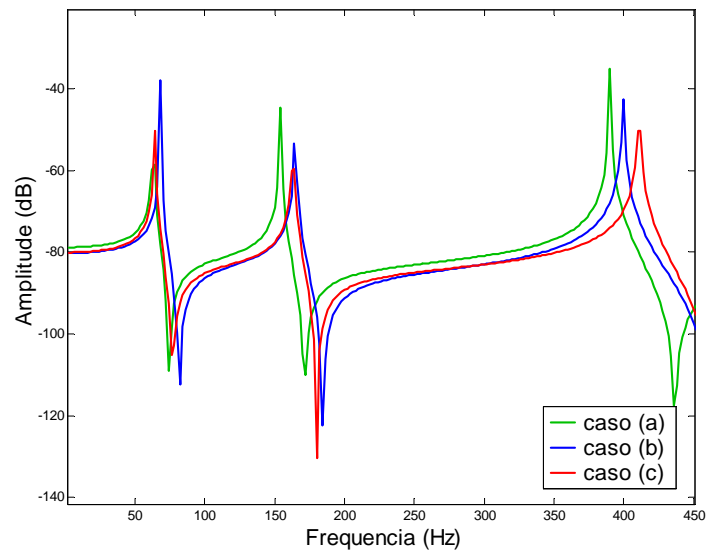
**Figura 4.32: FRFs da placa para os casos (a), (b) e (c) – SMARTSYS**

As frequências naturais relativas aos modos apresentados na figura (4.31) e as variações nas frequências causadas pelo acoplamento dos PZTs nos casos (b) e (c) são mostradas na tabela (4.14).

**Tabela 4.14: Frequências naturais e variações devidas ao acoplamento de PZTs - SMARTSYS**

Modos	caso (a)	caso (b)		caso (c)	
	$f_n$ (Hz)	$f_n$ (Hz)	*Variação %	$f_n$ (Hz)	*Variação %
1	63.72	66.54	4.4256	65.51	2.8092
2	156.20	162.12	3.7900	161.04	3.0986
3	391.59	404.33	3.2534	411.93	5.1942

A figura (4.33) apresenta a resposta em frequência da placa modelada no programa ANSYS® sem PZTs, caso (a), e da estrutura com PZTs para os casos (b) e (c).



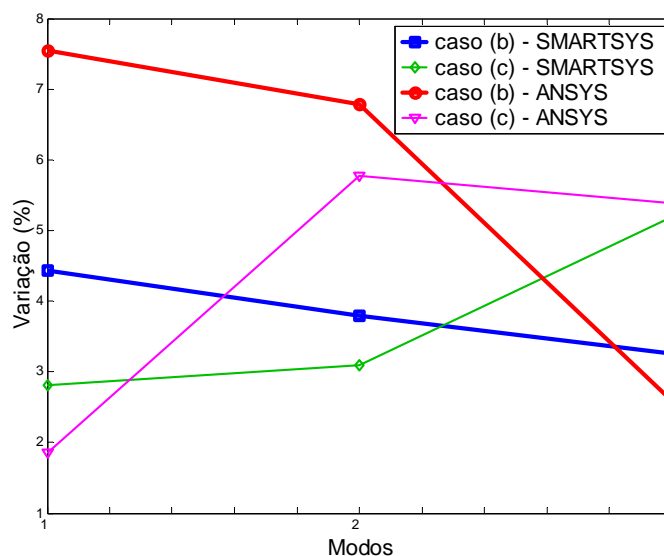
**Figura 4.33: Resposta em frequência da estrutura nos casos (a), (b) e (c) - ANSYS®**

As três primeiras frequências naturais e as variações causadas pelo acoplamento dos PZTs nos casos (b) e (c) são mostradas na tabela (4.15).

**Tabela 4.15: Frequências naturais e variações devidas ao acoplamento dos PZTs - ANSYS®**

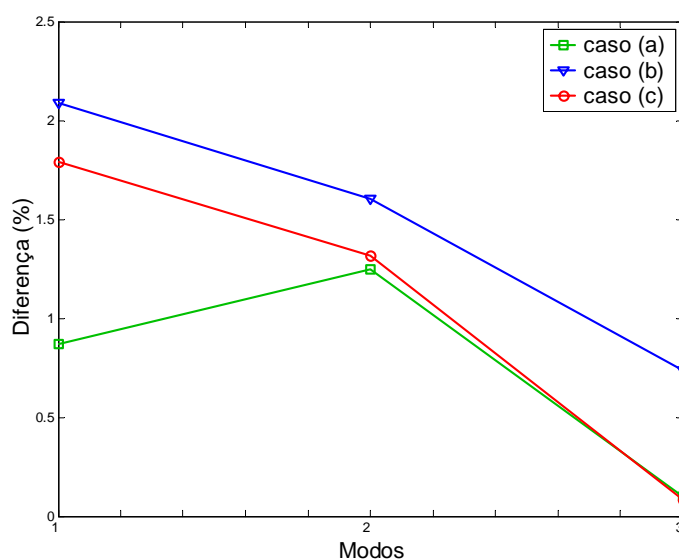
Modos	caso (a)	caso (b)		caso (c)	
	$f_n$ (Hz)	$f_n$ (Hz)	*Variação %	$f_n$ (Hz)	*Variação %
1	63.17	67.930	7.54	64.34	1.85
2	154.25	164.72	6.79	163.16	5.78
3	391.21	401.35	2.59	412.27	5.38

As variações percentuais para os casos (b) e (c), calculadas tendo como base os valores das frequências da placa para configuração do caso (a), são apresentadas na forma de gráfico na figura (4.34).



**Figura 4.34: Variações causadas pela presença dos PZTs nos casos (b) e (c)**

A figura (4.35) mostra as diferenças, em percentagem, nos valores das 3 primeiras frequências naturais apresentadas pelos programas SMARTSYS e ANSYS®, tendo como base os valores fornecidos pelo programa SMARTSYS, para os casos (a), (b) e (c).



**Figura 4.35: Diferenças entre os resultados dos programas para os casos (a), (b) e (c)**

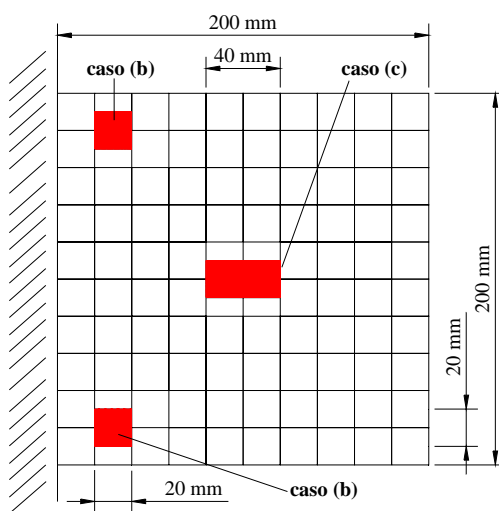
Através das figuras (4.32) a (4.34) se verifica, conforme esperado, que os PZTs fixados segundo a configuração do caso (b) exercem maior influência sobre os 2 primeiros modos. Em aplicações de controle para atenuação de vibrações os primeiros modos são, em geral, os mais

interessantes a serem controlados. Entretanto, se desejássemos controlar o terceiro modo a configuração descrita no caso (c) seria mais eficaz, pois, neste caso, os PZTs afetaram mais o terceiro modo.

Atribuem-se as diferenças entre os resultados apresentados pelos programas aos diferentes modelos utilizados e a grande relação de aspecto atribuída aos elementos sólidos no programa ANSYS®.

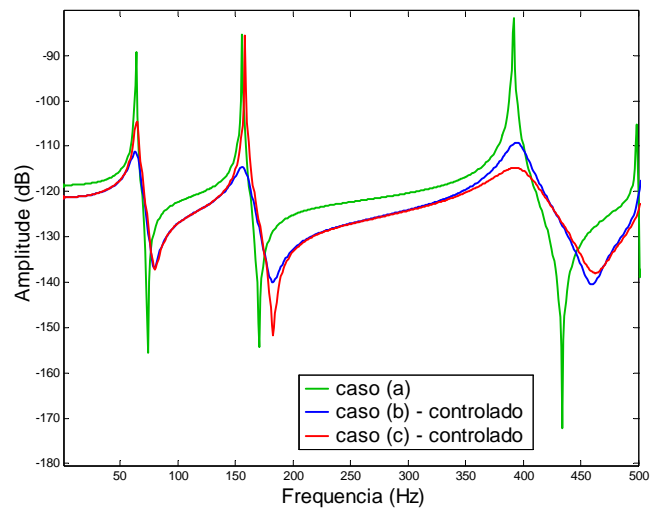
#### 4.3.2 Aplicação de Controle

Neste item o controlador LQR, descrito em Rocha et al. (2004b) e implementado no programa SMARTSYS, é empregado para atenuação de vibrações da placa de alumínio descrita no item (4.3.1). O controle é aplicado, primeiramente, com 2 pares de atuadores piezelétricos fixados em posições ótimas para atenuar os dois primeiros modos de vibrar da placa, caso (b). Posteriormente o controle é aplicado empregando 2 pares de atuadores piezelétricos fixados nas posições descritas no caso (c), indicadas na figura (4.36). As propriedades dos PZTs foram fornecidas na tabela (4.13).



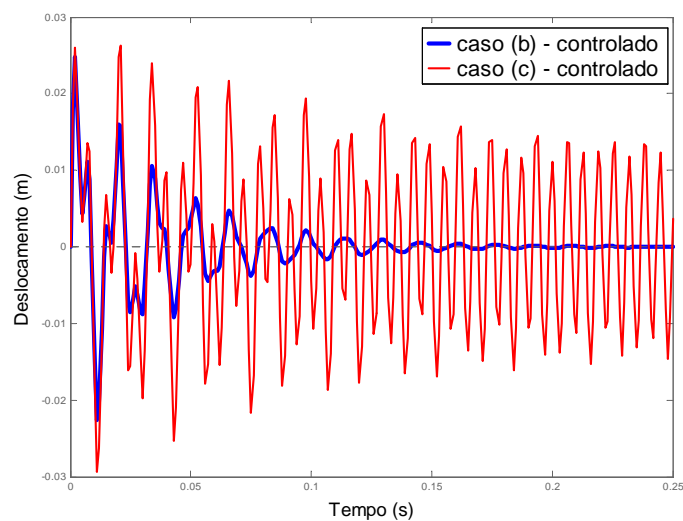
**Figura 4.36: Placa com PZTs acoplados nos casos (a) e (b)**

As FRFs (excitação e medida: nó 47) da placa sem PZTs, caso (a), e da estrutura controlada segundo as configurações dos casos (b) e (c) são apresentadas na figura (4.37).



**Figura 4.37: FRFs da placa sem controle, caso (a), e com controle para os casos (b) e (c)**

A figura (4.37) mostra a redução obtida na amplitude dos três primeiros modos de vibrar. Verifica-se que os atuadores posicionados no caso (b) atenuaram mais as amplitudes dos dois primeiros modos, enquanto, o caso (c) foi mais eficiente para o terceiro modo de vibrar. A seguir pode ser verificado o comportamento da estrutura controlada no domínio do tempo, após a aplicação de uma entrada impulsiva na estrutura, figura (4.38).



**Figura 4.38: Resposta da estrutura controlada no domínio do tempo - casos (b) e (c)**



Observa-se que a estrutura controlada com a configuração do caso(b) atingiu a estabilidade a partir de 0.15 s, enquanto a estrutura controlada com a configuração do caso(c) ainda apresenta grandes amplitudes de deslocamento para o tempo mostrado.

## Capítulo 5

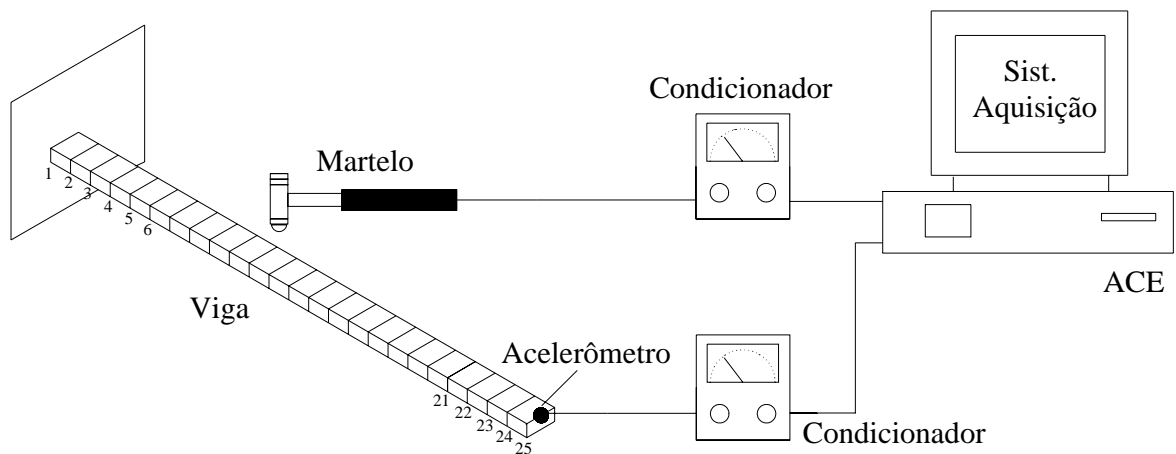
### **VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL**

---

Neste capítulo, a avaliação dos modelos numéricos é realizada através de testes experimentais. As etapas do ambiente de projeto são descritas em detalhes para os casos de estruturas do tipo viga e placa. Posteriormente, são apresentadas as conclusões sobre os modelos desenvolvidos e os procedimentos de projeto.

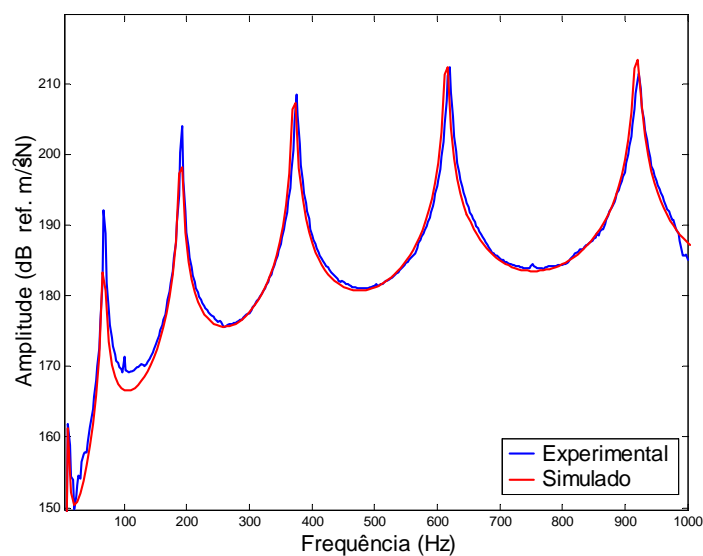
#### **5.1 Experimento I: Viga Engastada-Livre**

A estrutura analisada nesta verificação experimental consiste de uma viga de alumínio na condição livre-engastada, com dimensões 480x25x3mm, de comprimento, largura e espessura, respectivamente. Um esquema da viga com a instrumentação empregada é mostrado na figura (5.1). O sinal de perturbação se trata de uma entrada impulsiva na direção vertical,  $z$ , produzida por um martelo de impacto, modelo 086C04 da PCB Piezotronics. Este sinal passa por um condicionador de sinais, modelo 480E09 da PCB Piezotronics, e é encaminhado ao sistema de aquisição. O sinal da resposta do sistema é medido por um acelerômetro, modelo 352A10 da PCB Piezotronics, fixado na estrutura. O sinal passa por um condicionador de sinais semelhante ao anterior e é encaminhado ao sistema de aquisição. O sistema de aquisição utilizado foi o *SignalCalc ACE* da Data Physics. Este sistema de aquisição fornece, também, algumas ferramentas básicas para análise dos sinais. No entanto, a maioria das análises foi feita em programas implementados no software MATLAB<sup>®</sup>.

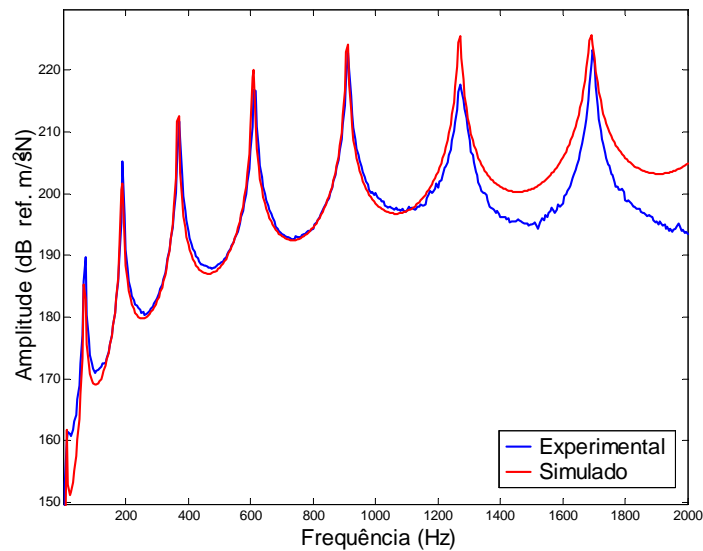


**Figura 5.1: Esquema da instrumentação utilizada no ensaio experimental**

A estrutura analisada foi modelada no programa SMARTSYS e discretizada em 24 elementos de viga ( $\alpha = 10^{-6}$  e  $\beta = 10^{-3}$ ); os números 1 a 25 na figura (5.1) indicam a numeração dos nós. As figuras (5.2) e (5.3) apresentam as FRFs obtidas experimentalmente e as simuladas no programa SMARTSYS, para diferentes pontos de aquisição da resposta e diferentes faixas de frequência. A janela empregada durante a aquisição do sinal trata-se de uma ferramenta específica do software *SignalCalc ACE* denominada *Force-Response*. A frequência máxima de aquisição,  $f_{\max}$ , e o intervalo de discretização,  $\Delta f$ , de cada sinal estão indicados no título das figuras.



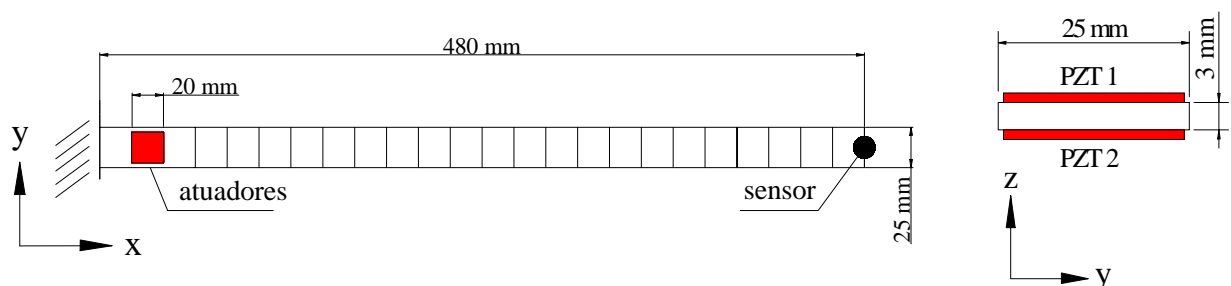
**Figura 5.2: FRF experimental e simulada (excitação: nó 2, medida: nó 24,  $f_{\max} = 1000$  Hz,  $\Delta f = 2.5$  Hz)**



**Figura 5.3: FRF experimental e simulada (excitação: nó 2, medida: nó 25,  $f_{\max} = 2000$  Hz,  $\Delta f = 5$  Hz)**

Verifica-se que a partir do sexto modo de vibrar a curva simulada se afasta da curva experimental. Neste caso pode-se dizer que seria necessário empregar uma malha mais refinada para representar adequadamente os modos de ordem elevada. Entretanto, a boa concordância entre as FRFs experimentais e simuladas até a faixa de 1000 Hz permite considerar que o modelo de elementos finitos implementado representa adequadamente o comportamento de estrutura do tipo viga.

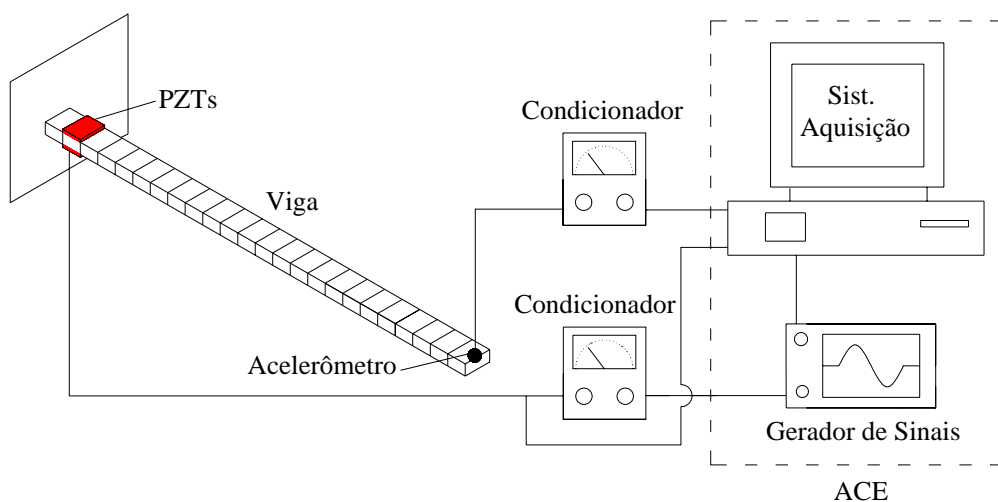
Para verificar a influência do acoplamento eletromecânico na modelagem, a viga ensaiada foi instrumentada com um par de atuadores piezelétricos de dimensões 20x20x0.267mm (comprimento, largura e espessura, respectivamente) e propriedades indicadas na tabela (4.3). Os atuadores foram colados nas superfícies superior e inferior da viga, nas posições indicadas na figura (5.4).



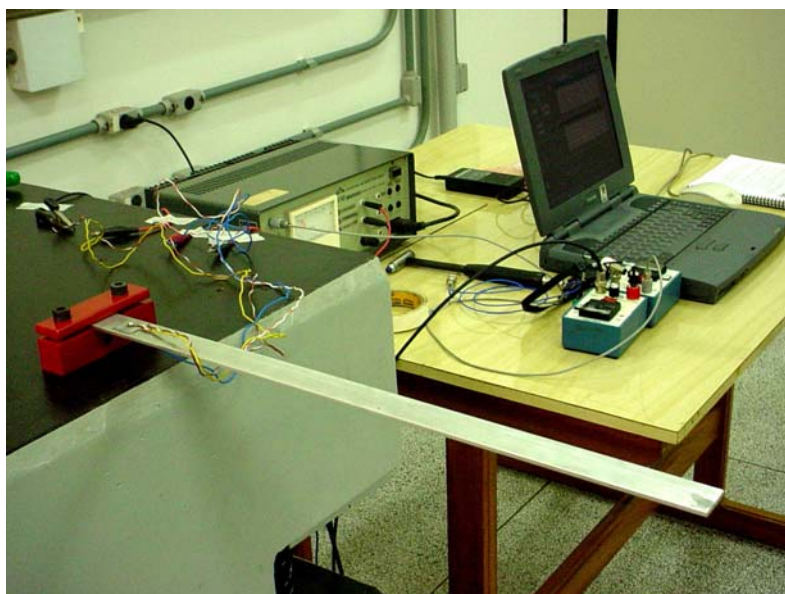
**Figura 5.4: Desenho esquemático da viga com PZTs acoplados**

Devido as propriedades dinâmicas da viga todos os testes experimentais realizados com o atuador PZT foram de flexão. Para obtenção do movimento de flexão na viga o potencial elétrico foi aplicado com 180 graus de defasagem na direção de polarização na superfície dos PZTs, conforme ilustrado na figura (2.8b).

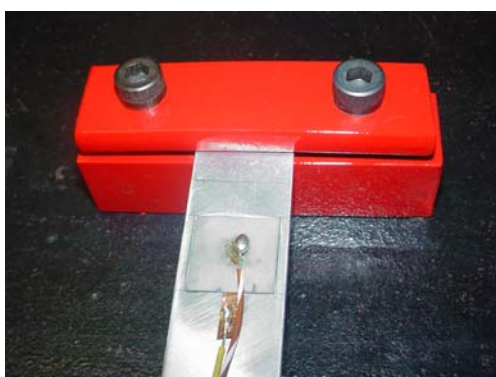
Um esquema da viga com a instrumentação empregada é mostrado na figura (5.5). O sinal de excitação se trata de uma varredura em frequência produzida pelo gerador de sinais do software *SignalCalc ACE* (configuração denominada Swept Sine). Este sinal passa por um condicionador de sinais, modelo 480E09 da PCB Piezotronics, e alimenta os atuadores piezelétricos. O sinal da resposta do sistema é medido por um acelerômetro, modelo 352A10 da PCB Piezotronics, fixado na estrutura. O sinal passa por um condicionador de sinais semelhante ao anterior e é encaminhado ao sistema de aquisição. O sistema de aquisição e o software *SignalCalc ACE* são usados para armazenar e tratar os dados do ensaio. Os aparatos utilizados nos experimentos e os detalhes dos atuadores PZTs colados na estrutura são mostrados nas figuras (5.6) e (5.7), respectivamente.



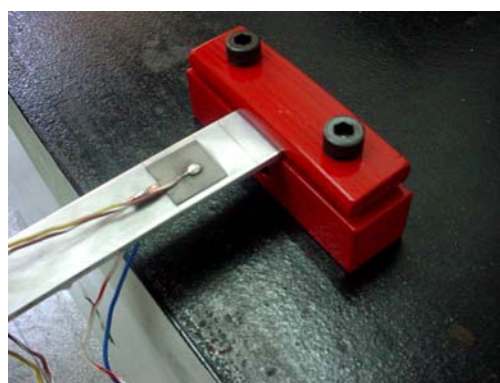
**Figura 5.5: Esquema da instrumentação utilizada no ensaio experimental**



**Figura 5.6: Vista dos equipamentos utilizados nos ensaios experimentais.**



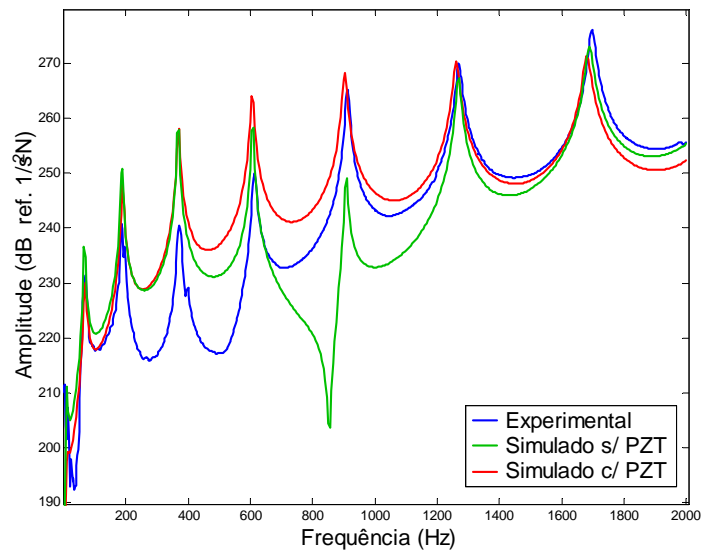
(a)



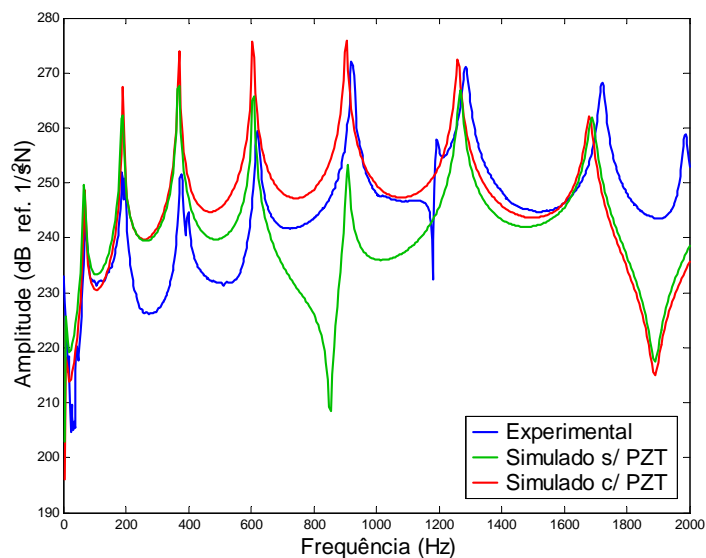
(b)

**Figura 5.7: Detalhes da piezestruturas engastada**

A estrutura ensaiada foi modelada no programa SMARTSYS e discretizada em 24 elementos de viga com 1 par de elementos piezelétricos acoplados, conforme ilustrado na figura (5.4). As figuras (5.8) e (5.9) apresentam as FRFs obtidas no teste experimental e simuladas no programa SMARTSYS para as configurações com e sem PZTs acoplados. A janela aplicada durante a aquisição do sinal é denominada *Hanning*. A frequência máxima de aquisição,  $f_{\max}$ , e o intervalo de discretização,  $\Delta f$ , de cada sinal estão indicados no título das figuras.



**Figura 5.8: FRF experimental e dos modelos c/ e s/ PZTs (excitação: PZTs, medida: nó 25,  $f_{\max} = 2000$  Hz,  $\Delta f = 2.5$  Hz)**



**Figura 5.9: FRF experimental e dos modelos c/ e s/ PZTs (excitação: PZTs, medida: nó 24,  $f_{\max} = 2000$  Hz,  $\Delta f = 2.5$  Hz)**

É possível observar que o traçado da FRF da estrutura modelada com PZTs acoplados se aproxima mais da curva experimental em comparação com a curva do modelo sem PZTs. A tabela (5.1) mostra os valores das 8 primeiras frequências naturais, obtidas nos testes experimentais, e nos programas SMARTSYS e ANSYS®. A diferença verificada, principalmente na primeira frequência natural, deve-se provavelmente a condição do engaste, que não é representada adequadamente nos modelos. Alguns modos presentes nas curvas experimentais e

não verificados nas curvas simuladas estão relacionados a movimentos de torção apresentados pela estrutura real, porém, não representados pelo modelo elemento de viga de Euler-Bernoulli.

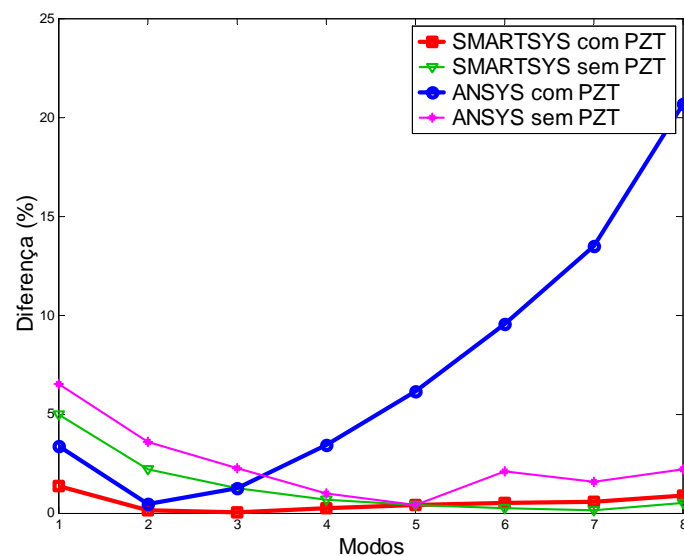
No programa ANSYS® a viga foi modelada com 24x1 elementos sólidos com 1 par de elementos piezelétricos do tipo sólido, fixados na posição indicada na figura (5.4). Como já comentado anteriormente, esta não é a melhor opção para modelagem de vigas, pois as frequências naturais de ordem mais alta diferem bastante do valor esperado.

**Tabela 5.1: Frequências naturais e diferenças percentuais**

Modos	Exp. $f_n$ (Hz)	SMARTSYS				ANSYS®			
		modelo c/ PZT		modelo s/ PZT		modelo c/ PZT		modelo s/ PZT	
		$f_n$ (Hz)	*Dif.%	$f_n$ (Hz)	*Dif.%	$f_n$ (Hz)	*Dif.%	$f_n$ (Hz)	*Dif.%
1	11.25	11.10	1.33	10.69	4.98	10.87	3.38	10.52	6.49
2	68.5	68.59	0.13	66.99	2.20	68.18	0.47	66.04	3.59
3	190.0	190.02	0.01	187.58	1.27	192.42	1.27	185.66	2.28
4	370.0	369.18	0.22	367.60	0.64	382.68	3.43	366.29	1.00
5	610.0	607.70	0.38	607.71	0.38	647.43	6.14	612.55	0.42
6	910.0	905.52	0.49	907.90	0.23	996.88	9.55	929.23	2.11
7	1270.0	1263.13	0.54	1268.27	0.13	1441.50	13.50	1290.00	1.57
8	1698.0	1682.99	0.88	1688.98	0.53	2049.40	20.69	1735.40	2.20

$$*Diferença = (f_n/f_{nexp} - 1)100$$

As variações percentuais para cada caso são calculadas tendo como base os valores das frequências experimentais. Os valores das diferenças mostradas na tabela (5.1) são apresentadas na forma de gráfico na figura (5.10).



**Figura 5.10: Diferenças em relação aos valores experimentais em função dos modos**

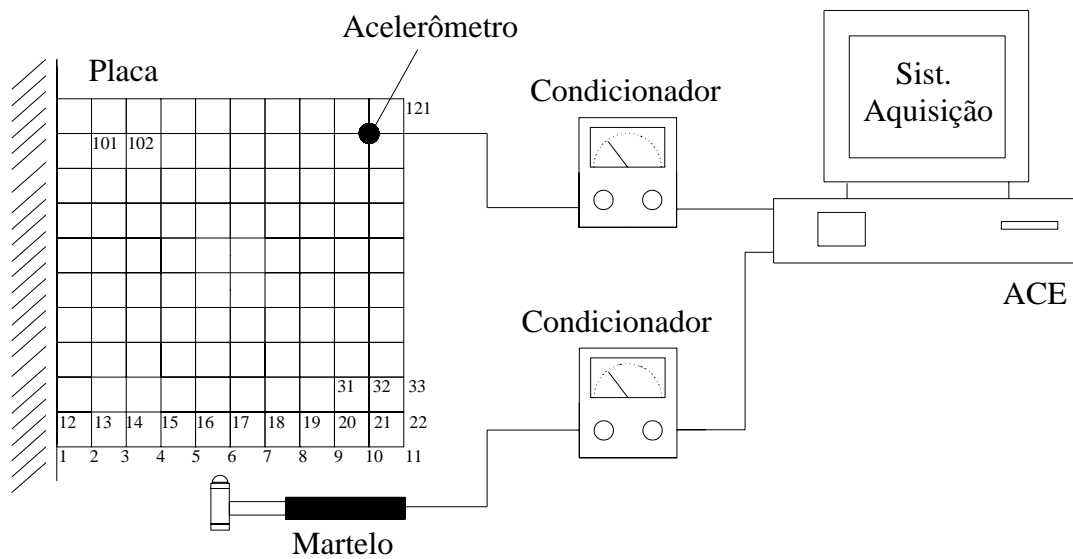


Nota-se que, a inclusão da influência dos PZTs na modelagem da estrutura, reduziu as diferenças nos valores das 4 primeiras frequências naturais apresentadas pelo modelo implementado no programa SMARTSYS, em relação aos valores experimentais. No programa ANSYS®, a inclusão dos PZTs no modelo, reduziu as diferenças em relação aos valores experimentais, nos 3 primeiros modos, verificando-se um grande aumento das diferenças a partir do terceiro modo. Neste caso, a qualidade do modelo construído com elementos sólidos foi prejudicada, fundamentalmente, devido à relação entre o comprimento e a espessura dos PZTs ser extremamente elevada.

Neste capítulo, com exceção do uso do amortecimento proporcional a rigidez e a massa, não foram empregadas técnicas de ajuste de modelos, pois o objetivo principal foi quantificar a influência do acoplamento eletromecânico. No entanto, para aplicações práticas o ajuste de modelos deverá ser obrigatoriamente aplicado, uma vez que a espessura da camada de adesivo não foi considerada nos modelos desenvolvidos, isto é considerou-se que os elementos piezelétricos estão perfeitamente fixos na estrutura. Abreu (2003) ajusta o módulo de elasticidade da cerâmica piezelétrica e encontra valores na ordem de 50% do valor original. Pesquisas adicionais nesta direção deverão ser encaminhadas para elucidar estes fatos.

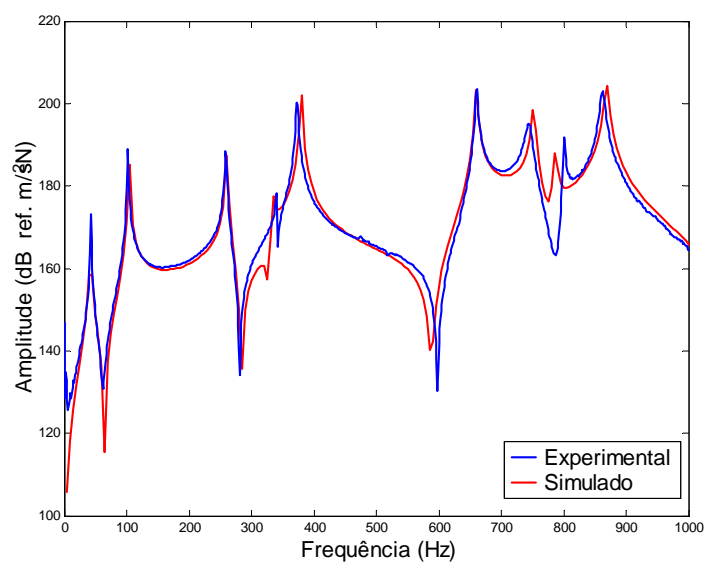
## **5.2 Experimento II: Placa Engastada-Livre-Livre-Livre**

A estrutura analisada nesta seção consiste de uma placa de alumínio na condição engastada-livre-livre-livre, com dimensões 200x200x2mm, de comprimento, largura e espessura, respectivamente. Um esquema da placa com a instrumentação empregada é mostrado na figura (5.11). O esquema da cadeia de medição é idêntico ao descrito para o experimento da viga com perturbação produzida por martelo de impacto.

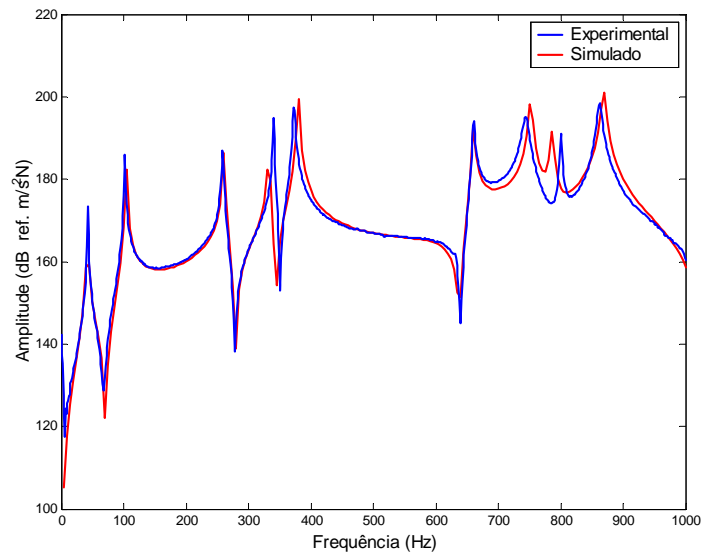


**Figura 5.11: Esquema da instrumentação utilizada no ensaio experimental da placa**

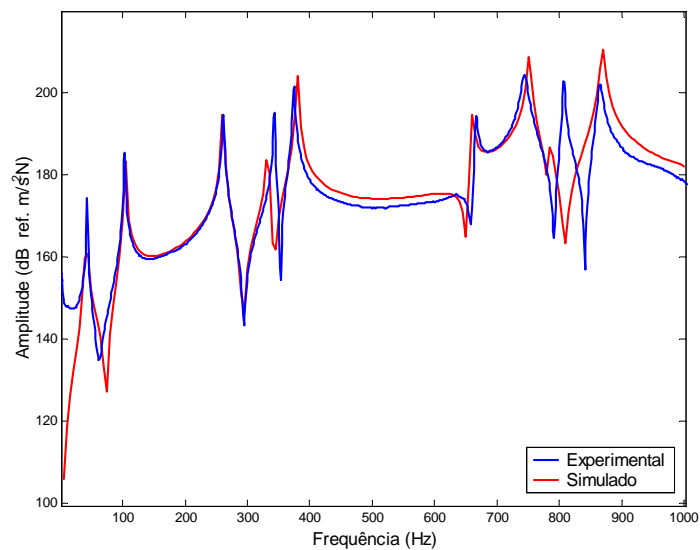
A estrutura analisada foi modelada no programa SMARTSYS e discretizada em 10x10 elementos quadrados de 4 nós ( $\alpha = 10^{-6}$  e  $\beta = 10^{-3}$ ). Os números 1 a 121 na figura (5.11) indicam a numeração dos nós. Inicialmente foram realizados diversos testes considerando diferentes pontos de excitação e medidas. As figuras (5.12) a (5.14) mostram as FRFs experimentais e as simuladas no programa SMARTSYS para alguns dos casos citados acima. A janela denominada *Force-Response* foi aplicada aos sinais. A frequência máxima de aquisição empregada foi  $f_{\max} = 1000$  Hz e o intervalo de discretização foi  $\Delta f = 1.25$  Hz.



**Figura 5.12: FRF experimental e simulada (excitação: nó 13/medida: nó 21)**

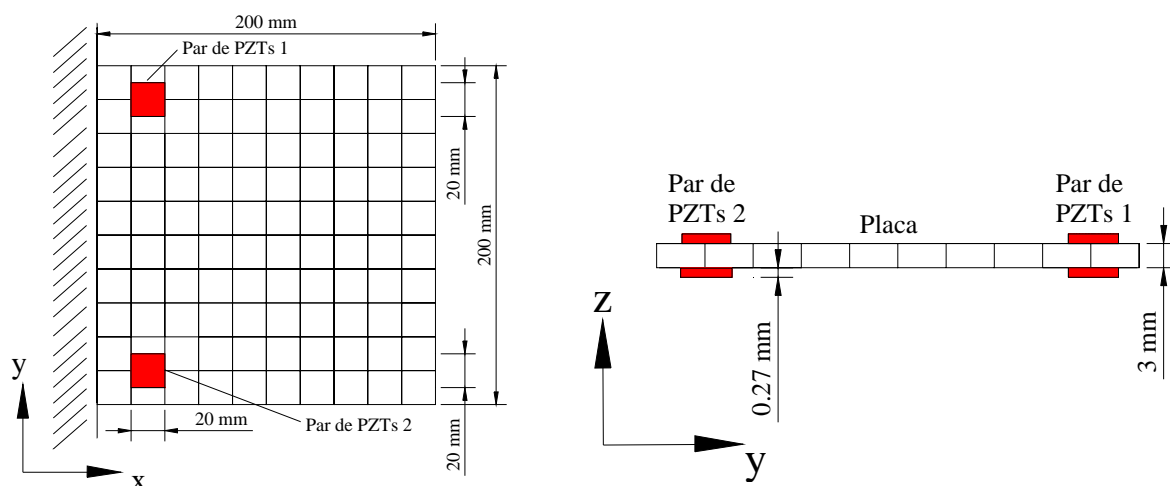


**Figura 5.13: FRF experimental e simulada (excitação: nó 24/medida: nó 21)**



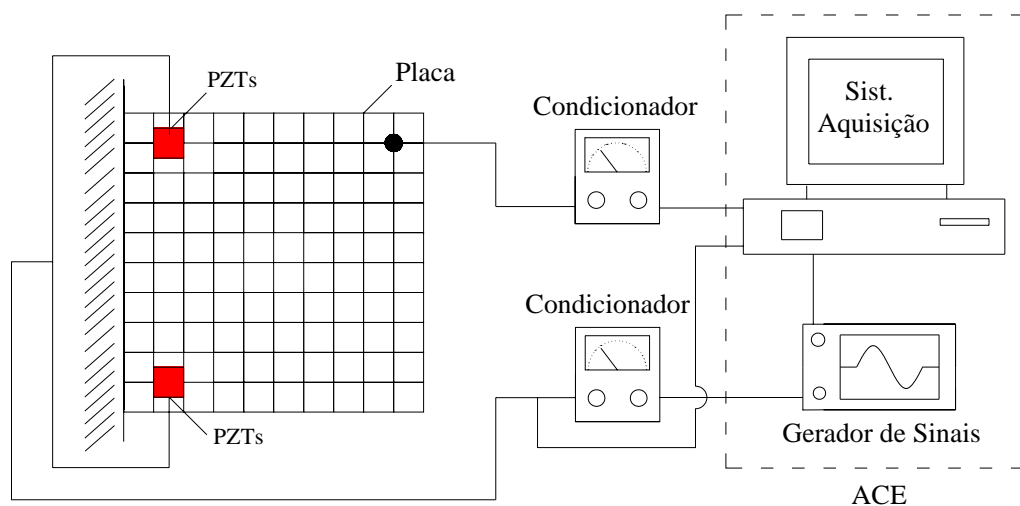
**Figura 5.14: FRF experimental e simulada (excitação: nó 24/medida: nó 22)**

Verifica-se que as FRFs simuladas se aproximam bastante das experimentais, evidenciando a validade do modelo de placa implementado. Para verificar a influência do acoplamento de elementos piezelétricos na estrutura do tipo placa foram colados dois pares de atuadores piezelétricos (denominados: Par de PZTs 1 e 2) de dimensões 20x20x0.267mm (comprimento, largura e espessura, respectivamente) e propriedades indicadas na tabela (4.3). Os atuadores foram colados nas superfícies superior e inferior da placa, nas posições indicadas na figura (5.15).



**Figura 5.15: Desenho esquemático da placa com PZTs acoplados**

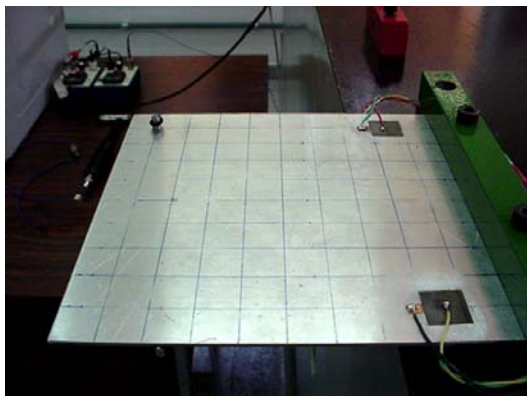
Um desenho esquemático da placa com a instrumentação empregada é mostrado na figura (5.16). O esquema da cadeia de medição é idêntico ao descrito para o experimento da viga excitada com PZTs. Os equipamentos utilizados nos experimentos e os detalhes da placa e da posição dos atuadores são mostrados nas figuras (5.17) e (5.18).



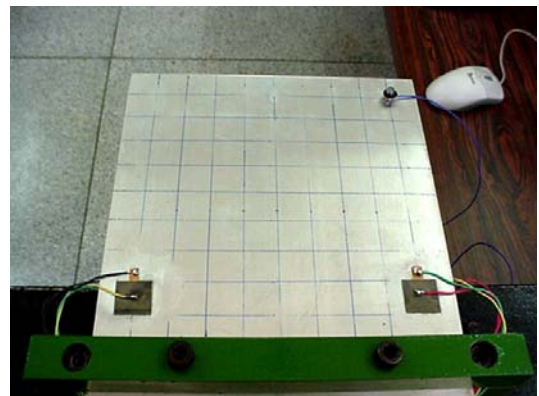
**Figura 5.16: Esquema da instrumentação utilizada no ensaio experimental**



**Figura 5.17: Vista do ensaio experimental**



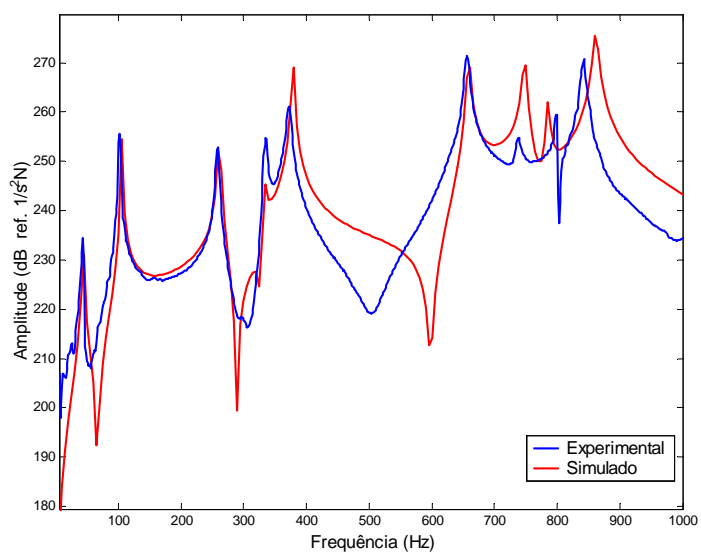
**(a)**



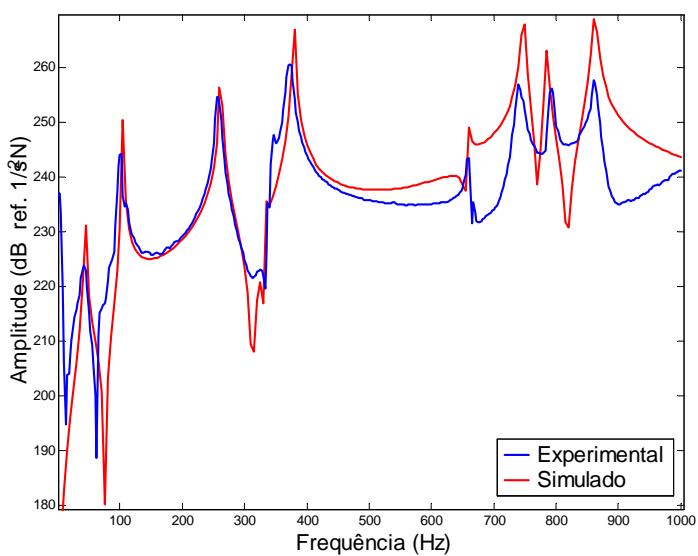
**(b)**

**Figura 5.18: Detalhes da piezestrutura engastada**

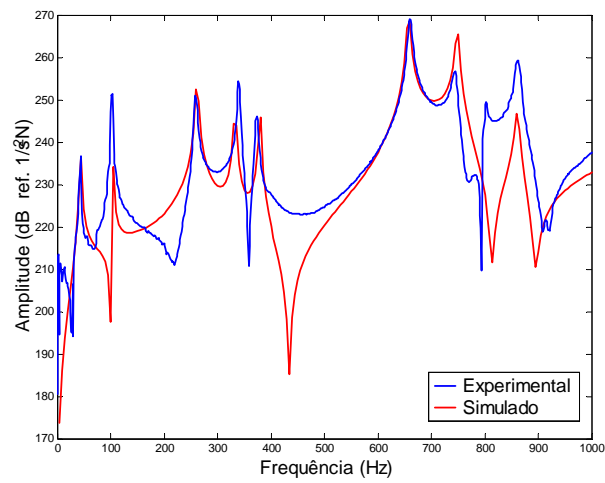
Os PZTs foram modelados empregando elementos de viga, conforme a formulação da seção (2.4), e acoplados entre os nós 13 - 14 e 101 - 102 da placa. As figuras (5.19) a (5.23) apresentam as FRFs obtidas nos testes experimentais e para o modelo implementado no programa SMARTSYS com PZTs acoplados. A janela denominada *Hanning* foi aplicada aos sinais. Nos sinais apresentados a frequência máxima de aquisição empregada foi  $f_{\max} = 1000$  Hz e o intervalo de discretização foi  $\Delta f = 1.25$  Hz.



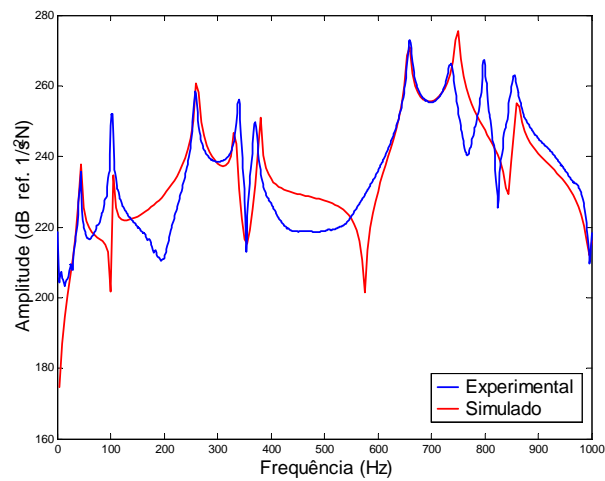
**Figura 5.19: FRF experimental e simulada (excitação: Par de PZTs 1/medida:nó 121)**



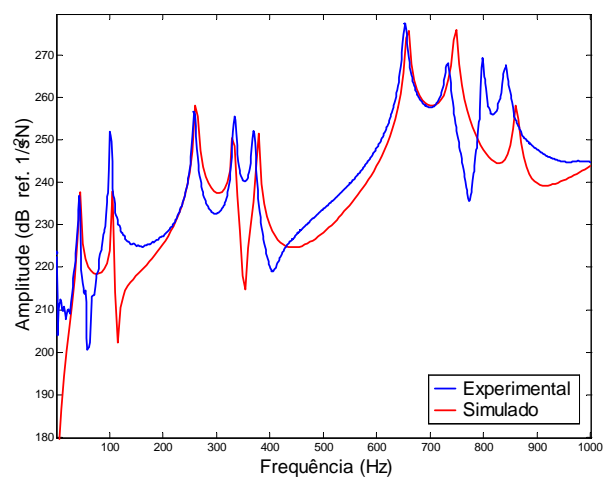
**Figura 5.20: FRF experimental e simulada (excitação: Par de PZTs 1/medida:nó 99)**



**Figura 5.21: FRF experimental e simulada (excitação: Par de PZTs 1 e 2/medida:nó 121)**



**Figura 5.22: FRF experimental e simulada (excitação: Par de PZTs 1 e 2/medida:nó 22)**



**Figura 5.23: FRF experimental e simulada (excitação: Par de PZTs 1 e 2/medida:nó 21)**

Neste ponto é importante lembrar que o potencial elétrico aplicado com 180 graus de defasagem, nas superfícies do par de PZTs, produz momentos em torno dos eixos  $x$  e  $y$  da estrutura. Em uma estrutura do tipo viga prevalecem os movimentos de flexão produzidos pelos PZTs, entretanto, em uma estrutura do tipo placa podem ser verificados movimentos de flexão e torção. Portanto, o tipo de excitação produzida pelos PZTs seria mais adequadamente representado por um elemento piezelétrico de placa com graus de liberdade de rotação em torno dos eixos  $x$  e  $y$ .

Embora os elementos piezelétricos do tipo viga não representem adequadamente o tipo de excitação produzida pelos PZTs em estruturas do tipo placa, sua incorporação sobre a estrutura reduziu as diferenças entre os valores das frequências naturais experimentais e simuladas para grande parte dos modos analisados, conforme apresentado na tabela (5.2). Nesta tabela são mostrados os valores das 9 primeiras frequências naturais obtidas nos testes experimentais e nos programas SMARTSYS e ANSYS®. No programa ANSYS® a placa foi modelada com 20x20 elementos sólidos.

**Tabela 5.2: Frequências naturais e diferenças percentuais**

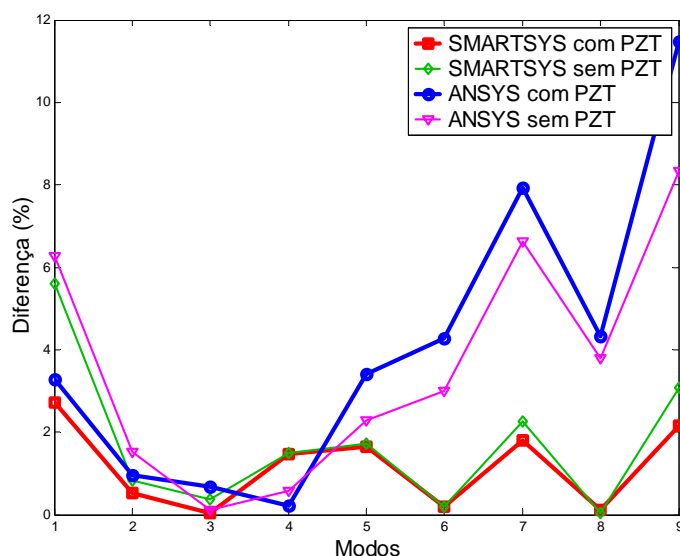
Modos	Exp. $f_n$ (Hz)	SMARTSYS				ANSYS®			
		modelo c/ PZT		modelo s/ PZT		modelo c/ PZT		modelo s/ PZT	
		$f_n$ (Hz)	*Dif. %	$f_n$ (Hz)	*Dif. %	$f_n$ (Hz)	* Dif. %	$f_n$ (Hz)	* Dif. %
1	45.0	43.78	2.71	42.48	5.60	43.529	3.27	42.180	6.27
2	105.0	105.56	0.53	104.14	0.82	106.02	0.97	103.39	1.53
3	262.0	262.08	0.03	261.06	0.36	263.78	0.68	261.70	0.11
4	337.5	332.50	1.48	332.47	1.49	338.20	0.21	335.57	0.57
5	372.5	378.61	1.64	378.95	1.73	385.22	3.41	380.99	2.28
6	659.0	657.75	0.19	660.33	0.20	687.20	4.28	678.78	3.00
7	735.0	748.33	1.81	751.57	2.25	793.38	7.94	783.70	6.62
8	786.0	785.13	0.11	785.60	0.05	819.94	4.32	815.77	3.79
9	843.0	861.29	2.17	868.95	3.08	939.77	11.48	913.34	8.34

Apesar das limitações do elemento de viga e da menor discretização empregada no programa SMARTSYS (10x10 elementos), verifica-se que seus resultados se aproximam mais dos resultados experimentais que os resultados do programa ANSYS®, conforme mostra a figura (5.24).

Não foi realizada nenhuma verificação dos autovetores correspondentes, ou seja, verificação dos valores MAC (*Modal Assurance Criterion*). Uma análise mais criteriosa deve



levar este parâmetro em consideração, pois como comentado anteriormente, o tipo excitação implementado não permite aplicação de torção na placa. Portanto, os modos de torção podem não estar sendo identificados adequadamente.



**Figura 5.24: Diferenças em relação aos valores experimentais em função dos modos**

Lewis (2000) modelou um toróide empregando elementos de casca com PVDFs acoplados modelados com elementos do tipo viga de Euler Bernoulli. Segundo o autor os elementos do tipo viga fornecem uma boa aproximação do comportamento do material piezelétrico sobre a estrutura, porém, ressalta que este é um modelo bastante simples e sugere a realização de testes experimentais para validar esta metodologia.

No presente trabalho a modelagem de estruturas com elementos piezelétricos do tipo viga proporcionou a criação de modelos mais refinados e realísticos, uma vez que a incorporação da massa, da rigidez e do acoplamento eletromecânico da cerâmica piezelétrica mostrou significativa influência sobre as propriedades dinâmicas da estrutura.

Entretanto, apesar do ótimo desempenho durante as comparações com resultados experimentais de estruturas do tipo viga, verificou-se que o modelo de atuador do tipo viga não fornece uma representação adequada da real excitação produzida pelos PZTs em estruturas do tipo placa. Os resultados experimentais comprovam, também, as afirmações realizadas no decorrer do trabalho a cerca das limitações do elemento sólido, a potencialidade da formulação empregada no programa SMARTSYS e a necessidade de se obter modelos matemáticos que possam descrever de forma adequada o mecanismo da deformação induzida no material

piezelétrico. Existem outros softwares comerciais que consideram o efeito piezelétrico, no entanto, os resultados foram comparados com ANSYS® por ser o programa disponível no Laboratório de Vibrações do Departamento de Engenharia Mecânica da UNESP/Feis.

## Capítulo 6

### **CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS**

#### **6.1 Considerações finais**

Caracterizar e modelar estruturas inteligentes foram os objetivos principais deste trabalho. Empregando o método dos elementos finitos, foram modeladas estruturas do tipo viga de Euler-Bernoulli e placa de Kirchhoff. A partir do estudo das equações da piezeletricidade, foi modelada a interação entre o elemento piezelétrico do tipo viga e a estrutura base. As funções de forma e as matrizes empregadas na criação dos modelos de elementos finitos para meios piezelétricos, raramente disponíveis na literatura, foram apresentadas tanto para parte estrutural quanto para os elementos piezelétricos. O princípio do trabalho virtual foi utilizado para desenvolver as equações do movimento dos sistemas eletromecanicamente acoplados.

O desenvolvimento teórico foi aplicado através da implementação de um programa, denominado SMARTSYS, para modelagem de estruturas do tipo viga e placa com elementos piezelétricos acoplados. O programa permite não só analisar o comportamento estático e dinâmico destas estruturas como também se constitui em ferramenta para análise e implementação do controle ativo das mesmas. Além das diversas ferramentas para análise dos modelos de elementos finitos, foram criadas interfaces gráficas para pré-processamento, solução e pós-processamento dos dados, que tornaram o programa amigável e interativo.

Para validar a metodologia proposta, os resultados do programa SMARTSYS foram comparados com os resultados apresentados pelo programa ANSYS® e com resultados experimentais.

Durante as simulações numéricas foi verificada a influência dos elementos piezelétricos incorporados em posições definidas através de técnicas de posicionamento ótimo de sensores e atuadores. Os resultados de ambos os programas apresentaram boa concordância tanto para parte estrutural quanto após o acoplamento do material piezelétrico. As diferenças verificadas são

atribuídas principalmente ao uso de diferentes tipos de elementos em cada programa e as condições de contorno. Teoricamente, o elemento sólido é superior ao elemento de viga, entretanto, a qualidade dos modelos construídos com o elemento sólido no programa ANSYS® foi prejudicada devido à pequena espessura da cerâmica piezelétrica.

As aplicações de controle realizadas mostraram o efeito do acoplamento eletromecânico na modelagem dos sistemas e contribuíram para o estudo do mecanismo de atuação da cerâmica piezelétrica.

Os resultados do programa SMARTSYS se mostraram bastante próximos dos resultados experimentais, atestando a qualidade dos modelos de elementos finitos desenvolvidos para as estruturas do tipo viga e placa. O programa SMARTSYS apresentou um ótimo desempenho durante as comparações com resultados experimentais para estruturas do tipo viga, entretanto, verificou-se que o modelo de atuador do tipo viga é bastante simples e não representa os movimentos de torção da real excitação produzida pelos PZTs.

Apesar das limitações do elemento piezelétrico do tipo viga, o programa ANSYS® apresentou, sistematicamente, resultados inferiores aos resultados do programa SMARTSYS, quando comparados a valores teóricos e experimentais. Esta constatação nos faz acreditar na potencialidade da formulação proposta neste trabalho e serve de motivação para prosseguir no estudo das estruturas inteligentes, na tentativa de se obter modelos matemáticos que possam descrever de forma adequada o mecanismo da deformação induzida no material piezelétrico.

## 6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Levando-se em conta o estágio em que se encontra este trabalho, abrem-se novas perspectivas para futuras pesquisas. A seguir estão listadas algumas sugestões:

- Modelagem de elementos piezelétricos do tipo placa e outros tipos de elementos.
- Melhorias na interatividade dos módulos para pré-processamento, solução e pós-processamento do programa SMARTSYS.
- Implementação de novas técnicas de controle ativo de vibrações no programa SMARTSYS.
- Verificações experimentais envolvendo aplicações de controle e análise modal.
- Verificação da influência da camada de adesivo entre a cerâmica e a estrutura base.

- Implementação de técnicas de ajuste de modelos no programa SMARTSYS.
- Utilização dos valores MAC para caracterizar as frequências naturais e seus respectivos modos de vibrar.

### 6.3 Produção Científica

Este trabalho proporcionou a elaboração dos seguintes artigos:

Rocha, T. L., Silva, S. e Lopes Jr. V., 2004, “Optimal Placement of Sensor and Actuator for Large Structures”, In Proceeding of International Modal Analysis Conference - IMAC, 22, A Conference & Exposition on Structural Dynamics. Dearborn, Michigan, USA, in CD-Rom.

Rocha, T. L. and Lopes Jr. V., 2004, “Optimal Location of Piezoelectric Sensor and Actuator for Flexible Structures”, 11th International Congress on Sound and Vibration - ICSV11, St. Petersburg, Russia.

Rocha, T. L. and Lopes Jr. V., 2004, “Placement of Sensors and Actuators in Smart Structure”, Anais do 3º Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle da Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional - DINCON/SBMAC, UNESP, Ilha Solteira, SP, Brazil.

Rocha, T. L. Silva, S. e Lopes Jr. V., 2004, “Optimal Placement of Piezoelectric Sensor and Actuator”, III Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM, Belém, Pará.

Rocha, T., L., Silva, S., Lopes Jr, V. and Brennan, M. J., 2004, “Linear Matrix Inequalities for Active Vibration Control in Smart Plate”, in: Journal of Intelligent Material System and Structures (Submetido).

Rocha, T. L., Marqui, C. R., Lopes Jr. V., 2003, “Análise Dinâmica de Estruturas com Sensores e Atuadores Piezelétricos” XI Simpósio de Iniciação Científica da USP - SICUSP, São Carlos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abreu, G. L. C. M. e Ribeiro, J. F., 2002, “A Self-Organizing Fuzzy Logic Controller For the Active Control of Flexible Structures using Piezoelectric Actuators”, *Applied Soft Computing Journal*, Vol. 1, Nº 4, pp. 514-526.

Abreu, G. L. C. M., 2003, “Projeto Robusto  $H_\infty$  Aplicado no Controle de Vibrações em Estruturas Flexíveis com Materiais Piezelétricos Incorporados”, Tese de Doutorado, UFU, Uberlândia, MG.

Aldraihem, O. J., Wetherhold, R. C., Singh, T. 1996, “Intelligent Beam Structures: Timoshenko Theory vs. Euler –Bernoulli Theory”, *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Control Applications*, Dearborn, MI, WPO2, v4, n 15, pp 976-981.

Allik, H., Hughes, T. J. R., 1970, “Finite Element Method for Piezoelectric Vibration”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v 2, pp 151-157.

ANSYS® Theory Reference Release 7.0, 2002, SAS IP, Inc.

Arruda, J. R. F., Moreira, F. J., Pereira, A. K. A., 1997, “Comparing Feedback Vibration Control and Feedforward Power-Flow Based Control Strategies Using a Simple Plate Example”, *Proceeding of the 1997 International Symposium on Active Control of Sound and Vibration, ACTIVE97*, Budapest, Hungary, August 21-23, pp. 75-92.

Assunção, E. and Teixeira, M. C. M, 2001, “Projeto de Sistema de Controle Via LMI’s usando o MATLAB”, *APLICON, Escola Brasileira de Aplicações em Dinâmica e Controle*. USP – São Carlos – SP.

Bailey, T., Hubbard Jr. J. E., 1985, “Distributed Piezoelectric-Polymer Active Vibration Control of a Cantilever Beam”, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, v.8, n 5, pp 605-611.

Banks, H.T., Smith, R.C., Wang, Y., 1995, “The Modelling of Piezoceramic Path Interactions with Shells, Plates and Beams”, *Quarterly of Applied Mathematics*, v.LIII, n.2, p.353-381.

Bathe, K., Wilson, E.L., 1976, “Numerical Methods in Finite Element Analysis”, New Jersey, Prentice Hall.

- Batra R. C., 1998, "Design of Smart Materials and Structures", Lecture Notes for the Short-Course, Department of Engineering Science and Mechanics, MC 0219, Virginia Tech, Blacksburg, VA 24061.
- Benjeddou, A., 2000, "Advances in Piezoelectric Finite Element Modelling of Adaptive Structural Elements: A Survey", *Computers and Structures*, v.76, p.347-363.
- Birman, V., Adali, S., 1993, "Active Optimum Control of Orthotropic Plates Using Piezoelectric Stiffeners", *Intelligent Structures, Materials and Vibrations*, v 58, pp 43-49.
- Blanguernon, A., Léné, F., Bernadou, M., 1999, "Active Control of a Beam using a Piezoceramic Element", *Smart Material and Structure*, v.8, p.116-124.
- Brennan, M. J., Day, M. J., Elliot, S. J. e Pinnington, R. J., 1994, "Piezoelectric Actuators and Sensors", *Proceedings of the IUTAM Symposium of the Active Control of Vibration - Bath*, pp 263-274.
- Burl, J. B. and Longman, A. W., 1999, "Linear Optimal Control,  $H_2$  and  $H_\infty$  Methods", Inc. Menlo Park, CA., Department of Electrical Engineering, University of Arkansas, Fayetteville, AR 72701, U.S.A.
- Cady, W. G., 1946, "Piezoelectricity - An Introduction to the Theory and Applications of Electromechanical Phenomena in Crystals", McGraw-Hill, 806p.
- Chandrashekhara, K., Varadarajan, S., Agarwal, S., 1996, "Adaptive Shape Control of Laminated Composite Plates Using Piezoelectric Materials", *Adaptive Structures Forum*, AIAA/ASME/AHS, CP-963, AIAA-96-1288-CP, pp 197-206.
- Clark, R.L., Saunders, W.R., and Gibbs, G.P., 1998, "Adaptive Structures: Dynamics and Control", John Wiley & Sons, Inc.
- Crawley, E. F., de Luis, J., 1987, "Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures", *AIAA Journal*, v 25, n 10, pp 1373-1385.
- De Fonseca, P., Sas, P. e Van Brussel, H., 1999, "A Comparative Study of Methods for Optimising Sensor and Actuator Locations in Active Control Applications", *Journal of Sound and Vibration*, pp. 651-679.
- Detwiller, D.T., Shen, H.H., Venkayya, V.B., 1995, "Finite Element Analysis of Laminated Composite Structures Containing Distributed Piezoelectric Actuators and Sensors", *Finite Elements in Analysis and Design*, v.20, p.87-100.

- Fanson, J. L., Caughey, T. K., 1990, "Positive Position Feedback Control for Large Space Structures", AIAA Journal, v 28, n 4, pp 717-724.
- Fuller, C. R., Elliott, S.J., and Nelson, P. A., 1997, "Active Control of Vibration", Harcourt Brace & Company, Publishers, London.
- Furuya, H. e Haftka, R. T., 1993. "Locating Actuators for Vibration Supression on Space Trusses by Genetic Algorithms", Structures and Control Optimization, ASME 1993, pp. 1-11.
- Gabbert, U.,Schultz, I. And Weber, C.T, 1997, "Actuator Placement in Smart Structures by Discrete-Continuous Optimization", ASME Design Eng. Tech. Conferences, Sept., Sacramento, Ca, USA.
- Gao, F., Y. Shen and L. Li, 2000, "The Optimal Design of Piezoelectric Actuators for Plate Vibroacoustic Control Using Genetic Algorithms with Immune Diversity", Smart Materials and Structures 9: 485 - 491.
- Gaudiller, L., Der Hagopian, J., 1996, "Active Control of Flexible Structures Using a Minimum Number of Components", Journal of Sound and Vibration, v 193, n3, pp 713-741.
- Gawronski, W., W., 1998, "Dynamics and Control of Structures: A Modal Approach", 1.ed. New York: Springer Verlag, 231p.
- Gibbs, G. P., Fuller, C. R., 1992, "Experiments on Active Control of Vibration Power Flow Using Piezoceramic Actuator/Sensors", AIAA Journal, v 30, n 2, pp 457-463.
- Goldberg, D., 1989, "Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning", Ed. Addison-Wesley.
- Gonçalves, P. J. P., Lopes Jr. V. and Assunção, E., 2002, "Controle Ativo de Vibração Estrutural Utilizando Materiais Inteligentes via LMIs", II Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM 2002, João Pessoa-PB.
- Ha, S. K., Keilers, C., Chang, F. K., 1992, "Finite Element Analysis of Composite Structures Containing Distributed Piezoceramic Sensors and Actuators", AIAA Journal, v 30, n 3, pp 772-780.
- Han, J. H. and I. Lee, 1999, "Optimal Placement of Piezoelectric Sensors and Actuators for Vibration Control of a Composite Plate Using genetic Algorithms", Smart Materials and Structures 8(2): 257 - 267.



- Han, J.H., Cho, K.D., Youn, S.H., Lee, I., 1999, "Vibration and Actuation Characteristics of Composite Structures with a Bonded Piezoceramic Actuator", *Smart Material and Structure*, v.8, p.136-143.
- Hanagud, S., Obal, M. W., Calise, A. J. 1992, "Optimal Vibration Control by Use of Piezoceramic Sensors and Actuators", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v.15, n 5, pp 1199-1206.
- Heverly, D. E., K. W. Wang and E. C. Smith, 2001, "An Optimal Actuator Placement Methodology for Active Control of Helicopter Airframe Vibration.", *Journal of the American Helicopter Society* **46**(4): 251 - 261.
- Hiramoto, K., H. Dok and G. Obinata, 2000, "Optimal Sensor/Actuator Placement for Active Vibration Control Using Explicit Solution of Algebraic Riccati Equation", *Journal of Sound and Vibration* **229**(5): 1057 - 1075.
- Huebner, K.H., Thornton, E.A., 1982, "The Finite Element Method for Engineers", John Wiley & Sons. New York.
- Hwang, W. S. and S. C. Park, 1993, "Finite Element Modeling of Piezoelectric Sensors and Actuators", *AIAA Journal* , **31**(5):930–937.
- Inman, D. J., 1996, "Engineering Vibrations", Prentice-Hall, Upper\_Saddle River, NJ, 621 pp. ISBN 0-13-726142-X.
- Jia, J., 1990, "Optimization of Piezoelectric Actuator Systems for Vibration Control of Flexible Structures", Ph. D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, VPI&US, Blacksburg, Virginia.
- K2 Inc, 2003, "Materials in Sport and Leisure", Disponível em: <http://www.k2inc.net>. Acesso em: jul, 2003.
- Kim, J., Ko, B., Lee, J.K., Cheong, C.C., 1999, "Finite Element Modelling of a Piezoelectric Smart Structure for the Cabin Noise Problem", *Smart Material and Structure*, v.8, p.380-389.
- Kirb, G.C., Matic, P. e Lindner, D.K., 1994, "Optimal Actuator Size and Location Using Genetic Algorithms for Multivariable Control", *AD-Vol. 45/MD-Vol. 54, Adaptive Structures and Composite Materials: Analysis and Application*, ASME, pp. 325-335.
- Kwon, Y., W., and Bang, H., 1997, "The Finite Element Method using MATLAB", Boca Raton, Flórida, CRC Press LLC.

Lam, K.Y., Ng, T.Y., 1999, "Active Control of Composite Plates with Integrated Piezoelectric Sensors and Actuators Under Various Dynamic Loading Conditions", *Smart Materials and Structures*, v.8, p.223-237.

Lewis J. A., 2000, "Finite Element Modeling and Active Control of an Inflated Torus Using Piezoelectric Devices", Master Thesis submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia.

Li, L. X., Y. P. Shen and F. Gao, 2001, "The Optimal Design of Piezoelectric Actuators for Acoustic Control", *Smart Materials and Structures* 10: 421 - 426.

Lima Jr., J. J. de 1999, "Modelagem de Sensores e Atuadores Piezoelétricos com Aplicações em Controle Ativo de Estruturas", Tese de Doutorado, Dept. de Mecânica Computacional, Faculdade Engenharia Mecânica, UNICAMP, 243p.

Lima Jr., J. J. de, Arruda, J. R. F. 1997, "Finite Element Modeling of Piezoceramic Sensors and Actuators", *Anais do XVIII CILAMCE, Congresso Ibero Latino – Americano de Métodos Computacionais para Engenharia*, Brasília, v 1, ref 198, pp 751-757.

Lopes Jr. V., Pereira, J. A., and Inman, D. J., 2000a, "Structural FRF Acquisition via Electric Impedance Measurement Applied to Damage Location", in XVIII IMAC – International Modal Analysis Conference, pp. 1549-1555, San Antonio, Texas.

Lopes Jr. V., Steffen Jr. V., and Inman, D. J., 2000b, "Optimal Design of Smart Structures Using Bonded Piezoelectric for Vibration Control", in ISMA 25 – International Conference on Noise and Vibration Engineering, Leuven, Belgium.

Moreira, F. J. O., 1998, "Um Controlador  $H_\infty$  de Banda Limitada para Controle Ativo de Vibração Estrutural", Tese de Doutorado, Depto. de Mecânica Computacional, UNICAMP, 199p.

Naillon, M., Coursant, R. H., Besnier, F., 1983, "Analysis of Piezoelectric Structures by a Finite Element Method", *ACTA Electronica*, v 25, n 4, pp 341-362.

Ogata, K., 2001, "Modern Control Engineering", 4th Edition, Prentice Hall, 0130609072.

Panossian, H., Gawronski, W. e Ossman, J., 1998, "Balanced Shaker and Sensor Placement for Modal Testing of Large Flexible Structures", IMAC-XVI, Santa Barbara, CA.

Papathodorou, M., Taylor, C. A e Lieven, N. A. J., 1999, "Optimal Sensor Locations for Dynamic Verification", *Structural Dynamics – Eurodyn 99*, pp. 587-592.

Pereira, C. B., 2003, “Técnicas de Otimização Discreto - Contínuas Aplicadas ao Controle de Vibração de Estruturas Inteligentes”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia.

Przemieniecki J. S., 1968, “Theory of Matrix Structural Analysis”, New York, McGraw-Hill.

Rao, S. S., Sunar, M., 1994, “Piezoelectricity and its Use in Disturbance Sensing and Control of Flexible Structures: A Survey”, Applied Mechanical Review, v 47, n 4, pp 113-123.

Rao, S.S., Pan, T.S. e Venkayya, V.B., 1991, “Optimal Placement of Actuators in Actively Controlled Structures Using Genetic Algorithms”, AIAA Journal, 29(6):942-943.

Resch, M., Jeger, M., Elspass, W. J., 1996, “Optimal Design of Laminated Plates for Active Vibration Control”, ISMA 21 – Noise and Vibration Engineering, pp 283-294.

Rocha, T. L., Silva, S. e Lopes Jr. V., 2004a, “Optimal Placement of Sensor and Actuator for Large Structures”, In Proceeding of International Modal Analysis Conference - IMAC, 22, A Conference & Exposition on Structural Dynamics. Dearborn, Michigan, USA, in CD-Rom.

Rocha, T. L. and Lopes Jr. V., 2004b, “Placement of Sensors and Actuators in Smart Structure”, Anais do 3º Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle da Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional - DINCON/SBMAC, UNESP, Ilha Solteira, SP, Brazil.

Sadri, A. M., J. R. Wright and R. J. Wynne, 1999, "Modelling and Optimal Placement of Piezoelectric Actuators in Isotropic Plates Using Genetic Algorithms", Smart Materials and Structures 8: 490 - 498.

Silva, S., Lopes Jr. V. e Assunção, E., 2003, “Controle Robusto de Estruturas Flexíveis Usando Técnicas LMIs”, Vol 2, Anais do 2º Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle da Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional - DINCON/SBMAC, São José dos Campos, SP, Brasil, pp. 2200-2219.

Silva, S., Lopes, Jr. V., Assunção, E., 2004, “Robust Control of Smart Structures Using Linear Matrix Inequalities”, Journal of Brazilian Society Mechanical Science, Rio de Janeiro, Brazil. (Submetido).

Simpson, M. T. e Hansen, C. H., 1996, “Use of Genetic Algorithms to Optimize Vibration Actuator Placement for Active Control of Harmonic Interior Noise in a Cylinder with floor structure”, Noise Control Engineering Journal, pp. 169-184.

Smartec S/A, 2003, “Structural Health Monitoring and Services”, Disponível em: <http://www.smartec.ch>, Acesso em: jul, 2003.

Smartfibres Ltd, 2000, “Structural Health Monitoring”, Disponível em: <http://www.smartfibres.com>, Acesso: em jul, 2003.

The Institute of Materials, Minerals and Mining - IOM3, 2003, “Aerospace and Defense Applications - an overview of US military smart adaptive projects”, Disponível em: <http://www.instmat.co.uk/iom/divisions/mst/s masc/intro.htm>, Acesso em: jul, 2003.

Timoshenko, S. P., Goodier, J. N., 1970, “Theory of Elasticity”, 3rd Edition, McGraw-Hill, 69-13617.

Troyk, P.R., Frankovic R., Anderson J.E., 1991, “Experimental Techniques for Electrical Testing of Microelectronic Coatings”, IEEE Trans Comp., Hybrids, and Mauf. Tech. vol.14, p428-435.

Tseng, C. I., 1989, “Electromechanical Dynamics of a Coupled Piezoelectric / Mechanical System Applied to Vibration Control and Distributed”, Ph. D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Kentucky, 240 p.

Tseng, C. I., Tzou, H. S., 1993, “Distributed Observing and Active Control of a Cantilever Plate”, Intelligent Structures Materials and Vibrations, v 58, pp 59-65.

Tzou, H. S. And R. Ye, 1996, “Analysis of Piezoelastic Structures with Laminated Piezoelectric Triangle Shell Elements”, AIAA Journal , 34(1):110–115.

Tzou, H. S., 1991, “Distributed Vibration Control and Identification of Coupled Elastic/Piezoelectric Shells: Theory and Experiments”, Mechanical Systems and Signal Processing, v 5, n 3, pp 199-214.

Tzou, H. S., Zhong, J. P., 1993, “Adaptative Piezoelectric Shell Structures: Theory and Experiments”, Mechanical Systems and Signal Processing, v 7, n 4, pp 307-319.

Tzou, H.S., Tseng, C.I., 1991, “Distributed Modal Identification and Vibration Control of Continua: Piezoelectric Finite Element Formulation and Analysis”, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, v.113, p.500-505.

Ultra Electronics Ltd, 1999, “Noise and Vibration Systems”, Disponível em: <http://www.ultraquiet.com>, Acesso em: jul, 2003.

University of Alberta, 2001, “Applications of Smart Materials”, University of Alberta Smart Material and Micromachines Web Site: <http://www.cs.ualberta.ca>, Acesso em: fev, 2004.

Vipperman, J. S., Clark, R. L., 1996, "Complex Adaptive Compensation of Non-Linear Piezoelectric Sensors/Actuators", Adaptive Structures Forum, AIAA/ASME/AHS, CP-963, AIAA-96-1266-CP, pp 1-11.

Zhang, X.D., Sun, C.T., 1999, "Analysis of a Sandwich Plate Containing a Piezoelectric Core", Smart Material and Structure, v.8, p.31-40.

# Anexo I

## MATRIZES ESTRUTURAIS E PIEZELÉTRICAS

Neste anexo são apresentadas as matrizes empregadas para modelagem, através do método dos elementos finitos, de estruturas do tipo viga e placa com PZTs acoplados.

### I.1 Matrizes de Massa e de Rigidez dos Elementos Estruturais

As matrizes de massa e de rigidez do elemento estrutural do tipo viga são dadas, respectivamente por:

$$\left[ M_s^e \right] = \frac{\rho abt}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22a & 54 & -13a \\ 22a & 4a^2 & 13a & -3a^2 \\ 54 & 13a & 156 & -22a \\ -13a & -3a^2 & -22a & 4a^2 \end{bmatrix} \quad (I.1)$$

$$\left[ K_s^e \right] = \frac{EI}{a^3} \begin{bmatrix} 12 & 6a & -12 & 6a \\ 6a & 4a^2 & -6a & 2a^2 \\ -12 & -6a & 12 & -6a^2 \\ 6a & 2a^2 & -6a^2 & 4a^2 \end{bmatrix} \quad (I.2)$$

sendo  $E$  o módulo de elasticidade,  $\rho$  a massa específica,  $I$  o momento de inércia,  $a$  o comprimento,  $b$  a largura e  $t$  a espessura. A matriz de massa do elemento estrutural do tipo placa é dada por:

$$[M_s^e] = \frac{\rho a b t}{176400} \begin{bmatrix} & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \end{bmatrix} m_{I,J} \quad (I.3)$$

na qual,  $[m_{I,J}]$  é a matriz dos coeficientes de influência de massa, definida por:

$$[m_{I,J}] = \begin{bmatrix} 24178 & & & & & & & & & & & & \\ 3227b & 560b^2 & & & & & & & & & & & \\ -3227a & -441ab & 560a^2 & & & & & & & & & & \\ 8582 & 1918b & -1393a & 24178 & & & & & & & & & \\ -1918b & -420b^2 & 294ab & -3227b & 560b^2 & & & & & & & & \\ -1393a & -294ab & 280a^2 & -3227a & 441ab & 560a^2 & & & & & & & \\ 2758 & 812b & -812a & 8582 & -1393b & -1918a & 24178 & & & & & & \\ -812b & -210b^2 & 196ab & -1393b & 280b^2 & 294ab & -3227b & 560b^2 & & & & & \\ 812a & 196ab & -210a^2 & 1918a & -294ab & -420aa & 3227a & -441ab & 560aa & & & & \\ 8582 & 1393b & -1918a & 2758 & -812b & -812a & 8582 & -1918b & 1393a & 24178 & & & \\ 1393b & 280b^2 & -294ab & 812b & -210b^2 & -196ab & 1918b & -420b^2 & 294ab & 3227b & 560b^2 & & \\ 1918a & 294ab & -420a^2 & 812a & -196ab & -210a^2 & 1393a & -294ab & 280a^2 & 3227a & 441ab & 560a^2 \end{bmatrix} \quad \text{simétrica}$$

A matriz de rigidez do elemento estrutural do tipo placa é dada por:

$$[K_s^e] = \frac{E t^3}{12 (1-\nu^2) a b} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{I,I} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} k_{I,II} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} k_{II,I} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} k_{II,II} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad \text{simétrica} \quad (I.4)$$

na qual,  $[k_{I,I}]$ ,  $[k_{I,II}]$  e  $[k_{II,II}]$  são as matrizes dos coeficientes de influência de rigidez, definidas, respectivamente, por:

$$[k_{\text{I, I}}] =$$

$$\begin{bmatrix} 4(\beta_2 + \beta_3) + \frac{\beta_4}{5} & & & & & \\ \left(2\beta_3 + \frac{\beta_5}{5}\right)b & \left(\frac{4\beta_3}{3} + \frac{4\beta_6}{15}\right)b^2 & & & & \\ -\left(2\beta_2 + \frac{\beta_5}{5}\right)a & -\nu ab & \left(\frac{4\beta_2}{3} + \frac{4\beta_6}{15}\right)a^2 & & & \\ 2(\beta_2 - 2\beta_3) - \frac{\beta_4}{5} & -\left(2\beta_3 + \frac{\beta_6}{5}\right)b & \left(-\beta_2 + \frac{\beta_5}{5}\right)a & 4(\beta_2 + \beta_3) + \frac{\beta_4}{5} & & \\ \left(2\beta_3 + \frac{\beta_6}{5}\right)b & \left(\frac{2\beta_3}{3} - \frac{1\beta_6}{15}\right)b^2 & 0 & -\left(2\beta_3 + \frac{\beta_5}{5}\right)b & \left(\frac{4\beta_3}{3} + \frac{4\beta_6}{15}\right)b^2 & \\ \left(-\beta_2 + \frac{\beta_5}{5}\right)a & 0 & \left(\frac{2\beta_2}{3} - \frac{4\beta_6}{15}\right)a^2 & -\left(2\beta_2 + \frac{\beta_5}{5}\right)a & \nu ab & \left(\frac{4\beta_2}{3} + \frac{4\beta_6}{15}\right)a^2 \end{bmatrix},$$

*simétrica*

$$[k_{\text{II, I}}] =$$

$$\begin{bmatrix} -2(\beta_2 + \beta_3) + \frac{\beta_4}{5} & -\left(\beta_3 - \frac{\beta_6}{5}\right)b & -\left(-\beta_2 + \frac{\beta_6}{5}\right)a & -2(2\beta_2 - \beta_3) - \frac{\beta_4}{5} & -\left(\beta_3 - \frac{\beta_5}{5}\right)b & \left(2\beta_2 + \frac{\beta_6}{5}\right)a \\ \left(\beta_3 - \frac{\beta_6}{5}\right)b & \left(\frac{1\beta_3}{3} + \frac{1\beta_6}{15}\right)b^2 & 0 & -\left(\beta_3 - \frac{\beta_5}{5}\right)b & \left(\frac{2\beta_3}{3} - \frac{4\beta_6}{15}\right)b^2 & 0 \\ \left(-\beta_2 + \frac{\beta_6}{5}\right)a & 0 & \left(\frac{1\beta_2}{3} + \frac{1\beta_6}{15}\right)a^2 & -\left(2\beta_2 + \frac{\beta_6}{5}\right)a & 0 & \left(\frac{2\beta_2}{3} - \frac{1\beta_6}{15}\right)a^2 \\ -2(2\beta_2 - \beta_3) - \frac{\beta_4}{5} & \left(\beta_3 - \frac{\beta_5}{5}\right)b & \left(2\beta_2 + \frac{\beta_6}{5}\right)a & -2(\beta_2 + \beta_3) + \frac{\beta_4}{5} & \left(\beta_3 - \frac{\beta_6}{5}\right)b & -\left(-\beta_2 + \frac{\beta_6}{5}\right)a \\ \left(\beta_3 - \frac{\beta_5}{5}\right)b & \left(\frac{2\beta_3}{3} - \frac{4\beta_6}{15}\right)b^2 & 0 & \left(-\beta_3 + \frac{\beta_6}{5}\right)b & \left(\frac{1\beta_3}{3} + \frac{1\beta_6}{15}\right)b^2 & 0 \\ -\left(2\beta_2 + \frac{\beta_6}{5}\right)a & 0 & \left(\frac{2\beta_2}{3} - \frac{1\beta_6}{15}\right)a^2 & \left(-\beta_2 + \frac{\beta_6}{5}\right)a & 0 & \left(\frac{1\beta_2}{3} + \frac{1\beta_6}{15}\right)a^2 \end{bmatrix}$$

e



$$[k_{II,II}] =$$

$$\begin{bmatrix} 4(\beta_2 + \beta_3) + \frac{\beta_4}{5} & -\left(2\beta_3 + \frac{\beta_5}{5}\right)b & \left(\frac{4\beta_3}{3} + \frac{4\beta_6}{15}\right)b^2 & & & \\ \left(2\beta_2 + \frac{\beta_5}{5}\right)a & -\nu ab & \left(\frac{4\beta_2}{3} + \frac{4\beta_6}{15}\right)a^2 & & & \\ 2(\beta_2 - 2\beta_3) - \frac{\beta_4}{5} & \left(2\beta_3 + \frac{\beta_6}{5}\right)b & -\left(-\beta_2 + \frac{\beta_5}{5}\right)a & 4(\beta_2 + \beta_3) + \frac{\beta_4}{5} & & \\ -\left(2\beta_3 + \frac{\beta_6}{5}\right)b & \left(\frac{2\beta_3}{3} - \frac{1\beta_6}{15}\right)b^2 & 0 & \left(2\beta_3 + \frac{\beta_5}{5}\right)b & \left(\frac{4\beta_3}{3} + \frac{4\beta_6}{15}\right)b^2 & \\ -\left(-\beta_2 + \frac{\beta_5}{5}\right)a & 0 & \left(\frac{2\beta_2}{3} - \frac{4\beta_6}{15}\right)a^2 & \left(2\beta_2 + \frac{\beta_5}{5}\right)a & \nu ab & \left(\frac{4\beta_2}{3} + \frac{4\beta_6}{15}\right)a^2 \end{bmatrix} \quad \text{simétrica}$$

sendo  $\beta_1 = b/a$ ,  $\beta_2 = \beta_1^2$ ,  $\beta_3 = 1/\beta_2$ ,  $\beta_4 = 14 - 4\nu$ ,  $\beta_5 = 1 + 4\nu$  e  $\beta_6 = 1 - \nu$ .

## I.2 Matrizes dos Elementos Piezelétricos

As matrizes de massa e de rigidez do elemento piezelétrico do tipo viga são dadas, respectivamente, por:

$$[M_s^e] = \frac{\rho_p a_p A_p}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22a_p & 54 & -13a_p \\ 22a_p & 4a_p^2 & 13a_p & -3a_p^2 \\ 54 & 13a_p & 156 & -22a_p \\ -13a_p & -3a_p^2 & -22a_p & 4a_p^2 \end{bmatrix} \quad (I.5)$$

$$[K_p^e] = \frac{c_{11}^E I_p}{a_p^3} \begin{bmatrix} 12 & 6a_p & -12 & 6a_p \\ 6a_p & 4a_p^2 & -6a_p & 2a_p^2 \\ -12 & -6a_p & 12 & -6a_p^2 \\ 6a_p & 2a_p^2 & -6a_p^2 & 4a_p^2 \end{bmatrix} \quad (I.6)$$

As matrizes do acoplamento eletromecânico  $[K_{u\phi}^e]$  e de capacitância piezelétrica  $[K_{\phi\phi}^e]$  para o elemento de viga podem ser escritas, respectivamente, como:

$$\left[ K_{u\phi}^e \right] = -\frac{\mathbf{e}_{31} b_p a_p}{2} \left( 2 t_s t_p + t_p^2 \right) \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -a_p & a_p \\ 0 & a_p \\ a_p & -a_p \end{bmatrix} \tag{I.7}$$

$$\left[ K_{\phi\phi}^e \right] = \frac{-k_{33}^{\sigma} A_p a_p}{t_p^2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{I.8}$$

## Anexo II

### CÓDIGO COMPUTACIONAL DESENVOLVIDO NO PROGRAMA ANSYS®

Neste anexo são apresentadas as linhas de comando desenvolvidas em código ANSYS® e utilizadas nas simulações numéricas deste trabalho.

#### II.1 Pré-Processamento: Viga com PZTs Acoplados

```
!-----
/FILNAM,ROCHA
/TITLE, VIGA DE ALUMINIO COM COBERTURA DE PZT
/UNITS,SI
/SHOW,
/PREP7
!-----

! Sólido, 8 nos, UX, UY, UZ, V, usado para o PZT
ET,1,5

! Densidade do PZT
MP,DENS,1,7800

! Permissividade do PZT (em relação a do ar, 8.85E-12)
MP,PERX,1,198
MP,PERY,1,733
MP,PERZ,1,198

! Matriz dielétrica do PZT
TB,PIEZ,1
TBDATA,3,30.705
TBDATA,6,30.705
TBDATA,9,15.1

! Matriz de elasticidade do PZT
TB,ANEL,1
TBDATA,1,1.0760E11,0.6312E11,0.6385E11
TBDATA,7,1.0760E11,0.6385E11
TBDATA,12,1.0040E11
TBDATA,16,0.1962E11
```

TBDATA,19,0.2224E11

TBDATA,21,2.1E10

! Sólido, 8 nos, UX, UY, UZ, ROTX e ROTY usado para viga de alumínio  
ET,2,73

! Modulo de elasticidade do alumínio

MP,EX,2,70.03E9

! Coeficiente de Poisson do alumínio

MP,NUXY,2,0.345

! Densidade do alumínio

MP,DENS,2,2690

/VIEW,,1,-1,1

/VUP,,Z

! Espessura da viga

TB=0.001

! Comprimento da viga

LX=0.05

! Largura da viga

LY=0.0016

! Espessura do revestimento piezocerâmico

TP=0.0007

! Número de divisões (tamanho do elemento finito)

NPRTS=20

! Localização do revestimento piezocerâmico

X1=0.000

X2=LX/NPRTS

Y1=0.000

Y2=LY

! Cálculo do elemento de volume DY

DX=LX/NPRTS

! Correção de LY

LY=NINT(LY/DX)\*DX

! Define o volume da viga

BLOCK,0,LX,0,LY,-TB/2,TB/2

! Geração dos volumes finitos para a viga

MAT,2

ESIZE,DX

VMESH,1

! Cálculo do número de divisões do PZT

NPZTX=NINT((X2-X1)/DX)\*DX

NPZTY=NINT((Y2-Y1)/DX)\*DX

DPZTX=NINT(X1/DX)\*DX

DPZTY=NINT(Y1/DX)\*DX

```

! Geração dos volumes de PZT
P1=NODE(DPZTX,DPZTY,TB/2)
BLOCK,0,0.04,0,LY,TB/2,TB/2+TP
BLOCK,0,0.04,0,LY,-TB/2,-TB/2-TP

! Geração dos volumes finitos para o PZT
MAT,1
MOPT,VMESH,ALTE
ESIZE,DX
VMESH,2
VMESH,3

/PNUM,VOLU,1
/PNUM,MAT,1

! União dos keypoints, linhas, áreas e volumes duplicados
NUMMRG,ALL

EPLOT

! Criação da componente VOLT para a superfície int.superior
NSEL,S,LOC,Y,NY(P1),LY
NSEL,R,LOC,Z,TB/2
NSEL,R,LOC,X,NX(P1),0.04
CP,3,VOLT,ALL
CM,SIC,NODE
*GET,N1,NODE,,NUM,MIN

! Criação da componente VOLT para a superfície ext.superior
NSEL,S,LOC,Y,NY(P1),LY
NSEL,R,LOC,Z,TB/2+TP
NSEL,R,LOC,X,NX(P1),0.04
CP,4,VOLT,ALL
CM,SEC,NODE
*GET,N2,NODE,,NUM,MIN

! Criação da componente VOLT para a superfície int.inferior
NSEL,S,LOC,Y,NY(P1),LY
NSEL,R,LOC,Z,-TB/2
NSEL,R,LOC,X,NX(P1),0.04
CP,5,VOLT,ALL
CM,SIC,NODE
*GET,N1,NODE,,NUM,MIN

! Criação da componente VOLT para a sup.ext.inferior
NSEL,S,LOC,Y,NY(P1),LY
NSEL,R,LOC,Z,-TB/2-TP
NSEL,R,LOC,X,NX(P1),0.04
CP,6,VOLT,ALL
CM,SEC,NODE
*GET,N2,NODE,,NUM,MIN

! Travamento das extremidades da estrutura
NSEL,S,LOC,X
D,ALL,UX,,,,UY,UZ
NSEL,ALL

```

! Amortecimento (multiplica a matriz de rigidez por uma cte)  
BETAD,1E-6,

! União dos keypoints, linhas, áreas e volumes  
NUMMRG,ALL

FINISH

## II.2 Pré-Processamento: Placa com PZTs Acoplados

```
!-----
/FILNAM,ROCHA
/TITLE,PLACA DE ALUMÍNIO COM PZTS ACOPLADOS
/UNITS,SI
/SHOW,
/PREP7
!-----
```

! Sólido, 8 nos, UX, UY, UZ, V, usado para o PZT  
ET,1,5

! Densidade do piezocerâmico  
MP,DENS,1,7650

! Permissividade do PZT (em relação a do ar, 8.85E-12)  
MP,PERX,1,198  
MP,PERY,1,733  
MP,PERZ,1,198

! Matriz dielétrica do PZT  
TB,PIEZ,1  
TBDATA,3,30.705  
TBDATA,6,30.705  
TBDATA,9,15.1

! Matriz de elasticidade do PZT  
TB,ANEL,1  
TBDATA,1,1.0760E11,0.6312E11,0.6385E11  
TBDATA,7,1.0760E11,0.6385E11  
TBDATA,12,1.0040E11  
TBDATA,16,0.1962E11  
TBDATA,19,0.2224E11  
TBDATA,21,2.1E10

! Sólido, 8 nós, UX, UY, UZ, ROTX e ROTY usado para placa de alumínio  
ET,2,73

! Modulo de elasticidade do alumínio  
MP,EX,2,70.0E9

! Coeficiente de Poisson do alumínio  
MP,NUXY,2,0.3

! Densidade do alumínio

MP,DENS,2,2710

/VIEW,,1,-1,1  
/VUP,,Z

! Espessura da placa  
TB=3E-3

! Comprimento da placa  
LX=0.2

! Largura da placa  
LY=0.2

! Espessura do revestimento piezocerâmico  
TP=0.0002667

! Localização do revestimento piezocerâmico  
X1=0.000  
X2=0.02  
Y1=0.000  
Y2=LY

! Número de divisões (tamanho do elemento finito)  
NPRTS=10

! Cálculo do elemento de volume DY  
DX=LX/NPRTS

! Correção de LY  
LY=NINT(LY/DX)\*DX

! Define o volume da placa  
BLOCK,0,LX,0,LY,-TB/2,TB/2

! Geração dos volumes finitos para placa  
MAT,2  
ESIZE,DX  
VMESH,1

! Cálculo do número de divisões do PZT  
NPZTX=NINT((X2-X1)/DX)\*DX  
NPZTY=NINT((Y2-Y1)/DX)\*DX  
DPZTX=NINT(X1/DX)\*DX  
DPZTY=NINT(Y1/DX)\*DX

! Geração dos volumes PZT (superfície superior)  
P1=NODE(DPZTX,DPZTY,TB/2)  
BLOCK,NX(P1)+0.02,NX(P1)+NPZTX+0.04,NY(P1),NY(P1)+2\*X2,TB/2,TB/2+TP  
BLOCK,NX(P1)+0.02,NX(P1)+NPZTX+0.04,NY(P1)+8\*X2,NY(P1)+10\*X2,TB/2,TB/2+TP

! Geração dos volumes PZT (superfície inferior)  
BLOCK,NX(P1)+0.02,NX(P1)+NPZTX+0.04,NY(P1),NY(P1)+2\*X2,-TB/2,-TB/2-TP  
BLOCK,NX(P1)+0.02,NX(P1)+NPZTX+0.04,NY(P1)+8\*X2,NY(P1)+10\*X2,-TB/2,-TB/2-TP

! Geração dos volumes finitos para o PZT  
MAT,1  
MOPT,VMESH,ALTE

```
ESIZE,DX
VMESH,2
VMESH,3
VMESH,4
VMESH,5
```

```
/PNUM,VOLU,1
/PNUM,MAT,1
```

```
! União dos keypoints, linhas, áreas e volumes duplicados
NUMMRG,ALL
```

```
EPLOT
```

```
! Criação da componente VOLT (ver exemplo da viga com PZTs!)
```

```
! Engaste da extremidade
NSEL,S,LOC,X
D,ALL,UX,,,,UY,UZ
NSEL,ALL
```

```
! Amortecimento (multiplica a matriz de rigidez por uma cte)
BETAD,1E-6,
```

```
! União dos keypoints, linhas, áreas e volumes duplicados
```

```
NUMMRG,ALL
EPLOT
```

```
FINISH
```

## II.3 Pós-Processamento: Análise Estática

```
!-----
!POSTPROCESSAMENTO
!TITLE, ANÁLISE ESTÁTICA
/SOLU
ANTYPE,STATIC,NEW
!-----
PSTRES,ON
CNVTOL,F,,,1E-3
CNVTOL,U,Y
D,N1,VOLT,10      !Carregamento de 10V (cobertura superior)
D,N2,VOLT,10      !Carregamento de 10V (cobertura inferior)
!F,64,FZ,100      !Carregamento de 100N
SAVE
SOLVE
FINISH
SAVE,,MDL
/POST1
SET,LAST
/VIEW,,,-1
/TITLE, DISPLAC
PLDISP,1
```



FINISH

## II.4 Pós-Processamento: Análise Harmônica

```
!-----
!POSPROCESSAMENTO
!ANALISE HARMONICA
/SOLU
!-----

ANTYPE,3
HROPT,FULL
HROUT,ON
LUMPM,0
EQSLV,FRONT,1e-008,
FLST,2,1,1,ORDE,1
F,76,FZ,100, ,      !Entrada
HARFRQ,0,500,      !Freq. máx.
NSUBST,200,        !df
KBC,1
! /STAT,SOLU
SOLVE
FINISH
/POST26
NSOL,2,76,U,Z,      !Saída
STORE,NEW, ,
PRVAR,2, , , , ,
PLVAR,2, , , , , , ,
```

## II.5 Pós-Processamento: Análise Transiente

```
!-----
!POSPROCESSAMENTO
!TITLE, ANÁLISE TRANSIENTE
/SOLU
!-----

! Tempo de discretização
DT=0.001
! Tempo final de controle
TF=0.5
! Localização do sensor na estrutura
!SENSOR=NODE(LX,LY/2,TB/2)
! Tempo de excitação
TE=0.5
! Características da análise transiente
ANTYPE,TRANS,NEW
TRNOPT,FULL
CNVTOL,F,,,,1E-7
CNVTOL,U
DELTIM,DT
```

```

PSTRES,ON
TINTP,,0.25,0.5,0.5
OUTPR,NSOL,1
OUTRES,NSOL,1
TIME,DT
KBC,1
! Excitação por uma entrada impulsiva
!D,N1,VOLT,100          !Carregamento impulsivo de = 100V (sup. superior)
!D,N2,VOLT,100          !Carregamento impulsivo de = 100V (sup. inferior)
!D,N1,VOLT,100*SIN(WE*DT) !Carregamento voltagem senoidal (sup. superior)
!D,N2,VOLT, 100*SIN(WE*DT) !Carregamento voltagem senoidal (sup. inferior)
F,198,FZ,100            !Carregamento impulsivo de = 100N
WE=2*3.14*30
!F,198,FZ,100*SIN(WE*DT) !Carregamento senoidal
SOLVE
/OUT,DISPLAC,DAT
/OUT
DISP0=0.0;
*DO,T,2*DT,TE,DT
TIME,T
!D,N1,VOLT,0             !Potencial elétrico = 0 nos demais instantes
!D,N2,VOLT,0             !Potencial elétrico = 0 nos demais instantes
!D,N1,VOLT,100*SIN(WE*T) !Carregamento de voltagem senoidal nos demais instantes
!D,N2,VOLT,100*SIN(WE*T) !Carregamento de voltagem senoidal nos demais instantes
F,198,FZ,                !Força = 0 nos demais instantes
!F,198,FZ,100*SIN(WE*T) !Carregamento senoidal nos demais instantes
SOLVE
*ENDDO
FINISH
/post26
NSOL,2,198,U,Z,198UZ      !Armazenamento dos deslocamentos UZ do nó escolhido
PRVAR,2

```

## II.6 Pós-Processamento: Análise Modal

```

!-----
!POSTPROCESSAMENTO
!TITLE, ANÁLISE MODAL
/SOLU
!-----

/SOLU
ANTYPE,MODAL
MODOPT,REDUC,30
MXPAND,30
D,N1,VOLT,0.0
D,N2,VOLT,0.0
TOTAL,30,1
SAVE
SOLVE
FINISH
/COM,
/POST1
SET,LIST                  ! Lista as frequências

```

```

/WINDOW,1,LTOP      ! Define 4 janelas
/WINDOW,2,RTOP
/WINDOW,3,RBOT
/WINDOW,4,LBOT
/VUP,ALL,Z
/VIEW,ALL,1,-1,1    ! Visualizando as janelas
/TRIAD,OFF          ! Remove coordenada global do sistema
/EDGE,ALL,1         ! Exibições de extremidade em todas as janelas
/AUTO,ALL
/WINDOW,ALL,OFF     ! Todas as janelas fechadas
/PLOPTS,INFO,OFF
/PLOPTS,FRAME,ON
/PLOPTS,TITLE,ON
*DO,I,1,4
  /WINDOW,I,ON      ! Volta na janela i
  SET,1,I           ! Lê em dados para o modo i
  /TITLE,Modos de vibrar da estrutura
  PLDISP,2          ! Plota os modos de vibrar
  /NOERASE          ! Não apagar nenhuma tela
  /WINDOW,I,OFF     ! Fechar janela i
*ENDDO
/ERASE
/WINDOW,ALL,OFF
/WINDOW,1,FULL
FINISH

```