

國立成功大學 109 年度 第一學期  
時間序列 期末報告

# Blizzard Entertainment 與 Grinding Gear Game 遊戲公司之股價比較

第十三組  
苗鈺 C44066040  
劉米婷 H24076029  
賴彥霖 H24051249

## 目錄

一、研究動機與目的.....	3
二、資料來源與說明.....	3
三、建模流程.....	4
四、模型建立.....	5
4.1 GGG 公司股價 .....	5
4.1.1 時間序列圖之觀察 .....	5
4.1.2 Box-Cox 分析 .....	6
4.1.3 檢定平穩 .....	7
4.1.4 候選模型選擇 .....	10
4.1.5 模型參數估計 .....	12
4.1.6 模型殘差檢定.....	13
4.1.7 Garch 模型檢定 .....	17
4.1.8 最終模型選擇.....	17
4.2 BZ 公司股價 .....	18
4.2.1 時間序列圖之觀察 .....	18
4.2.2 Box-Cox 分析 .....	19
4.2.3 檢定平穩 .....	21
4.2.4 候選模型選擇 .....	23
4.2.5 模型參數估計 .....	25
4.2.6 模型殘差檢定 .....	26
4.2.7 Garch 模型檢定.....	30
4.2.8 最終模型選擇 .....	30
五、相關性分析.....	31
六、結論.....	32

## 一、研究動機與目的

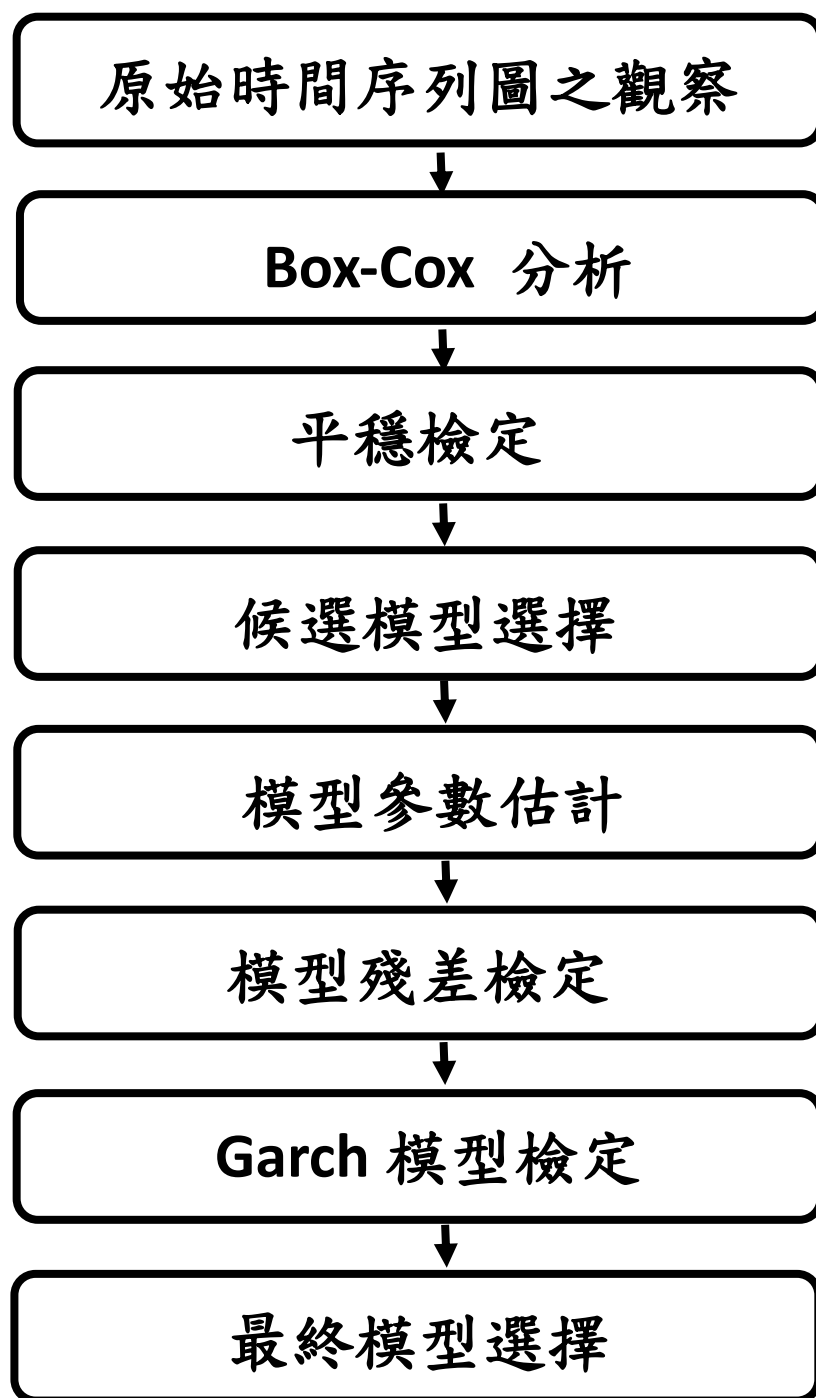
我們知道遊戲公司 Grinding Gear Game(以下簡稱 GGG)開發的遊戲流亡黯道與另一遊戲公司 Blizzard Entertainment(以下簡稱 BZ)先前開發的遊戲暗黑破壞神有著異曲同工之妙，甚至有不少人說 GGG 的流亡黯道是抄襲 BZ 的暗黑破壞神。我們想要透過比較兩個遊戲公司的股價來瞭解這兩個遊戲是否互為經濟學上的替代品或者是互補品；能單純透過遊戲公司的股價比較遊戲之間的效應原因其一是兩個遊戲玩法相似，玩家客群相同，原因其二是兩個遊戲公司的主力開發項目皆在這兩個遊戲：BZ 先前曾在公開發表會表示他們會傾注資源在開發暗黑破壞神的新版本暗黑破壞神 4，同時 GGG 的唯一開發項目也只有流亡黯道。

故本次報告透過時間序列方法，對 GGG 及 BZ 遊戲公司的股價實證資料建立時間序列模型，並計算兩模型之相關性，檢測流亡黯道與暗黑破壞神是否存在正相關，及其相互的效應。

## 二、資料來源與說明

1. 本次報告使用之資料分別為兩個遊戲公司 GGG 及 BZ 之股價。
2. 資料來源網址：  
Grinding Gear Game：<https://www.allbrands.markets/brand/price-share-stock-market-grinding-gear-games-40000016814-kyg875721634/>  
Blizzard Entertainment：<https://www.allbrands.markets/brand/price-share-stock-market-blizzard-entertainment-20035200500-us00507v1098/>  
Allbrands.market，該網站擁有許多公司品牌之股價趨勢圖。
3. 資料範圍：  
兩遊戲公司之股價資料範圍皆為 2016/02/22 至 2020/12/25，共 253 筆資料，並以週為單位。
4. 分析軟體：R

### 三、建模流程

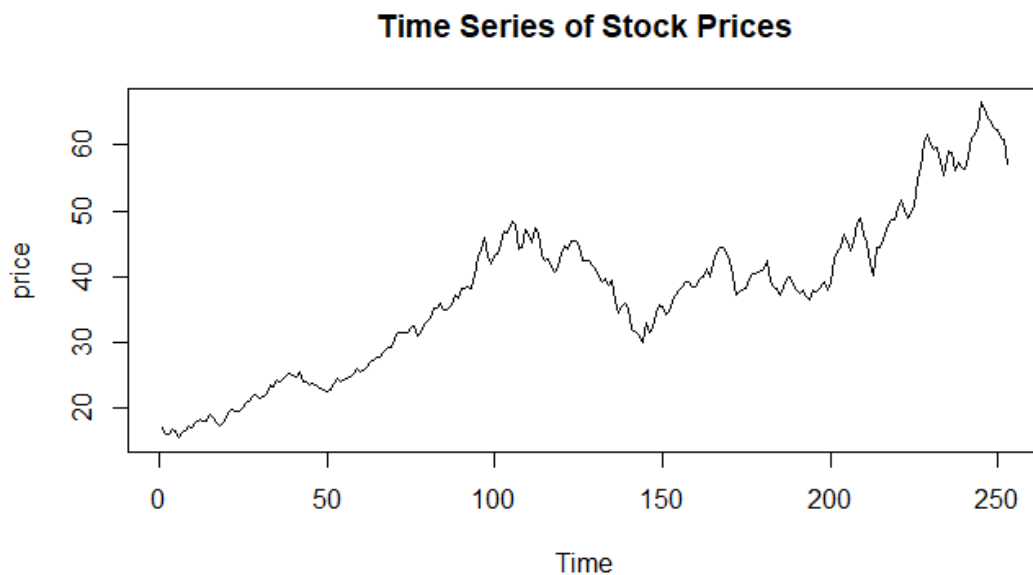


## 四、模型建立

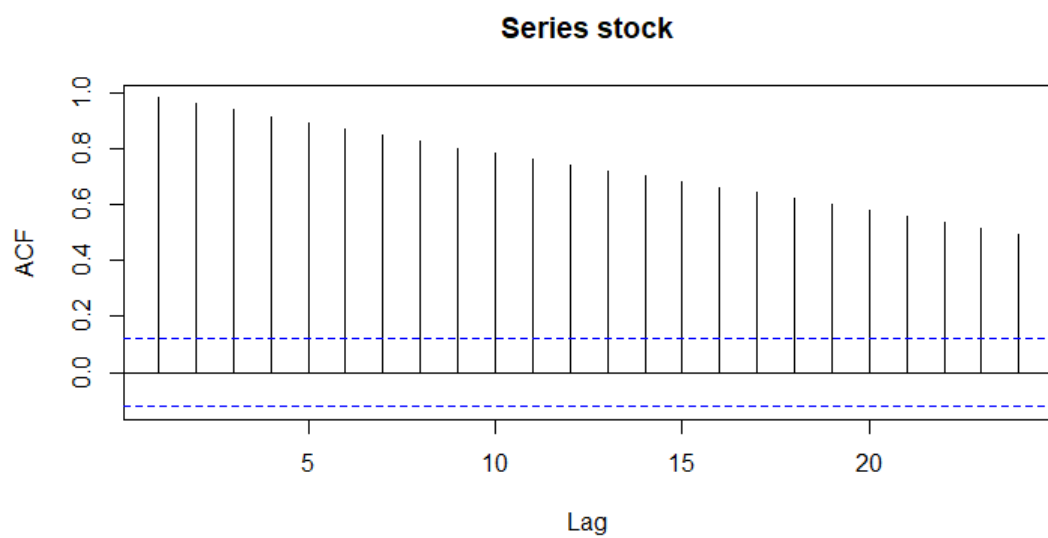
### 4.1 GGG 公司股價

#### 4.1.1 時間序列圖之觀察

由遊戲股價最原始的時間序列圖可以看出從 2016 年 1 月 4 日到 2020 年 12 月 30 日遊戲股價呈現整體上升的趨勢，並且無明顯的季節效應。因此可已初步判斷此為不平穩的時間序列。



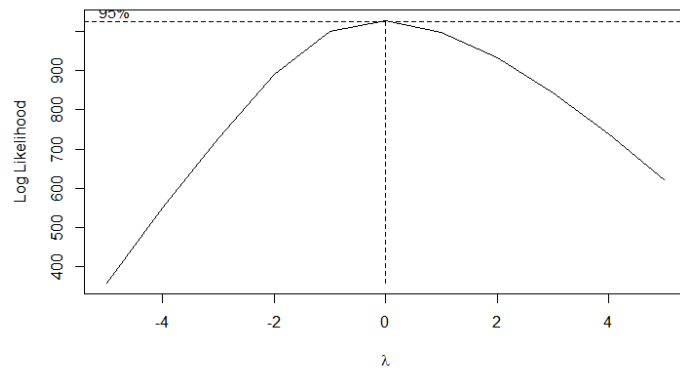
從原始時間序列的 acf 觀察也發現步數間皆有相關，因此可以知道原始資料確實為不平穩的。



### 4.1.2 Box-Cox 分析

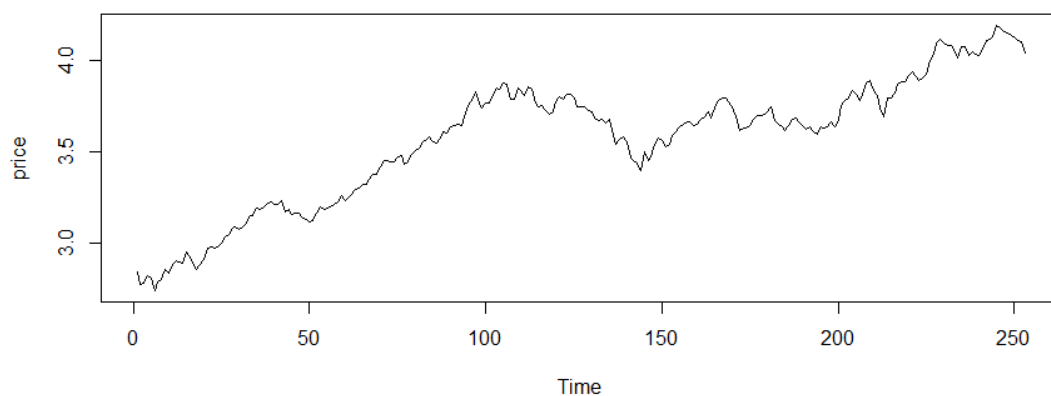
為了將時間序列調整為平穩的狀態，先做 BoxCox 檢定來決定如何調整。

$$\text{轉換方式為 } f(x) = \begin{cases} \log x & \text{if } \lambda = 0 \\ \frac{x^\lambda - 1}{\lambda} & \text{if } \lambda \neq 0 \end{cases}$$



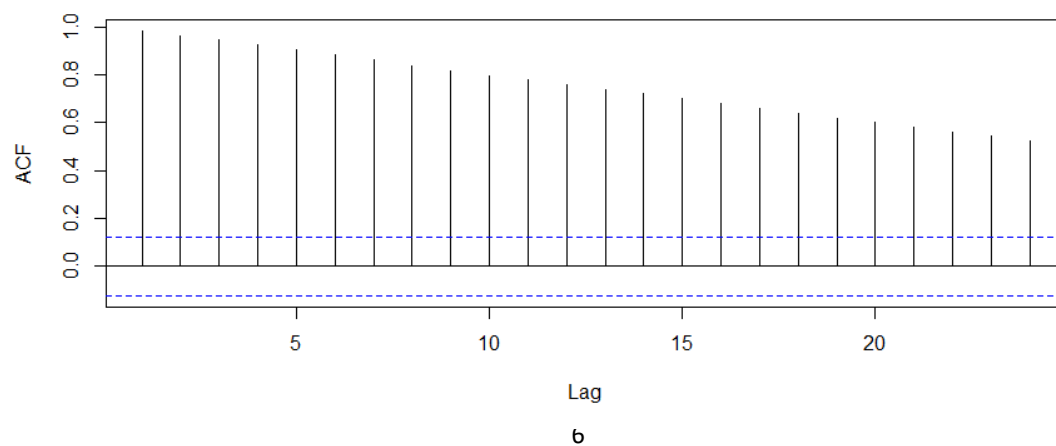
由上圖的結果可以看到，95%信賴區間包含 $\lambda$ 的範圍且最高點皆為0，因此試著將資料以 $\lambda=0$ 時  $f(x) = \log x$  的情況做轉換，結果發現時間序列依然不平穩。

**Time Series of Stock Prices (with log)**



從取對數的時間序列的 acf 也可以看出步數間的相關性也很高，代表此時間序列仍為不平穩的狀態。

**Series log(stock)**



### 4.1.3 檢定平穩

#### (1) Augmented Dicky-Fuller 檢定(ADF test)

$H_0$ ：時間序列資料不平穩(需要再做差分或 Box Cox)

$H_a$ ：時間序列資料平穩  $\alpha = 0.05$

$\alpha = 0.05$

ADF 檢定	-2.1301
Lag order	6
p-value	0.521 (>0.05)
Conclusion	不拒絕虛無假設( $H_0$ )，此資料為不平穩的時間序列。

#### (2) KPSS 檢定(KPSS test) KPSS

$H_0$ ：時間序列資料平穩

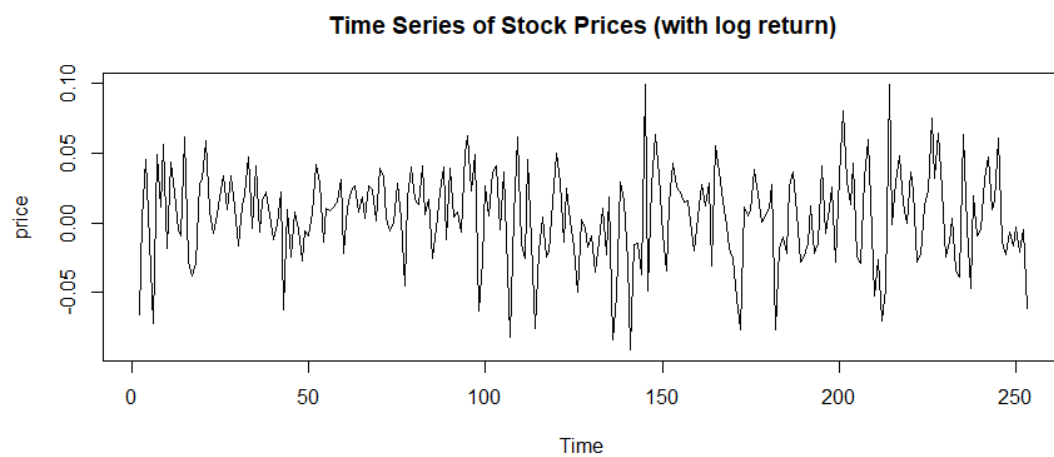
$H_a$ ：時間序列資料不平穩(需要再做差分或 Box Cox)

$\alpha = 0.05$

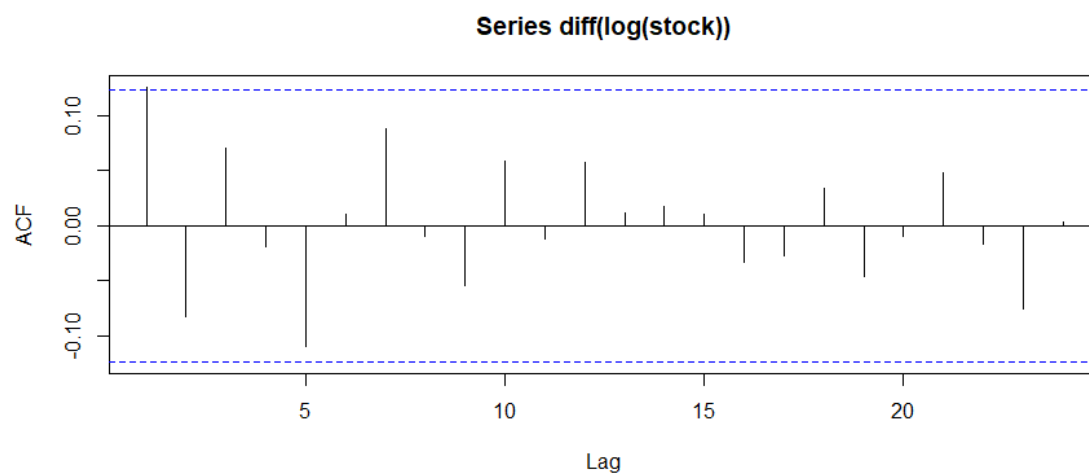
KPSS 檢定	3.3108
Lag order	5
p-value	0.01 (<0.05)
Conclusion	拒絕虛無假設( $H_0$ )，此資料為不平穩的時間序列。

從以上兩個檢定可以得知經過 log 轉換的時間序列為不平穩的，因此需要再做差分的轉換。

將用 log 轉換後時間序列圖再做一次差分的轉換，也就是 log return 的轉換，可以得到下面的時間序列圖，並且可以看出時間序列看似為平穩的。



再觀察做 log return 後的時間序列圖的 acf 可以看出只有在第 1 步有相關而已，因此可以猜測此時間序列為平穩的。





為再次判斷用 log return 轉換過的資料是否需要做差分，以 Augmented Dicky-Fuller 檢定(ADF test)和 KPSS 檢定(KPSS test)時間序列的穩定性。

### (3) Augmented Dicky-Fuller 檢定(ADF test)

$H_0$ ：時間序列資料不平穩(需要再做差分或 Box Cox)

$H_a$ ：時間序列資料平穩  $\alpha = 0.05$

$\alpha = 0.05$

ADF 檢定	-5.5077
Lag order	6
p-value	<0.01
Conclusion	拒絕虛無假設( $H_0$ )，此資料為平穩的時間序列。

### (4) KPSS 檢定(KPSS test) KPSS

$H_0$ ：時間序列資料平穩

$H_a$ ：時間序列資料不平穩(需要再做差分或 Box Cox)

$\alpha = 0.05$

KPSS 檢定	0.14142
Lag order	5
p-value	>0.1
Conclusion	不拒絕虛無假設( $H_0$ )，此資料為平穩的時間序列。

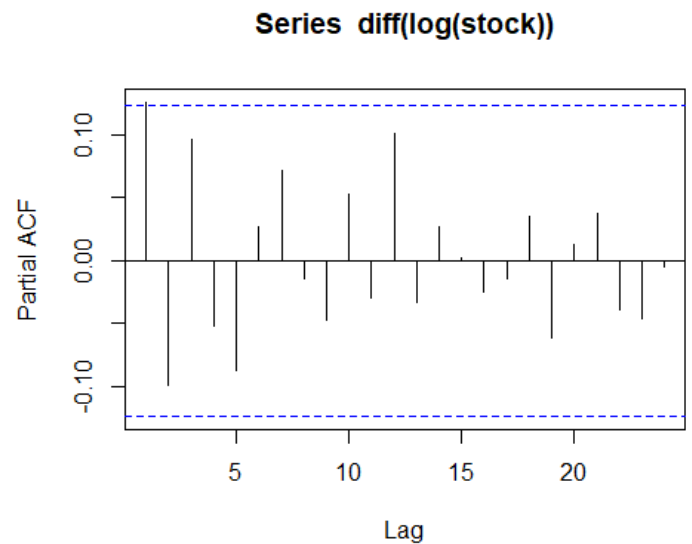
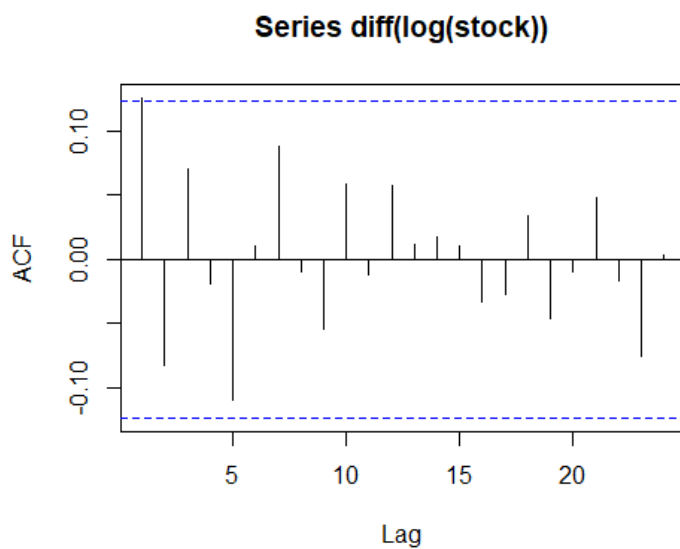
從以上兩個檢定可以得知經過 log return 轉換的時間序列為平穩的。

#### 4.1.4 候選模型選擇

我們可以從 ACF 及 PACF 步數的相關性去猜測可能的 MA 及 AR 模型，並且 AR、MA 及 ARMA 模型在 ACF 及 PACF 的現象會如下：

	ACF	PACF
AR	Decay exponentially (指數遞減)	Cut off (截斷)
MA	Cut off (截斷)	Decay exponentially (指數遞減)
ARMA	Decay exponentially (指數遞減)	Decay exponentially (指數遞減)

觀察轉換後時間序列是否有 MA 的效應，從 ACF 發現只有第 1 步有超出信賴界，所以我們懷疑在第 1 步有截斷的現象，可以猜測此模型可能為 IMA(1,1)。在觀察轉換後時間序列是否有 AR 的效應，從 PACF 發現只有第 1 步皆超出信賴界，可能有截斷的現象，可以猜測可能的模型為 ARI(1,1)。



接著觀察轉換後時間序列是否有 ARMA 的效應，從 EACF 猜測可能沒有 ARMA 模型。

AR/MA	0	1	2	3	4	5	6	7
0	O	O	O	O	O	O	O	O
1	X	O	O	O	O	O	O	O
2	X	X	O	O	O	O	O	O
3	X	O	O	O	O	O	O	O
4	X	X	O	X	O	O	O	O
5	X	X	X	O	X	O	O	O
6	X	X	X	O	O	O	O	O
7	X	X	X	X	X	O	O	O

綜合以上的判斷，選出了以下的模型，以取對數及差分後的資料配適：

候選模型
IMA(1,1)
ARI(1,1)

#### 4.1.5 模型參數估計

1. **IMA(1,1)** :  $(1 - B)Y_t = e_t + \theta_1 e_{t-1}$

由於截距項的信賴界通過 0 為不顯著，因此刪除截距項後得到的參數估計結果及模型如下：

$$\text{IMA}(1,1) : Y_t = Y_{t-1} + e_t + 0.1671e_{t-1}$$

參數	$\theta_1$	intercept
估計值	0.1671	0.0047
標準差	0.0723	0.0024
是否顯著	是	否
log likelihood = 505.46		aic = -1005.16

2. **ARI(1,1)** :  $(1 - \varphi_1 B)(1 - B)(Y_t - \mu) = e_t$

由於截距項的信賴界通過 0 為不顯著，因此刪除截距項後得到的參數估計結果及模型如下：

$$\text{ARI}(1,1) : Y_t = (1 + 0.1297)Y_{t-1} - 0.1297Y_{t-2} + e_t$$

參數	$\varphi_1$	intercept
估計值	0.1297	0.0047
標準差	0.0634	0.0024
是否顯著	是	否
log likelihood = 502.97		aic = -1003.94

#### 4.1.6 模型殘差檢定

##### 1. IMA(1,1) : $Y_t = Y_{t-1} + e_t + 0.1671e_{t-1}$

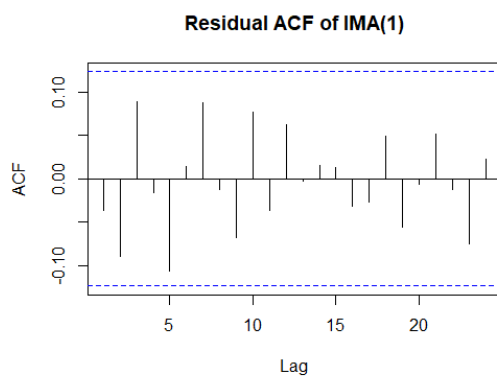
###### (a.) ACF

藉由 Ljung-Box 看時間序列是否為獨立，殘差檢定：

$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_5 = 0$

$H_1: \rho_i \neq 0$  (至少一個  $i$ )

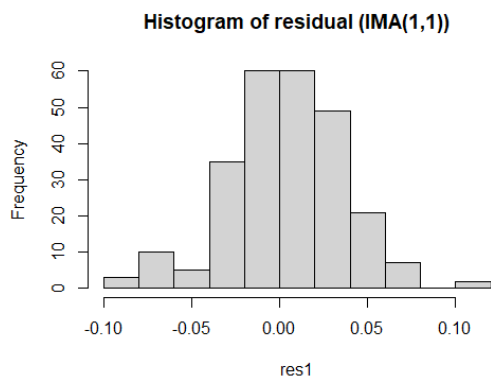
我們可以從 IMA(1,1) 殘差的 ACF 來看，決定檢定第 5 步以前的步數是否有相關。檢定結果的 p-value 大於 0.05，不拒絕時間序列的殘差為獨立的虛無假設，代表在第 5 步以前的殘差皆為獨立不相關的。



Box-Ljung test	
X-squared	7.4152
df	5
p-value	0.1915 (>0.05)
結論	不拒絕 $H_0$ ，步數間皆不相關

###### (b.) 平均數 (殘差平均數是否為 0)

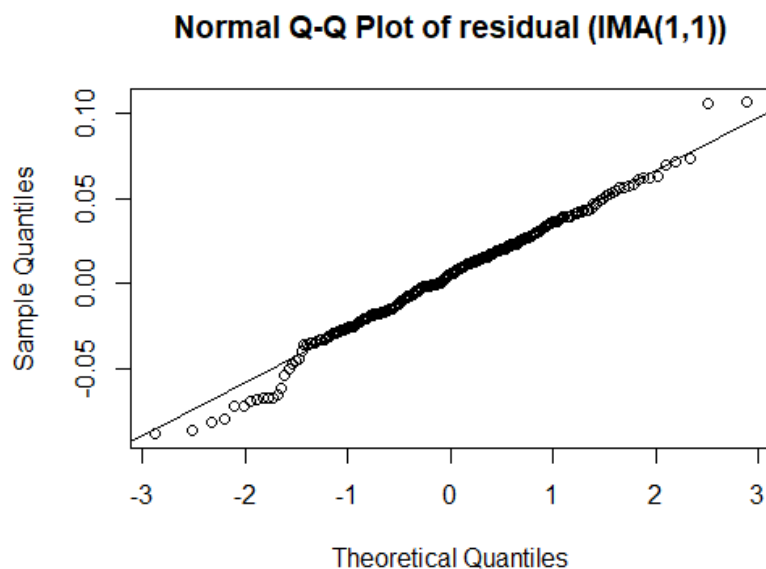
藉由看 IMA(1,1) 殘差的直方圖可以發現大致呈現左右對稱於 0，可能殘差平均為 0 的假設。並且做 t-test 檢定 ( $H_0$ : 平均為 0;  $H_1$ : 平均不為 0)，且 p-value > 0.05，因此不拒絕時間序列的殘差平均為 0 的假設。



T test	
$H_0$ : 平均為 0	
$H_1$ : 平均不為 0	
t	1.949
df	251
p-value	0.05241 (>0.05)
結論	不拒絕 $H_0$ ，平均為 0

### (c.) 常態性

藉由 Q-Q plot 去看常態假設，發現在圖形的兩端有偏離線的現象，可能不是完全符合常態性。因此我們再做 Shapiro-Wilk normality test 跟 Kolmogorov-Smirnov test 的常態檢定，發現 S-W 檢定不通過常態分配的假設，但 K-S 通過常態分配的假設。



檢定	Shapiro-Wilk normality test	Kolmogorov-Smirnov test
假設	$H_0$ : 符合常態分配 $H_1$ : 不符合常態分配	$H_0$ : 符合常態分配 $H_1$ : 不符合常態分配
統計量	$W=0.98849$	$D=0.5119$
p-value	$0.0419 (<0.05)$	$0.9802 (>0.05)$
結論	拒絕 $H_0$ ，不符合常態分配的假設	不拒絕 $H_0$ ，符合常態分配的假設

## 2. ARI(1,1) : $Y_t = (1 + 0.1297)Y_{t-1} - 0.1297Y_{t-2} + e_t$

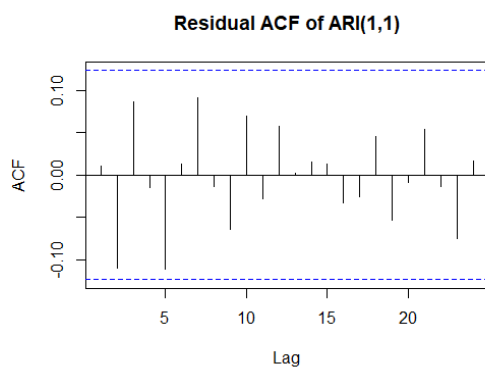
### (a.) ACF

藉由 Ljung-Box 看時間序列是否為獨立，殘差檢定：

$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_5 = 0$

$H_1: \rho_i \neq 0$  (至少一個  $i$ )

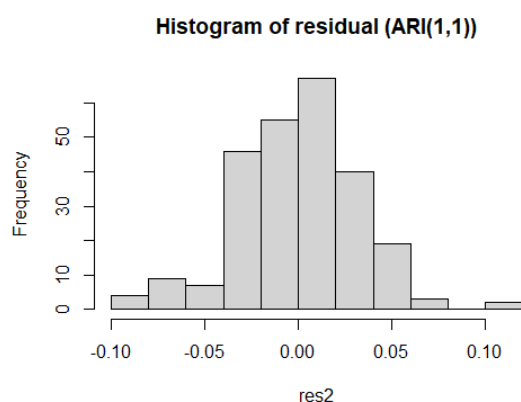
我們可以從 ARI(1,1)殘差的 ACF 來看，決定檢定第 5 步以前的步數是否有相關。檢定結果的 p-value 大於 0.05，不拒絕時間序列的殘差為獨立的虛無假設，代表在第 5 步以前的殘差皆為獨立不相關的。



Box-Ljung test	
X-squared	8.2967
df	5
p-value	0.1406 (>0.05)
結論	不拒絕 $H_0$ ，步數間皆不相關

### (d.) 平均數 (殘差平均數是否為 0)

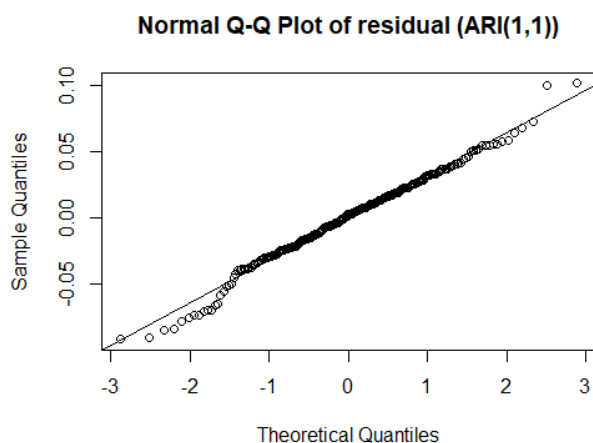
藉由看 IMA(1,1)殘差的直方圖可以發現大致呈現左右對稱於 0，可能殘差平均為 0 的假設。並且做 t-test 檢定( $H_0$ :平均為 0;  $H_1$ :平均不為 0)，且 p-value>0.05，因此不拒絕時間序列的殘差平均為 0 的假設，。



T test	
$H_0$ :平均為 0	
$H_1$ :平均不為 0	
t	0.018822
df	251
p-value	0.985 (>0.05)
結論	不拒絕 $H_0$ ，平均為 0

### (e.) 常態性

藉由 Q-Q plot 去看常態假設，發現在圖形的兩端有偏離線的現象，可能不是完全符合常態性。因此我們再做 Shapiro-Wilk normality test 跟 Kolmogorov-Smirnov test 的常態檢定，發現 S-W 與 K-S 皆通過常態分配的假設。



檢定	Shapiro-Wilk normality test	Kolmogorov-Smirnov test
假設	$H_0$ : 符合常態分配 $H_1$ : 不符合常態分配	$H_0$ : 符合常態分配 $H_1$ : 不符合常態分配
統計量	W=0.98899	D=0.51984
p-value	0.05189>0.05	0.9644>0.05
結論	不拒絕 $H_0$ ，符合常態分配的假設	不拒絕 $H_0$ ，符合常態分配的假設

從以上兩個模型的比較我們整理成下面的表格，並且認為 ARI(1,1)為較佳的模型選擇。

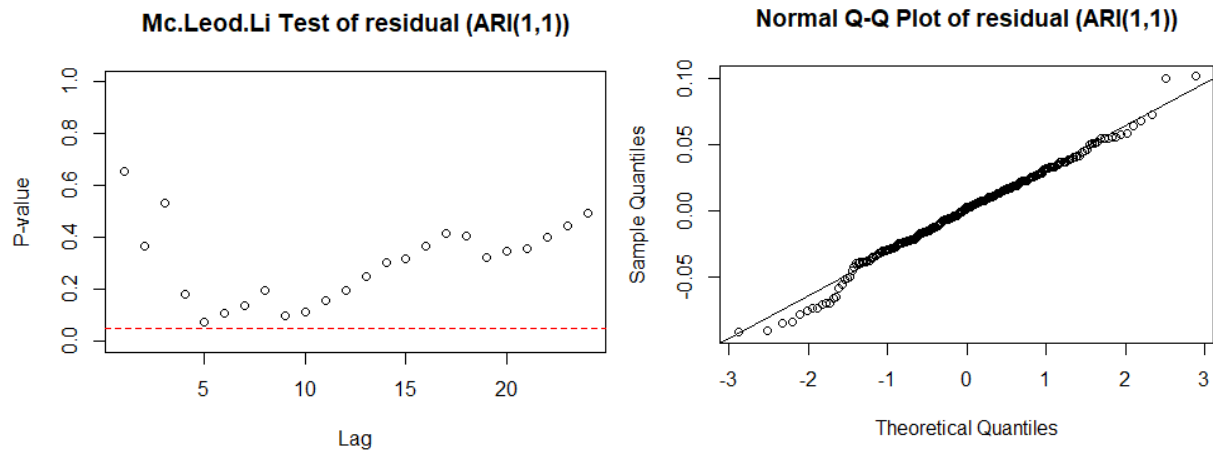
	IMA(1,1)	ARI(1,1)
獨立 (Ljung Box test)	O	O
平均=0 (T test)	O	O
常態 (Shapiro-Wilk normality test)	X	O
常態 (Kolmogorov-Smirnov test)	O	O
AIC	-1005.16	-1005.79

備註：AIC 值越小表示模型越佳

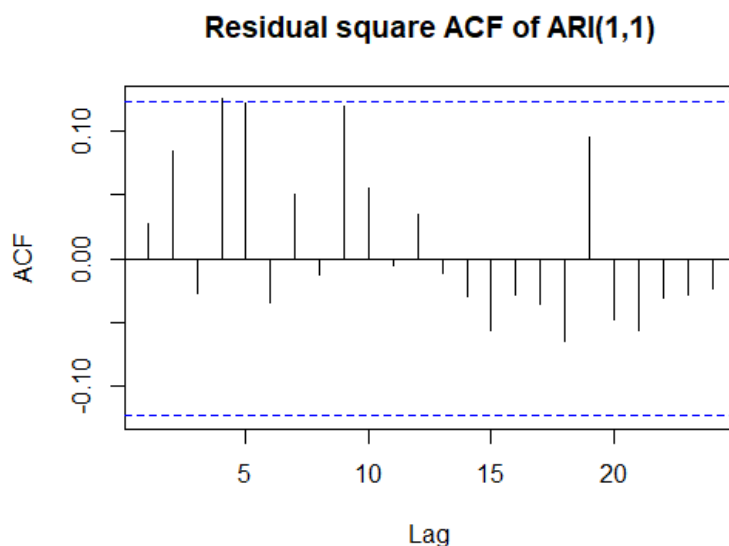


#### 4.1.7 Garch 模型檢定

從 ARI(1,1) 的常態機率圖觀察發現，在圖形兩端沒有完全的契合，因此我們想要進行 McLeod-Li test 檢驗殘差是否有 Garch 效應。從 McLeod-Li 檢定發現模型大部分都在 95% 的信賴界外，因此不需要對殘差建立 Garch 模型。



ARI (1,1) 殘差平方的 ACF 所有步數都在信賴界內，也表示不需要對殘差建立 Garch 模型。



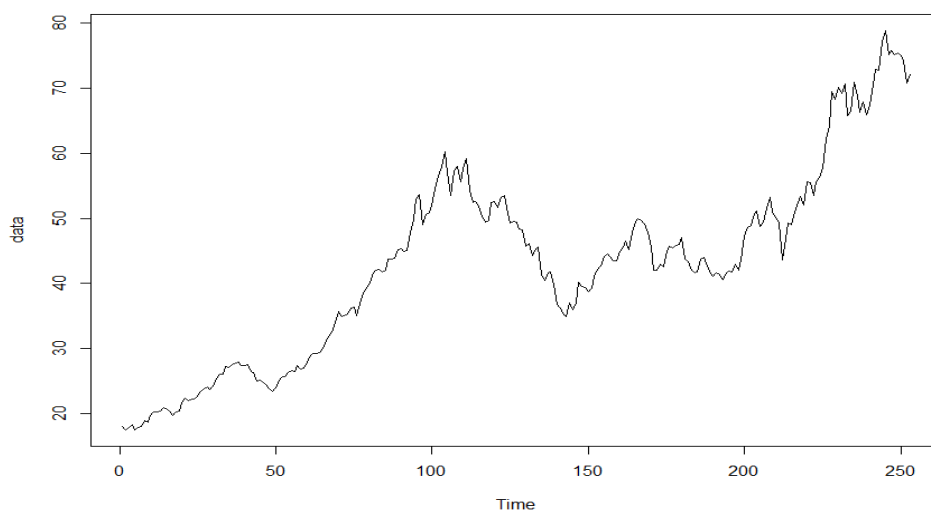
#### 4.1.8 最終模型選擇

$$\text{ARI}(1,1) : Y_t = (1 + 0.1297)Y_{t-1} - 0.1297Y_{t-2} + e_t$$

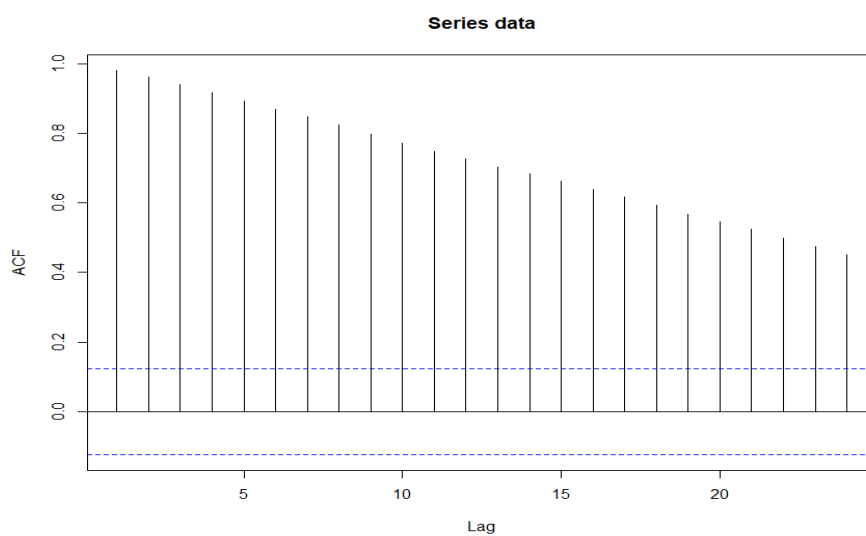
## 4.2 BZ 公司股價

### 4.2.1 時間序列圖之觀察

由遊戲股價最原始的時間序列圖可以看出從 2016 年 2 月 22 日到 2020 年 12 月 25 日遊戲股價呈現整體上升的趨勢，總共 253 週，並且無明顯的季節效應。因此可已初步判斷此為不平穩的時間序列。



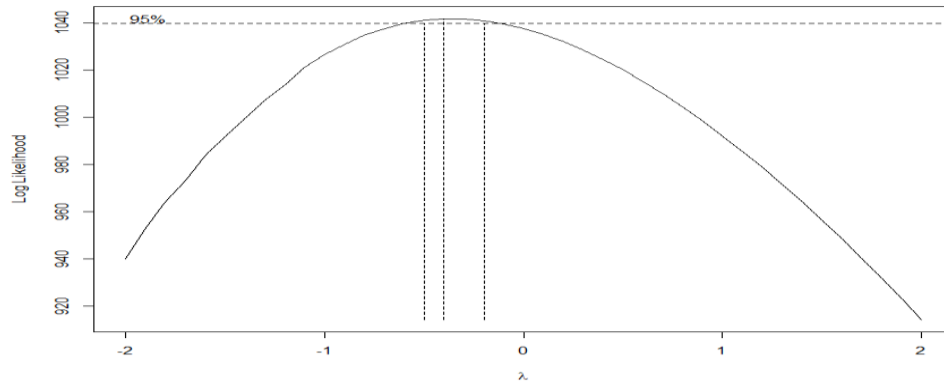
從原始時間序列的 acf 觀察也發現步數間皆有相關，因此可以知道原始資料確實為不平穩的。



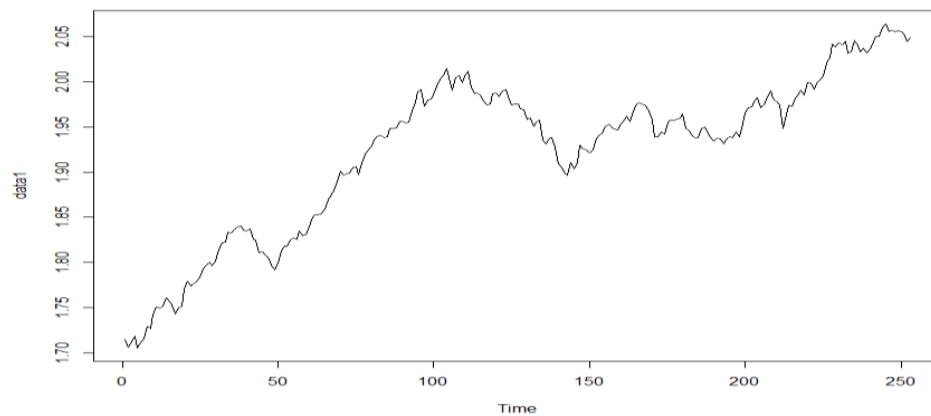
### 4.2.2 Box-Cox 分析

為了將時間序列調整為平穩的狀態，先做 BoxCox 檢定來決定如何調整。

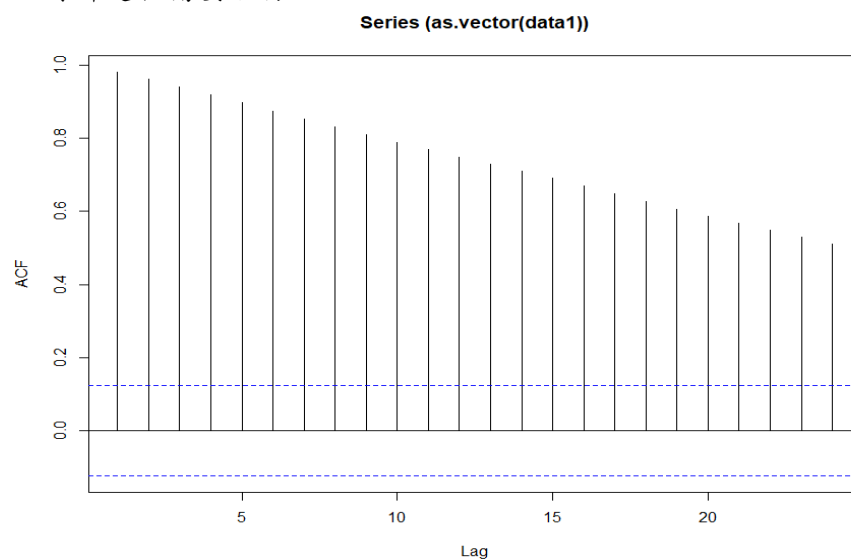
轉換方式為 
$$f(x) = \begin{cases} \log x & \text{if } \lambda = 0 \\ \frac{x^\lambda - 1}{\lambda} & \text{if } \lambda \neq 0 \end{cases}$$



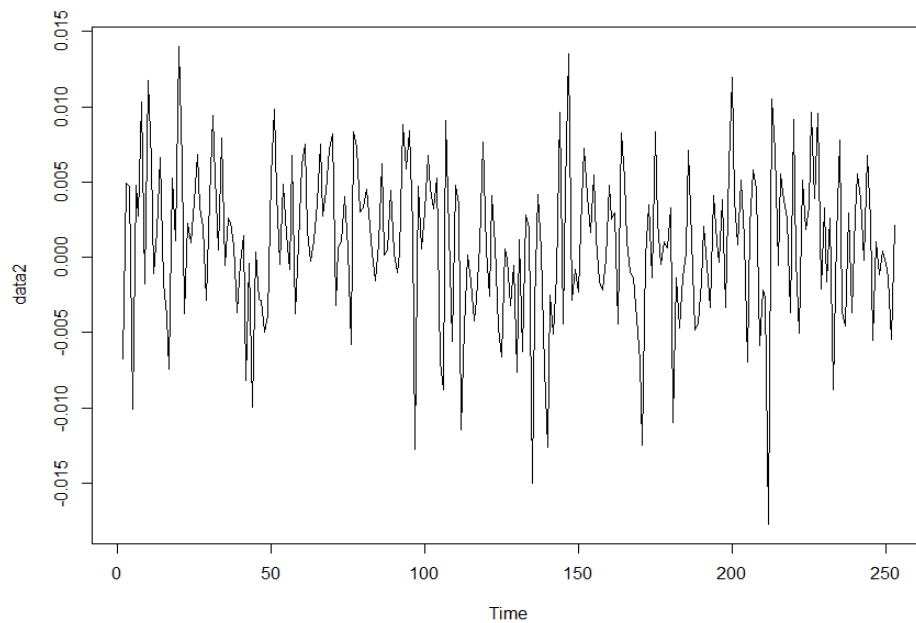
由上圖的結果及程式輸出顯示，95%信賴區間為[-0.5,-0.2]，MLE 則是-0.4，因此試著將資料以 $\lambda=-0.4$ 時  $f(x) = \frac{x^\lambda - 1}{\lambda}$  的情況做轉換，結果發現時間序列依然不平穩。



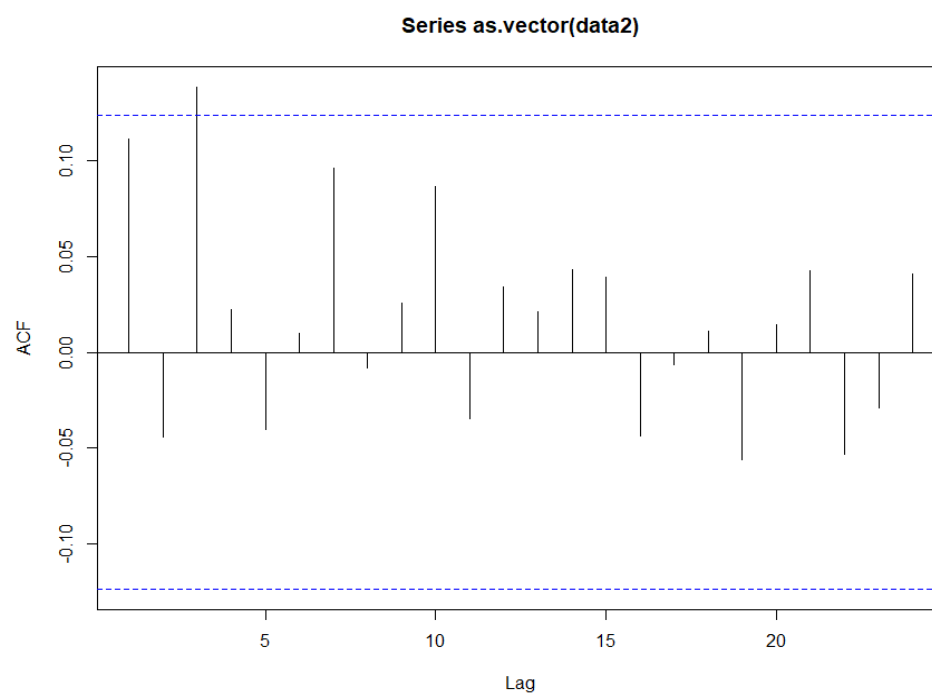
經過轉換後的 ACF 也顯示此時間序列仍然不平穩，下一步將嘗試做 KPSS 及 ADF 並判斷是否需要差分。



再試著將轉換後的時間序列做一次差分，可以得到下面的時間序列圖，可以看出時間序列看似為平穩的。



再觀察其 acf 可以看出只有在第 3 步有相關而已，因此可以猜測此時間序列為平穩的。



### 4.2.3 檢定平穩

為判斷轉換過的資料是否需要做差分，以 Augmented Dicky-Fuller 檢定(ADF test)和 KPSS 檢定(KPSS test)時間序列的穩定性。

#### (1) Augmented Dicky-Fuller 檢定(ADF test)

$H_0$ ：時間序列資料不平穩(需要再做差分或 Box Cox)

$H_a$ ：時間序列資料平穩  $\alpha = 0.05$

$\alpha = 0.05$

ADF 檢定	-2.26
Lag order	6
p-value	0.446
Conclusion	不拒絕虛無假設( $H_0$ )，此資料非平穩的時間序列。

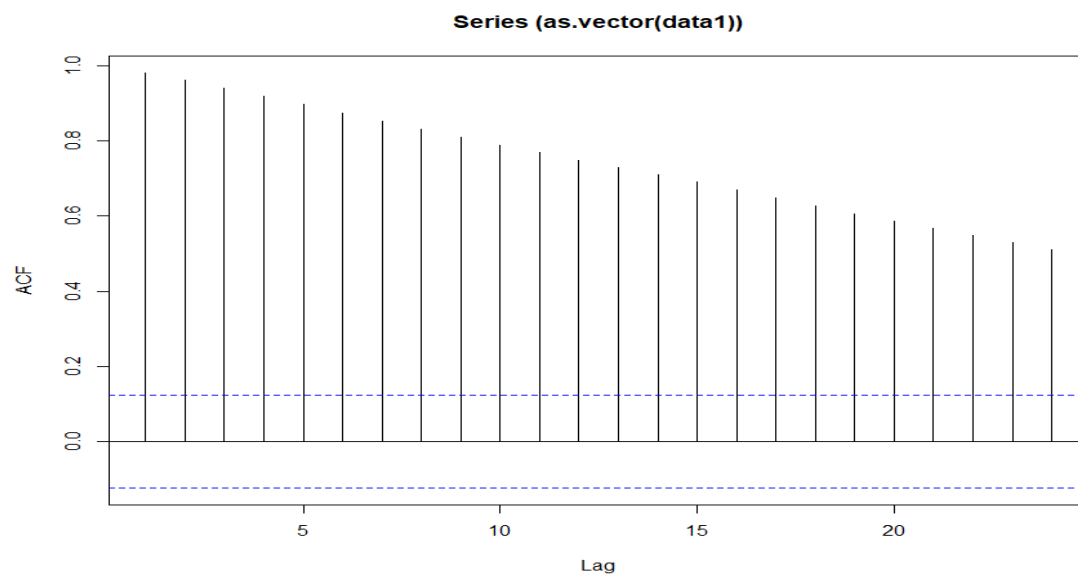
#### (2) KPSS 檢定(KPSS test) KPSS

$H_0$ ：時間序列資料平穩

$H_a$ ：時間序列資料不平穩(需要再做差分或 Box Cox)

$\alpha = 0.05$

KPSS 檢定	3.10
Lag order	5
p-value	0.01
Conclusion	拒絕虛無假設( $H_0$ )，此資料非平穩的時間序列。



透過 ACF，我們決定嘗試一次差分。

將經過 Box Cox 轉換後的時間序列再做差分後進行是否平穩的檢定：

### (1) Augmented Dicky-Fuller 檢定(ADF test)

$H_0$ ：時間序列資料不平穩(需要再做差分或 Box Cox)

$H_a$ ：時間序列資料平穩

$\alpha = 0.05$

ADF 檢定	-9.8418
Lag order	6
p-value	0.01 (<0.05)
Conclusion	拒絕虛無假設( $H_0$ )，此資料為平穩的時間序列。

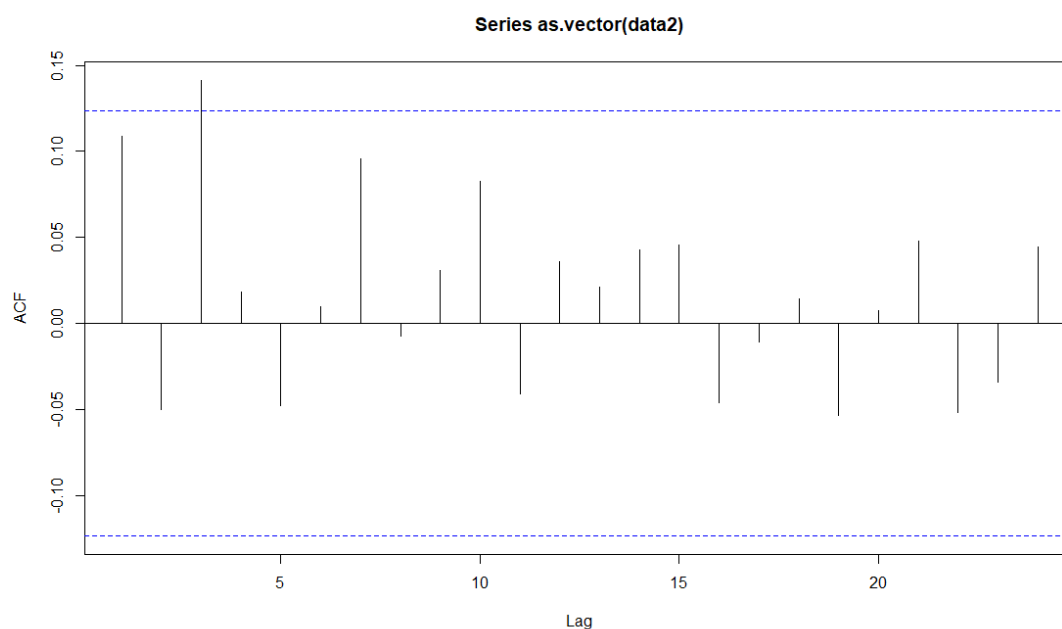
### (2) KPSS 檢定(KPSS test) KPSS

$H_0$ ：時間序列資料平穩

$H_a$ ：時間序列資料不平穩(需要再做差分或 Box Cox)

$\alpha = 0.05$

KPSS 檢定	0.019109
Lag order	5
p-value	0.1 (>0.05)
Conclusion	不拒絕虛無假設( $H_0$ )，此資料為平穩的時間序列。



透過 ACF 及檢定，我們發現經過差分的時間序列看起來已經呈現平穩，ACF 也只剩第 3 步有相關性。

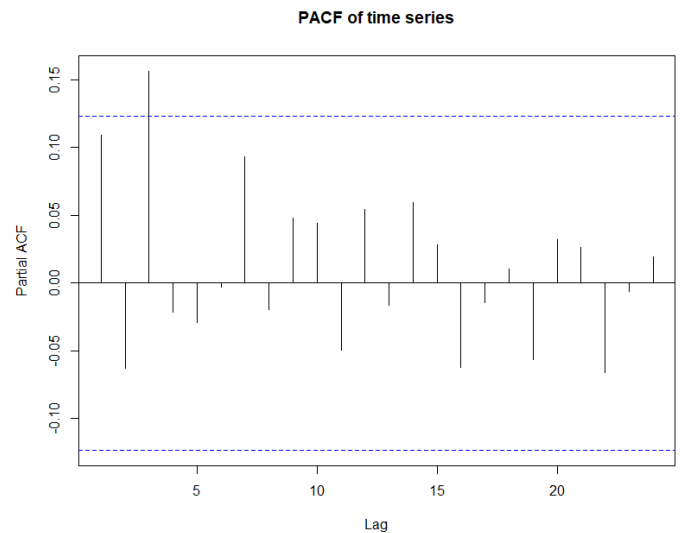
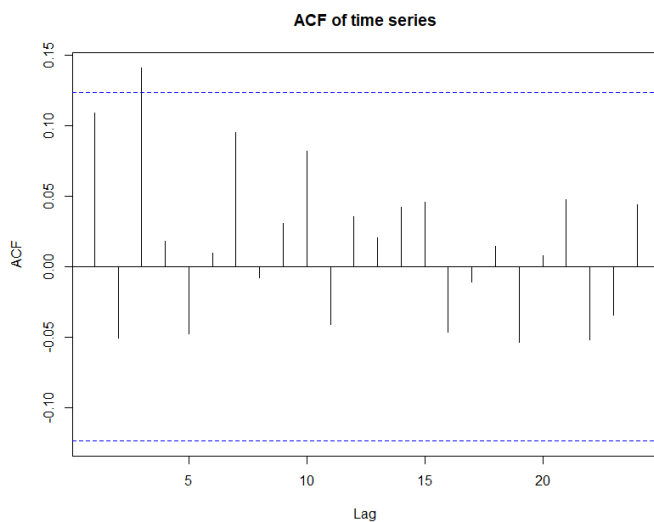
#### 4.2.4 候選模型選擇

我們可以從 ACF 及 PACF 步數的相關性去猜測可能的 MA 及 AR 模型，並且 AR、MA 及 ARMA 模型在 ACF 及 PACF 的現象會如下：

	ACF	PACF
AR	Decay exponentially (指數遞減)	Cut off (截斷)
MA	Cut off (截斷)	Decay exponentially (指數遞減)
ARMA	Decay exponentially (指數遞減)	Decay exponentially (指數遞減)

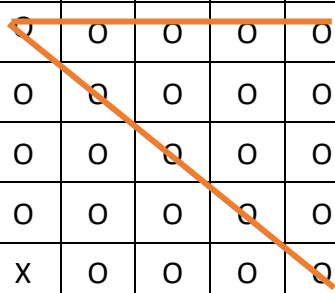
觀察轉換後時間序列是否有 MA 的效應，從 ACF 發現只有第 3 步有超出信賴界，所以我們猜測此模型可能為 IMA(1,1)。

在觀察轉換後時間序列是否有 AR 的效應，從 PACF 發現只有第 3 步皆超出信賴界，也可以猜測可能的模型為 ARI(1,1)。



接著觀察轉換後時間序列是否有 ARMA 的效應，從 EACF 猜測可能有 ARMA(0,3) 模型也就是 IMA(1,3)。

AR/MA	0	1	2	3	4	5	6	7
0	O	O	X	O	O	O	O	O
1	X	O	X	O	O	O	O	O
2	X	X	X	O	O	O	O	O
3	X	X	O	O	O	O	O	O
4	X	X	O	X	O	O	O	O
5	X	X	O	X	O	O	O	O
6	X	X	X	X	O	X	O	O
7	X	X	X	X	O	O	X	O



綜合以上的判斷，選出了以下的模型，以取對數及差分後的資料配適：

候選模型
IMA(1,3)
ARI(3,1)



#### 4.2.5 模型參數估計

(1.) **IMA(1,3)** :  $(1 - B)Y_t = e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + \theta_3 e_{t-3}$

初步的模型參數估計如下：

參數	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	intercept
估計值	0.1281	-0.0582	0.1415	0.0013
標準差	0.0620	0.0635	0.0640	0.0006
是否顯著	是	否	是	是
log likelihood = 882.71		aic = -1757.41		

由於  $\theta_2$  的信賴界通過 0 為不顯著，因此需刪除  $\theta_2$  後再做一次參數估計。得到的參數估計結果及模型如下：

**IMA(1,3)** :  $Y_t = Y_{t-1} + e_t + 0.1358e_{t-1} + 0.1545e_{t-2} + 0.0013e_{t-3}$

參數	$\theta_1$	$\theta_2$	intercept
估計值	0.1358	0.1545	0.0013
標準差	0.0649	0.0626	0.0006
是否顯著	是	是	是
log likelihood = 882.29		aic = -1758.58	

(2.) **ARI(3,1)** :  $(1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \varphi_3 B^3)(1 - B)(Y_t - \mu) = e_t$

初步的模型參數估計如下：

參數	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	intercept
估計值	0.1265	-0.0831	0.1575	0.0013
標準差	0.0624	0.0628	0.0624	0.0006
是否顯著	是	否	是	是
log likelihood = 882.77			aic = -1757.54	

由於  $\varphi_2$  的信賴界通過 0 為不顯著，因此需刪除  $\varphi_2$  後再做一次參數估計。得到的參數估計結果及模型如下：

**ARI(3,1)** :  $(1 - 0.1162B - 0.1477B^3)(1 - B)(Y_t - 0.0013) = e_t$

參數	$\varphi_1$	$\varphi_3$	intercept
估計值	0.1162	0.1477	0.0013
標準差	0.0621	0.0622	0.0006
是否顯著	是	是	是
log likelihood = 881.9		aic = -1757.8	

## 4.2.6 模型殘差檢定

1. IMA(1,3) :  $Y_t = Y_{t-1} + e_t + 0.1358e_{t-1} + 0.1545e_{t-2} + 0.0013e_{t-3}$

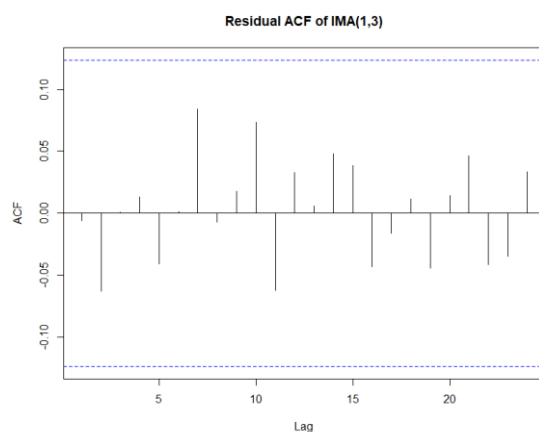
### (a.) ACF

藉由 Ljung-Box 看時間序列是否為獨立，殘差檢定：

$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_7 = 0$

$H_1: \rho_i \neq 0$  (至少一個  $i$ )

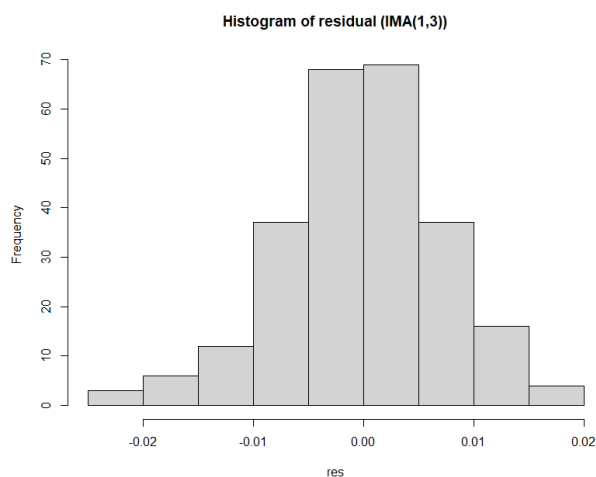
我們可以從 IMA(1,3) 殘差的 ACF 來看，決定檢定第 7 步以前的步數是否有相關。檢定結果的 p-value 大於 0.05，不拒絕時間序列的殘差為獨立的虛無假設，代表在第 7 步以前的殘差皆為獨立不相關的。



Box-Ljung test	
X-squared	3.3416
df	7
p-value	0.6475 (>0.05)
結論	不拒絕 $H_0$ ，步數間皆不相關

### (b.) 平均數 (殘差平均數是否為 0)

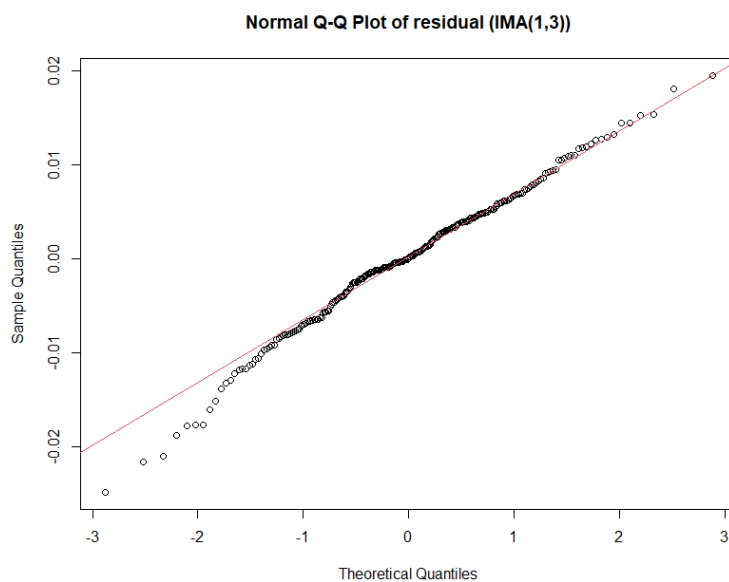
藉由看 IMA(1,3) 殘差的直方圖可以發現大致呈現左右對稱於 0，可能殘差平均為 0 的假設。並且做 t-test 檢定 ( $H_0$ : 平均為 0;  $H_1$ : 平均不為 0)，且 p-value > 0.05，因此不拒絕時間序列的殘差平均為 0 的假設。



T test	
$H_0$ : 平均為 0	
$H_1$ : 平均不為 0	
t	0.005625
df	251
p-value	0.9955 (>0.05)
結論	不拒絕 $H_0$ ，平均為 0

### (c.) 常態性

藉由 Q-Q plot 去看常態假設，發現在圖形的兩端有偏離線的現象，可能不是完全符合常態性。因此我們再做常態檢定，發現 Shapiro-Wilk normality test 不通過常態分配的假設，但 Kolmogorov-Smirnov test 通過常態分配的假設。



檢定	Shapiro-Wilk normality test	Kolmogorov-Smirnov test
假設	$H_0$ : 符合常態分配 $H_1$ : 不符合常態分配	$H_0$ : 符合常態分配 $H_1$ : 不符合常態分配
統計量	$W=0.98814$	$D=0.5$
p-value	$0.03595 (<0.05)$	$1 (>0.05)$
結論	拒絕 $H_0$ ，不符合常態分配的假設	不拒絕 $H_0$ ，符合常態分配的假設

2. **ARI(3,1)** :  $(1 - 0.1162B - 0.1477B^3)(1 - B)(Y_t - 0.0013) = e_t$

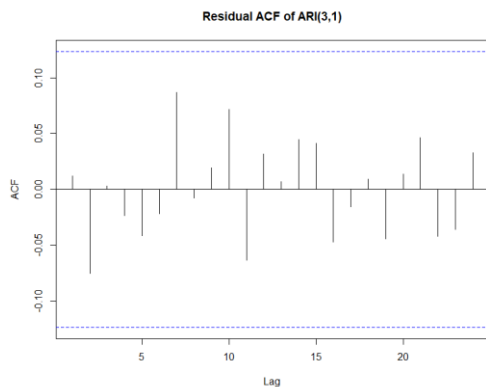
**(a.) ACF**

藉由 Ljung-Box 看時間序列是否為獨立，殘差檢定：

$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_7 = 0$

$H_1: \rho_i \neq 0$  (至少一個  $i$ )

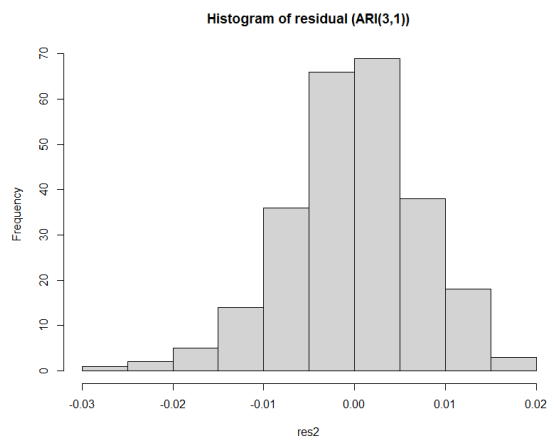
我們可以從 ARI(3,1)殘差的 ACF 來看，決定檢定第 7 步以前的步數是否有相關。檢定結果的 p-value 大於 0.05，不拒絕時間序列的殘差為獨立的虛無假設，代表在第 7 步以前的殘差皆為獨立不相關的。



Box-Ljung test	
X-squared	4.1711
df	7
p-value	0.5251 (>0.05)
結論	不拒絕 $H_0$ ，步數間皆不相關

**(b.) 平均數 (殘差平均數是否為 0)**

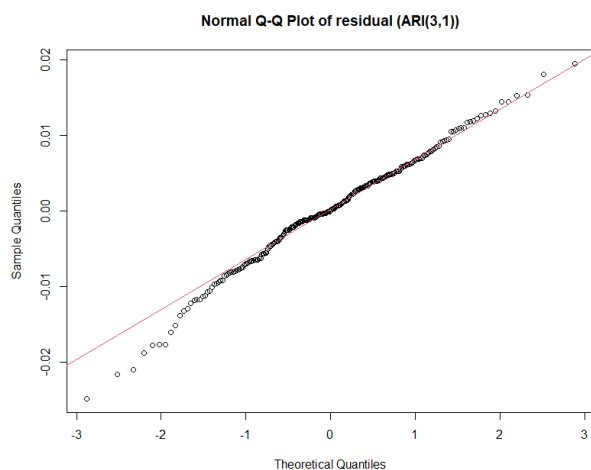
藉由看 ARI(3,1)殘差的直方圖可以發現大致呈現左右對稱於 0，可能殘差平均為 0 的假設。並且做 t-test 檢定( $H_0$ :平均為 0;  $H_1$ :平均不為 0)，且 p-value>0.05，因此不拒絕時間序列的殘差平均為 0 的假設。



T test	
$H_0$ :平均為 0	
$H_1$ :平均不為 0	
t	0.009901
df	251
p-value	0.9921 (>0.05)
結論	不拒絕 $H_0$ ，平均為 0

### (c.) 常態性

藉由 Q-Q plot 去看常態假設，發現在圖形的兩端有偏離的現象，可能不是完全符合常態性。因此我們再做 Shapiro-Wilk normality test 跟 Kolmogorov-Smirnov test 的常態檢定，發現 S-W 檢定不通過常態分配的假設，但 K-S 通過常態分配的假設。



檢定	Shapiro-Wilk normality test	Kolmogorov-Smirnov test
假設	$H_0$ : 符合常態分配 $H_1$ : 不符合常態分配	$H_0$ : 符合常態分配 $H_1$ : 不符合常態分配
統計量	W=0.98781	D=0.50794
p-value	0.03129<0.05	0.9881>0.05
結論	拒絕 $H_0$ ，不符合常態分配的假設	不拒絕 $H_0$ ，符合常態分配的假設

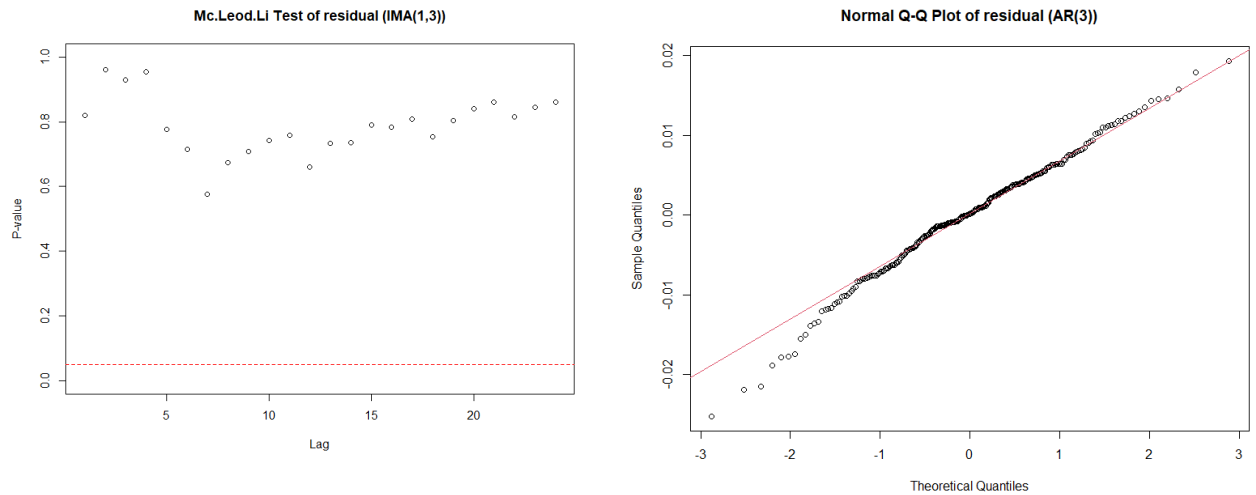
從以上兩個模型的比較我們整理成下面的表格，並且認為 IMA(1,3)為較佳的模型選擇。

	IMA(1,3)	ARI(3,1)
獨立 (Ljung Box test)	O	O
平均=0 (T test)	O	O
常態 (Shapiro-Wilk normality test)	X	X
常態 (Kolmogorov-Smirnov test)	O	O
AIC	-1758.58	-1757.8

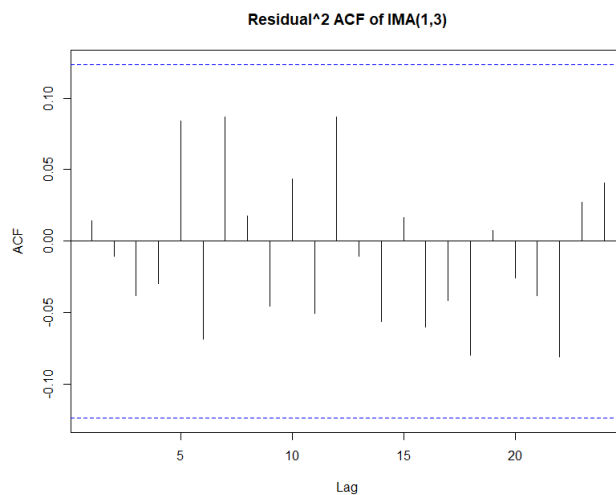
備註：AIC 值越小表示模型越佳

#### 4.2.7 Garch 模型檢定

從 IMA(1,3) 的常態機率圖觀察發現，在圖形兩端沒有完全的契合，因此我們想要進行 McLeod-Li test 檢驗殘差是否有 Garch 效應。從 McLeod-Li 檢定發現模型大部分都在 95% 的信賴界外，因此不需要對殘差建立 Garch 模型。



IMA(1,3) 殘差平方的 ACF 所有步數都在信賴界內，也表示不需要對殘差建立 Garch 模型。

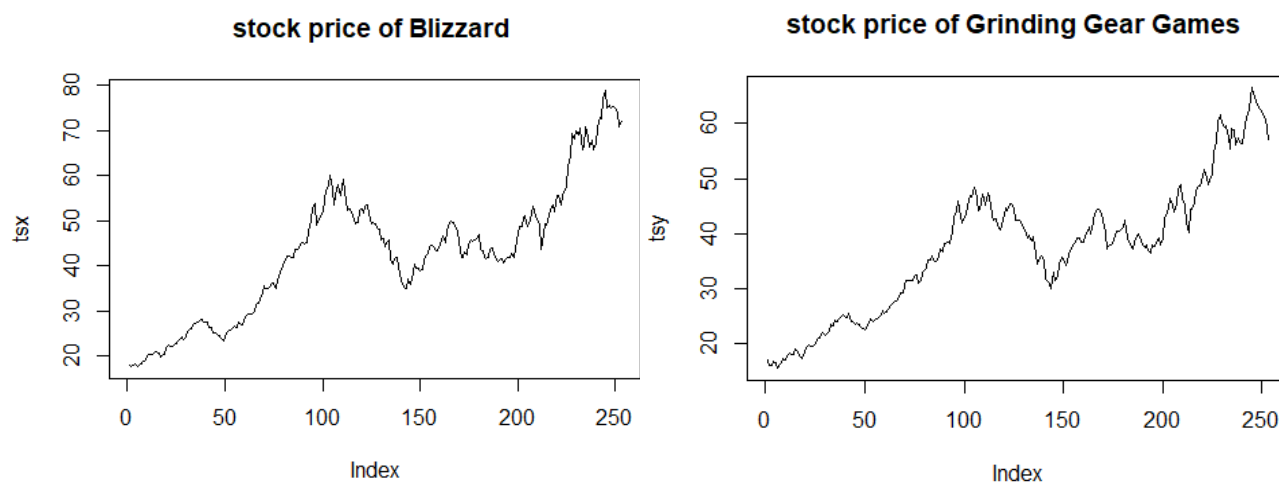


#### 4.2.8 最終模型選擇

$$\text{ARI}(3,1) : (1 - 0.1162B - 0.1477B^3)(1 - B)(Y_t - 0.0013) = e_t$$

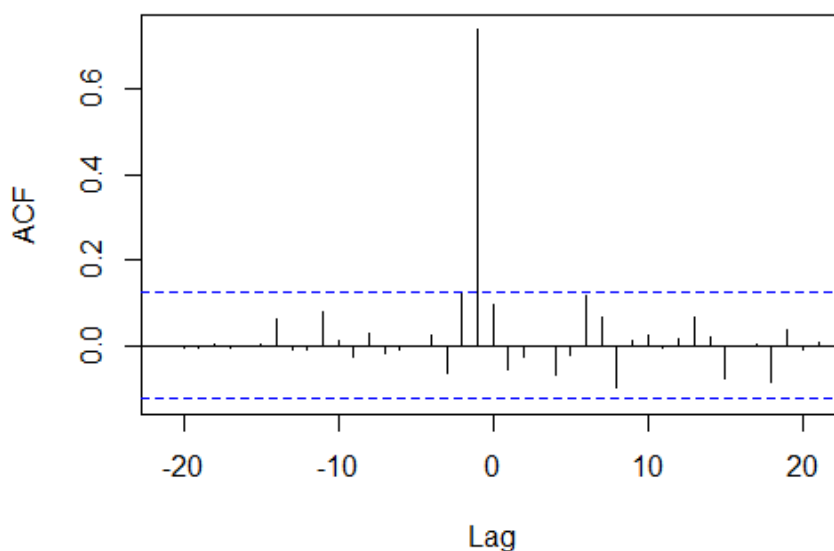
## 五、相關性分析

配適完成 Grinding Gear Games 股價以及 Blizzard 股價的時間序列模型之後，我們要檢驗兩筆資料的相關性：



首先我們觀察兩個時間序列，我們可以發現其股價的成長趨勢十分接近，這可能是他們都是遊戲公司造成的，並非他們真的相關，因此我們使用配適完成後的殘差去繪製 CCF：

### Grinding Gear Games & Blizzard



從圖中我們可以發現負一步有明顯相關，而負二步非常接近信賴界，這顯示了 GGG 的股價是會影響到下一週 BZ 的股價的，我們推測這可能跟兩款遊戲不同的付費方式與更新方式所造成的。

## 六、結論

由於流亡黯道是大約每三個月更新一次，且更新後人數會大量回流，但隨著時間玩家又因為已經破關或玩膩了所以人數開始下降，開始進入遊戲人數低潮直到下次更新，可能這些流失的人會選擇在下次更新之前尋找相似的遊戲，而他們選擇的可能就是 BZ 的暗黑破壞神 3，所以兩個遊戲並非替代品的關係，其關係反而比較像互補品；另外由於流亡黯道比起暗黑破壞神更為知名，因此玩家是選擇以流亡黯道為主要遊戲，暗黑破壞神 3 為次要遊戲，進而造成是流亡黯道的公司影響暗黑破壞神 3 的公司這個關係產生。

