

MINISTERUL EDUCAȚIEI A REPUBLICII MOLDOVA
UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI
FACULTATEA CALCULATOARE , INFORMATICĂ ȘI MICROELECTRONICĂ

Lucrare de laborator nr.4

la disciplina "Metode și modele de calcul"

Tema: *Problema transportului*

A elaborat: st.TI-171 f/r , Florea Cristina

A verificat: prof.univ. Leonid Dohotaru

Chișinău 2018

Sarcina

Să se afle planul de transport a problemei de transport specificată mai jos , prin două metode:

1. Metoda Colțului Nord-Vest
2. Metoda Costurilor unitare minime (C.U.M)

Avem dată problema :

$$C = \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 4 & 1 & 50 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 30 \\ 3 & 2 & 4 & 4 & 20 \\ \hline 30 & 30 & 10 & 20 & \end{array}$$

În baza acestei condiții construim următoarea tabelă :

$F_i \backslash B_j$	B_1	B_2	B_3	B_4	Disponibil a_i
F_1	1	2	4	1	50
F_2	2	3	1	5	30
F_3	3	2	4	4	20
Necesar b_j	30	30	10	20	

În primul rând, verificăm dacă stocurile totale de produse de la furnizori coincid cu nevoile totale a consumatorilor . Verificăm

Materialele disponibile oferite de furnizori : $50 + 30 + 20 = 100$

Materialele necesare consumatorilor : $30 + 30 + 10 + 20 = 90$

Diferența dintre materialele oferite și materialele necesare este de 10 unități .

Pentru a egala cantitatea de materiale disponibile și materiale necesare , adăugăm în tabelă un beneficiar fictiv B_5 cu stoc de produs egal cu 10 . Costul unei unități de producție pentru beneficiarul B_5 ar fi zero . Astfel , obținem următoarea tabelă :

F_i	B_j	B₁	B₂	B₃	B₄	B₅	Disponibil a_i
F₁		1	2	4	1	0	50
F₂		2	3	1	5	0	30
F₃		3	2	4	4	0	20
Necesar b_j		30	30	10	20	10	

Modelul matematic.

$$\min z = x_{11} + 2x_{12} + 4x_{13} + x_{14} + 0x_{15} + 2x_{21} + 3x_{22} + x_{23} + 5x_{24} + 0x_{25} + 3x_{31} + 2x_{32} + 4x_{33} + 4x_{34} + 0x_{35}$$

$$\begin{cases} x_{11} + 2x_{12} + 4x_{13} + x_{14} + 0x_{15} = 50 \\ 2x_{21} + 3x_{22} + x_{23} + 5x_{24} + 0x_{25} = 30 \\ 3x_{31} + 2x_{32} + 4x_{33} + 4x_{34} + 0x_{35} = 20 \end{cases} \begin{cases} x_{11} + 2x_{21} + 3x_{31} = 30 \\ 2x_{12} + 3x_{22} + 2x_{32} = 30 \\ 4x_{13} + x_{23} + 4x_{33} = 10 \\ x_{14} + 5x_{24} + 4x_{34} = 20 \\ 0x_{15} + 0x_{25} + 0x_{35} = 10 \end{cases}$$

Metoda colțului Nord – Vest

Pentru a rezolva problema transportului, trebuie îndeplinită următoarea condiție :

$$\text{nr. de rute implicate} = \text{nr. de furnizori} + \text{nr. de consumatori} - 1$$

Începem să umplem masa din colțul din stânga sus și treptat ne îndreptăm în dreapta jos :
de la nord- vest la sud – est

F_i	B_j	B₁	B₂	B₃	B₄	B₅	Disponibil a_i
F₁		1	2	4	1	0	50
F₂		2	3	1	5	0	30
F₃		3	2	4	4	0	20
Necesar b_j		30	30	10	20	10	

$$x_{11} = \min(50, 30) = 30 \Rightarrow x_{21}, x_{31} = 0.$$

F_i	B_j	B₁	B₂	B₃	B₄	B₅	Disponibil a_i
F₁		[30] 1	2	4	1	0	50 – 30 = 20
F₂		[0] 2	3	1	5	0	30
F₃		[0] 3	2	4	4	0	20
Necesar b_j		30 – 30 = 0	30	10	20	10	

$$x_{12} = \min(50-30, 30) = 20 \Rightarrow x_{13} = x_{14} = x_{15} = 0$$

F_i	B_j	B₁	B₂	B₃	B₄	B₅	Disponibil a_i
F₁		[30] 1	[20] 2	[0] 4	[0] 1	[0] 0	50 – 30 = 20 - 20 = 0
F₂		[0] 2	3	1	5	0	30
F₃		[0] 3	2	4	4	0	20
Necesar b_j		30 – 30 = 0	30 – 20 =10	10	20	10	

$$x_{22} = \min(30, 30-20) = 10 \Rightarrow x_{32} = 10$$

F_i	B_j	B₁	B₂	B₃	B₄	B₅	Disponibil a_i
F₁		[30] 1	[20] 2	[0] 4	[0] 1	[0] 0	50 – 30 = 20 - 20 = 0
F₂		[0] 2	[10] 3	1	5	0	30 – 10 =20
F₃		[0] 3	[0] 2	4	4	0	20
Necesar b_j		30 – 30 = 0	30 – 20 =10 – 10 = 0	10	20	10	

$$x_{23} = \min(30-10, 10) = 10 \Rightarrow x_{33} = 0$$

F_i	B_j	B₁	B₂	B₃	B₄	B₅	Disponibil a_i
F₁		[30] 1	[20] 2	[0] 4	[0] 1	[0] 0	50 – 30 = 20 -20 = 0
F₂		[0] 2	[10] 3	[10] 1	5	0	30 – 10 =20 – 10 = 10
F₃		[0] 3	[0] 2	[0] 4	4	0	20
Necesar b_j		30 – 30 = 0	30 – 20 =10 – 10 = 0	10- 10 =0	20	10	

$$x_{24} = \min (20-10 , 20) = 10 \Rightarrow x_{25} = 0$$

F_i	B_j	B₁	B₂	B₃	B₄	B₅	Disponibil a_i
F₁		[30] 1	[20] 2	[0] 4	[0] 1	[0] 0	50 – 30 = 20 -20 = 0
F₂		[0] 2	[10] 3	[10] 1	[10] 5	[0] 0	30 – 10 =20 – 10 = 10 – 10 = 0
F₃		[0] 3	[0] 2	[0] 4	4	0	20
Necesar b_j		30 – 30 = 0	30 – 20 =10 – 10 = 0	10- 10 =0	20 – 10 = 10	10	

$$x_{34} = \min (20,10) = 10 \Rightarrow x_{35} = 10$$

F_i	B_j	B₁	B₂	B₃	B₄	B₅	Disponibil a_i
F₁		[30] 1	[20] 2	[0] 4	[0] 1	[0] 0	50 – 30 = 20 -20 = 0
F₂		[0] 2	[10] 3	[10] 1	[10] 5	[0] 0	30 – 10 =20 – 10 = 10 – 10 = 0
F₃		[0] 3	[0] 2	[0] 4	[10] 4	[10] 0	20 – 10 – 10 = 0
Necesar b_j		30 – 30 = 0	30 – 20 =10 – 10 = 0	10- 10 =0	20 – 10 = 10	10 – 10 = 0	

Am obținut următoarea matrice :

$$\begin{pmatrix} 30 & 20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 10 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 10 \end{pmatrix}$$

Conform matricii obținute , calculăm z :

$$z(x^{N-V}) = 1 * 30 + 2 * 20 + 3 * 10 + 1 * 10 + 5 * 10 + 4 * 10 + 0 * 10 = 200 \text{ u.m}$$

Deci , prin metoda colțului Nord – Vest am obținut că costul este de 200 u.m

Metoda costurilor unitare minime

Pentru a rezolva problema transportului, trebuie îndeplinită următoarea condiție :

$$\text{nr. de rute implicate} = \text{nr.de furnizori} + \text{nr. de consumatori} - 1$$

$$x_{15} = \min (50 , 10) = 10$$

F_i	B_j	B₁	B₂	B₃	B₄	B₅	Disponibil a_i
F₁		1	2	4	1	[10] 0	50 – 10 =40
F₂		2	3	1	5	0	30
F₃		3	2	4	4	0	20
Necesar b_j		30	30	10	20	10 – 10 = 0	

$$x_{11} = \min (50- 10 , 30) = 30 \Rightarrow x_{21} = x_{31} = 0$$

F_i	B_j	B₁	B₂	B₃	B₄	B₅	Disponibil a_i
F₁		[30] 1	2	4	1	[10] 0	50 – 10 =40 – 10 =30
F₂		[0] 2	3	1	5	0	30
F₃		[0] 3	2	4	4	0	20
Necesar b_j		30 – 30 = 0	30	10	20	10 – 10 = 0	

$$x_{14} = \min (40 - 30, 20) = 10 \Rightarrow x_{12}=x_{13} = 0$$

F_i	B_j	B₁	B₂	B₃	B₄	B₅	Disponibil a_i
F₁		[30] 1	[0] 2	[0] 4	[10] 1	[10] 0	50 – 10 =40 – 10 = 30 – 30 = 0
F₂		[0] 2	3	1	5	0	30
F₃		[0] 3	2	4	4	0	20
Necesar b_j		30 – 30 = 0	30	10	20 – 10 = 10	10 – 10 = 0	

$$x_{23} = \min (30, 10) = 10 \Rightarrow x_{33} = 0$$

F_i	B_j	B₁	B₂	B₃	B₄	B₅	Disponibil a_i
F₁		[30] 1	[0] 2	[0] 4	[10] 1	[10] 0	50 – 10 =40 – 10 = 30 – 30 = 0
F₂		[0] 2	3	[10] 1	5	0	30 – 10 = 20
F₃		[0] 3	2	[0] 4	4	0	20
Necesar b_j		30 – 30 = 0	30	10 – 10 = 0	20 – 10 = 10	10 – 10 = 0	

$$x_{32} = \min (20, 30) = 20 \Rightarrow x_{34}=x_{35} = 0$$

F_i	B_j	B₁	B₂	B₃	B₄	B₅	Disponibil a_i
F₁		[30] 1	[0] 2	[0] 4	[10] 1	[10] 0	50 – 30 -10 – 10 = 0
F₂		[0] 2	3	[10] 1	5	0	30 – 10 = 20
F₃		[0] 3	[20] 2	[0] 4	[0] 4	[0] 0	20 – 20 = 0
Necesar b_j		30 – 30 = 0	30 – 20 =10	10 – 10 = 0	20 – 10 = 10	10 – 10 = 0	

$$x_{22} = \min (20, 10) = 10$$

F_i	B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Disponibil a_i
F_1		[30] 1	[0] 2	[0] 4	[10] 1	[10] 0	$50 - 30$ $-10 - 10 =$ 0
F_2		[0] 2	[10] 3	[10] 1	5	0	$30 - 10 =$ $20 - 10 =$ 10
F_3		[0] 3	[20] 2	[0] 4	[0] 4	[0] 0	$20 - 20 =$ 0
Necesar b_j		$30 - 30 =$ 0	$30 - 20$ $=10 - 10$ $= 0$	$10 - 10 =$ 0	$20 - 10 =$ 10	$10 - 10 =$ 0	

$$x_{24} = \min (10, 10)$$

F_i	B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Disponibil a_i
F_1		[30] 1	[0] 2	[0] 4	[10] 1	[10] 0	$50 - 30$ $-10 - 10 =$ 0
F_2		[0] 2	[10] 3	[10] 1	[10] 5	[0] 0	$30 - 10 =$ $20 - 10 =$ $10 - 10 =$ 0
F_3		[0] 3	[20] 2	[0] 4	[0] 4	[0] 0	$20 - 20 =$ 0
Necesar b_j		$30 - 30 =$ 0	$30 - 20$ $=10 - 10$ $= 0$	$10 - 10 =$ 0	$20 - 10 =$ $10 - 10 =$ 0	$10 - 10 =$ 0	

Am obținut următoarea matrice :

$$\begin{pmatrix} 30 & 0 & 0 & 10 & 10 \\ 0 & 10 & 10 & 10 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Calculăm :

$$z(X^{C.U.M}) = 1 * 30 + 1 * 10 + 3 * 10 + 1 * 10 + 5 * 10 + 2 * 20 = 170$$

Deci , am determinat că prin metoda costului unitar minim costul e mai mic .

Implementarea în excel

1. Metoda colțului Nord – Vest

Facem tabela în excel și construim matricea .

Determinăm x_{11} min :

R10C2		fx		=МИН(R[-8]C[5];R[-5]C)				
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	Fi Bj	B1	B2	B3	B4	B5	Disponibil ai	
2	F1	1	2	4	1	0	50	
3	F2	2	3	1	5	0	30	
4	F3	3	2	4	4	0	20	
5	Necesar bj	30	30	10	20	10	100	
6								
7								
9								
10		30						
11	X =							
12								
13								
14								

Determinăm x_{12} min

R10C3		fx		=МИН(R[-8]C[4]-R[-5]C[-1];R[-5]C)				
	1	2	3	4	5	6	7	
1	Fi Bj	B1	B2	B3	B4	B5	Disponibil ai	
2	F1	1	2	4	1	0	50	
3	F2	2	3	1	5	0	30	
4	F3	3	2	4	4	0	20	
5	Necesar bj	30	30	10	20	10	100	
6								
7								
9								
10		30	20					
11	X =							
12								
13								
14								

Pentru restul liniei punem 0, deoarece deja s-a completat primul rând = $30 + 20 = 50$

Determinăm x_{23} min.

R11C3		f _x =МИН(R[-8]C[4];R[-6]C-20)					
	Имя	2	3	4	5	6	7
1	Fi Bj	B1	B2	B3	B4	B5	Disponibil ai
2	F1	1	2	4	1	0	50
3	F2	2	3	1	5	0	30
4	F3	3	2	4	4	0	20
5	Necesar bj	30	30	10	20	10	100
6							
7							
9							
10		30	20	0	0	0	
11	X =		10				
12							
13							
14							

Pentru următoarele celule completăm după aceeași logică .

Ca la final obținem :

R12C6		f _x =МИН(R[-8]C[1];R[-7]C)					
		1	2	3	4	5	6
1	Fi Bj	B1	B2	B3	B4	B5	Disponibil ai
2	F1	1	2	4	1	0	50
3	F2	2	3	1	5	0	30
4	F3	3	2	4	4	0	20
5	Necesar bj	30	30	10	20	10	100
6							
7							
9							
10		30	20	0	0	0	
11	X =	0	10	10	10	0	
12		0	0	0	10	10	
13							

Acum introducem formula pentru a calcula costul .

Obținem următorul rezultat :

X₁₁

R8C2		f _x		=МИН(R[-6]C[5]-RC[4];R[-3]C)			
	1	2	3	4	5	6	7
1	Fi Bj	B1	B2	B3	B4	B5	Disponibil ai
2	F1	1	2	4	1	0	50
3	F2	2	3	1	5	0	30
4	F3	3	2	4	4	0	20
5	Necesar bj	30	30	10	20	10	100
6							
7							
8		30				10	
9	X =						
10							
11							
12							

X₁₄:

R8C5		f _x		=МИН(40-30;R[-3]C)			
	1	2	3	4	5	6	7
1	Fi Bj	B1	B2	B3	B4	B5	Disponibil ai
2	F1	1	2	4	1	0	50
3	F2	2	3	1	5	0	30
4	F3	3	2	4	4	0	20
5	Necesar bj	30	30	10	20	10	100
6							
7							
8		30	0	0	10	10	
9	X =						
10							

X₂₃ :

R9C4 f_x =МИН(R[-6]C[3];R[-4]C)							
	1	2	3	4	5	6	7
1	Fi Bj	B1	B2	B3	B4	B5	Disponibil ai
2	F1	1	2	4	1	0	50
3	F2	2	3	1	5	0	30
4	F3	3	2	4	4	0	20
5	Necesar bj	30	30	10	20	10	100
6							
7							
8		30	0	0	10	10	
9	X =			10			
10							
11							

După aceeași logică completăm și celelalte celule .

La final obținem :

R11C2		f _x						
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	Fi Bj	B1	B2	B3	B4	B5	Disponibil ai	
2	F1	1	2	4	1	0	50	
3	F2	2	3	1	5	0	30	
4	F3	3	2	4	4	0	20	
5	Necesar bj	30	30	10	20	10	100	
6								
7								
8		30	0	0	10	10		
9	X =	0	10	10	10	0		
10		0	20	0	0	0		
11								

Introducem formula pentru a calcula costul unitar minim .

Obținem următorul rezultat :

R12C2		=CYMM(R[-10]C*R[-4]C+R[-10]C[3]*R[-4]C[3]+R[-10]C[4]*R[-4]C[4]+R[-9]C[1]*R[-3]C[1]+R[-9]C[2]*R[-3]C[2]+R[-9]C[3]*R[-3]C[3]+R[-8]C[1]*R[-2]C[1])															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	Fi Bj	B1	B2	B3	B4	B5	Disponibil ai										
2	F1	1	2	4	1	0	50										
3	F2	2	3	1	5	0	30										
4	F3	3	2	4	4	0	20										
5	Necesar bj	30	30	10	20	10	100										
6																	
7																	
8		30	0	0	10	10											
9	X =	0	10	10	10	0											
10		0	20	0	0	0											
11																	
12	Z =	170															
13																	

Deci , am obținut același rezultat ca la varianta de verificare .

Concluzie

Prin efectuarea acestei lucrări am însușit metodele de rezolvare a problemei de transport și am aplicat în practică – introducerea în Excel a datelor și calcularea rezultatelor prin formule.