

Ministerul Educației Culturii și Cercetării al Republicii Moldova
Universitatea Tehnică a Moldovei
Facultatea Calculatoare Informatică și Microelectronica
Catedra Automatică și Tehnologii Informaționale

RAPORT

Lucrarea de laborator nr.1
Disciplina: Metode și modele de calcul

Varianta 5

A efectuat:
st. gr. SI-191

Bolgarin Daniel

A verificat:

Godonoaga Anatol

Chisinau 2020

Tema: Rezolvarea numerica a ecuatiilor algebrice si transcendentă. Separarea radacinilor.

Scopul lucrării :

- 1) Sa se separe toate radacinile reale ale ecuatiei $f(x)=0$ unde $y=f(x)$ este o functie reala de variabila reala.
- 2) Să se determine o radacina reala a ecuatiei date cu ajutorul metodei injumatatirii intervalului cu o eroare mai mica decit $\epsilon=10^{-2}$.
- 3) Sa se precizeze radacina obtinuta cu exactitatea $\epsilon= 10^{-6}$,utilizind:
 - metoda aproximatiilor succesive ;
 - metoda tangentelor (Newton);
 - metoda secantelor .
- 4) Sa se compare rezultatele luind in considerare numarul de iteratii , evaluarile pentru functii si derivata.

Ecuatiile propuse spre rezolvare:

$$2 -x -\ln(x) = 0$$

$$x^3 -29x+34 = 0$$

Mersul lucrării

Pentru separarea radacinilor pentru prima ecuatie am folosit metoda grafica, metoda analitica si sirul lui Rolle de separare a radacinilor:

$$x^3 - 29x + 34 = 0$$

Sirul lui Rolle

$$f(x)= x^3 -29x+34$$

$$f'(x)=3x^2-29=0$$

x	-3	-2	2	3
f(x)	-2	-17	-17	-2

Prin urmare avem 2 alternante de semn pe intervalul $(-3;3)$, deci rezulta ca avem 2 radacini reale pe acest interval

$r_1 \in (-3 ; -2)$, $r_2 \in (2 ; 3)$

Metoda grafica

Graficul pentru $x^3 - 29x + 34$

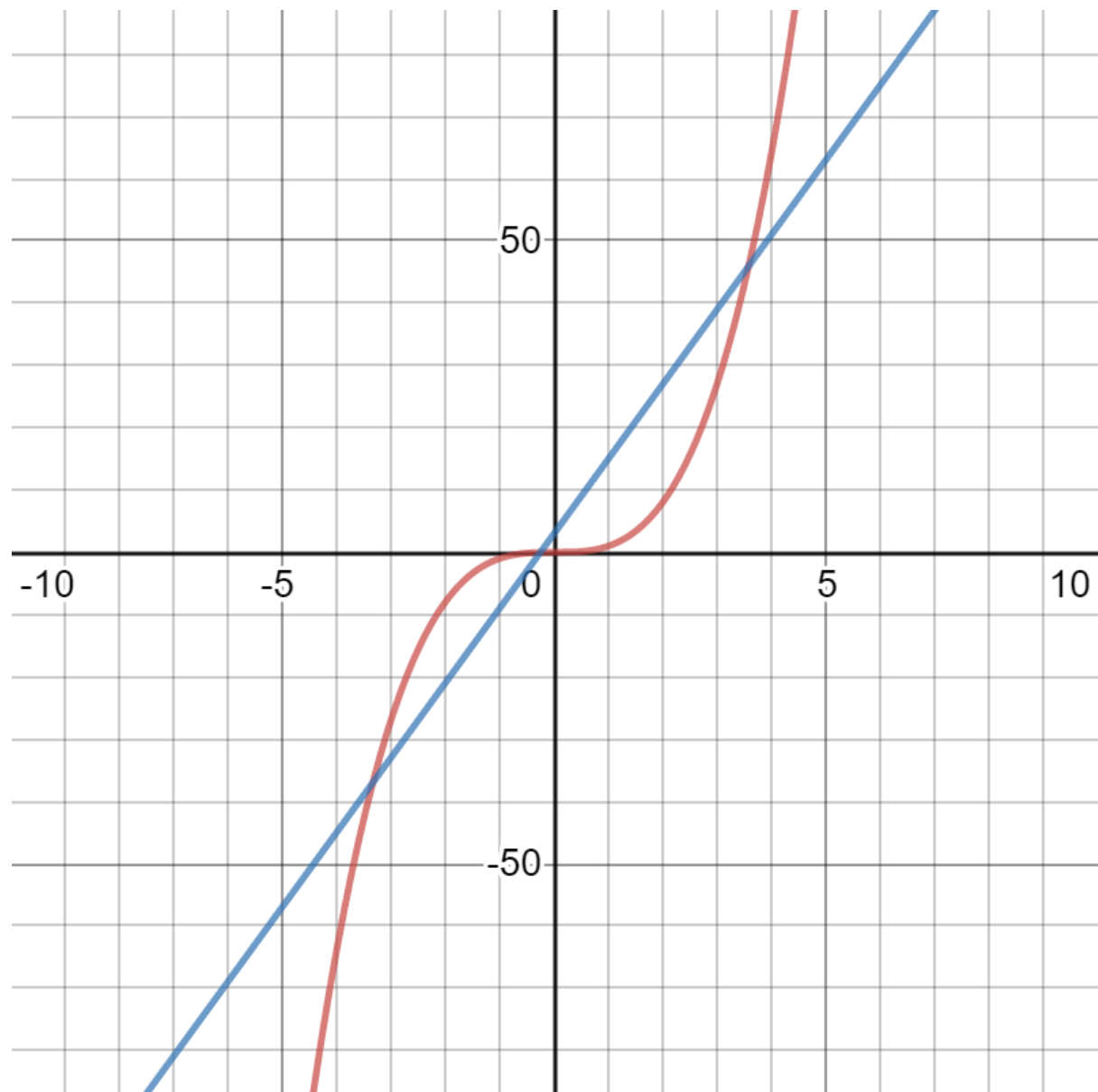


Fig.1 Graficul functiei $y=x^3$ si $y=12x+3$

Din grafic observam ca intersecțiile au loc în intervalele $(-3,58;0)$, $(0,23;3,32)$

Metoda analitica

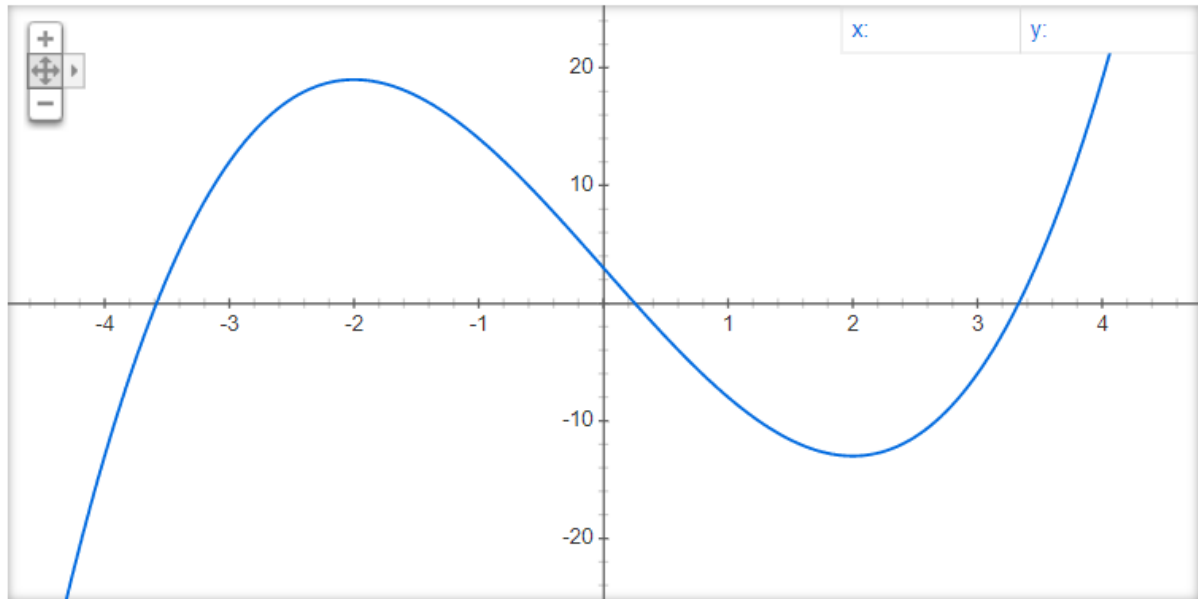


Fig.2 Graficul functiei $f(x) = x^3 - 29x + 34$

Din grafic observam ca intersecțiile au loc în intervalele $(-3,58; 0)$, $(0,23; 3,32)$

Deci avem 2 rădăcini $r_1 \in (-3,58; 0)$, $(0,23; 3,32)$

Pentru cea de-a 2-a ecuație am folosit la fel metoda grafică și metoda analitică de separare a rădăcinilor:

$$2 - x - \ln(x) = 0$$

Graficul pentru $(2 - x)$ și $\ln(x)$

Metoda grafică

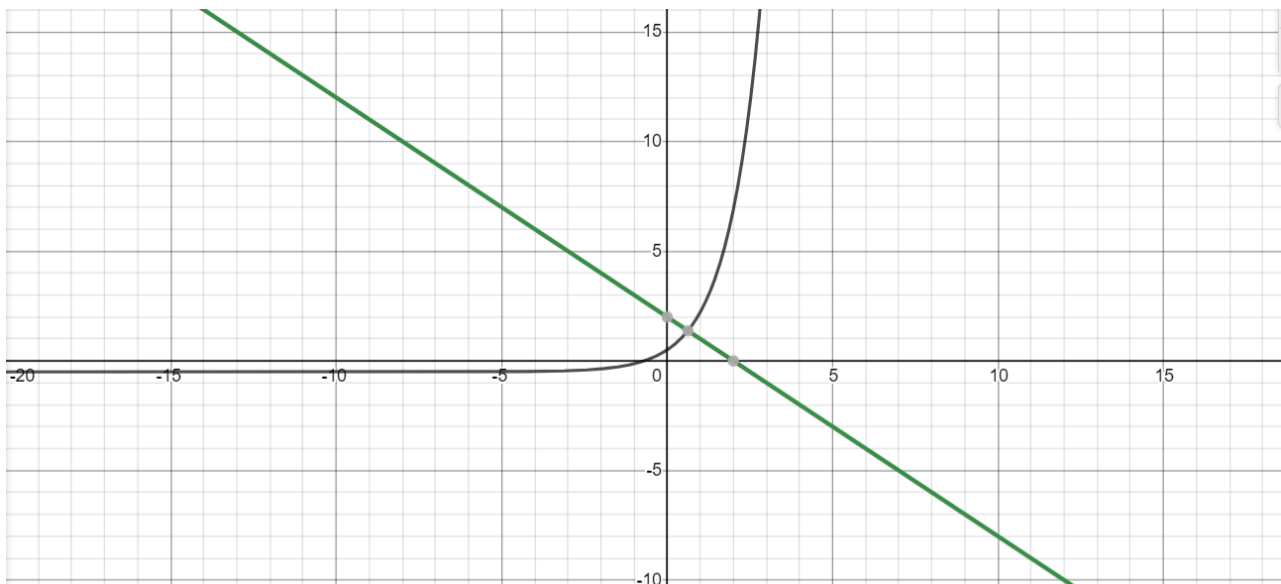


Fig.3 Graficul functiei $y=(2-x)$ si $y= e^x -0,5$

Prin urmare ecuatia data are o radacina reala $\xi \in (0,62 ; 1,37)$

Metoda analitica

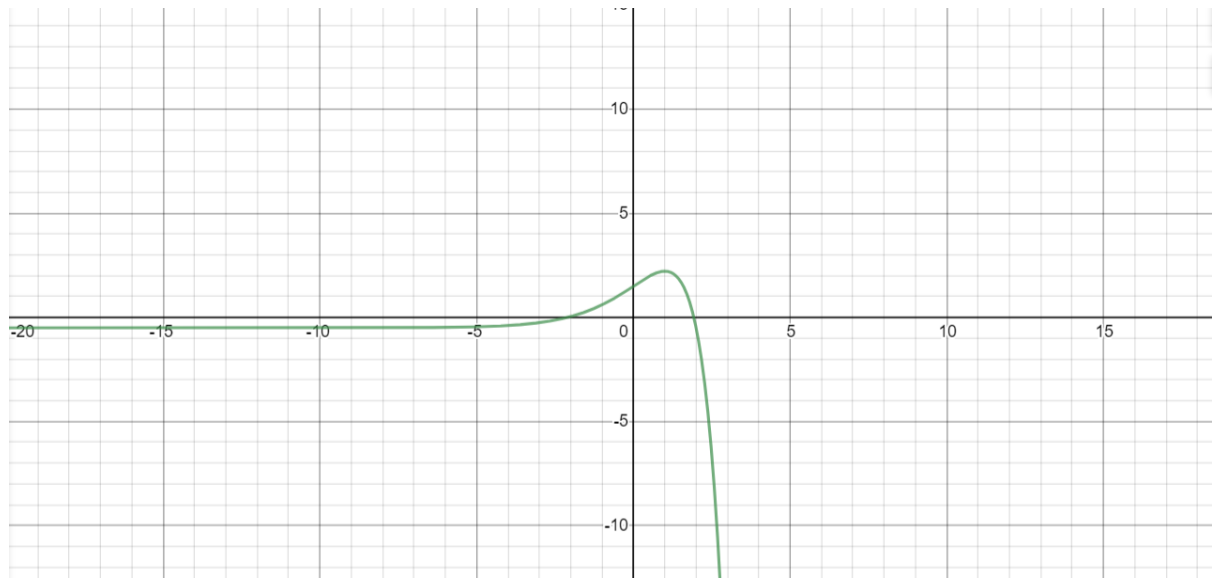


Fig.4 Graficul functiei $f(x)= (2-x) * e^x - 0,5$

Din grafic observam ca intersectia are loc in intervalul $(-2,1;0)$, $(1,92;0)$

Deci avem 1 radacina $r_1 \in (-2,1;0)$, $r_2 \in (1,92;0)$

Calculul aproximativ al radacinilor

Metoda injumatatirii intervalului

Consideram functia $f(x)=0$, unde functia $f(x)$ este continua pe intervalul $[a,b]$, are o singura radacina reala si $f(a) * f(b) < 0$.

Se calculeaza $c = a + \frac{b-a}{2}$, daca $c=0$, atunci c este radacina cautata, in caz contrar :

daca $f(a) * f(b) < 0 = a=a ; b=c ;$

daca $f(a) * f(b) > 0 = a=c ; b=b ;$

Iteratiile se repeta pina cind este respectata conditia $(b-a) < \epsilon$ unde ϵ este eroarea

Metoda aproximatiilor succesive

Pentru a folosi Metoda aproximatiilor succesive, e necesar de pus ecuatia sub forma $x = \varphi(x)$. Pentru ca metoda sa converga catre radacina e necesar de a se respecta conditia de convergenta :

Funcția $\varphi(x)$ e derivabilă și derivata sa $\varphi'(x)$ satisface inegalitatea

$$\varphi'(x) \forall \alpha < 1, \text{ oricare ar fi } x \in [a, b].$$

Metoda lui Newton(tangentelor)

Presupunem ecuația $f(x)=0$, care admite o singură soluție reală pe intervalul $[a, b]$, iar derivatele $f'(x)$ și $f''(x)$ păstrează un semn constant pe intervalul $[a, b]$. Formula pentru metoda tangentelor este :

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, k=0, 1, 2, \dots$$

Pentru a asigura convergența procesului iterational e necesar ca din valorile a și b să fie aleasă în calitate de soluție inițială x_0 acea valoare pentru care are loc inegalitatea

$$f(x) * f''(x) > 0$$

Metoda secantelor

Metoda secantelor poate fi dedusă din metoda lui Newton. Formula iterativă pentru calcularea aproximativă a soluțiilor prin metoda secantelor este :

$$x_{k+1} = x_k - f \frac{(x_k) * x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})}, k=0, 1, \dots$$

La fel ca pentru Metoda lui Newton în calitate de soluție inițială x_0 vom alege acea valoare pentru care are loc inegalitatea :

$$f(x) * f''(x) > 0$$

Finisarea procesului iterational are loc atunci când aleasă în calitate de soluție inițială

x_0 acea valoare pentru care are loc inegalitatea $x_{k+1} - x_k \forall \leq \varepsilon$, unde ε este eroarea.

Codul programului

```
#include <iostream>
#include <conio.h>
#include <math.h>
using namespace std;
float e = 2.718;
double(*f)(double), (*fn)(double), (*fd)(double);
double f1(double x) {
    return pow(x, 3) - 29 * x + 34;
}
double f2(double x) {
    return 2 - x - ln * x;
}
double fd1(double x) {
    return 3 * pow(x, 2) - 29;
}
```

```

double fd2(double x) {
    return - (1/x) - 1;
}
double f3(double x) {
    return (pow(x, 3) + 3) / 29;
}
double f4(double x) {
    return (ln * x - 2) / -x;
}
void aproximatie() {
    int k = 0;
    double x0, x1, eps = 0.000001;
    cout << " Introduceti valoare initiala x0" << endl;
    cout << " x0 = ";
    cin >> x0;
    while (1) {
        x1 = fn(x0);
        k++;
        if (abs(x1 - x0) < eps) {
            cout << " Radacina este: " << x0 << endl << " Numarul de
iteratii " << k << endl;
            break;
        }
        x0 = x1;
    }
    _getch();
}
void injumatatire() {
    int k = 0;
    double a, b, c = 0, eps=0.01;
    cout << " Introduceti intervalul " << endl;
    cout << " a = ";
    cin >> a;
    cout << " b = ";
    cin >> b;
    while ((b - a) > eps) {
        k++;
        c = (a + b) / 2;
        if (f(c) == 0)
            break;
        if (f(a)*f(c) < 0)
            b = c;
        else
            a = c;
    }
    cout << " Radacina este: " << c << endl;
    cout << " Numarul de iteratii: " << k;
    _getch();
}
void newton() {
    int k = 0;
    double x0, x1, eps = 0.000001;
    cout << " Introduceti valoare initiala x0" << endl;
    cout << " x0 = ";
    cin >> x0;
    while (1) {
        x1 = x0 - f(x0) / fd(x0); k++;
        if (abs(x1 - x0) < eps) {

```

```

        cout << " Radacina este: " << x0 << endl << " Numarul de
iteratii " << k << endl; break;
    }
    x0 = x1;
} _getch();
}
void secante() {
    double x2, x1, x3 = 0, y, eps = 0.000001;
    int n = 0;
    cout << " Introduceți intervalul " << endl;
    cout << " a = ";
    cin >> x1;
    cout << " b = ";
    cin >> x2;
    do {
        n++;
        y = x3;
        x3 = x2 - (f(x2)*(x2 - x1) / (f(x2) - f(x1)));
        x1 = x2;
        x2 = x3;
    } while (fabs(y - x3) >= eps);
    cout << " Radacina este: " << x3 << endl;
    cout << " Numarul de iteratii : " << n << endl;
    _getch();
}
void selectFunction() {
    system("cls");
    cout << " 1. Functia f1(x) = x^3 - 29x + 34" << endl;
    cout << " 2. Functia f2(x) = 2 - x - ln * x " << endl;
    int opt;
    do {
        opt = _getch();
    } while (opt < '1' || opt > '2');
    system("cls");
    switch (opt) {
        case '1': {
            f = f1;
            fn = f3;
            fd = fd1;
            break;
        }
        case '2': {
            f = f2;
            fn = f4;
            fd = fd2;
            break;
        }
    }
}
int meniu() {
    system("cls");
    if (f == f1)
        cout << " Functia f1(x)= x^3 - 29x + 34" << endl << endl;
    else cout << " Functia f2(x)= 2 - x - ln * x" << endl << endl;
    cout << " 1. Selectarea functiei" << endl;
    cout << " 2. Metoda aproximatiei succesive - exactitatea 10^(-6)" <<
endl;
    cout << " 3. Metoda injumatatirii - exactitatea 10^(-2)" << endl;
    cout << " 4. Metoda Newton - exactitatea 10^(-6)" << endl;
}

```



```

        cout << " 5. Metoda secantelor - exactitatea 10^(-6)" << endl;
        cout << " 6. Iesire" << endl;
        int opt;
        do {
            opt = _getch();
        } while (opt<'1' || opt>'6');
        system("cls");
        return opt - '0';
    }
    int main() {
        int opt;
        f = f1;
        fn = f3;
        fd = fd1;
        do {
            switch (opt = meniu()) {
                case 1: {selectFunction();
                        break;
                    }
                case 2: {aproximatie();
                        break;
                    }
                case 3: {injunatatie();
                        break;
                    }
                case 4: {newton();
                        break;
                    }
                case 5: {secante();
                        break;
                    }
            }
        }
    }
    while (opt != 6);
}

```

.Metoda secantelor

Compararea rezultatelor

Metoda	Radacina		Iteratiile		Eroarea
	f1(x)	f2(x)	f1(x)	f2(x)	
Aproximatiei succesive	0	0	1	1	0.000001
Injumatatirii intervalului	0.25195	1.92773	9	9	0.01
Tangentelor (Newton)	0	-1.5	1	2	0.000001
Secantelor	0.25132	-2.10576	5	5	0.000001

Concluzii

Efectuind aceasta lucrare de laborator am insusit metodele de rezolvare a ecuatiilor algebrice si transcendente,obtinind aproximativ aceeasi radacina. Totusi cea mai simpla mi s-a parut metoda grafica deoarece nu necesita calcule si usor se poate determina intervalul in care se gaseste solutia,dar cea mai eficienta pare a fi metoda Newton,luind in considerare ca a facut cele mai putine iteratii pina a fost gasita solutia.