

Ministerul Educației, Culturii și Cercetării al Republicii Moldova

Universitatea Tehnică a Moldovei

Facultatea Calculatoare, Informatică și Microelectronică

Departamentul Ingineria Software și Automatică

# **RAPORT**

Lucrarea de laborator Nr.4

la disciplina Modele si metode de calcul (2)

**TEMA: Rezolvarea problemelor de programare liniară prin metoda  
Simplex**

A efectuat: st.gr.TI-194

Duca Dumitru

A verificat: asis. univ.

Buldumac Oleg

Chisinau 2020

**Tema:** Rezolvarea problemelor de programare liniară prin metoda Simplex.

**Scopul lucrării:**

- De găsit o problema din lumea reală care are cel puțin 4 variabile și de rezolvat prin metoda simplex.
- De rezolvat problema analitic, pe foaie și la nivel de cod.
- De efectuat un raport unde va trebui să fie problema și modelul matematic (funcția obiectivă și constrângile (sisteme de inecuații / ecuații)).

**Formularea problemei:**

**Problema din lab.3 cu adăugarea a 2 variabile suplimentare:**

Un local oferă clienților săi 4 tipuri de business-lunchuri: de tip  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  și  $T_4$ . Profitul obținut în urma vânzării unui lunch de tip  $T_1$  este de 40 de lei. Profitul obținut în urma vânzării unui lunch de tip  $T_2$  este de 45 de lei, pentru un lunch de tip  $T_3$  această valoare atinge 75 de lei, iar pentru un lunch de tip  $T_4$  – 30 de lei. Costul de producție a unui lunch de tip  $T_1$  este de 60 de lei. Costul de producție a unui lunch de tip  $T_2$  este de 50 de lei. Pentru un lunch de tip  $T_3$  această valoare atinge 100 de lei, iar pentru un lunch  $T_4$  – 42 de lei. Pentru a produce lunchuri de tip  $T_1$  și  $T_2$  s-a preconizat o valoare maximă de 870 lei / zi. Pentru a produce lunchuri de tip  $T_2$  și  $T_3$  – 750 de lei / zi. Pentru a produce lunchuri de tip  $T_3$  și  $T_4$  – 752 de lei, iar pentru a produce doar lunchuri de tip  $T_4$  – 350 de lei. Câte lunchuri de fiecare fel trebuie să se producă pe zi, pentru ca profitul să fie maxim?

Rezolvare:

Fie:  $x_1$ =nr de lunchuri de tip  $T_1$  produse într-o zi  
 $x_2$ =nr de lunchuri de tip  $T_2$  produse într-o zi  
 $x_3$ =nr de lunchuri de tip  $T_3$  produse într-o zi  
 $x_4$ =nr de lunchuri de tip  $T_4$  produse într-o zi

Restricțiile:

- 1)  $x_1, x_2, x_3, x_4$  trebuie să fie nenegative
- 2) Prețul de producție a unui lunch de tip  $T_1$  este 60 lei, pentru un lunch de tip  $T_2$  este 50 lei. Pentru producerea lor s-au preconizat 870 lei.
- 3) Prețul de producție a unui lunch de tip  $T_2$  este 50 lei, pentru un lunch de tip  $T_3$  este 100 lei. Pentru producerea lor s-au preconizat 750 lei.
- 4) Prețul de producție a unui lunch de tip  $T_3$  este 100 lei, pentru un lunch de tip  $T_4$  este 42 lei. Pentru producerea lor s-au preconizat 752 lei.
- 5) Prețul de producție a unui lunch de tip  $T_4$  este 42 lei. Pentru producerea a lunchului de tip 4 s-au preconizat 350 lei.

Funcția obiectivă:  $F(x_1, x_2, x_3, x_4) = p$

$p = 40x_1 + 45x_2 + 75x_3 + 30x_4$  - care trebuie de maximizat

$$\text{Restricții: } \begin{cases} x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \\ 60x_1 + 50x_2 \leq 870 \\ 50x_2 + 100x_3 \leq 750 \\ 100x_3 + 42x_4 \leq 752 \\ 42x_4 \leq 350 \\ p - 40x_1 - 45x_2 - 75x_3 - 30x_4 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Adăugarea variabilelor auxiliare și transformarea inecuațiilor în ecuații: } \begin{cases} 60x_1 + 50x_2 + r = 870 \\ 50x_2 + 100x_3 + s = 750 \\ 100x_3 + 42x_4 + t = 752 \\ 42x_4 + u = 350 \end{cases}$$

Tabelul nr.1:

Variablele	X1	X2	X3	X4	r	s	t	u	Valoarea	Operații asupra rândurilor	Q=valoarea/coloana piv.
r	60	50	0	0	1	0	0	0	870	R1	870/0=INF
s	0	50	100	0	0	1	0	0	750	R2	750/100=7.5
t	0	0	100	42	0	0	1	0	752	R3	752/100=7.52
u	0	0	0	42	0	0	0	1	350	R4	350/0=INF
p	-40	-45	-75	-30	0	0	0	0	0	R5	

**-75** –coloana cu cel mai mic element negativ; 100-PIVOT

Tabelul nr.2:

Variablele	X1	X2	X3	X4	r	s	t	u	Valoarea	Operații asupra rândurilor	Q=valoarea/coloana piv.
R	60	50	0	0	1	0	0	0	870	R6=R1	870/60=1.45
X3	0	0.5	1	0	0	0.01	0	0	7.5	R7=R2/100	7.5/0=INF
t	0	-50	0	42	0	-1	1	0	2	R8=R3-100R7	2/0=INF
u	0	0	0	42	0	0	0	1	350	R9=R4	350/0=INF
p	-40	-7.5	0	-30	0	0.75	0	0	562.5	R10=R5+75*R7	

**-40** –coloana cu cel mai mic element negativ ; 60-PIVOT

Tabelul nr.3:

Variablele	X1	X2	X3	X4	r	s	t	u	Valoarea	Operații asupra rândurilor	Q=valoarea/coloana piv.
X1	1	50	0	0	0.016	0	0	0	14.5	R11=R6/60	14.5/0=INF
X3	0	0.5	1	0	0	0.01	0	0	7.5	R12=R7	7.5/0=INF
t	0	-50	0	42	0	-1	1	0	2	R13=R8	2/42=0.047
u	0	0	0	42	0	0	0	1	350	R14=R9	350/42=8.333
p	0	25.833	0	-30	0.6	0.75	0	0	1142.5	R15=R10+40R11	

**-30** –coloana cu cel mai mic element negativ ; 42-PIVOT

Tabelul nr.4:

Variablele	X1	X2	X3	X4	r	s	t	u	Valoarea	Operații asupra rândurilor	Q=valoare a coloana piv.
X1	1	0.83	0	0	0.016	0	0	0	14.5	$R16=R11$	$14.5/0.83=17.46$
X3	0	0.5	1	0	0	0.01	0	0	7.5	$R17=R12$	$7.5/0.5=15$
X4	0	-1.19	0	1	0	-0.023	0.023	0	0.04	$R18=R13/42$	$0.04/-1.19=0.03$
u	0	50	0	0	0	0	0	1	348.32	$R19=R14-42*R18$	$348.32/50=6.96$
p	0	-9.96	0	0	0.64	0.06	0.69	0	1143.7	$R20=R15+30*R18$	

-9.96–coloana cu cel mai mic element negativ ; 50-PIVOT

Tabelul nr.5:

Variablele	X1	X2	X3	X4	r	s	t	u	Valoarea	Operații asupra rândurilor	Q
X1	1	0	0	0	0.016	-0.016	0.016	-0.016	8.718	$R21=R16-0.83*R24$	-
X3	0	0	1	0	0	0	0.01	-0.01	4.017	$R22=R17-0.5*R24$	-
X4	0	0	0	1	0	0.0008	-0.0008	0.023	8.322	$R23=R18+1.19*R24$	-
X2	0	1	0	0	0	0.02	-0.02	0.02	6.966	$R24=R19/50$	-
p	0	0	0	0	0.064	0.259	0.49	0.199	1213.13	$R25=R20+9.967*R24$	-

Am obținut următoarele rezultate:

$x1=8.718$

$x2=6.966$

$x3=4.017$

$x4=8.322$

$p=1213.13$

Deci, funcția atinge valoarea maximală de 1213,13 în punctul  $M(8.718,6.966,4.017,8.322)$ . Pentru ca să fie profitul maximal, este nevoie de produs zilnic 9 lunchuri de tip  $T_1$ , 7 lunchuri de tip  $T_2$ , 4 lunchuri de tip  $T_3$  și 8 lunchuri de tip  $T_4$ .

## Implementarea metodei Simplex la nivel de cod:

### 1. Listing-ul programului/Github source:

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <vector>
using namespace std;

class Simplex {
private:
    int rows, cols;
    //stores coefficients of all the variables
    std::vector<std::vector<float>> > A;
    //stores constants of constraints
    std::vector<float> B;
    //stores the coefficients of the objective function
    std::vector<float> C;

    float maximum;

    bool isUnbounded;

public:
    Simplex(std::vector<std::vector<float>> > matrix, std::vector<float> b, std::vector<float> c)
    {
        maximum = 0;
        isUnbounded = false;
        rows = matrix.size();
        cols = matrix[0].size();
        A.resize(rows, vector<float>(cols, 0));
        B.resize(b.size());
        C.resize(c.size());

        for (int i = 0; i < rows; i++) {
            for (int j = 0; j < cols; j++) {
                A[i][j] = matrix[i][j];
            }
        }

        for (int i = 0; i < c.size(); i++) {
            C[i] = c[i];
        }
        for (int i = 0; i < b.size(); i++) {
            B[i] = b[i];
        }
    }
};
```

```

}

bool simplexAlgorithmCalculataion() {
    //check whether the table is optimal,if optimal no need to process further
    if (checkOptimality() == true) {
        return true;
    }

    //find the column which has the pivot.The least coefficient of the objective function(C
array).
    int pivotColumn = findPivotColumn();

    if (isUnbounded == true) {
        cout << "Error unbounded" << endl;
        return true;
    }

    //find the row with the pivot value.The least value item's row in the B array
    int pivotRow = findPivotRow(pivotColumn);

    //form the next table according to the pivot value
    doPivotting(pivotRow, pivotColumn);

    return false;
}

bool checkOptimality() {
    //if the table has further negative constraints,then it is not optimal
    bool isOptimal = false;
    int positiveValueCount = 0;

    //check if the coefficients of the objective function are negative
    for (int i = 0; i < C.size(); i++) {
        float value = C[i];
        if (value >= 0) {
            positiveValueCount++;
        }
    }
    //if all the constraints are positive now,the table is optimal
    if (positiveValueCount == C.size()) {
        isOptimal = true;
        print();
    }
    return isOptimal;
}

void doPivotting(int pivotRow, int pivotColumn) {

    float pivotValue = A[pivotRow][pivotColumn]; //gets the pivot value

    float* pivotRowVals = new float[cols]; //the column with the pivot

    float* pivotColVals = new float[rows]; //the row with the pivot

    float* rowNew = new float[cols]; //the row after processing the pivot value

    maximum = maximum - (C[pivotColumn] * (B[pivotRow] / pivotValue)); //set the maximum
step by step
    //get the row that has the pivot value
    for (int i = 0; i < cols; i++) {
        pivotRowVals[i] = A[pivotRow][i];
    }
}

```

```

    }
    //get the column that has the pivot value
    for (int j = 0; j < rows; j++) {
        pivotColVals[j] = A[j][pivotColumn];
    }

    //set the row values that has the pivot value divided by the pivot value and put into new
row
    for (int k = 0; k < cols; k++) {
        rowNew[k] = pivotRowVals[k] / pivotValue;
    }

    B[pivotRow] = B[pivotRow] / pivotValue;

    //process the other coefficients in the A array by subtracting
    for (int m = 0; m < rows; m++) {
        //ignore the pivot row as we already calculated that
        if (m != pivotRow) {
            for (int p = 0; p < cols; p++) {
                float multiplyValue = pivotColVals[m];
                A[m][p] = A[m][p] - (multiplyValue * rowNew[p]);
                //C[p] = C[p] - (multiplyValue*C[pivotRow]);
                //B[i] = B[i] - (multiplyValue*B[pivotRow]);
            }
        }
    }

    //process the values of the B array
    for (int i = 0; i < B.size(); i++) {
        if (i != pivotRow) {
            float multiplyValue = pivotColVals[i];
            B[i] = B[i] - (multiplyValue * B[pivotRow]);
        }
    }

    //the least coefficient of the constraints of the objective function
    float multiplyValue = C[pivotColumn];
    //process the C array
    for (int i = 0; i < C.size(); i++) {
        C[i] = C[i] - (multiplyValue * rowNew[i]);
    }

    //replacing the pivot row in the new calculated A array
    for (int i = 0; i < cols; i++) {
        A[pivotRow][i] = rowNew[i];
    }

}

//print the current A array
void print() {
    for (int i = 0; i < rows; i++) {
        for (int j = 0; j < cols; j++) {
            cout << A[i][j] << " ";
        }
        cout << "" << endl;
    }
    cout << "" << endl << endl;
}

```

```

//find the least coefficients of constraints in the objective function's position
int findPivotColumn() {

    int location = 0;
    float minm = C[0];

    for (int i = 1; i < C.size(); i++) {
        if (C[i] < minm) {
            minm = C[i];
            location = i;
        }
    }

    return location;
}

//find the row with the pivot value.The least value item's row in the B array
int findPivotRow(int pivotColumn) {
    float* positiveValues = new float[rows];
    std::vector<float> result(rows, 0);
    //float result[rows];
    int negativeValueCount = 0;

    for (int i = 0; i < rows; i++) {
        if (A[i][pivotColumn] > 0) {
            positiveValues[i] = A[i][pivotColumn];
        }
        else {
            positiveValues[i] = 0;
            negativeValueCount += 1;
        }
    }

    //checking the unbound condition if all the values are negative ones
    if (negativeValueCount == rows) {
        isUnbounded = true;
    }
    else {
        for (int i = 0; i < rows; i++) {
            float value = positiveValues[i];
            if (value > 0) {
                result[i] = B[i] / value;
            }
            else {
                result[i] = 0;
            }
        }
    }

    //find the minimum's location of the smallest item of the B array
    float minimum = 99999999;
    int location = 0;
    for (int i = 0; i < rows; i++) {
        if (result[i] > 0) {
            if (result[i] < minimum) {
                minimum = result[i];

                location = i;
            }
        }
    }
}

```



```

        return location;
    }

void CalculateSimplex() {
    bool end = false;

    cout << "initial array(Not optimal)" << endl;
    print();

    cout << " " << endl;
    cout << "final array(Optimal solution)" << endl;

    while (!end) {

        bool result = simplexAlgorithmCalculataion();

        if (result == true) {

            end = true;

        }
    }
    cout << "Answers for the Constraints of variables" << endl;
    int iterator = 1;
    for (int i = 0; i < A.size(); i++) { //every basic column has the values, get it form B
array
        int count0 = 0;
        int index = 0;
        for (int j = 0; j < rows; j++) {
            if (A[j][i] == 0.0) {
                count0 += 1;
            }
            else if (A[j][i] == 1) {
                index = j;
            }
        }

        if (count0 == rows - 1) {

            cout << "variable" << iterator << ": " << B[index] << endl;
            iterator++; //every basic column has the values, get it form B array
        }
        else {
            cout << "variable" << iterator << ": " << 0 << endl;
            iterator++;
        }
    }

    cout << "" << endl;
    cout << "maximum value: " << maximum << endl; //print the maximum values

}

```

```

};

int main()
{
    int colSizeA = 8; //should initialise columns size in A
    int rowSizeA = 4; //should initialise columns row in A[][] vector

    float C[] = { -40,-45,-75,-30,0,0,0,0 }; //should initialis the c arry here
    float B[] = { 870,750,752,350 }; // should initialis the b array here

    float a[4][8] = { //should intialis the A[][] array here
        { 60, 50, 0, 0, 1, 0, 0, 0},
        { 0, 50, 100, 0, 0, 1, 0, 0},
        { 0, 0, 100, 42, 0, 0, 1, 0},
        {0, 0, 0, 42, 0, 0 ,0, 1}
    };

    std::vector<std::vector<float> > vec2D(rowSizeA, std::vector<float>(colSizeA, 0));

    std::vector<float> b(rowSizeA, 0);
    std::vector<float> c(colSizeA, 0);

    for (int i = 0; i < rowSizeA; i++) { //make a vector from given array
        for (int j = 0; j < colSizeA; j++) {
            vec2D[i][j] = a[i][j];
        }
    }

    for (int i = 0; i < rowSizeA; i++) {
        b[i] = B[i];
    }

    for (int i = 0; i < colSizeA; i++) {
        c[i] = C[i];
    }

    // hear the make the class parameters with A[m][n] vector b[] vector and c[] vector
    Simplex simplex(vec2D, b, c);
    simplex.CalculateSimplex();

    return 0;
}

```

**Rezultatul executiei programului:**

Microsoft Visual Studio Debug Console

```
initial array(Not optimal)
60 50 0 0 1 0 0 0
0 50 100 0 0 1 0 0
0 0 100 42 0 0 1 0
0 0 0 42 0 0 0 1

final array(Optimal solution)
1 0 0 0 0.0166667 -0.0166667 0.0166667 -0.0166667
0 0 1 0 0 0 0.01 -0.01
0 0 0 1 0 -1.86265e-09 1.86265e-09 0.0238095
0 1 0 0 0.02 -0.02 0.02

Answers for the Constraints of variables
variable1: 8.7
variable2: 6.96
variable3: 4.02
variable4: 8.33333

maximum value: 1212.7
```

## Concluzie:

În urma efectuării acestei lucrări am aplicat în practică algoritmul Simplex pentru a rezolva o problemă din viața reală de 4 variabile. Rezolvând problema prin metoda dată, am observat că metoda simplex este o metodă complexă, dar eficientă în rezolvarea problemelor de 4 variabile sau mai mult, în comparație cu metoda grafică, care face imposibilă rezolvarea, din cauza faptului că nu este posibil de găsit un punct în spațiul 3D, cu atât mai mult în spații cu mai multe dimensiuni. Rulând programul am constatat că rezultatele programului sunt aceleași cu cele obținute rezolvând pe foaie.