Lucrarea de laborator NR. 4

1. Scopul lucrării:

1) Să se determine soluția problemei Cauchy

$$y' = f(x, y), \quad y(a) = b$$

pe segmentul indicat [a, a+1] prin metodele Euler, Cauchy și Runge-Kutta de ordinul 4 cu pasul h=0,05;

- 2) Să se compare rezultatele obținute cu soluția exacta a problemei;
- 3) Să se construiască graficul soluției exacte și a soluțiilor aproximative obținute prin metodele Euler și Runge-Kutta de ordinul 4.

1.
$$y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2$$
, $y(0) = 1$.

2.
$$xy' + y = 2y^2 \ln x$$
, $y(1) = 1/2$.

3.
$$2(xy' + y) = xy^2$$
, $y(1) = 2$.

4.
$$y' + 4x^3y = 4(x^3 + 1)e^{-4x}y^2$$
, $y(0) = 1$.

5.
$$xy' - y = -y^2 (\ln x + 2) \ln x$$
, $y(1) = 1$.

6.
$$2(y' + xy) = (1+x)e^{-x}y^2$$
, $y(0) = 2$.

7.
$$3(xy' + y) = y^2 \ln x$$
, $y(1) = 3$.

8.
$$2y' + y\cos x = y^{-1}\cos x(1+\sin x)$$
, $y(0) = 1$.

9.
$$y' + 4x^3y = 4y^2 e^{4x} (1-x^3)$$
, $y(0) = -1$.

10.
$$3y' + 2xy = 2xy^{-2} e^{-2x^2}, y(0) = -1.$$

11.
$$2xy' - 3y = -(5x^2 + 3)y^3$$
, $y(1) = 1/\sqrt{2}$.

12.
$$3xy' + 5y = (4x - 5)y^4$$
, $y(1) = 1$.

13.
$$2y' + 3y\cos x = e^{2x}(2 + 3\cos x)y^{-1}, \quad y(0) = 1.$$

14.
$$3(xy' + y) = xy^2$$
, $y(1) = 3$.

15.
$$y' - y = 2xy^2$$
, $y(0) = 1/2$.

16.
$$2xy' - 3y = -(20x^2 + 12)y^3$$
, $y(1) = 1/2\sqrt{2}$.

17.
$$y' + 2xy = 2x^3y^3$$
, $y(0) = \sqrt{2}$.

18.
$$xy' + y = y^2 \ln x$$
, $y(1) = 1$.

19.
$$2y' + 3y\cos x = (8 + 12\cos x)e^{2x}y^{-1}, y(0) = 2.$$

20.
$$4y' + x^3y = (x^3 + 8)e^{-2x}y^2$$
, $y(0) = 1$.

21.
$$8xy' - 12y = -(5x^2 + 3)y^3$$
, $y(1) = \sqrt{2}$.

22.
$$2(y'+y)=xy^2$$
, $y(0)=2$.

23.
$$y' + xy = (x-1)e^x y^2$$
, $y(0) = 1$.

24.
$$2y' + 3y\cos x = -e^{-2x}(2 + 3\cos x)y^{-1}, \quad y(0) = 1.$$

25.
$$y' - y = xy^2$$
, $y(0) = 1$.

26.
$$2(xy' + y) = y^2 \ln x$$
, $y(1) = 2$.

27.
$$y' + y = xy^2$$
, $y(0) = 1$.

28.
$$y' + 2y \operatorname{cth} x = y^2 \operatorname{ch} x$$
, $y(1) = 1/\operatorname{sh} 1$.

29.
$$2(y'+xy)=(x-1)e^x y^2$$
, $y(0)=2$.

30.
$$y' - y \operatorname{tg} x = -(2/3) y^4 \sin x$$
, $y(0) = 1$.

31.
$$xy' + y = xy^2$$
, $y(1) = 1$.