

Работа в СКА Maple

**Первые вопросы
(краткая информация
содержится в методическом
пособии!)**

Пример 1

$$\text{assume}(-1 < q, q < 1); \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{bl \cdot (1 - q^n)}{1 - q} \right) \longrightarrow -\frac{bl}{q - 1}$$

$$\text{assume}(q > 1); \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{bl \cdot (1 - q^n)}{1 - q} \right) \longrightarrow \infty \cdot \text{signum}(bl)$$

Пример 2

$$\left(\sum_{n=1}^{\text{infinity}} \frac{1}{\sqrt{n}} \right)' = \sum_{n=1}^{\text{infinity}} \frac{1}{\sqrt{n}} \longrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = \infty$$

$$\left(\sum_{n=1}^{\text{infinity}} \frac{1}{n!} \right)' = \sum_{n=1}^{\text{infinity}} \frac{1}{n!} \longrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} = e - 1$$

$$\left(\sum_{n=1}^{\text{infinity}} \frac{14}{49n^2 - 70n - 24} \right)' = \sum_{n=1}^{\text{infinity}} \frac{14}{49n^2 - 70n - 24} \longrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 70n - 24} = \frac{3}{10}$$

$$\left(\sum_{n=1}^{\text{infinity}} \frac{(3n+8)}{n(n+1)(n+2)} \right)' = \sum_{n=1}^{\text{infinity}} \frac{(3n+8)}{n \cdot (n+1) \cdot (n+2)} \longrightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+8}{n(n+1)(n+2)} = \frac{7}{2}$$

Пример 3

Задача 10 (2) из ЛР 1

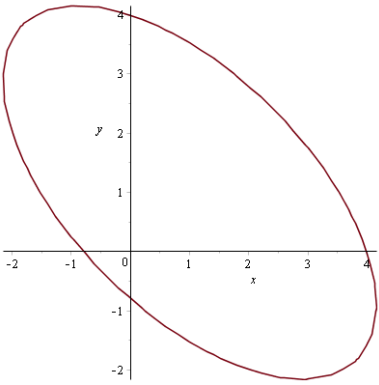
Untitled (2)* - [Server 3] - Maple 18

File Edit View Insert Format Table Drawing Plot Spreadsheet Tools Window Help

2D Input Times New Roman 12

with(plots) : with(LinearAlgebra) :

plots[implicitplot]($5x^2 + 6xy + 5y^2 - 16x - 16y - 16 = 0$, $x = -5..5$, $y = -5..5$)



$M := \text{Matrix}([[5, 3], [3, 5]]) :$

$v := \text{LinearAlgebra[Eigenvectors]}(M);$

$v := \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$v := \text{Normalize}(\text{Column}(v[2], [1, 1]), \text{Euclidean}) :$

Variables

Variable	Value
e1	2-elem...
e2	2-elem...
expr	8*x1^2...
expr_ca...	8*x2^2...
expr_ps...	8*(x1-2...
g1	PLOT(C...
g2	PLOT(P...
M	2 x 2 M...
v	Vector(...

Matrix

Units (SI)

Units (FPS)

Layout

Ready

C:\Program Files\Maple 18 Memory: 39.19M Time: 4.92s Math Mode

20:47 11.09.2019

▶ Favorites

▶ MapleCloud (Off)

▶ Expression

▶ Calculus

▼ Common Symbols

π e i j I
 ∞ Σ Π \int d
 \cap \cup \geq $>$ \neq
 \leq $<$ \neq
 α \sim $=$ \neq
 \equiv \neq \in \notin \subseteq
 \setminus \emptyset \exists \forall \neg
 \wedge \vee \Rightarrow \Leftrightarrow
 \mathbb{R} \mathbb{N} \mathbb{Q} \mathbb{Z} \mathbb{R}
 \S $:=$ \parallel $'$ $+$
 $-$ \times $/$ \pm \mp
 \circ \cdot \cdot \cdot ∇
 $!$ \hbar ℓ \perp

▶ Live Data Plots

▼ Variables

Variable	Value
e1	2-elem...
e2	2-elem...
expr	8*x1^2...
expr_c8...	8*x2^2...
expr_ps...	8*(x1-2...
g1	PLOT(C...
g2	PLOT(P...
M	2 x 2 M...
v	Vector(...

▶ Matrix

▶ Units (SI)

▶ Units (FPS)

▶ Layout

> $M := \text{Matrix}([[5, 3], [3, 5]])$:

> $v := \text{LinearAlgebra}[\text{Eigenvectors}](M)$;

$$v := \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

> $e1 := \text{Normalize}(\text{Column}(v[2], [1]), \text{Euclidean})$:

$e2 := \text{Normalize}(\text{Column}(v[2], [2]), \text{Euclidean})$:

$\text{subs}(x = e1[1] \cdot x1 + e2[1] \cdot y1, y = e1[2] \cdot x1 + e2[2] \cdot y1, 5x^2 + 6x \cdot y + 5y^2 - 16x - 16y - 16) : \text{expr} := \text{simplify}(\%)$;

$$\text{expr} := 8x1^2 + 2y1^2 - 16x1\sqrt{2} - 16 \quad (5)$$

> $\text{expr_pseudocanon} := \text{Student}[\text{Precalculus}][\text{CompleteSquare}](\text{expr})$

$$\text{expr_pseudocanon} := 8(x1 - \sqrt{2})^2 + 2y1^2 - 32 \quad (6)$$

> $\text{expr_canon} := \text{subs}(x1 = x2 + \text{sqrt}(2), \text{expr_canon})$

$$\text{expr canon} := 8x2^2 + 2y1^2 - 32 \quad (7)$$

Favorites
 MapleCloud (Off)
 Expression
 Calculus
 Common Symbols
 Live Data Plots
 Variables
 Matrix
 Units (SI)
 Units (FPS)
 Layout

Text Math Drawing Plot Animation

2D Input Times New Roman 12 B I U

$$\text{expr} := 8x1^2 + 2y1^2 - 16x1\sqrt{2} - 16 \quad (5)$$

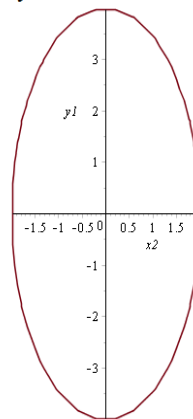
$$> \text{expr_pseudocanon} := \text{Student}[\text{Precalculus}][\text{CompleteSquare}](\text{expr})$$

$$\text{expr_pseudocanon} := 8(x1 - \sqrt{2})^2 + 2y1^2 - 32 \quad (6)$$

$$> \text{expr_canon} := \text{subs}(x1 = x2 + \text{sqrt}(2), \text{expr_canon})$$

$$\text{expr_canon} := 8x2^2 + 2y1^2 - 32 \quad (7)$$

$$> \text{implicitplot}(\text{expr_canon} = 0, x2 = -5 \dots 5, y1 = -5 \dots 5, \text{scaling} = \text{constrained})$$



> /

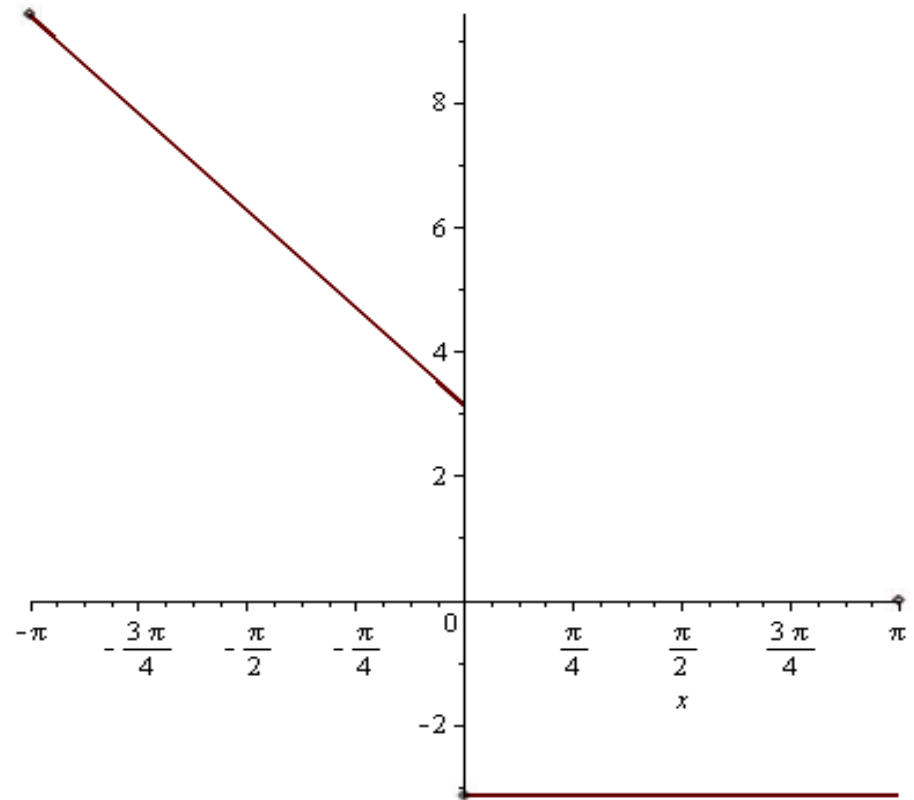
Пример 5 (решение в Maple)

Задача 1 из ЛР №2

$$f(x) = \begin{cases} -2x + \pi, & -\pi \leq x < 0; \\ -\pi, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

Построим график на главном периоде

$\text{plot}(f(x), x = -\pi .. \pi, \text{discont} = \text{true})$



Коэффициенты Фурье-Эйлера

$$a_0 := \text{simplify} \left(\frac{1}{\text{Pi}} \text{int}(f(x), x = -\text{Pi} .. \text{Pi}) \right);$$

$$a_n := \text{simplify} \left(\frac{1}{\text{Pi}} \text{int}(f(x) \cdot \cos(n \cdot x), x = -\text{Pi} .. \text{Pi}) \right) \text{ assuming } n :: \text{posint};$$

$$b_n := \text{simplify} \left(\frac{1}{\text{Pi}} \text{int}(f(x) \cdot \sin(n \cdot x), x = -\text{Pi} .. \text{Pi}) \right) \text{ assuming } n :: \text{posint};$$

Замечание

Коэффициенты можно задавать, как функциональный оператор (математическую функцию, зависящую от n)

Зададим частичную сумму с помощью функционального оператора:

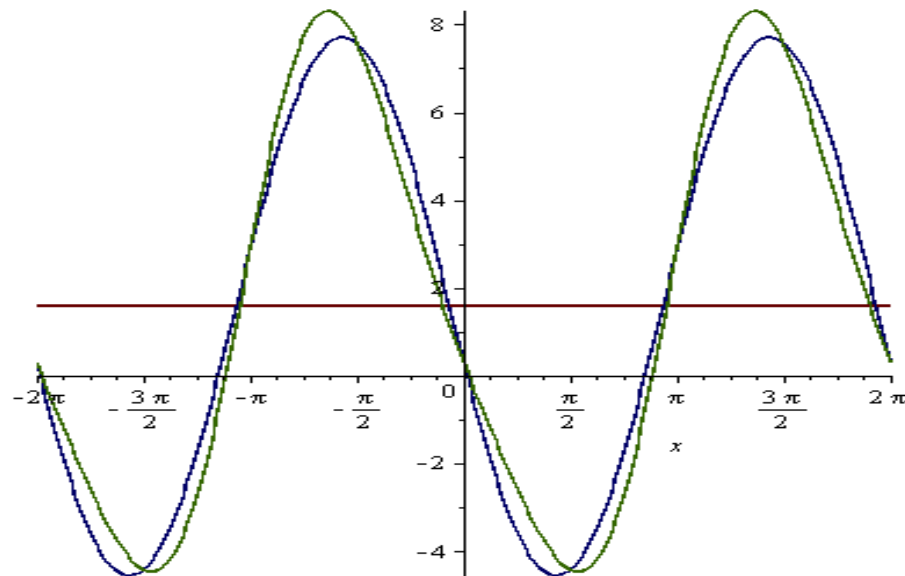
$$S_m := m \rightarrow \frac{a_0}{2} + \text{sum}(a_n \cdot \cos(n \cdot x) + b_n \cdot \sin(n \cdot x), n = 1..m) :$$

$$S_m(2)$$

$$\frac{1}{2} \pi - \frac{4 \cos(x)}{\pi} - 6 \sin(x) + \sin(2x)$$

Построим графики трех частичных сумм

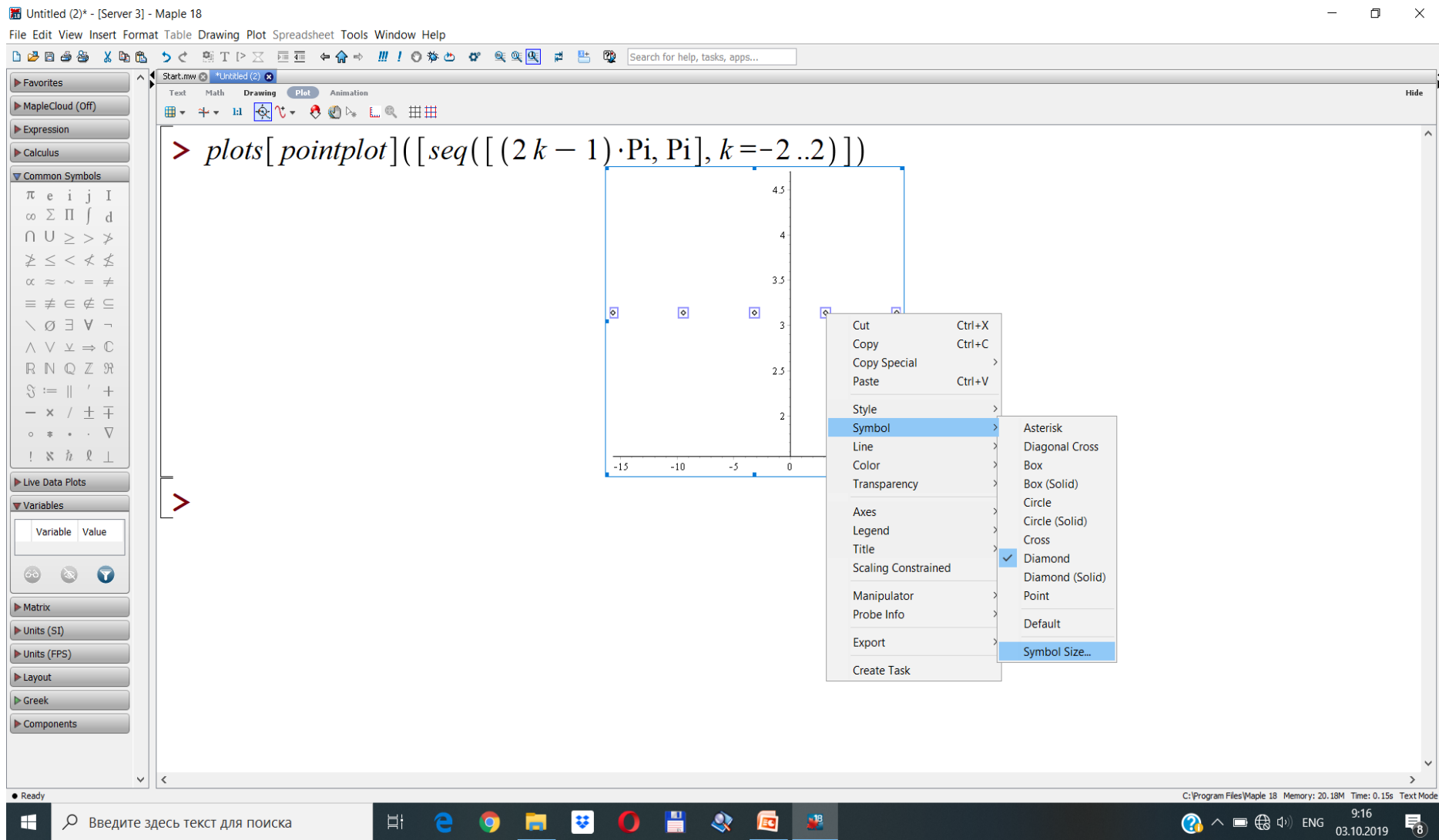
$$\text{plot}\left(\left[\frac{\pi}{2}, Sm(1), Sm(2)\right], x = -2\cdot\pi..2\cdot\pi, \text{discont}=\text{true}\right)$$



Найдем значение суммы ряда Фурье
в точках разрыва и зададим их для
последующего вывода на графике

$$points := plot\left(\left[\left[-2\cdot\pi, 0\right], \left[-\pi, \pi\right], \left[0, 0\right], \left[\pi, \pi\right], \left[2\cdot\pi, 0\right]\right], style = point\right)$$

Генерация значений суммы ряда в точках разрыва

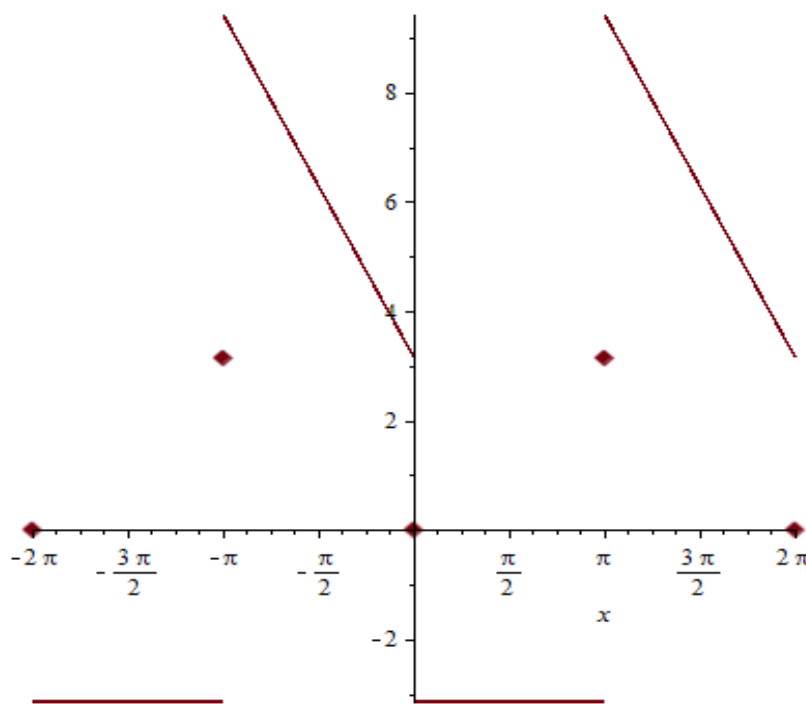


Определим график суммы ряда в
точках непрерывности

$$S := \text{plot}(Sm(\text{infinity}), x = -2\text{Pi}..2\text{Pi}, \text{discont} = \text{true})$$

выведем в одной системе
координат значения суммы ряда и в
точках непрерывности, и в точках
разрыва

plots[display](points, S)

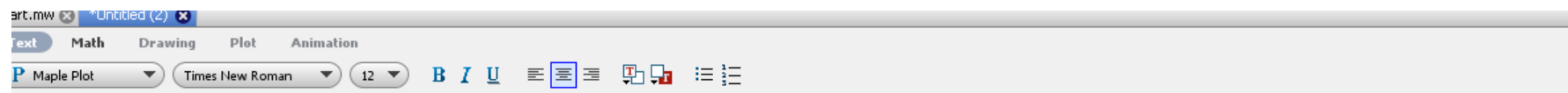


Пример (к ЛР 2)

Для заданной на промежутке $[0,4]$ функции $y=x-1$ построить три разложения в ряд Фурье

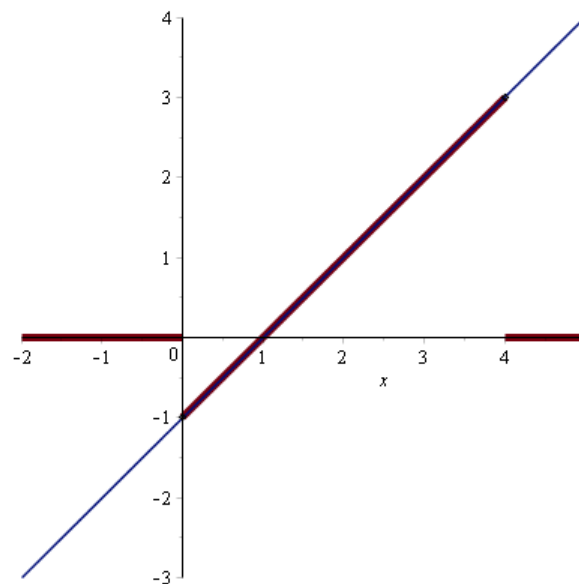
- ЗАМЕЧАНИЕ
- Тригонометрические ряды строятся фактически для функций, полученных из заданной периодическим продолжением на всю действительную ось

График заданной функции



> $y = x - 1$ на промежутке $[0; 4]$

> $f := x \rightarrow x - 1 : Ind := x \rightarrow \text{piecewise}(x < 0, 0, x \geq 0 \text{ and } x \leq 4, 1) :$
 $\text{plot}([f(x) \cdot Ind(x), f(x)], x = -2 .. 5, \text{discont} = \text{true})$



>

1) Разложение по cos и sin

Коэффициенты Фурье

$$> \underline{an} := n \rightarrow \left(\frac{1}{2} \cdot \text{int} \left((x - 1) \cdot \cos \left(\frac{n \cdot \text{Pi} \cdot x}{2} \right), x = 0 \dots 4 \right) \right) :$$

$an(0); an(n); an(n) \text{ assuming } n :: \text{posint};$

2

$$\frac{2 \left(3 \pi n \sin(\pi n) \cos(\pi n) + 2 \cos(\pi n)^2 - 2 \right)}{\pi^2 n^2}$$

0

$$> \underline{bn} := n \rightarrow \left(\frac{1}{2} \cdot \text{int} \left((x - 1) \cdot \sin \left(\frac{n \cdot \text{Pi} \cdot x}{2} \right), x = 0 \dots 4 \right) \right) :$$

$bn(n); bn(n) \text{ assuming } n :: \text{posint};$

$$-\frac{2 \left(3 \pi n \cos(\pi n)^2 - \pi n - 2 \sin(\pi n) \cos(\pi n) \right)}{\pi^2 n^2}$$

$$-\frac{4}{\pi n}$$

Частичные суммы ряда Фурье

$$> S_n := (n, x) \rightarrow \frac{an(0)}{2} + \text{sum} \left(an(k) \cdot \cos \left(\frac{k \cdot \text{Pi} \cdot x}{2} \right) + bn(k) \cdot \sin \left(\frac{k \cdot \text{Pi} \cdot x}{2} \right), k = 1 .. n \right) :$$

$$> Sn(0, x); Sn(1, x); Sn(2, x); Sn(3, x);$$

$$1$$

$$1 - \frac{4 \sin \left(\frac{1}{2} \pi x \right)}{\pi}$$

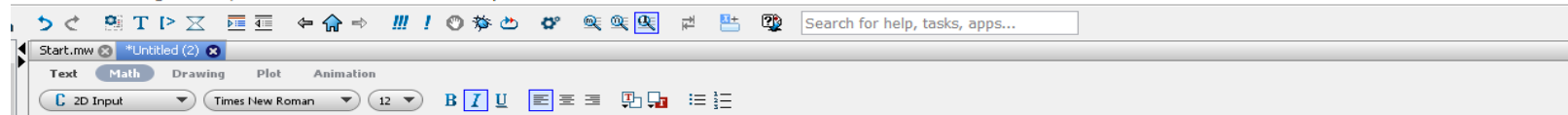
$$1 - \frac{4 \sin \left(\frac{1}{2} \pi x \right)}{\pi} - \frac{2 \sin(\pi x)}{\pi}$$

$$1 - \frac{4 \sin \left(\frac{1}{2} \pi x \right)}{\pi} - \frac{2 \sin(\pi x)}{\pi} - \frac{4}{3} \frac{\sin \left(\frac{3}{2} \pi x \right)}{\pi}$$

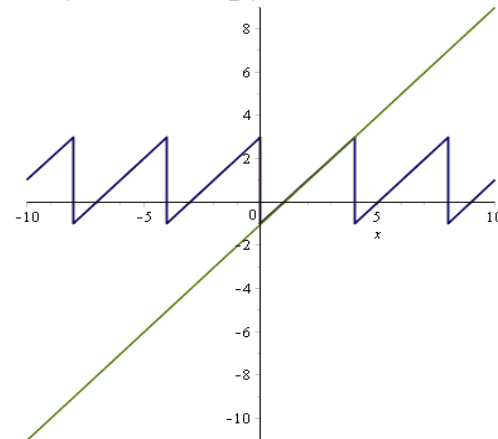
$$> S_n := (n, x) \rightarrow 1 - \frac{4}{\text{Pi}} \cdot \text{sum} \left(\frac{1}{k} \cdot \sin \left(\frac{k \cdot \text{Pi} \cdot x}{2} \right), k = 1 .. n \right) :$$

Контроль правильности построенных разложений

Start.mw Table Drawing Plot Spreadsheet Tools Window Help



$\text{plot}([Sn(\text{infinity}, x), S_n(\text{infinity}, x), x - 1])$



$\text{plot}([seq(Sn(n, x), n = 0 .. 5)])$

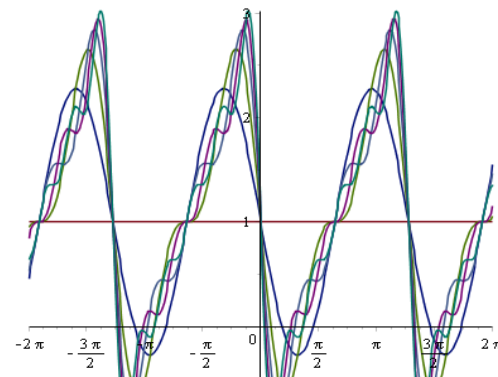
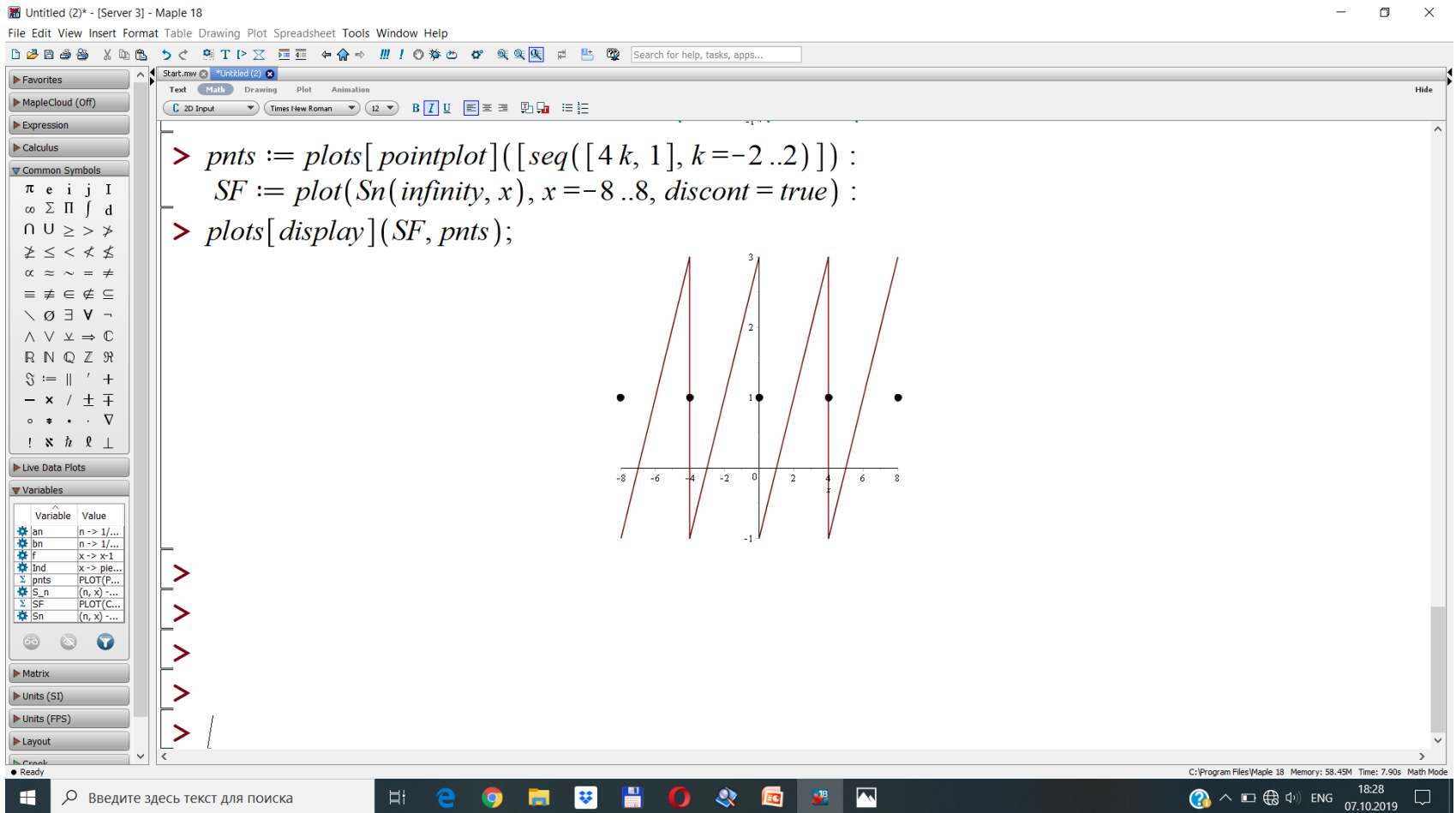


График суммы построенного ряда Фурье (1-й случай)



Анимация с частичными суммами тригонометрического ряда Фурье

C:\Users\Марина\Documents\УЧЕБНАЯ РАБОТА\ММА\три разложения для одной функции.mw* - [Server 5] - Maple 18

File Edit View Insert Format Table Drawing Plot Spreadsheet Tools Window Help

Search for help, tasks, apps...

Start.mw Untitled (2) Ряды Фурье.mw *три разложения для одной функции.mw Разложение в ряд Тейлора.mw

Text Math Drawing Plot Animation

2D Input Times New Roman 12 B I U

Common Symbols

Live Data Plots

Variables

Variable	Value
pnts	PLOT(P...
S_n	(n, x) ~...
SF	PLOT(C...
Sn	(n, x) ~...

Matrix

Units (SI)

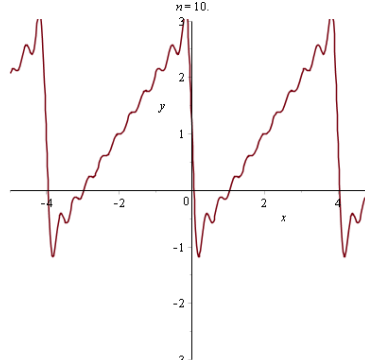
Units (FPS)

Layout

Greek

A B Γ Δ Ε
Z H Θ I K

```
> plots[animate](plot, [Sn(n, x), x=-5..5, y=-3..3], n=0..5)
Warning, computation interrupted
> S_n := (n, x) -> 1 - 4/Pi * sum(1/k * sin(k*Pi*x/2), k=1..n) :
> plots[animate](plot, [S_n(n, x), x=-5..5, y=-3..3], n=[seq(i, i=1..10)])
```



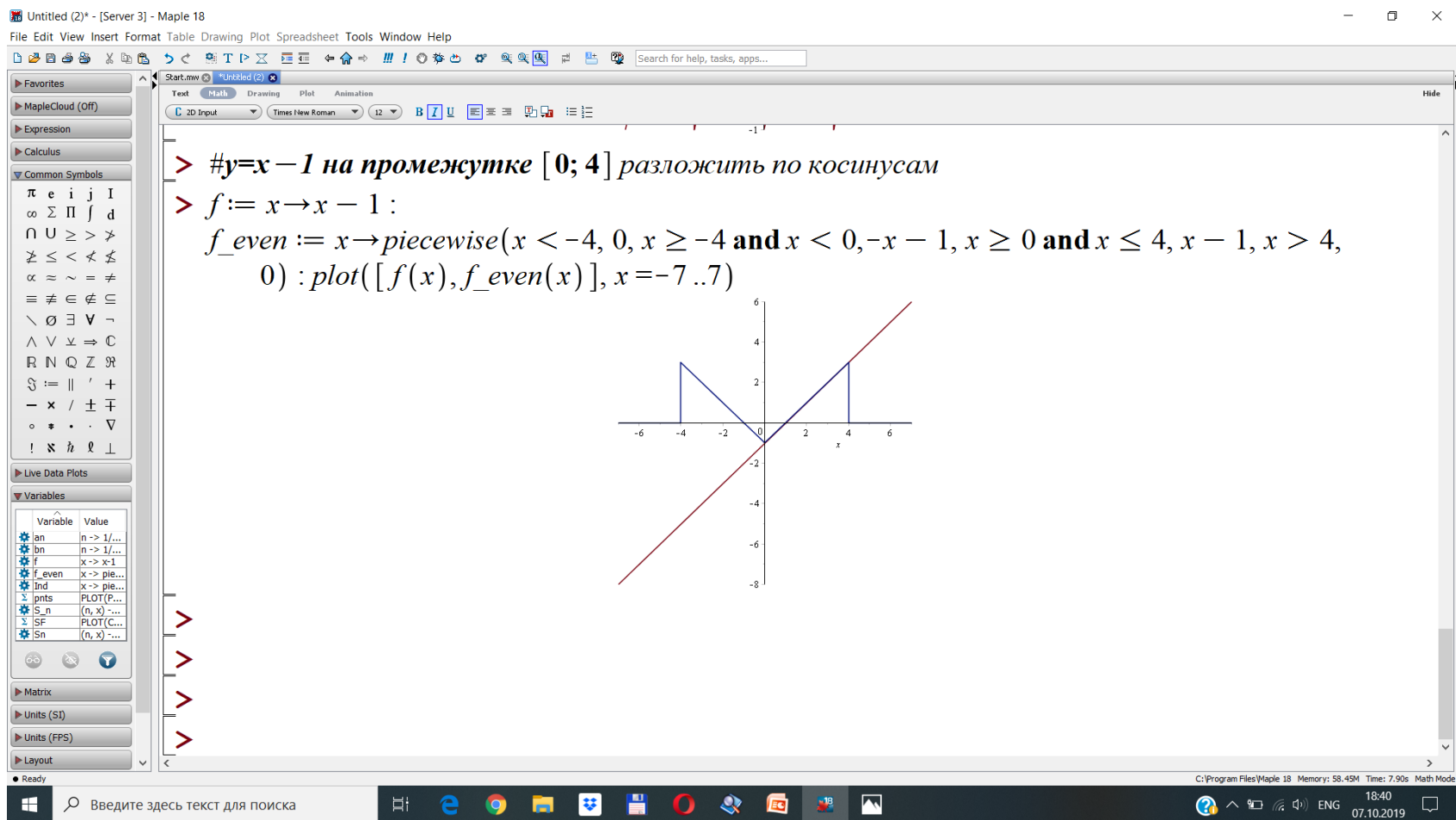
Ready

C:\Users\Марина\Documents\УЧЕБНАЯ РАБОТА\ММА Memory: 59.19M Time: 1258.0s Math Mode

Введите здесь текст для поиска

23:00
16.10.2019

2) Разложение по косинусам



Коэффициенты и ряд Фурье

Untitled (2)* - [Server 3] - Maple 18

File Edit View Insert Format Table Drawing Plot Spreadsheet Tools Window Help

Search for help, tasks, apps...

Start.mvw *Untitled (2)*

Text Math Drawing Plot Animation

P Maple Plot Times New Roman 12 B I U

$$an := n \rightarrow \frac{2}{4} \cdot \int_0^{.4} f(x) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \text{Pi} \cdot x}{4}\right) dx :$$

$$an(0); an(n) \text{ assuming } n :: \text{posint};$$

$$\frac{8(-1 + (-1)^n)}{n^2 \pi^2}$$

(4)

$$S_n := (n, x) \rightarrow 1 - \frac{16}{\pi^2} \cdot \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)^2} \cdot \cos\left(\frac{(2k-1) \cdot \text{Pi} \cdot x}{4}\right) :$$

$$\text{plot}(S_n(\text{infinity}, x))$$

Variable Value

an	n -> 1/...
f	x -> x-1
f_even	x -> pie...
S_n	(n, x) -...
Sn	(n, x) -...

Matrix

Units (SI)

Units (FPS)

Layout

Greek

Components

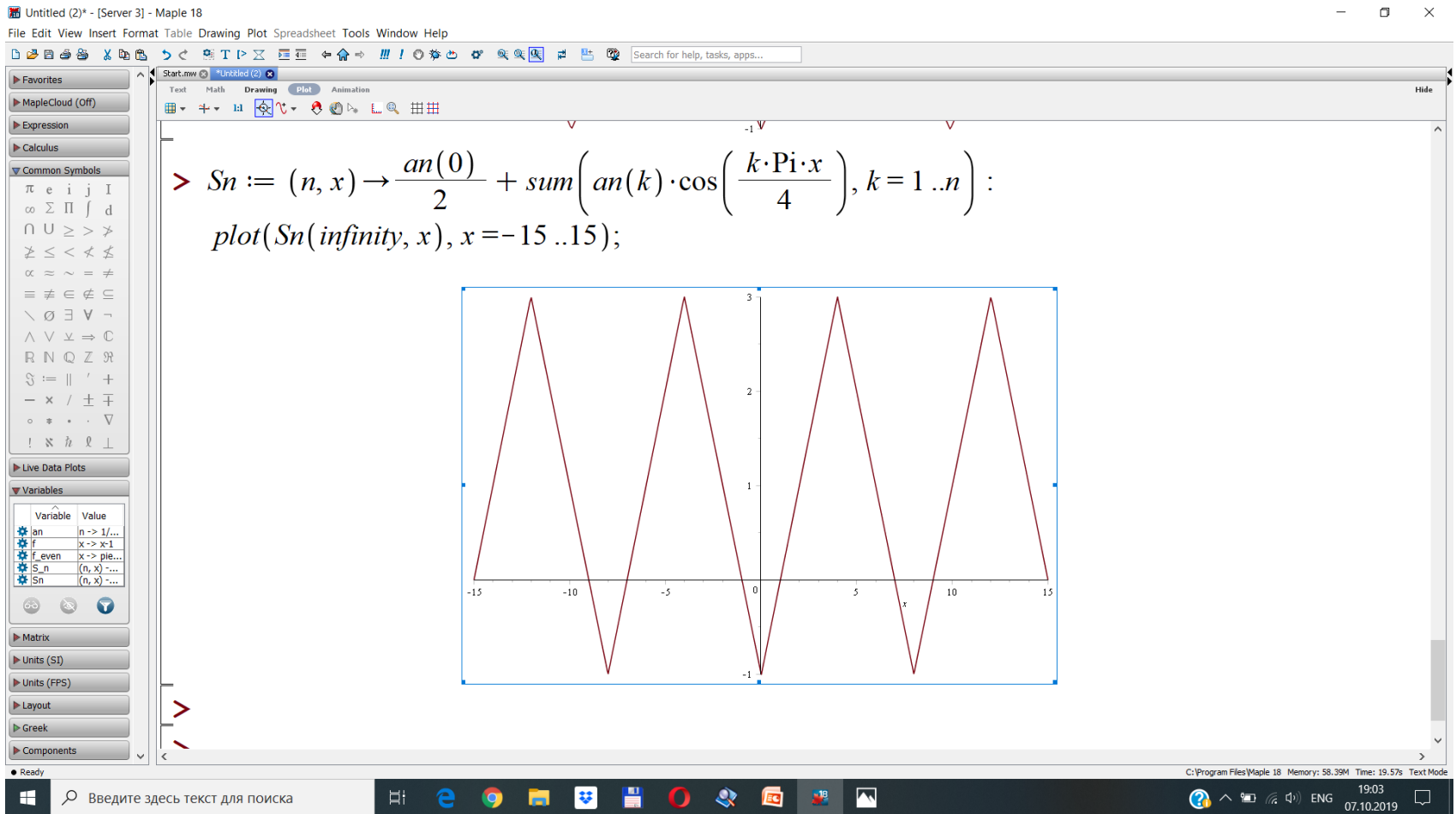
Ready

C:\Program Files\Maple 18 Memory: 58.39M Time: 19.57s Text Mode

Введите здесь текст для поиска

19:02 07.10.2019

График суммы построенного ряда Фурье (2-й случай)



3) Разложение по синусам

Untitled (2)* - [Server 3] - Maple 18

File Edit View Insert Format Table Drawing Plot Spreadsheet Tools Window Help

Search for help, tasks, apps...

Start.mv *Untitled (2)*

Text Math Drawing Plot Animation

C 2D Input Times New Roman 12 B I U

Common Symbols

Live Data Plots

Variables

Variable	Value
an	$n \rightarrow 1/...$
f	$x \rightarrow x-1$
f_even	$x \rightarrow \text{pie}...$
f_odd	$x \rightarrow \text{pie}...$
pnts	PLOT(P...
S_n	$(n, x) \rightarrow ...$
SF	PLOT(C...
Sn	$(n, x) \rightarrow ...$

Matrix

Units (SI)

Units (FPS)

Layout

Ready

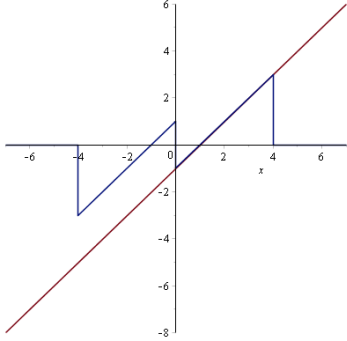
> *#y=x-1 на промежутке [0; 4] разложить по синусам*

> *restart;*

> *f:=x→x-1:*

f_odd:=x→piecewise(x<-4, 0, x≥-4 and x<0, x+1, x≥0 and x≤4, x-1, x>4, 0):

plot([f(x), f_odd(x)], x=-7..7)



C:\Program Files\Maple 18 Memory: 58.39M Time: 21.06s Math Mode

19:18 07.10.2019

График суммы построенного ряда Фурье (3-й случай)

