

Экзаменационные вопросы

по учебной дисциплине *Прикладные задачи математического анализа* (2022-2023 учебный год)

1. Периодические функции и их основные свойства, периодическое продолжение функции.
2. Простое и сложное гармонические колебания.
3. Ортогональная тригонометрическая система функций и ее свойства.
4. Ряд Фурье для 2π -периодической интегрируемой функции. Теорема Дирихле (формулировка).
5. Ряд Фурье для $2l$ -периодической интегрируемой функции (l – положительное вещественное число). Теорема Дирихле (формулировка).
6. Ряд Фурье для четной $2l$ -периодической интегрируемой функции (l – положительное вещественное число).
7. Ряд Фурье для нечетной $2l$ -периодической интегрируемой функции (l – положительное вещественное число).
8. Ряд Фурье для функции, заданной на промежутке $[0, 2\pi]$.
9. Ряд Фурье для функции, заданной на промежутке $[0, 2l]$ (l – положительное вещественное число).
10. Ряд Фурье для функции, заданной на промежутке $[0, a]$ (a – положительное вещественное число), с помощью нечетного продолжения функции.
11. Ряд Фурье для функции, заданной на промежутке $[0, a]$ (a – положительное вещественное число), с помощью четного продолжения функции.
12. Комплексная форма тригонометрического ряда Фурье (с выводом).
13. Интеграл Фурье (разные формы).
14. Косинус-преобразование Фурье (с выводом).
15. Синус-преобразование Фурье (с выводом).
16. Комплексная форма преобразования Фурье (с выводом).
17. Бесконечномерное евклидово пространство: определение, скалярное произведение и его свойства, понятие ортогональности и линейной независимости элементов, норма и ее свойства, ортонормированный базис.
18. Бесконечномерное евклидово пространство непрерывных на конечном отрезке функций и его свойства. Скалярное произведение (скалярное произведение с весом), норма.
19. Ряды Фурье по ортогональным системам функций. Коэффициенты Эйлера-Фурье.
20. Минимальное свойство коэффициентов Фурье (с доказательством).
21. Тожество и неравенство Бесселя. Уравнение замкнутости. Свойство полноты и замкнутости тригонометрических систем.
22. ДУ 1-го порядка: основные понятия, задача Коши, теорема Пикара (формулировка), особое решение.
23. Геометрический смысл ДУ 1-го порядка, разрешенного относительно производной. Метод изоклин.
24. Неполные ДУ 1-го порядка. Решение в общем виде. Особые решения.
25. ДУ с разделяющимися переменными. Решение в общем виде.
26. Однородное ДУ 1-го порядка. Особая точка.
27. Обобщенное однородное ДУ 1-го порядка.
28. Линейное ДУ 1-го порядка: основные свойства, структура общего решения.
29. Решение однородного линейного уравнения в общем виде.
30. Решение неоднородного линейного уравнения методом вариации произвольной постоянной (Лагранжа).
31. Решение неоднородного линейного уравнения с помощью интегрирующего множителя.
32. Решение неоднородного линейного уравнения с помощью подстановки Бернулли.

33. Уравнение Бернулли.
34. Уравнение Риккати (простейшие случаи).
35. Уравнение в полных дифференциалах (вывод общей формулы решения).
36. Интегрирующий множитель.
37. ДУ 1-го порядка, не разрешенные относительно производной: параметрическая форма решения.
38. Уравнение Лагранжа.
39. Уравнение Клеро. Геометрический смысл особого решения.
40. ДУ высших порядков: основные понятия, задача Коши, теорема Пикара (формулировка). Геометрический смысл ДУ 2-го порядка.
41. Методы решения ДУ, допускающих понижение порядка (3 основных типа).
42. Линейное однородное ДУ n -порядка: основные понятия, свойства решений, вронскиан, фундаментальная система решений, структура общего решения.
43. Линейное неоднородное ДУ: основные понятия, структура общего решения, принцип наложения, метод Лагранжа для уравнения 2-го порядка.
44. Метод Эйлера нахождения фундаментальной системы решений линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
45. Метод неопределенных коэффициентов для нахождения частного решения неоднородного линейного уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.
46. Система ДУ: основные понятия, задача Коши, теорема Пикара (формулировка).
47. Связь между нормальной системой ДУ и уравнением порядка n . Решение системы ДУ с помощью создания интегрируемых комбинаций.
48. Решение системы ДУ с помощью метода исключений.
49. Линейная система ДУ с постоянными коэффициентами: метод Эйлера для решения однородной системы, вронскиан, ФСР.
50. Решение неоднородных линейных систем методом Лагранжа.
51. Решение неоднородных линейных систем методом Даламбера.
52. Интегральное преобразование Лапласа: определение, свойства оригиналов.
53. Простейшие свойства интеграла Лапласа.
54. Табличные формулы перехода от оригиналов к изображениям и обратно (по определению интеграла Лапласа).
55. Теорема о подобии (с доказательством).
56. Теорема о запаздывании (с доказательством).
57. Теорема о смещении (с доказательством).
58. Теорема о дифференцировании оригинала (с доказательством).
59. Теорема об интегрировании оригинала и изображения.
60. Свертка оригиналов и ее свойства. Теорема о свертке (формулировка).
61. Обратное преобразование Лапласа: практические приемы нахождения оригинала по его изображению.
62. Решение задачи Коши для линейных ДУ с постоянными коэффициентами и их систем с помощью преобразования Лапласа. Интеграл Дюамеля.