

Замечание К МЕТОДУ ГАУССА РЕШЕНИЯ СЛАУ.

Для того чтобы уменьшить погрешность, связанную с округлением, прибегают к следующему алгоритму. Пусть u^* — точное решение системы, а u — численное решение. Тогда введем невязку решения:

$$r = Au - f.$$

Метод Гаусса гарантирует, что значение $||r||$ будет мало. Однако, в силу плохой обусловленности задачи, решение u может быть довольно далеко от u^* . Для уточнения решения воспользуемся следующим алгоритмом.

Пусть $e = u^* - u$ — погрешность решения. Тогда

$$\{Au = f + r,$$

$$Au^* = f.$$

$$\Rightarrow A(u^* - u) = r.$$

Такое уравнение можно решать в следующем виде:

$$\{Ae = r, \text{ где}$$

$$e = (u^* - u).$$

Применим к этой системе метод Гаусса. Тогда уточненное решение будет иметь вид:

$$\tilde{u} = u + e.$$

Можно снова вычислять значение невязки, подставлять в уравнение и повторять весь алгоритм до тех пор, пока не будет достигнут достаточный уровень точности. Метод Гаусса требует порядка n^3 операций прямого хода и $2n^2$ в квадрате операций обратного хода. Для решения больших систем метод Гаусса совершенно неприменим. Поэтому очень часто используют итерационные методы решения СЛАУ.