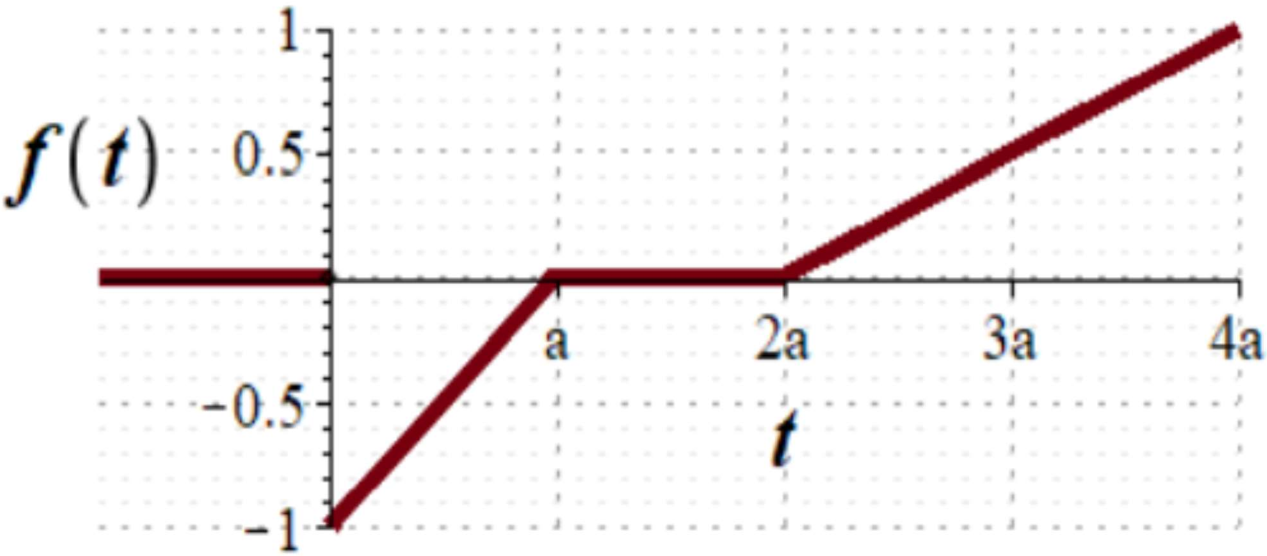
Лабораторная работа №4 Элементы операционного исчисления
Выполнил
студент группы 153501
Бычко Василий
Вариант 3

> *restart*;

> $a := 1$:

Задание 1 Вариант 3
По данному графику функции-оригинала найдите ее изображение Лапласа. Получите ответ в системе Maple и сравните результаты

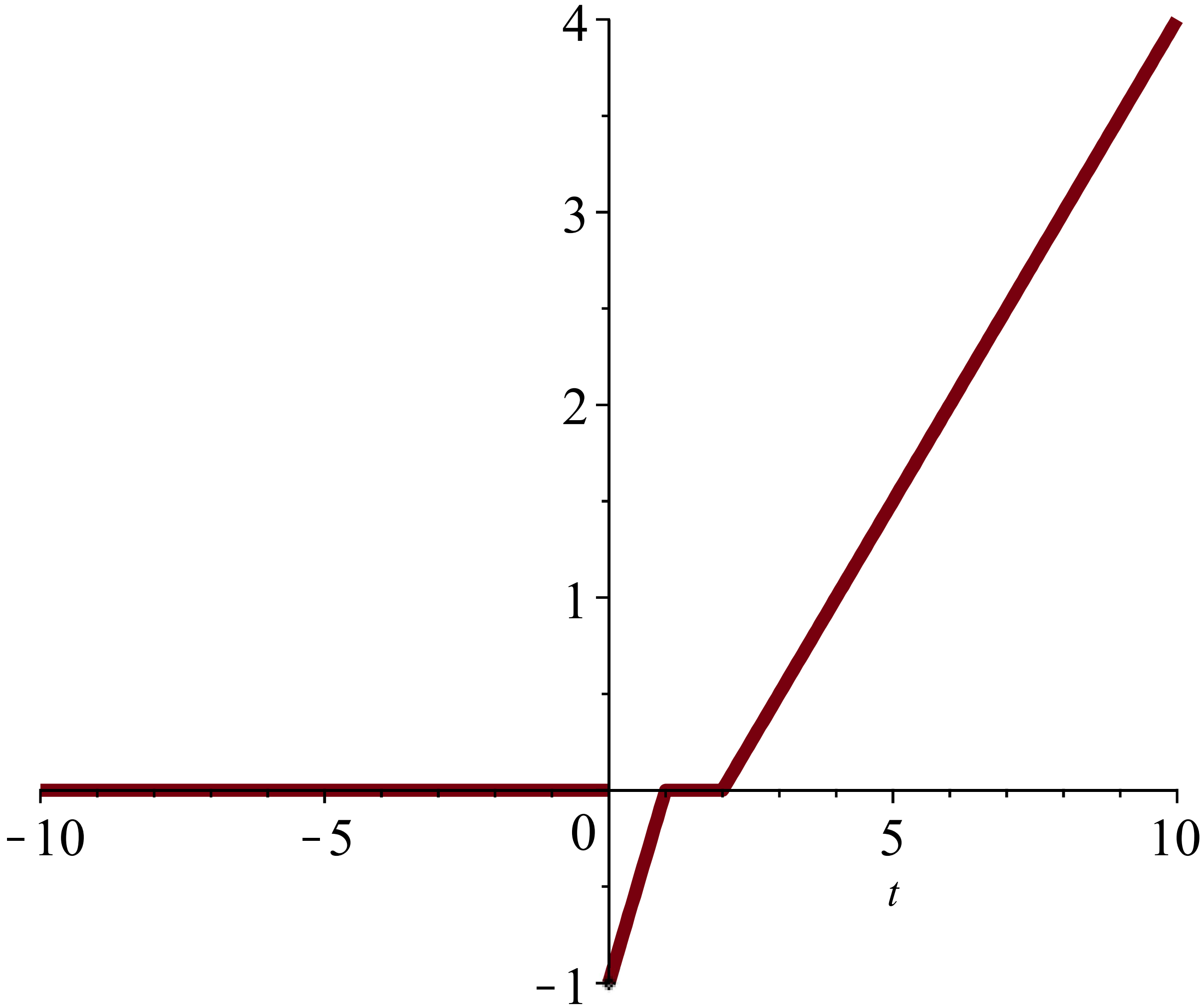


задаем функцию оригинал

> $f := t \rightarrow \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{t}{a} - 1 & 0 \le t \le a \\ 0 & a < t \le 2\,a \\ \frac{t - 2\,a}{2\,a} & t > 2\,a \end{cases}$:

функция оригинал совпадает с условием

> *plot*(*f*(*t*), *thickness* = 5, *discont* = *true*);



> $a := 'a'$:

> $assume(a > 0)$;

> $assume(\mathrm{Re}(p) \geq 0)$:

найти изображение Лапласа в maple можно 2 способами:
1) используя встроенную функцию *laplace*() пакета *inttrans*

> $F(p) = simplify(convert(inttrans[laplace](f(t), t, p), int))$;

$$F(p\sim) = \frac{e^{-2\,p\sim\,a\sim} - 2\,p\sim\,a\sim - 2\,e^{-p\sim\,a\sim} + 2}{2\,p\sim^2\,a\sim} \quad (1)$$

2)по определению, наложив ограничение на копмлексный параметр *p*

> $F(p) = simplify\left(int\left(e^{-p\cdot t}\cdot f(t), t = 0\,..+\mathrm{infinity}\right)\right)$;

$$F(p\sim) = \frac{e^{-2\,p\sim\,a\sim} - 2\,p\sim\,a\sim - 2\,e^{-p\sim\,a\sim} + 2}{2\,p\sim^2\,a\sim} \quad (2)$$

> *restart*;

Задание 2 Вариант 3

$$\frac{p}{(p+1)\left(p^2+4p+5\right)}$$

> $inttrans[invlaplace]\left(\frac{p}{(p+1)\cdot(p^2+4p+5)}, p, t\right);$

$$-\frac{e^{-t}}{2}+\frac{e^{-2t}(\cos(t)+3\sin(t))}{2} \quad (3)$$

> restart;

> **Задание 3 Вариант 3**

> $de := diff(y(t), t\$2) - y(t) = \frac{\exp(t)}{1+\exp(t)};$

$$de := \frac{d^2}{dt^2}y(t) - y(t) = \frac{e^t}{1+e^t} \quad (4)$$

>

> $dsolve(de, y(t));$

$$y(t) = e^t\_C2 + e^{-t}\_C1 + \frac{(-e^t+e^{-t})\ln(1+e^t)}{2} + \frac{e^t\ln(e^t)}{2} - \frac{1}{2} \quad (5)$$

> $simplify((dsolve(\{de, y(0)=0, y'(0)=0\})));$

$$y(t) = \frac{(-e^t+e^{-t})\ln(1+e^t)}{2} + \frac{(1-\ln(2))e^{-t}}{2} + \frac{e^t\ln(2)}{2} + \frac{e^t\ln(e^t)}{2} - \frac{1}{2} \quad (6)$$

> **Задание 4 *Вариант* 3**

> $dsolve(\{diff(y(t), t\$2) - 3\cdot diff(y(t), t) + 2\cdot y(t) = \exp(t), y(0)=1, y'(0)=0\}, y(t));$

$$y(t) = (-t+1)e^t \quad (7)$$

> restart;

> **Задание 5 Вариант 3**

> $de[1] := diff(x(t), t) = x(t) + 4\cdot y(t):$

> $de[2] := diff(y(t), t) = 2\cdot x(t) - y(t) + 9:$

> $dsolve(\{de[1], de[2], x(0)=1, y(0)=0\}, \{x(t), y(t)\});$

$$\left\{x(t) = \frac{8e^{3t}}{3} + \frac{7e^{-3t}}{3} - 4, y(t) = \frac{4e^{3t}}{3} - \frac{7e^{-3t}}{3} + 1\right\} \quad (8)$$

>

> *#нахождение частного решения для метода лагранжа*

> restart;

> $u[1] := y(t) = e^t\_C2 + e^{-t}\_C1 + \frac{(-e^t+e^{-t})\ln(1+e^t)}{2} + \frac{e^t\ln(e^t)}{2} - \frac{1}{2}:$

> $u[2] := diff(y(t), t) = \frac{(-e^t-e^{-t})\ln(1+e^t)}{2} + \frac{(-e^t+e^{-t})e^t}{2(1+e^t)} + \frac{e^t\ln(e^t)}{2} + \frac{e^t}{2} + e^t\_C2 - e^{-t}\_C1:$

> $u[1] := simplify(subs(y(t)=0, t=0, u[1]));$

$$u_1 := 0 = \_C2 + \_C1 - \frac{1}{2} \quad (9)$$

> $u[2] := simplify(subs(diff(y(t), t) = 0, t = 0, u[2]));$

$$u_2 := 0 = -\ln(2) + \frac{1}{2} + \_C2 - \_C1 \tag{10}$$

> $solve(\{u[1], u[2]\}, \{\_C1, \_C2\});$

$$\left\{\_C1 = \frac{1}{2} - \frac{\ln(2)}{2}, \_C2 = \frac{\ln(2)}{2}\right\} \tag{11}$$

> $u[1] := y(t) = e^t \_C2 + e^{-t} \_C1 + \frac{(-e^t + e^{-t}) \ln(1 + e^t)}{2} + \frac{e^t \ln(e^t)}{2} - \frac{1}{2} :$

> $subs\left(\_C1 = \frac{1}{2} - \frac{\ln(2)}{2}, \_C2 = \frac{\ln(2)}{2}, u[1]\right);$

$$y(t) = \frac{e^t \ln(2)}{2} + e^{-t}\left(\frac{1}{2} - \frac{\ln(2)}{2}\right) + \frac{(-e^t + e^{-t}) \ln(1 + e^t)}{2} + \frac{e^t \ln(e^t)}{2} - \frac{1}{2} \tag{12}$$

>