Courbes et surfaces de subdivision

Sylvain Brandel

sylvain.brandel@liris.univ-lyon1.fr

`http://bat710.univ-lyon1.fr/~sbrandel`

Gamagora – M2 pro CIM programmation et développement

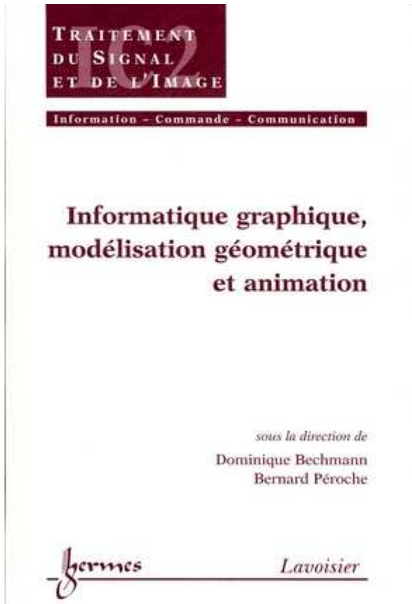
UE4 – Outils mathématiques et modélisation
Partie B – Modélisation

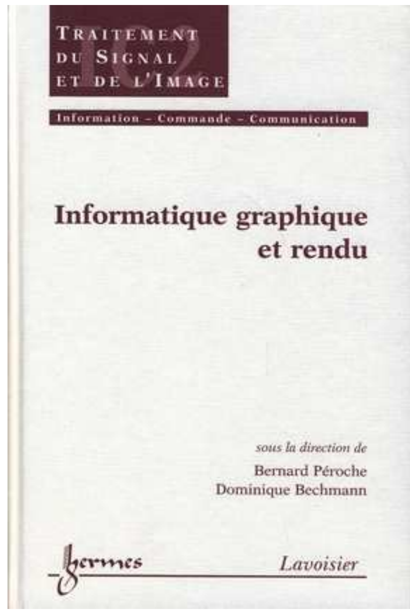
Université Claude Bernard Lyon 1

UFR d'informatique

Sources

- « Courbes et surfaces de subdivision » (Loïc Barthe, IRIT)
- « Les surfaces de subdivision en modélisation géométrique : état de l'art » (Dominique Bechmann, LSIIT)
- Le web…
- « Informatique graphique, modélisation géométrique et animation » (Dominique Bechmann, LSIIT, Bernard Péroche, LIRIS)



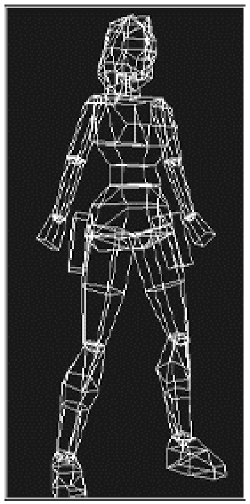


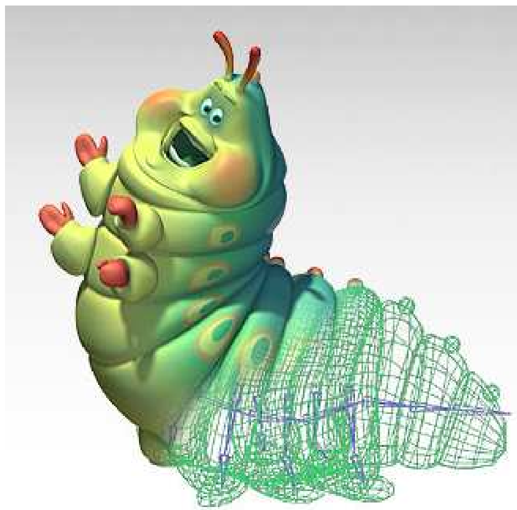
Les transparents et images proviennent partiellement des sources citées

Introduction

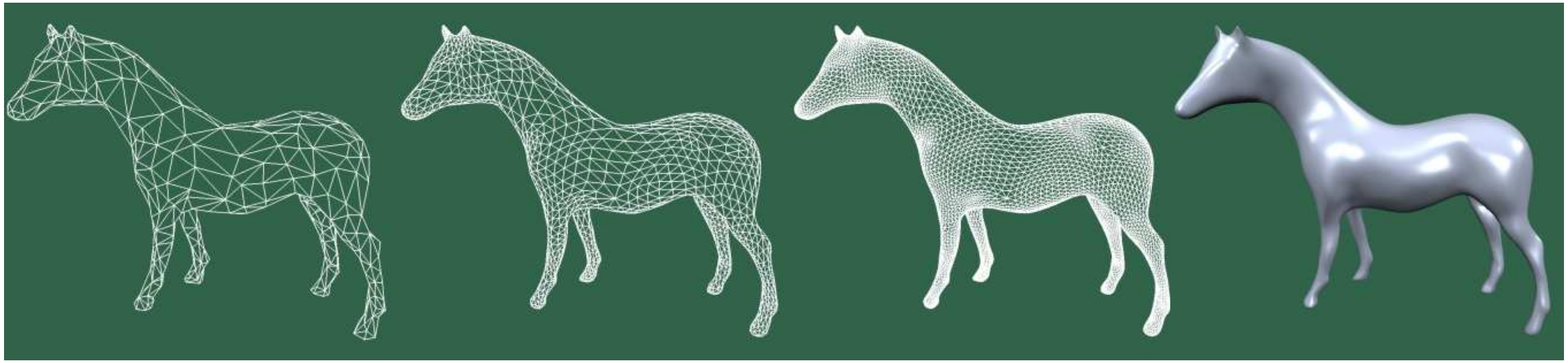
Surfaces paramétriques

- Carreaux de Bézier, B-splines, NURBS...
- Avantages
  - Modélisation par carreau type couture
  - Chaque carreau est défini par un polygone de contrôle
- Difficultés
  - contrôle des connexions entre carreaux
  - ajuster la surface à un polygone de contrôle quelconque

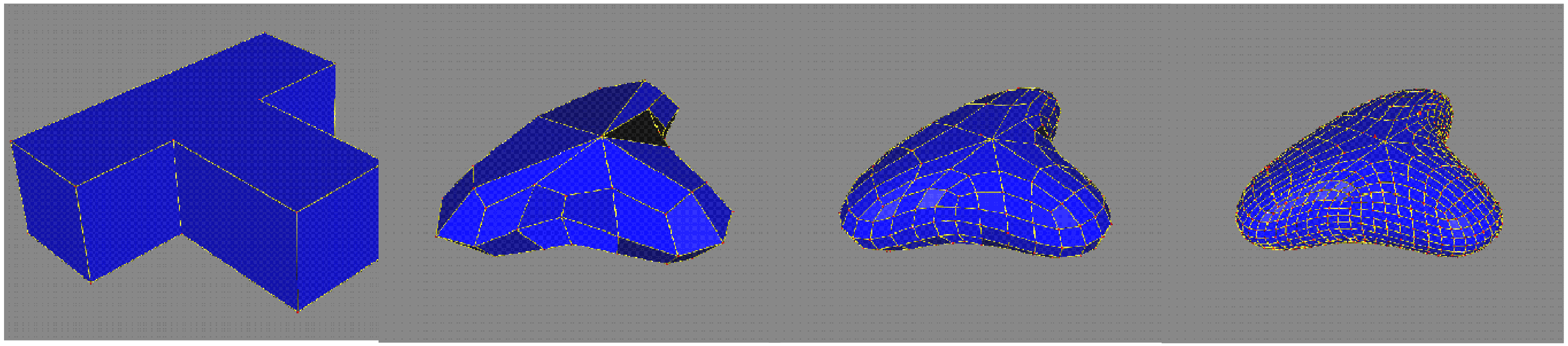




Exemples

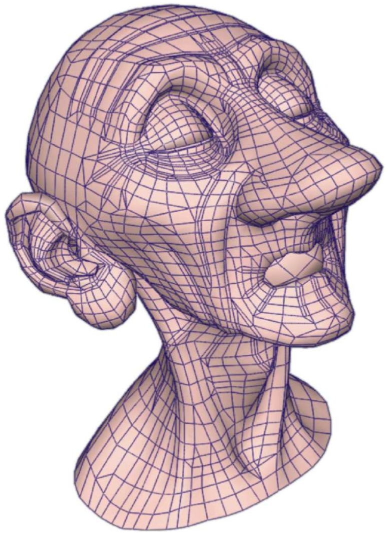


maillage initial | après 1 pas de subdivision | après 2 pas de subdivision | surface limite



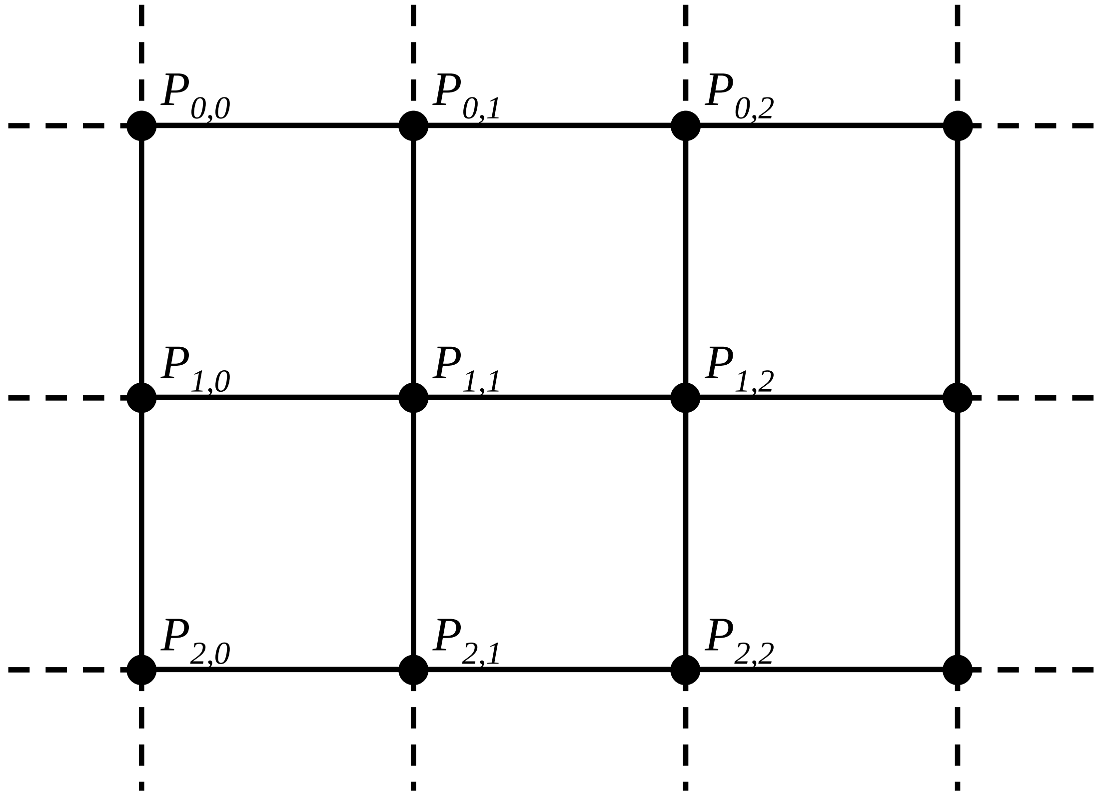
1ère utilisation

- Geri's Game (1998) : Pixar Animation Studios

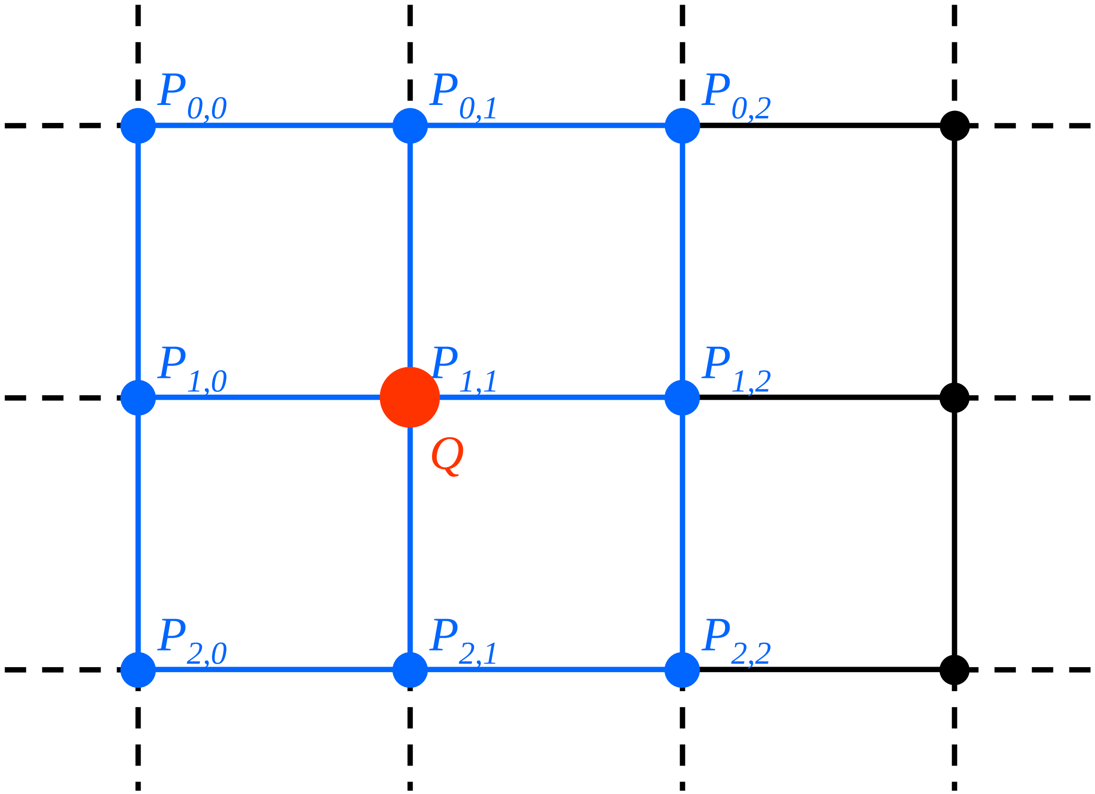





Principe



Principe



$$\begin{array}{ccccc} 1 & - & 6 & - & 1 \\ | & & | & & | \\ 6 & - & 36 & - & 6 \\ | & & | & & | \\ 1 & - & 6 & - & 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} Q = & \frac{1}{64}P_{0,0} + \frac{6}{64}P_{0,1} + \frac{1}{64}P_{0,2} \\ & + \frac{6}{64}P_{1,0} + \frac{36}{64}P_{1,1} + \frac{6}{64}P_{1,2} \\ & + \frac{1}{64}P_{2,0} + \frac{6}{64}P_{2,1} + \frac{1}{64}P_{2,2} \end{aligned}$$

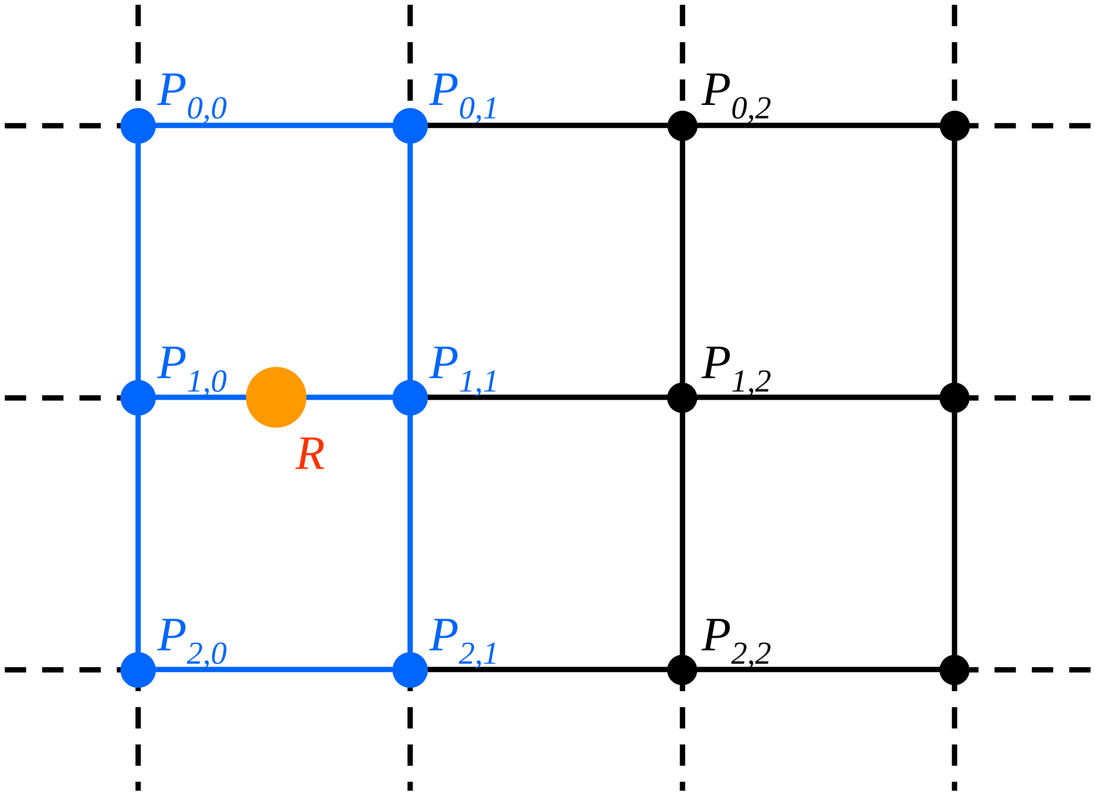
1. Chaque sommet $P_{i,j}$ est déplacé

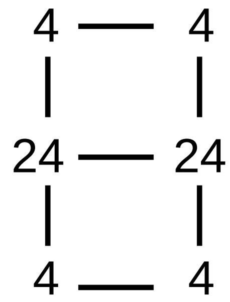
La nouvelle position *Q* dépend - de *Pi,j*

- de ses voisins

➔ notion de masque

Principle



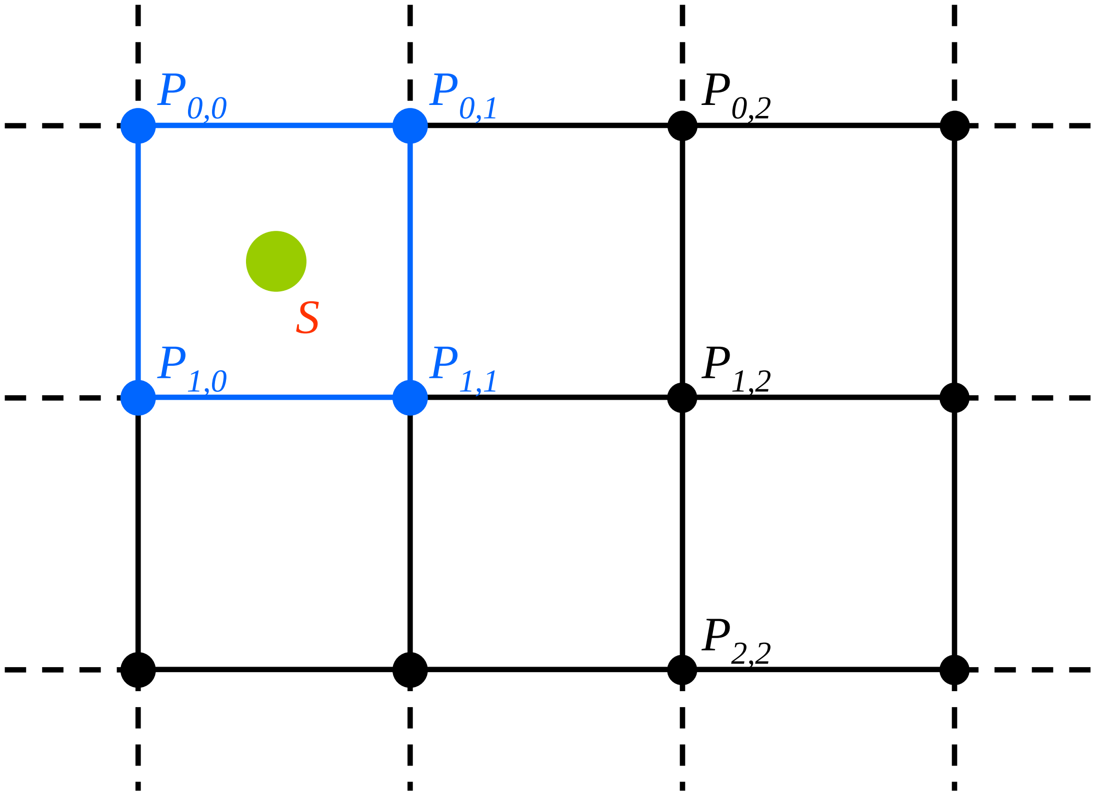


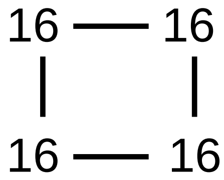
$$R = \frac{4}{64} P_{0,0} + \frac{4}{64} P_{0,1} + \frac{24}{64} P_{1,0} + \frac{24}{64} P_{1,1} + \frac{4}{64} P_{2,0} + \frac{4}{64} P_{2,1}$$

2. De nouveaux points sont insérés

a. sur chaque arête

Principe



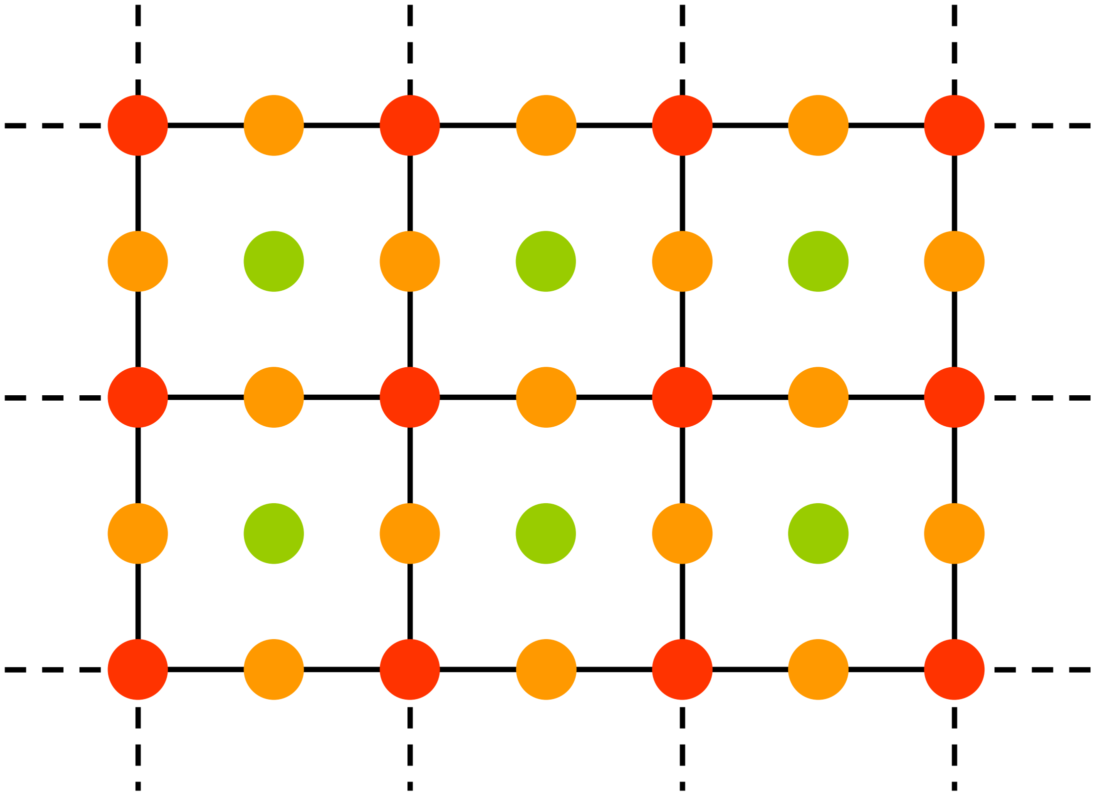


$$S = \frac{16}{64} P_{0,0} + \frac{16}{64} P_{0,1} + \frac{16}{64} P_{1,0} + \frac{16}{64} P_{1,1}$$

2. De nouveaux points sont insérés

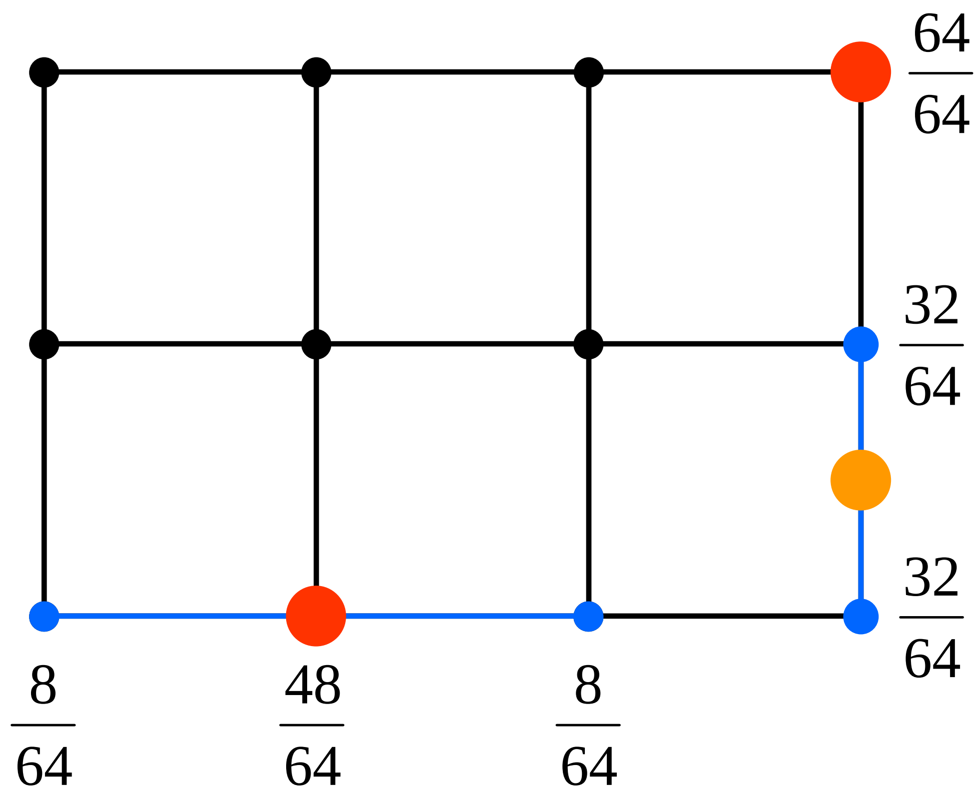
b. sur chaque face (éventuellement)

Principe



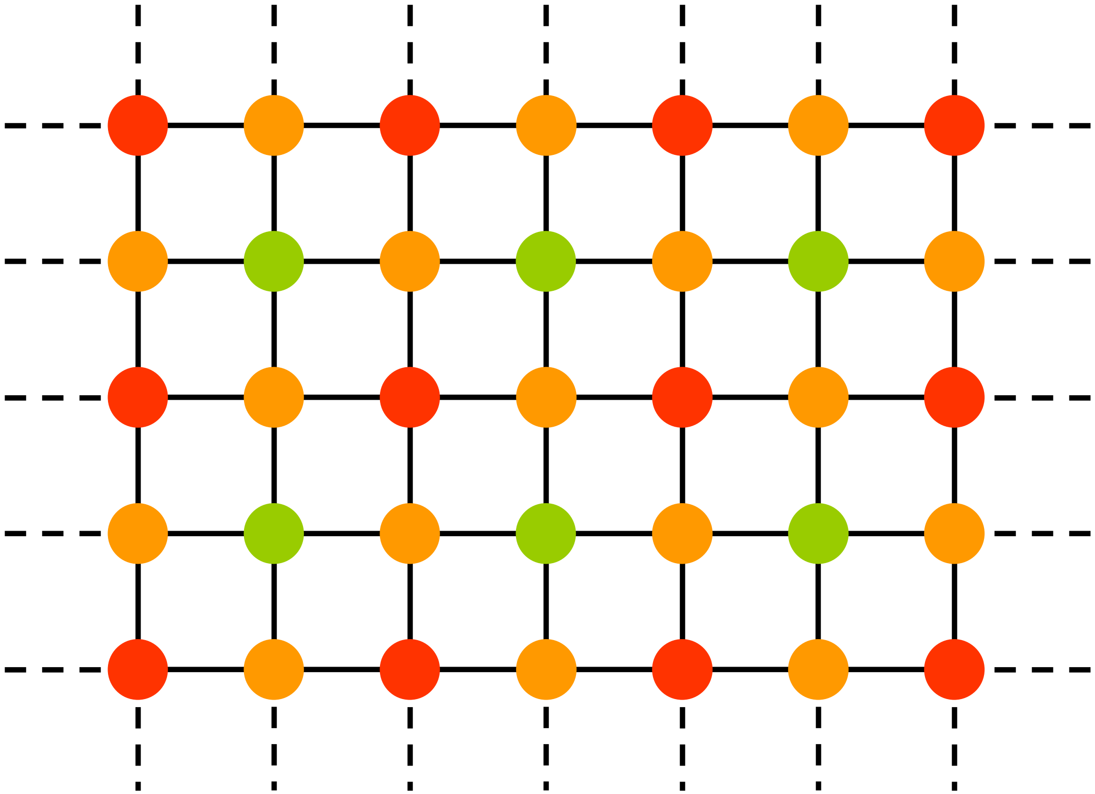
Les étapes 1 et 2 sont répétées sur tout le maillage initial

Principe



Masques spécifiques pour les bords

Principe



Les nouveaux points sont maillés

➔ tout ceci correspond à un pas de subdivision

➔ à réitérer jusqu'à la surface limite

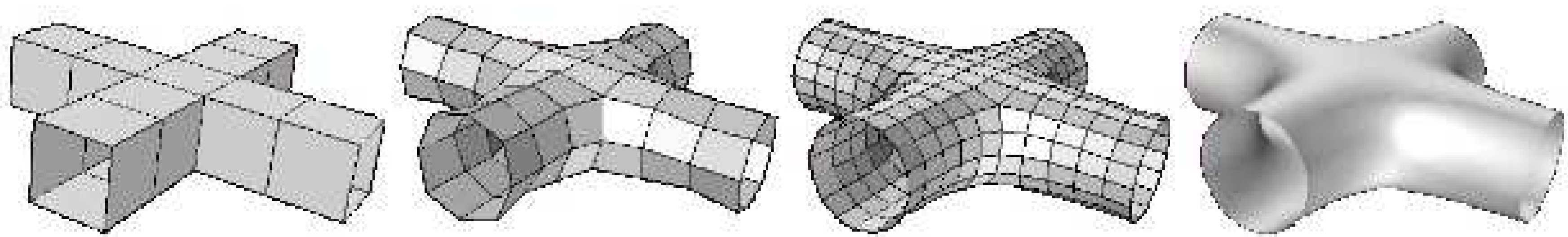
Principe

- Relativement facile avec un maillage régulier fermé
- Autres masques pour
  - maillages quelconques
  - bords
- Disposer d'une structure de données permettant

  "pour chaque sommet, arête, face…",

  "couper une face en deux…"

  ...



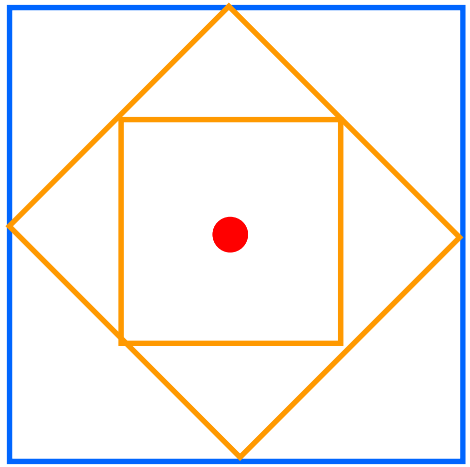
Courbes de subdivision

Principe

- Courbe limite à partir d'un carré

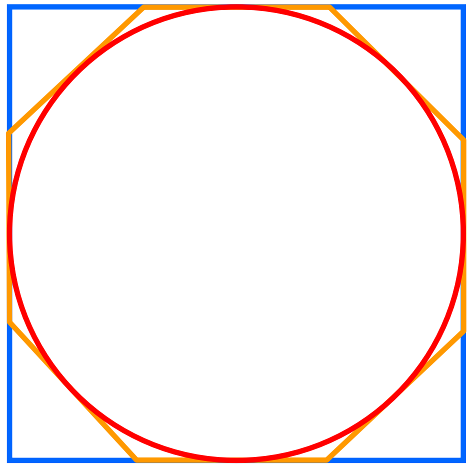
Chaque arête est coupée en 2

Courbe limite



Chaque arête est coupée en 3

Courbe limite



B-Splines uniformes (rappel)

- Courbes B-Splines uniformes

$$P(t) = [t^n \ \ t^{n-1} \ \ \cdots \ \ 1]\, M \begin{bmatrix} P_0 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix}$$

(cf. courbes paramétriques p. 28)

- Quadratique (n=2)

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Quintique (n=3)

$$M = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

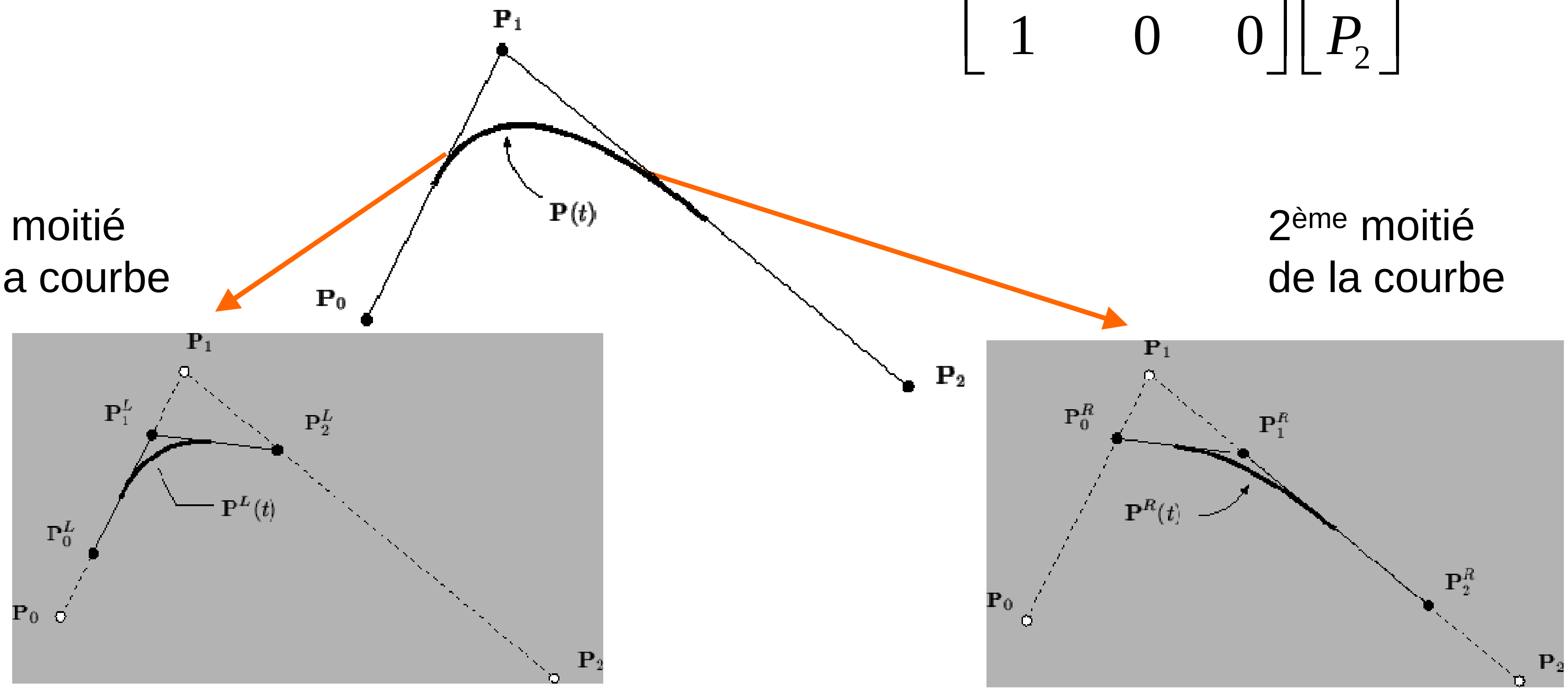
B-Splines uniformes quadratiques

- Courbes B-Splines uniformes

$$P(t) = [t^2 \quad t \quad 1] \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}$$

1ère moitié
de la courbe

2ème moitié
de la courbe



B-Splines uniformes quadratiques

- 1ère moité de la courbe

$$P_{[0,1/2]}(t) = P\left(\frac{t}{2}\right) = [\left(\frac{t}{2}\right)^2 \ \ \frac{t}{2} \ \ 1]\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}$$

$$= [t^2 \ t \ 1]\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \qquad \text{avec} \quad M = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= [t^2 \ t \ 1] M M^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}$$

$$= [t^2 \ t \ 1] M \left(M^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix} M \right) \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}$$

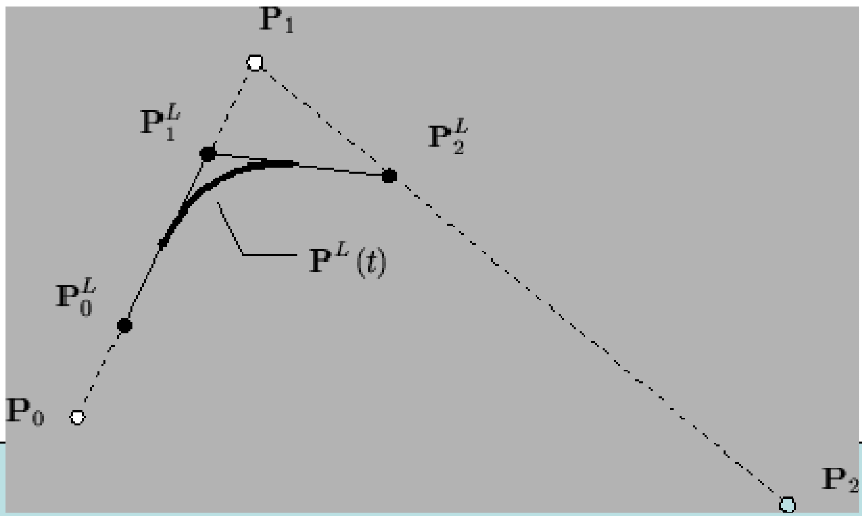
$$= [t^2 \ t \ 1] M \begin{bmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \qquad \text{avec} \quad \begin{bmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = \left(M^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix} M \right) \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \boxed{\frac{1}{4}\begin{bmatrix} 3P_0 + P_1 \\ P_0 + 3P_1 \\ 3P_1 + P_2 \end{bmatrix}}$$

B-Splines uniformes quadratiques

- 1ère moitié de la courbe

$$P^L(t) = [t^2 \;\; t \;\; 1] M \begin{bmatrix} P_0^L \\ P_1^L \\ P_2^L \end{bmatrix}$$

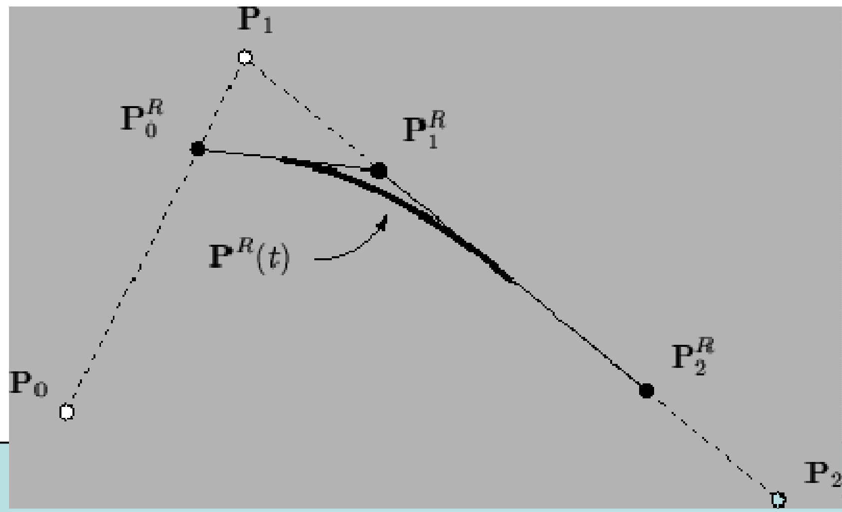
$$\begin{bmatrix} P_0^L \\ P_1^L \\ P_2^L \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3P_0 + P_1 \\ P_0 + 3P_1 \\ 3P_1 + P_2 \end{bmatrix}$$



2ème moitié de la courbe

$$P^R(t) = [t^2 \;\; t \;\; 1] M \begin{bmatrix} P_0^R \\ P_1^R \\ P_2^R \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P_0^R \\ P_1^R \\ P_2^R \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} P_0 + 3P_1 \\ 3P_1 + P_2 \\ P_1 + 3P_2 \end{bmatrix}$$



B-Splines uniformes quadratiques

- On regroupe

$$\begin{bmatrix} P_0^L \\ P_1^L \\ P_2^L \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} P_0^R \\ P_1^R \\ P_2^R \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}$$

→ algorithme de Chaikin

$$\begin{bmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3P_0 + P_1 \\ P_0 + 3P_1 \\ 3P_1 + P_2 \\ P_1 + 3P_2 \end{bmatrix}$$

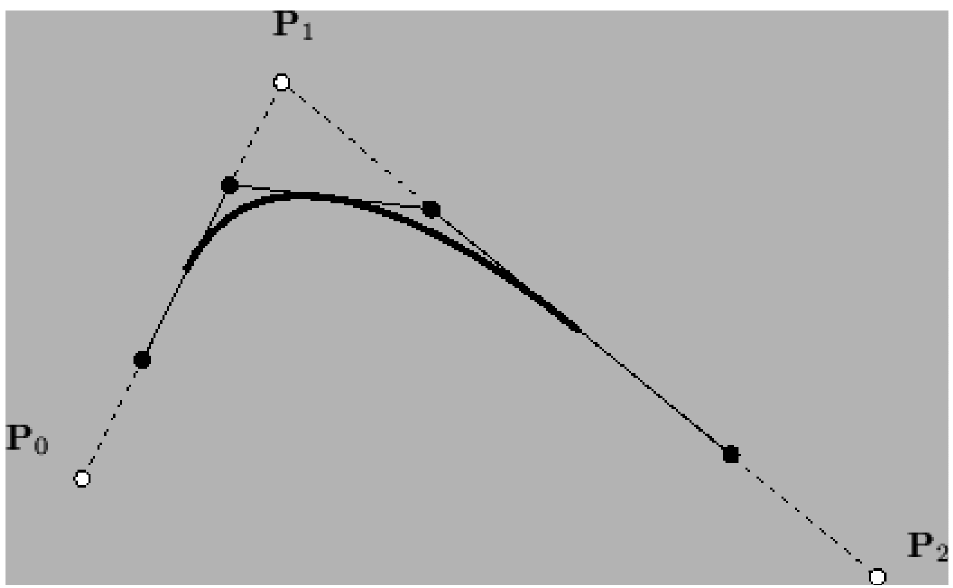


Schéma de Chaikin

- Encore appelé corner-cutting

$$\begin{bmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 3P_0 + P_1 \\ P_0 + 3P_1 \\ 3P_1 + P_2 \\ P_1 + 3P_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} Q_{2i} \\ Q_{2i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4}P_i + \frac{1}{4}P_{i+1} \\ \frac{1}{4}P_i + \frac{3}{4}P_{i+1} \end{bmatrix}$$

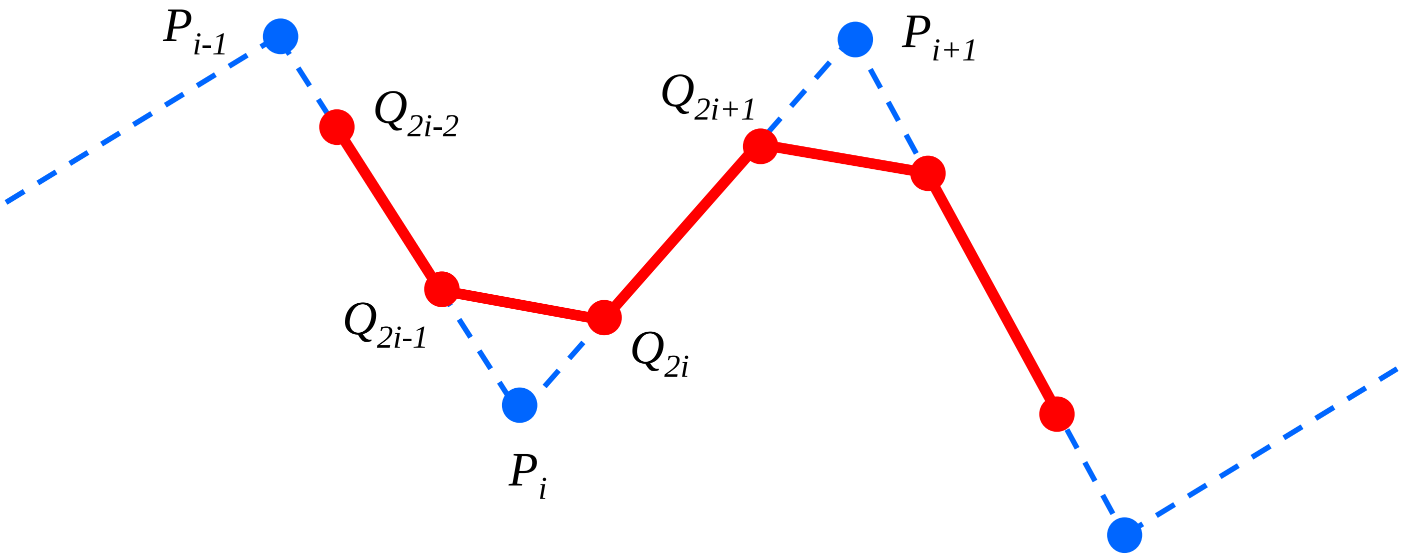


Schéma de Chaikin

- Schéma régulier approximant $(P_i)_{0\le i\le n-1} \to (Q_j)_{0\le j\le 2n-3}$

$$Pour\ 0\ \le\ i\ \le\ n\text{-}2 \begin{cases} Q_{2i} = aP_i + (1-a)P_{i+1} \\ Q_{2i+1} = bP_i + (1-b)P_{i+1} \end{cases} avec\ a = \frac{3}{4}\ et\ b = \frac{1}{4}$$

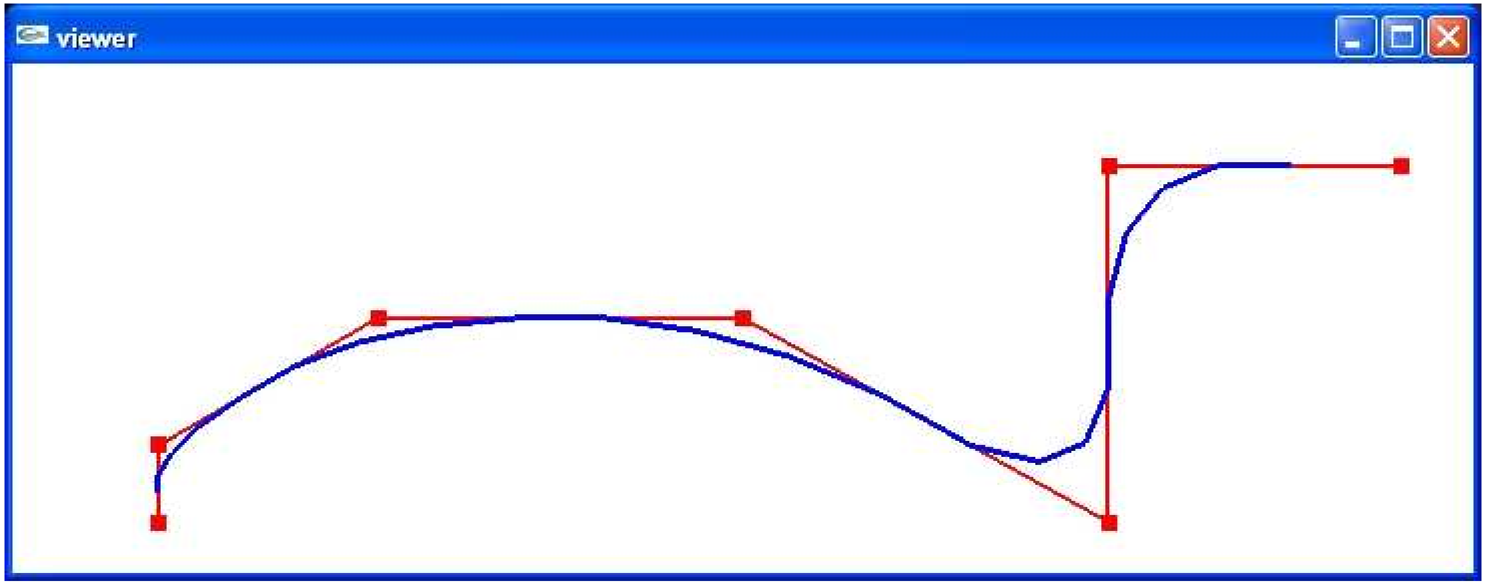


Schéma de Catmull-Clark

- Schéma régulier approximant $(P_i)_{0\le i\le n-1} \to (Q_j)_{0\le j\le 2n-4}$

$$\begin{cases} Pour\ 0 \le i \le n\text{-}1 & Q_{2i} = \frac{1}{2}P_i + \frac{1}{2}P_{i+1} \\ Pour\ 0 \le i \le n\text{-}2 & Q_{2i+1} = \frac{1}{8}P_i + \frac{6}{8}P_{i+1} + \frac{1}{8}P_{i+2} \end{cases}$$

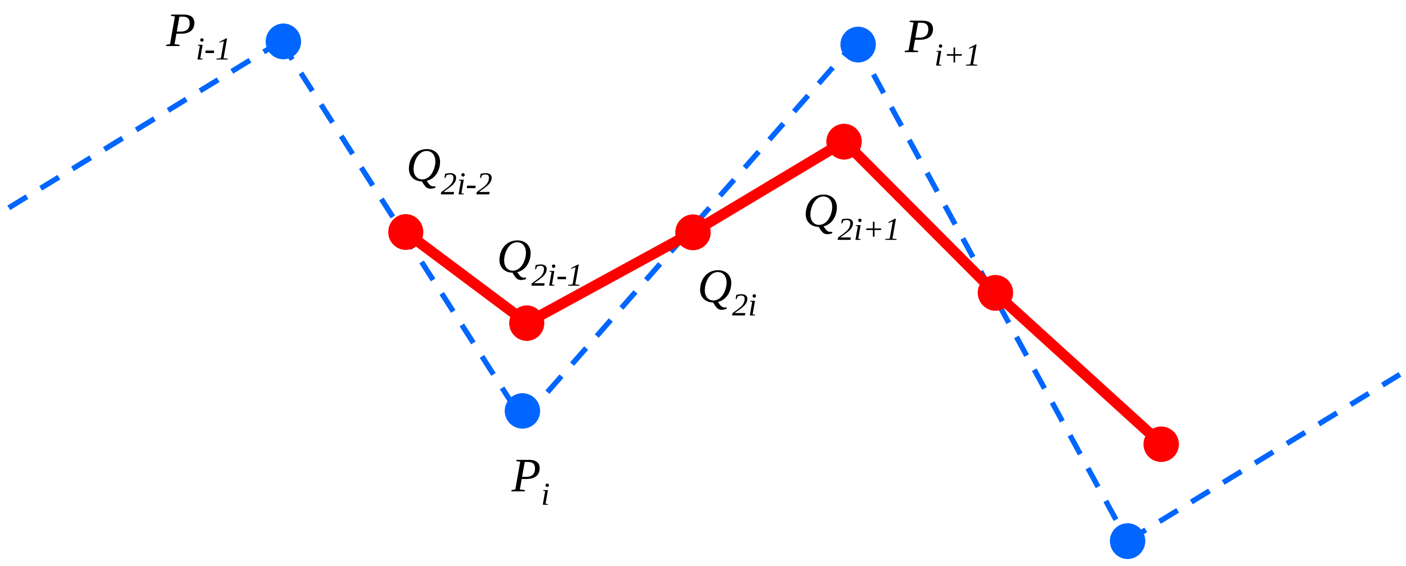
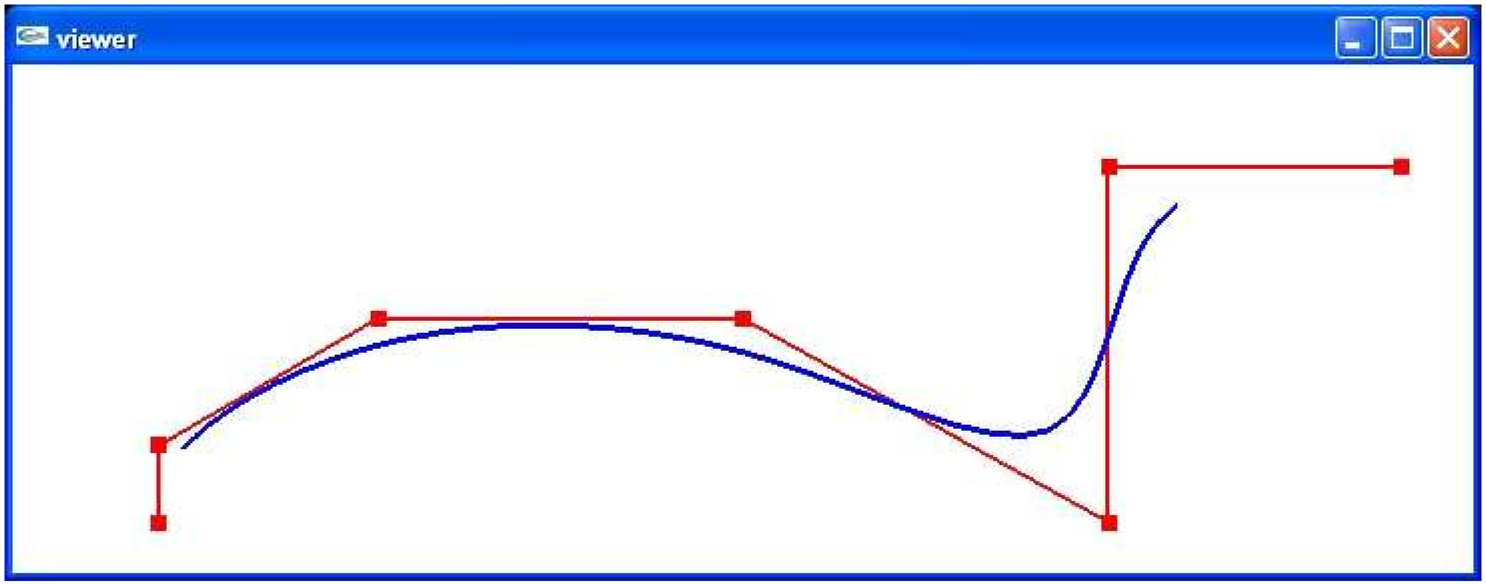


Schéma de Catmull-Clark

- Schéma régulier approximant $(P_i)_{0 \le i \le n-1} \to (Q_j)_{0 \le j \le 2n-4}$

$$\begin{cases} Pour\ 0 \le i \le n\text{-}1 & Q_{2i} = \frac{1}{2} P_i + \frac{1}{2} P_{i+1} \\ Pour\ 0 \le i \le n\text{-}2 & Q_{2i+1} = \frac{1}{8} P_i + \frac{6}{8} P_{i+1} + \frac{1}{8} P_{i+2} \end{cases}$$



Four points scheme

- Schéma régulier interpolant

$$(P_i)_{0\le i\le n-1} \to (Q_j)_{0\le j\le 2n-2}$$

$$\begin{cases} Pour\ 0 \ \le\ i\ \le\ n\text{-}1 \quad Q_{2i} = P_i \\ Pour\ 1 \ \le\ i\ \le\ n\text{-}3 \quad Q_{2i+1} = -\dfrac{1}{16}P_{i-1} + \dfrac{9}{16}P_i + \dfrac{9}{16}P_{i+1} - \dfrac{1}{16}P_{i+2} \end{cases}$$

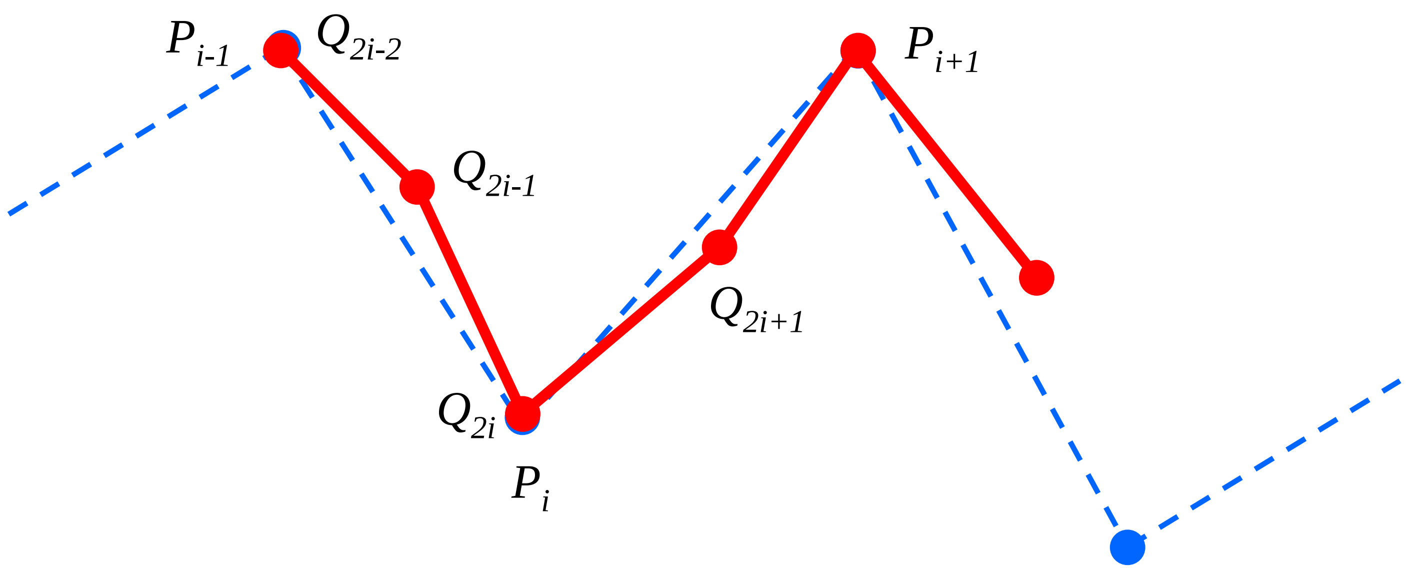
$$\text{Conditions aux bords} \begin{cases} Q_1 = \dfrac{3}{8}P_0 + \dfrac{6}{8}P_1 - \dfrac{1}{8}P_2 \\ Q_{2n-3} = -\dfrac{1}{8}P_{n-3} + \dfrac{6}{8}P_{n-2} + \dfrac{3}{8}P_{n-1} \end{cases}$$

Four points scheme

- Schéma régulier interpolant

$$(P_i)_{0\le i\le n-1} \rightarrow (Q_j)_{0\le j\le 2n-2}$$

$$\begin{cases} Pour\ 0 \le i \le n\text{-}1 \quad Q_{2i} = P_i \\ Pour\ 1 \le i \le n\text{-}3 \quad Q_{2i+1} = -\dfrac{1}{16}P_{i-1} + \dfrac{9}{16}P_i + \dfrac{9}{16}P_{i+1} - \dfrac{1}{16}P_{i+2} \end{cases}$$

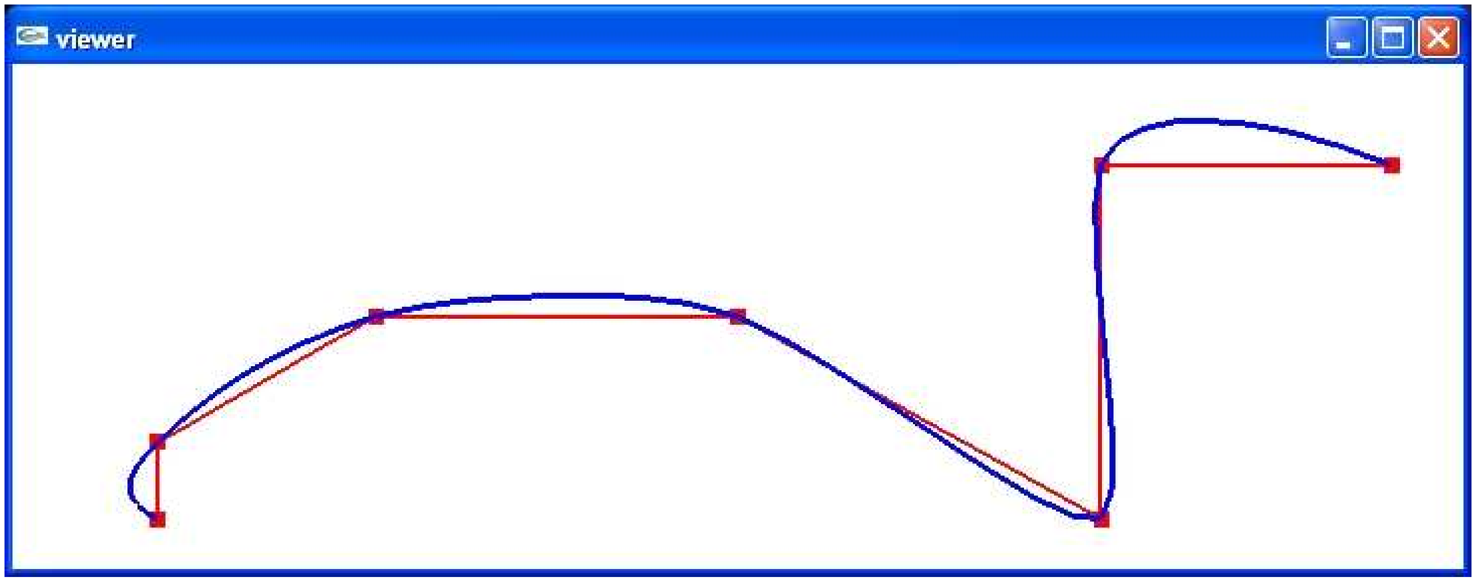


Four points scheme

- Schéma régulier interpolant

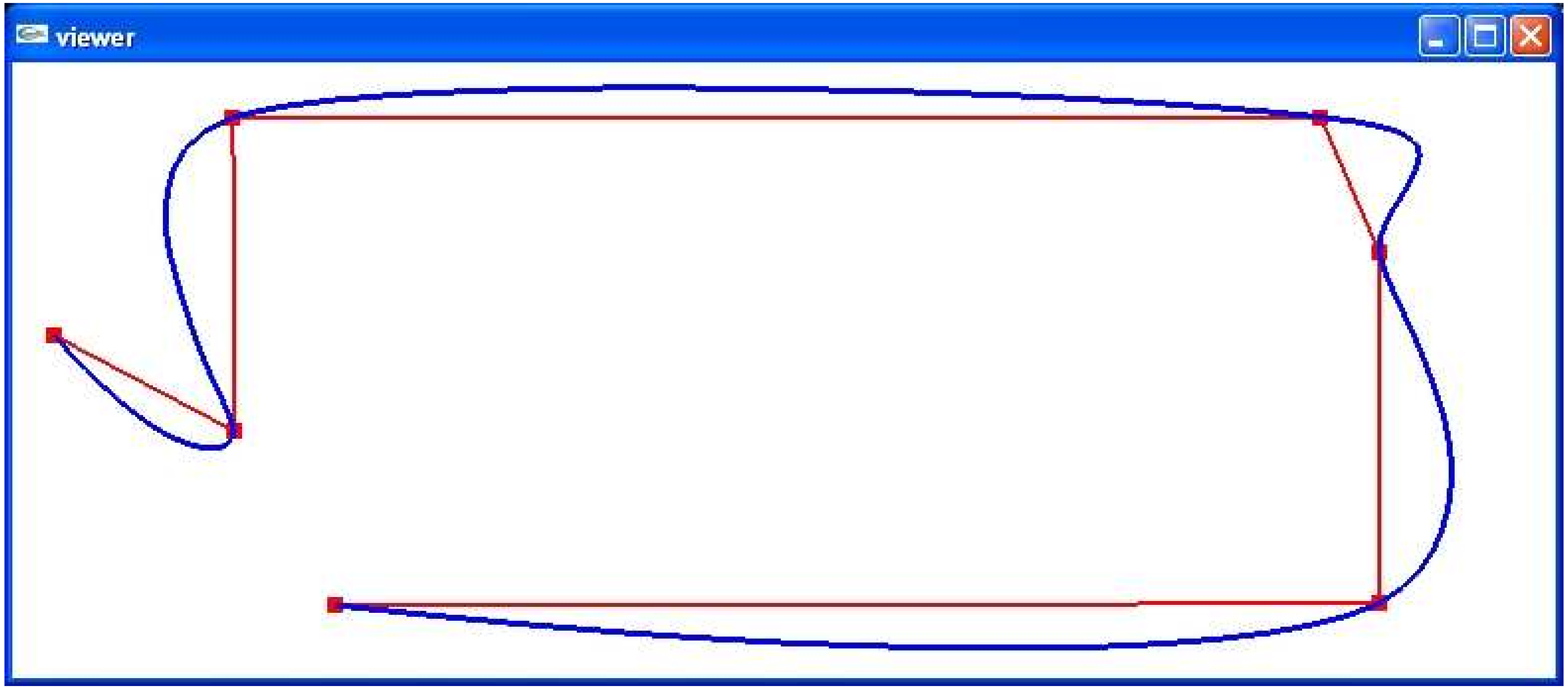
$$(P_i)_{0\le i\le n-1} \rightarrow (Q_j)_{0\le j\le 2n-2}$$

$$\begin{cases} Pour\ 0 \le i \le n\text{-}1 & Q_{2i} = P_i \\ Pour\ 1 \le i \le n\text{-}3 & Q_{2i+1} = -\dfrac{1}{16}P_{i-1} + \dfrac{9}{16}P_i + \dfrac{9}{16}P_{i+1} - \dfrac{1}{16}P_{i+2} \end{cases}$$



Four points scheme

- Problèmes d'oscillation



La convexité du polygone de contrôle n'est pas toujours respectée dans la courbe limite

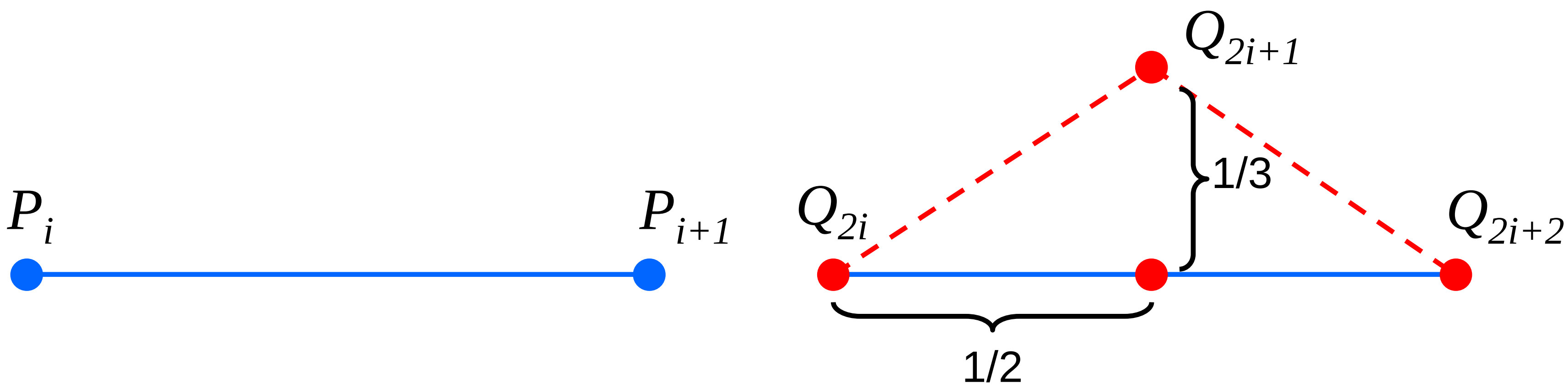
Fractale chou fleur

- Schéma fractal interpolant

$$(P_i)_{0\le i\le n-1} \to (Q_j)_{0\le j\le 2n-2}$$

$$\begin{cases} Pour\ 0 \ \le\ i\ \le\ n\text{-}1 & Q_{2i} = P_i \\ Pour\ 0\ \le\ i\ \le\ n\text{-}2 & Q_{2i+1} = \dfrac{1}{2}(P_i + P_{i+1}) + \dfrac{1}{3}N(P_{i+1} - P_i) \end{cases}$$

avec pour un point $P = (x,y)$, $N(P) = (-y,x)$

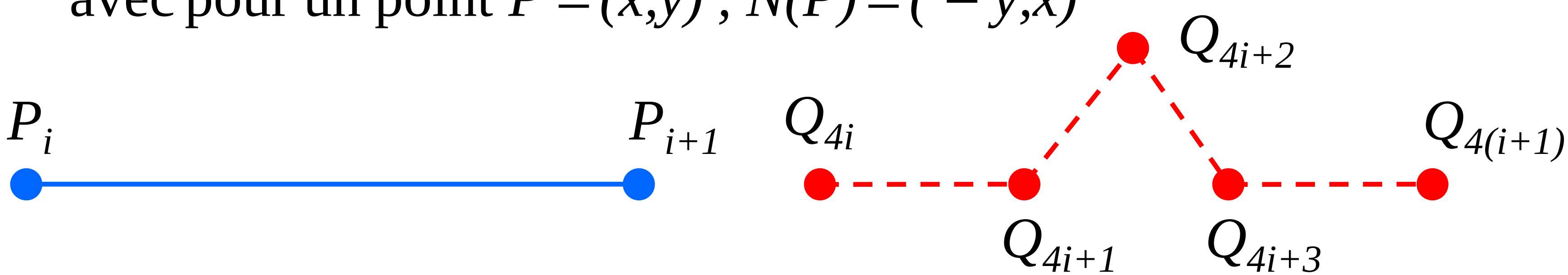


Fractale
flocon de Von Koch

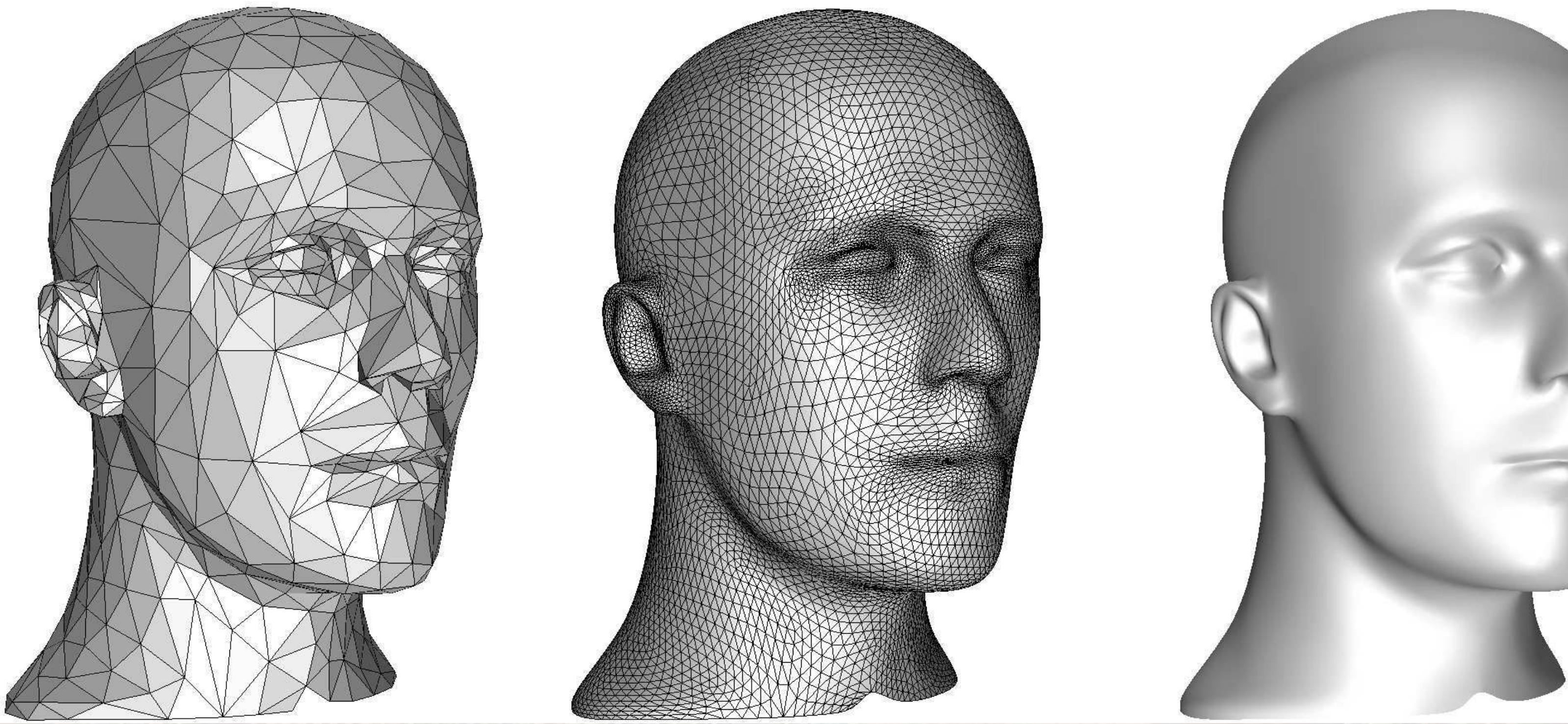
- Schéma fractal interpolant $\quad (P_i)_{0\le i\le n-1} \rightarrow (Q_j)_{0\le j\le 4n-4}$

$$
\begin{cases}
\text{Pour } 0 \le i \le n\text{-}1 & Q_{4i} = P_i \\
\text{Pour } 0 \le i \le n\text{-}2 & \begin{cases}
Q_{4i+1} = \dfrac{1}{3}(2P_i + P_{i+1}) \\
Q_{4i+2} = \dfrac{1}{2}(P_i + P_{i+1}) + \dfrac{\sqrt{5}}{6} N(P_{i+1} - P_i) \\
Q_{4i+3} = \dfrac{1}{3}(P_i + 2P_{i+1})
\end{cases}
\end{cases}
$$

avec pour un point $P=(x,y)$, $N(P)=(-y,x)$



Surfaces de subdivision



(Loop)

Schémas principaux

Doo-Sabin ⇔ Surface B-Spline quadratique uniforme

(équivalent aux courbes de Chaikin)

approximant
maillages de quadrilatères ou quelconques

Catmull-Clark ⇔ Surface B-Spline cubique uniforme

approximant
maillages de quadrilatères ou quelconques

Loop ⇔ Surface Box-Spline quadrique uniforme

approximant
maillages triangulaires

Butterfly

interpolant
maillages triangulaires

Schémas principaux

Doo-Sabin	Catmull-Clark	Loop	Butterfly

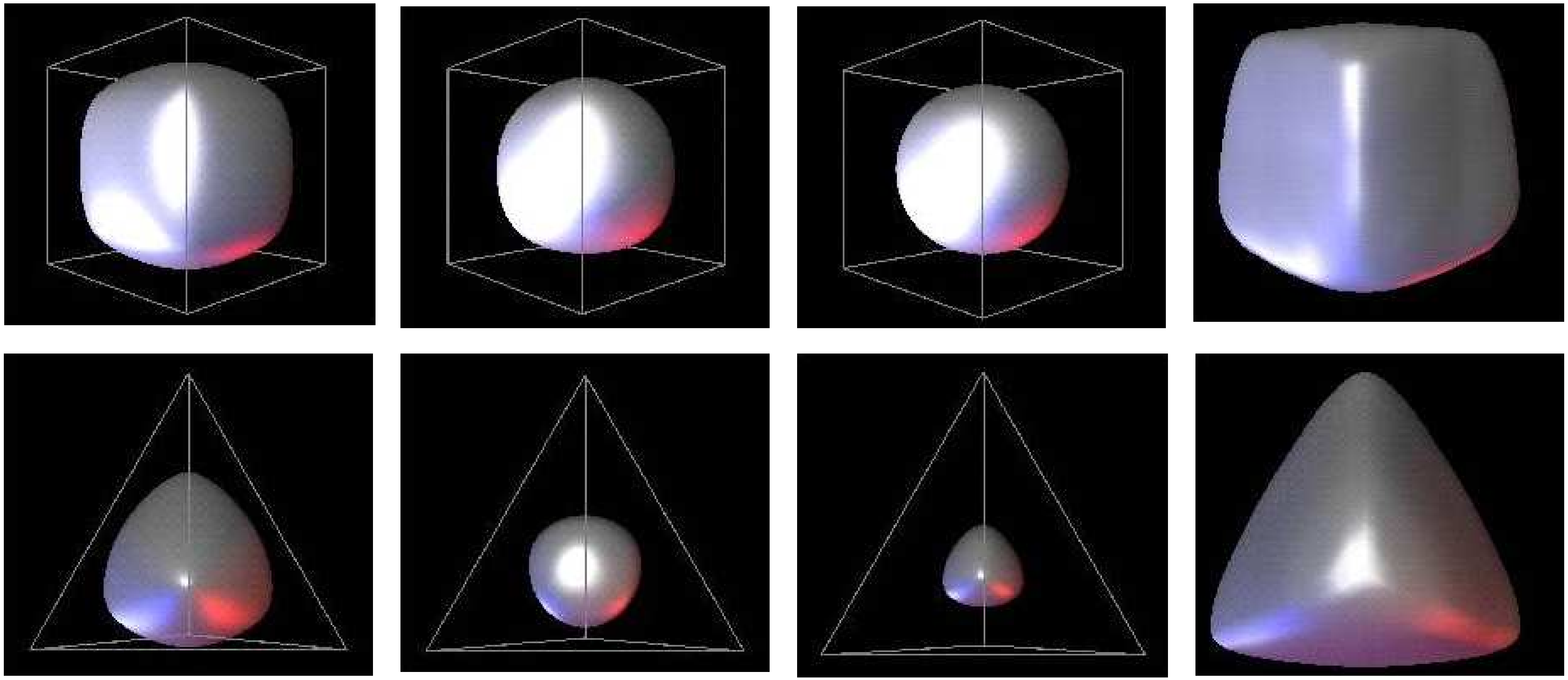


Schéma de Doo-Sabin

- Malcolm A. Sabin (11/2008)

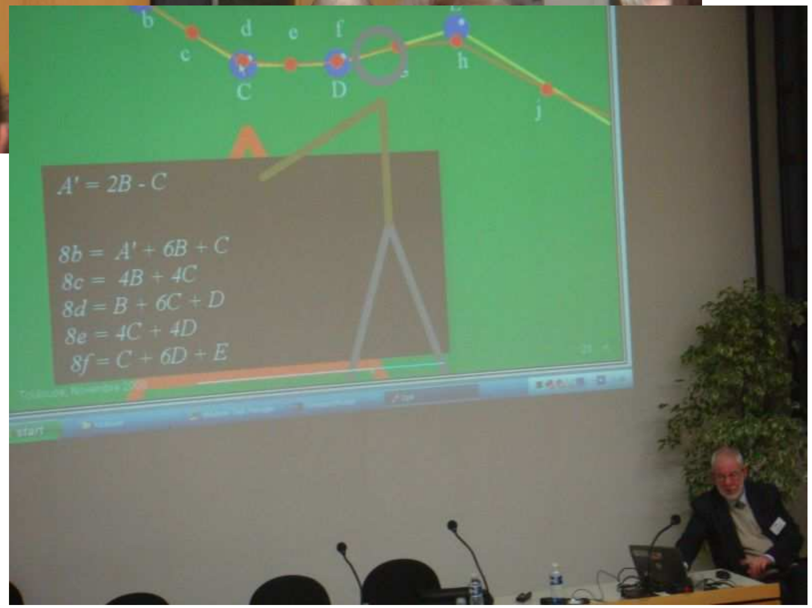
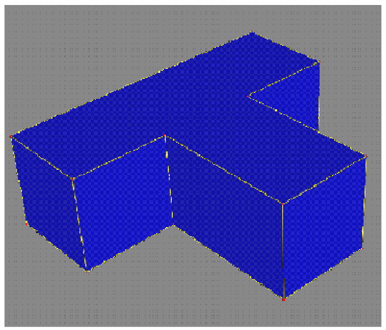
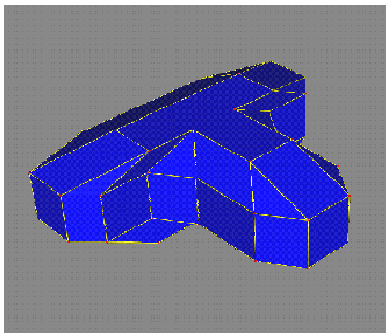
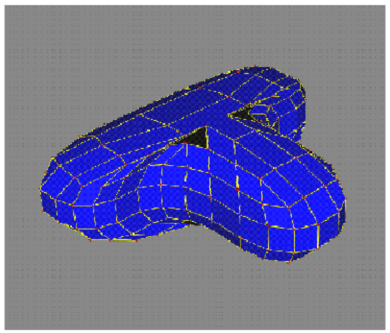
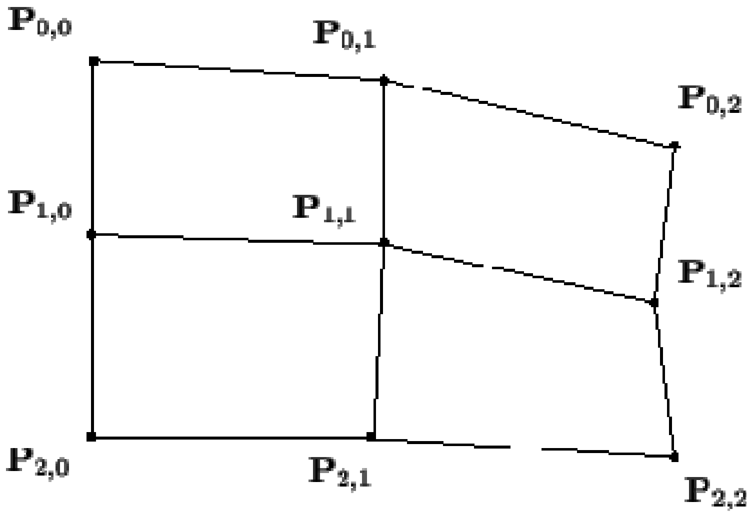


Schéma de Doo-Sabin

- Principe du *corner cutting* (Chaikin)
- Schéma approximant (ne passe pas par les sommets originaux)
- Fonctionne sur des maillages quelconques
- Surface B-Spline Quadratique
- C^1 continue
- Après 1 subdivision :
  - tous les sommets sont de valence 4



Doo-Sabin pour les maillages quadrangulaires réguliers

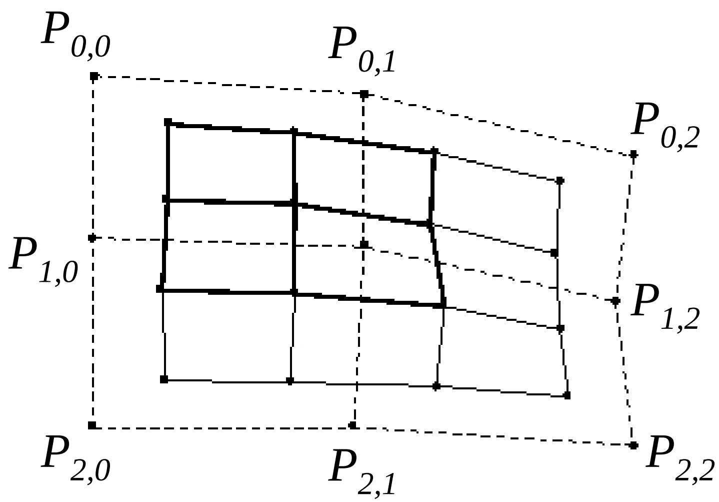
- Surfaces B-Splines uniformes quadriques

$$P(u,v) = \begin{bmatrix} u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{0,0} & P_{0,1} & P_{0,2} \\ P_{1,0} & P_{1,1} & P_{1,2} \\ P_{2,0} & P_{2,1} & P_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} v_2 \\ v \\ 1 \end{bmatrix}$$

- 1er quart de la surface :

$$P_{[0,1/2]}(u,v) = P\left(\frac{u}{2}, \frac{v}{2}\right) = \begin{bmatrix} u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{0,0} & P_{0,1} & P_{0,2} \\ P_{1,0} & P_{1,1} & P_{1,2} \\ P_{2,0} & P_{2,1} & P_{2,2} \end{bmatrix} \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} v^2 \\ v \\ 1 \end{bmatrix}$$

Doo-Sabin pour les maillages quadrangulaires réguliers



$$P'_{0,0} = \frac{1}{16}(9P_{0,0} + 3P_{0,1} + 3P_{1,0} + P_{1,1})$$

$$P'_{0,1} = \frac{1}{16}(3P_{0,0} + 9P_{0,1} + P_{1,0} + 3P_{1,1})$$

$$P'_{1,0} = \frac{1}{16}(3P_{0,0} + P_{0,1} + 9P_{1,0} + 3P_{1,1})$$

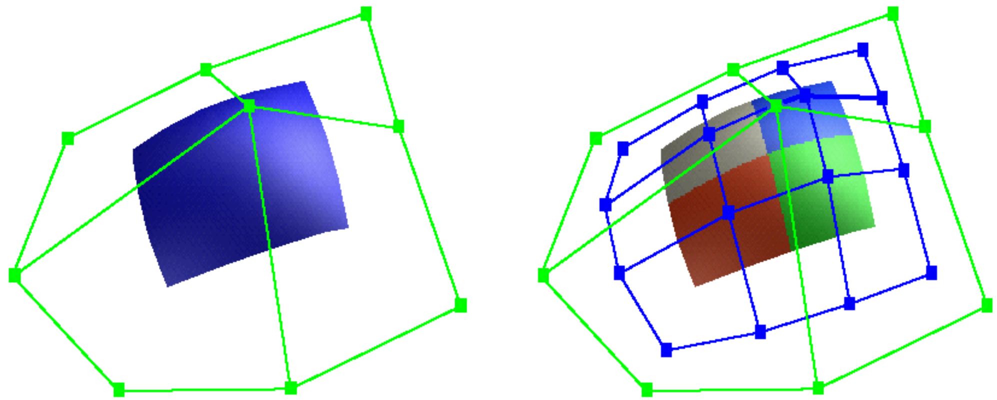
$$P'_{1,1} = \frac{1}{16}(P_{0,0} + 3P_{0,1} + 3P_{1,0} + 9P_{1,1})$$

- Pour chaque face
  - pour chaque sommet de cette face
    - créer un sommet à partir du masque

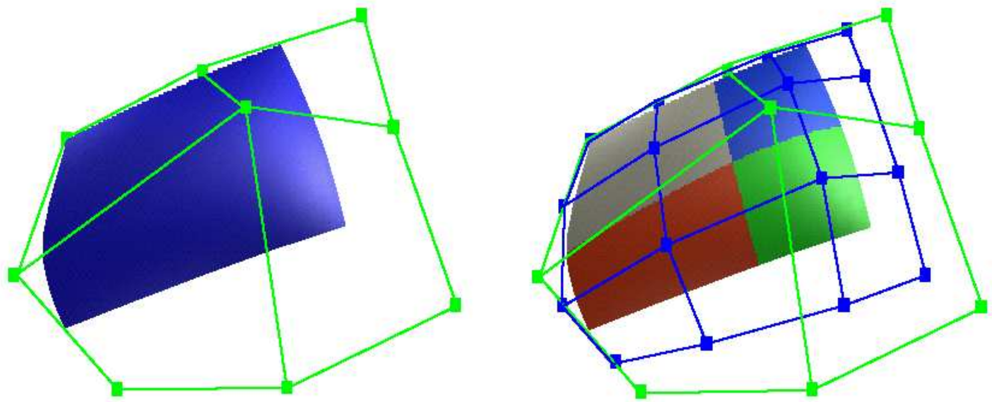
$$\begin{array}{ccc} 9 & — & 3 \\ | & & | \\ 3 & — & 1 \end{array}$$

Doo-Sabin pour les maillages quadrangulaires réguliers

- Après une subdivision



- Masques spécifiques pour les bords (pour "coller" au bord)



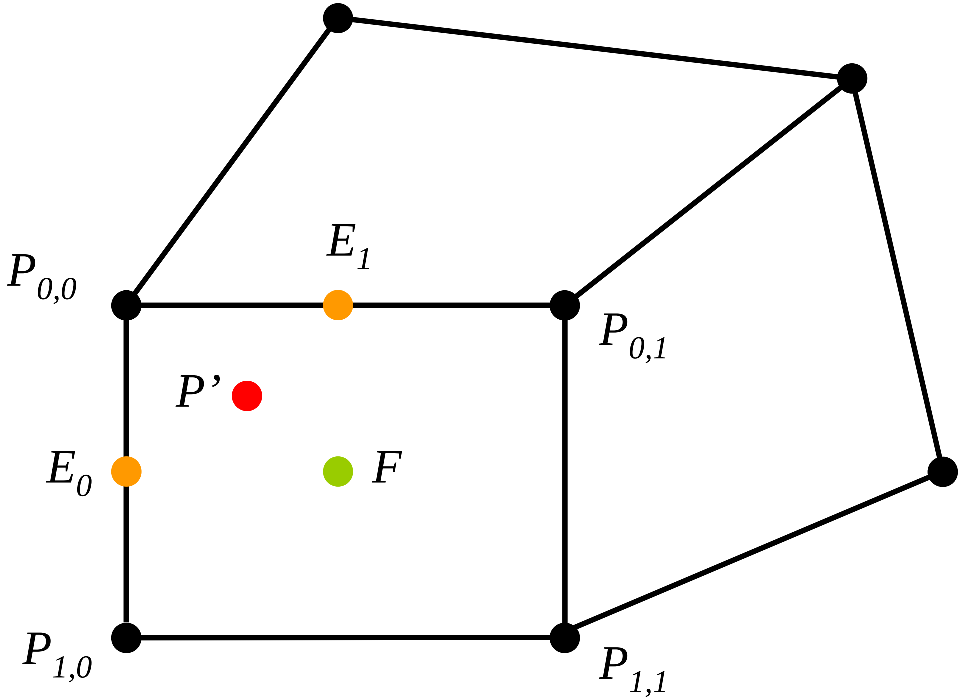
Doo-Sabin pour les maillages quelconques

- Autre formulation

$$E_0 = \frac{1}{2}(P_{0,0} + P_{1,0})$$

$$E_1 = \frac{1}{2}(P_{0,0} + P_{0,1})$$

$$F = \frac{1}{4}(P_{0,0} + P_{0,1} + P_{1,0} + P_{1,1})$$



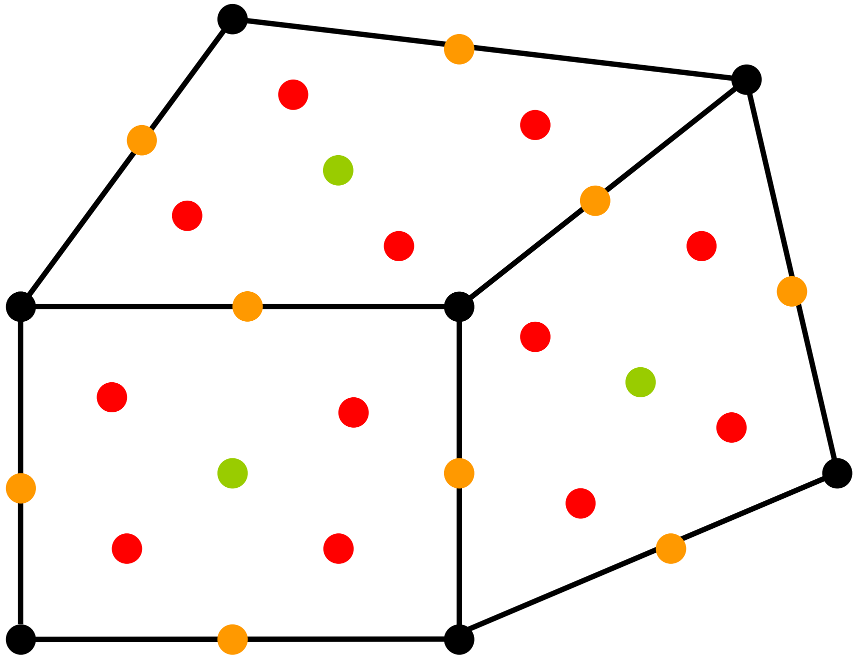
$$P' = \frac{1}{4}(P_{0,0} + E_0 + E_1 + F)$$

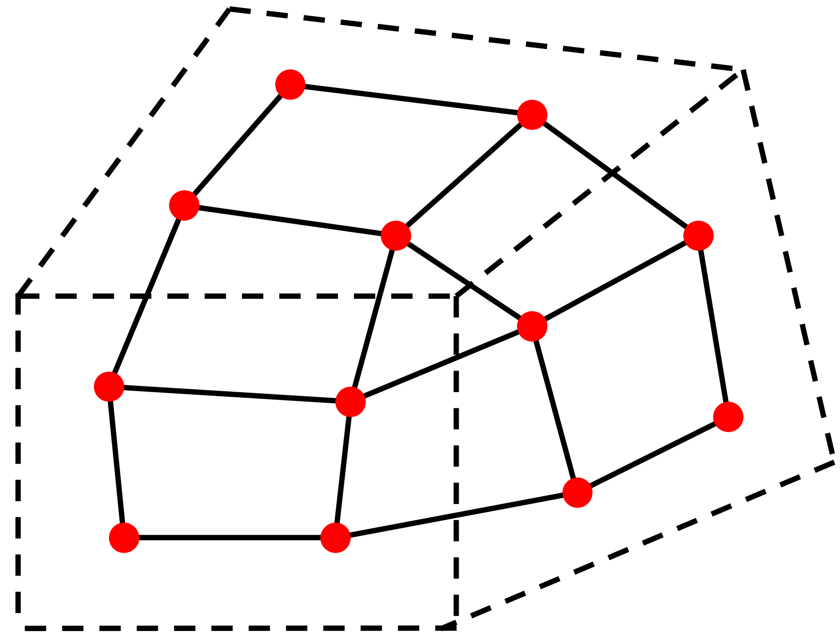
$$= \frac{1}{4}(P_{0,0} + \frac{1}{2}(P_{0,0} + P_{1,0}) + \frac{1}{2}(P_{0,0} + P_{0,1}) + \frac{1}{4}(P_{0,0} + P_{0,1} + P_{1,0} + P_{1,1}))$$

$$= \frac{1}{4}(\frac{4}{4}P_{0,0} + \frac{2}{4}P_{0,0} + \frac{2}{4}P_{1,0} + \frac{2}{4}P_{0,0} + \frac{2}{4}P_{0,1} + \frac{1}{4}P_{0,0} + \frac{1}{4}P_{0,1} + \frac{1}{4}P_{1,0} + \frac{1}{4}P_{1,1})$$

$$= \frac{1}{16}(9P_{0,0} + 3P_{1,0} + 3P_{0,1} + P_{1,1})$$

Doo-Sabin pour les maillages quelconques





Un *edge-point* est le milieu d'une arête

Un *face-point* est le centre d'une face

Un nouveau point est la moyenne
- d'un ancien point
- d'un *face-point* d'une face incidente à l'ancien point
- des deux *edge-points* incidents à l'ancien point et à la face

Les nouveaux points sont reliés entre eux

Schéma de Catmull-Clark

- Schéma approximant
- Fonctionne sur les maillages quadrangulaires ou quelconques
- Surface B-Spline cubique
- G^1 continue (sauf points extraordinaires)
- Après une subdivision :
  - toutes les faces sont des quadrilatères

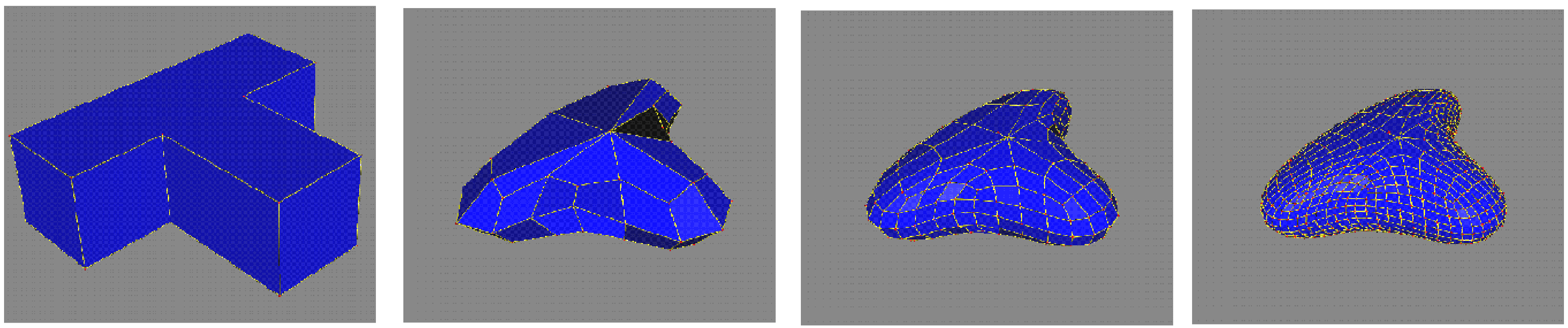
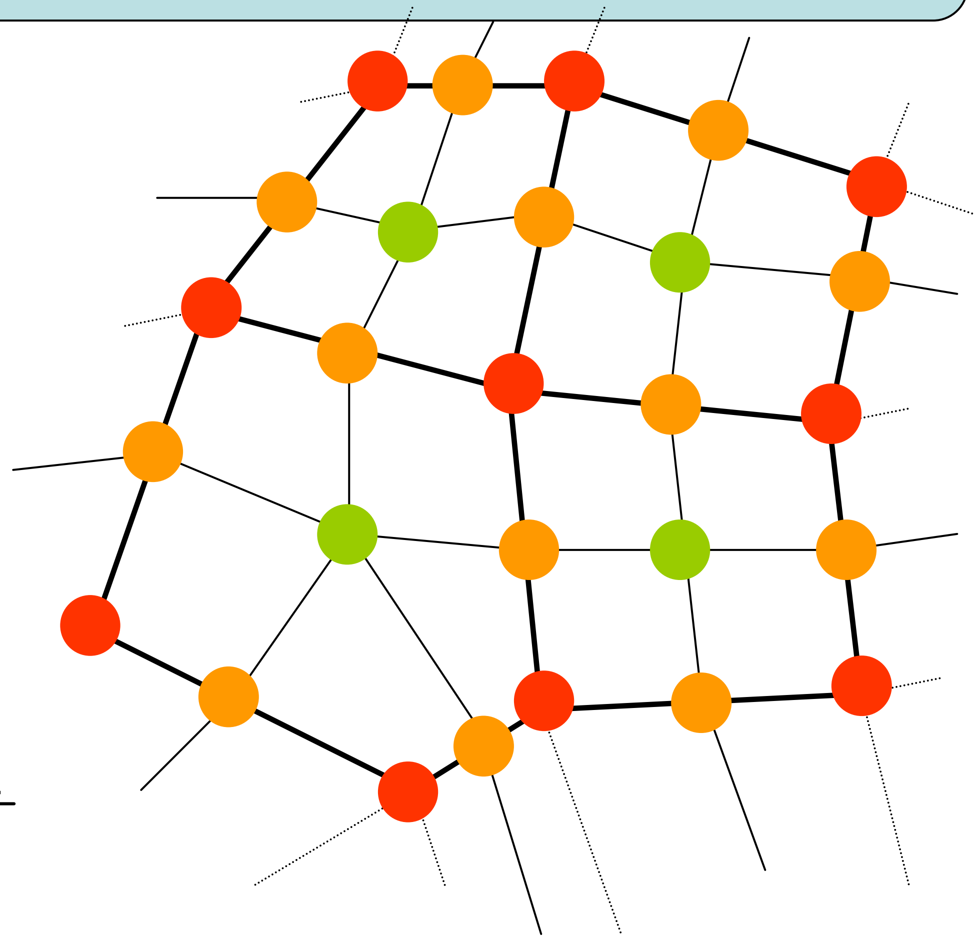


Schéma de Catmull-Clark

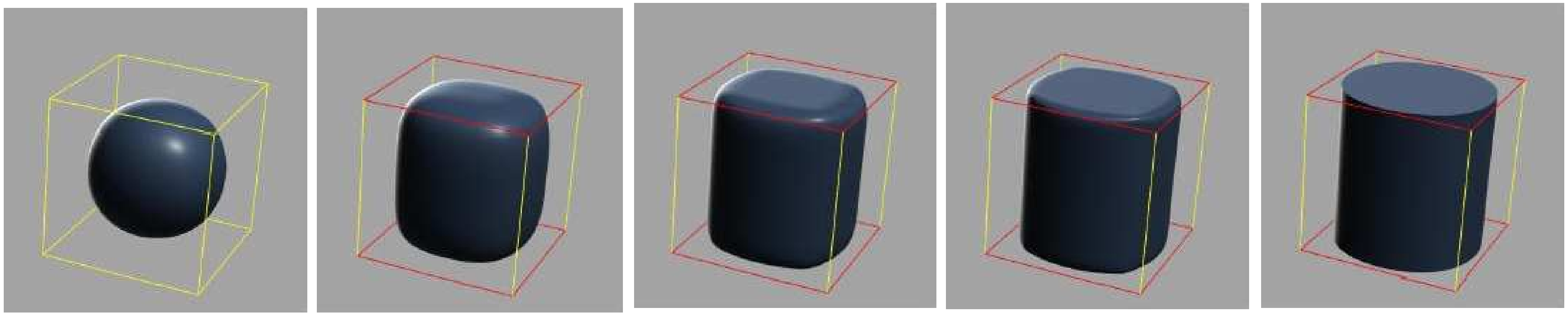


Face $$f = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} v_i$$

Arête $$e = \frac{v_1 + v_2 + f_1 + f_2}{4}$$

Sommet $$v_{i+1} = \frac{n-2}{n} v_i + \frac{1}{n^2}\sum_j e_j + \frac{1}{n^2}\sum_j f_j$$

Catmull-Clark
Gestion des arêtes vives



1. Marquer chaque arête comme **vive** ou **non vive**
   - $n = 0$ → **non vive**
   - $n > 0$ → **vive**

Pendant la subdivision :

2. Si une arête est **vive**, alors on utilise les nouvelles regles.

   Les nouvelles arêtes créées sont associées à n-1.
3. Si une arête est **non vive**, alors on utilise les règles de subdivision normales.

Catmull-Clark
Gestion des arêtes vives

Face (inchangé) $$f = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} v_i$$

Arête $$e = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

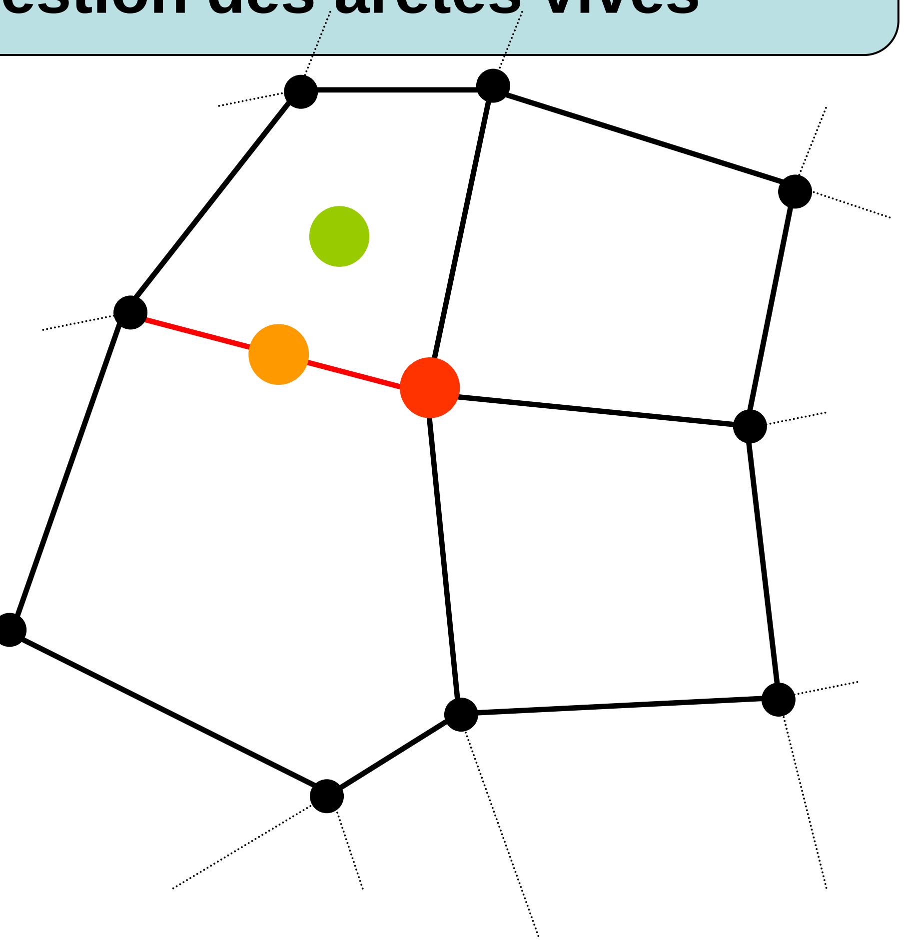
Sommet

Nombre d'arêtes vives adjacentes

pointe **>2** $$v_{i+1} = v_i$$

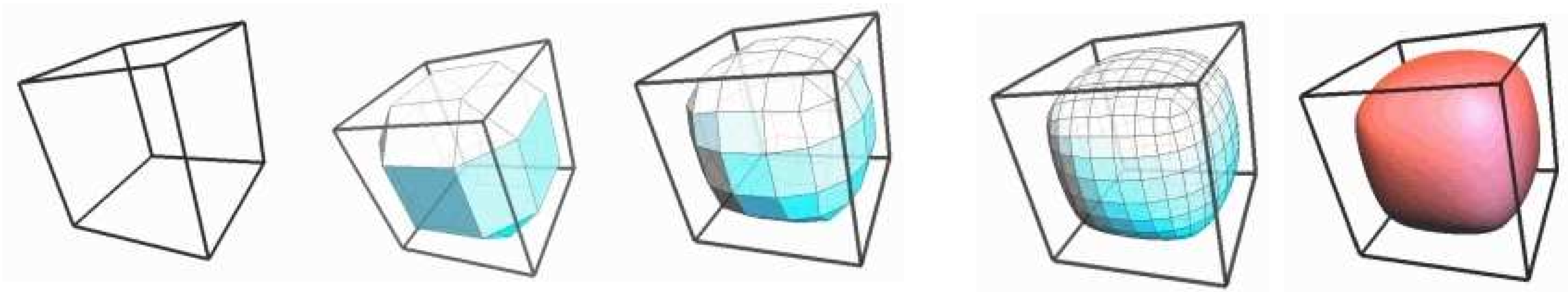
angle **=2** $$v_{i+1} = \frac{e_1 + 6v_i + e_2}{8}$$

coin **0,1** $$v_{i+1} = \frac{n-2}{n} v_i + \frac{1}{n^2}\sum_j e_j + \frac{1}{n^2}\sum_j f_j$$

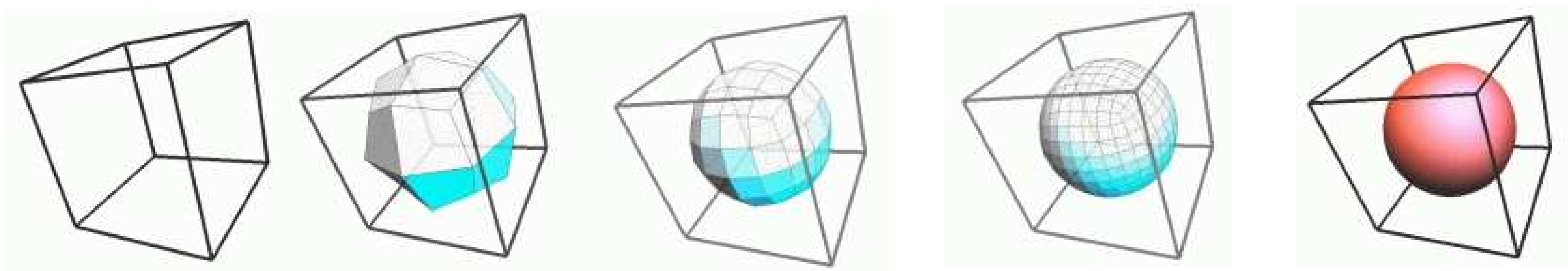


Doo-Sabin vs Catmull-Clark

Doo-Sabin

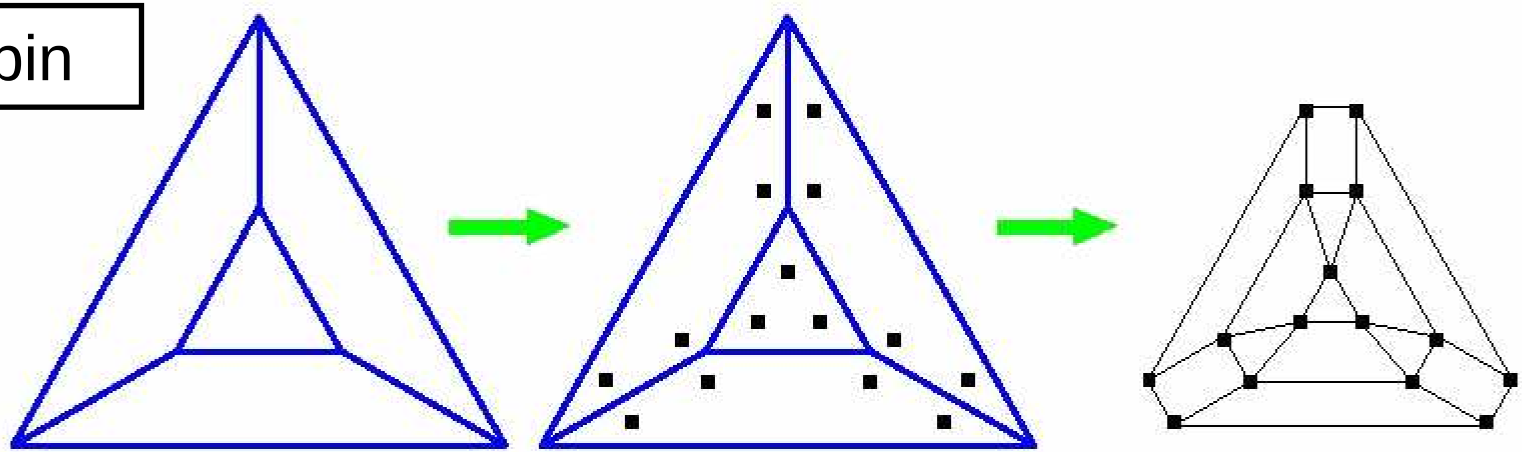


Catmull-Clark



Doo-Sabin
vs Catmull-Clark

Doo-Sabin



Catmull-Clark

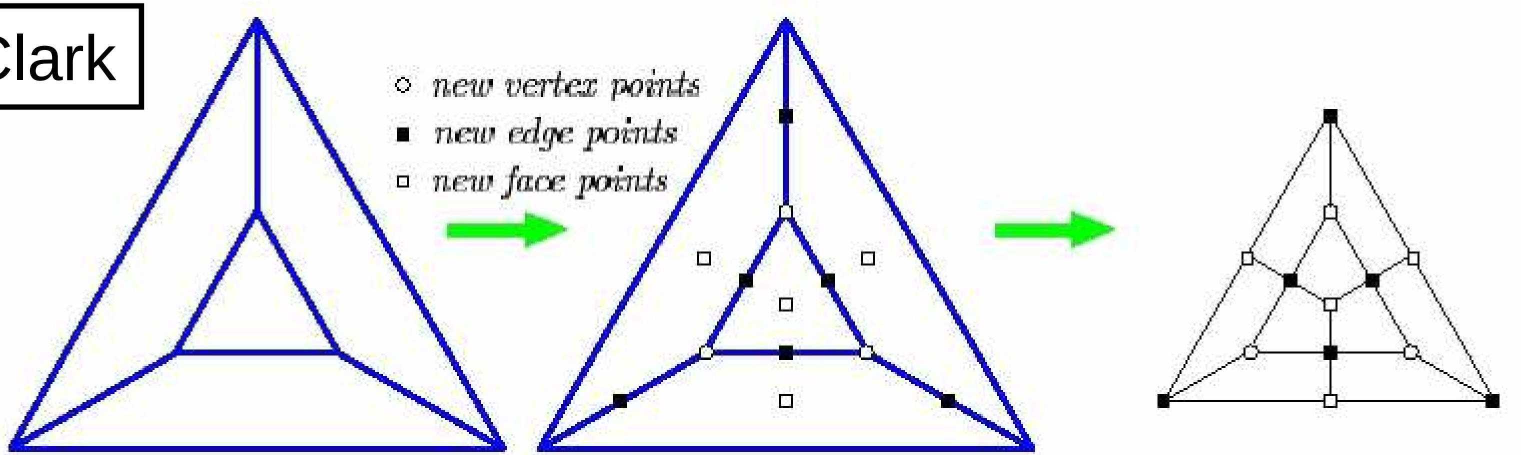
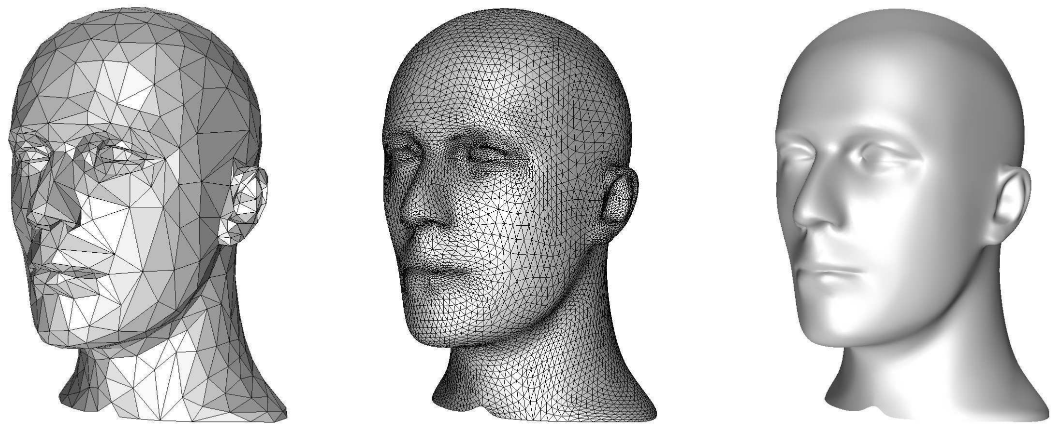
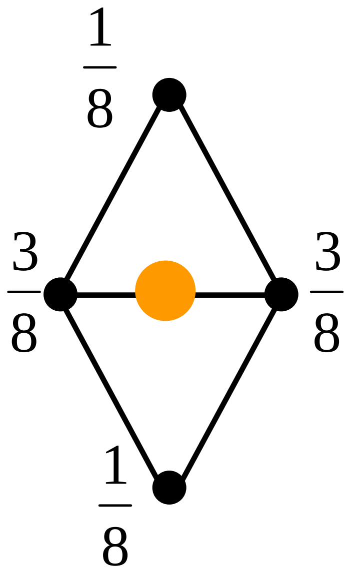


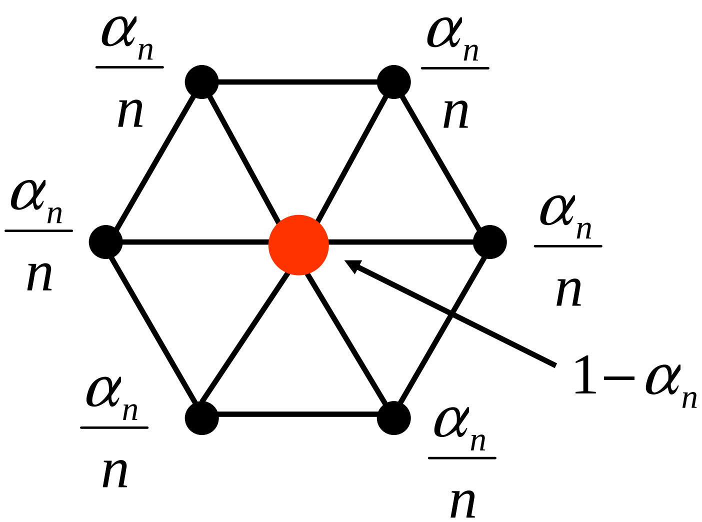
Schéma de Loop

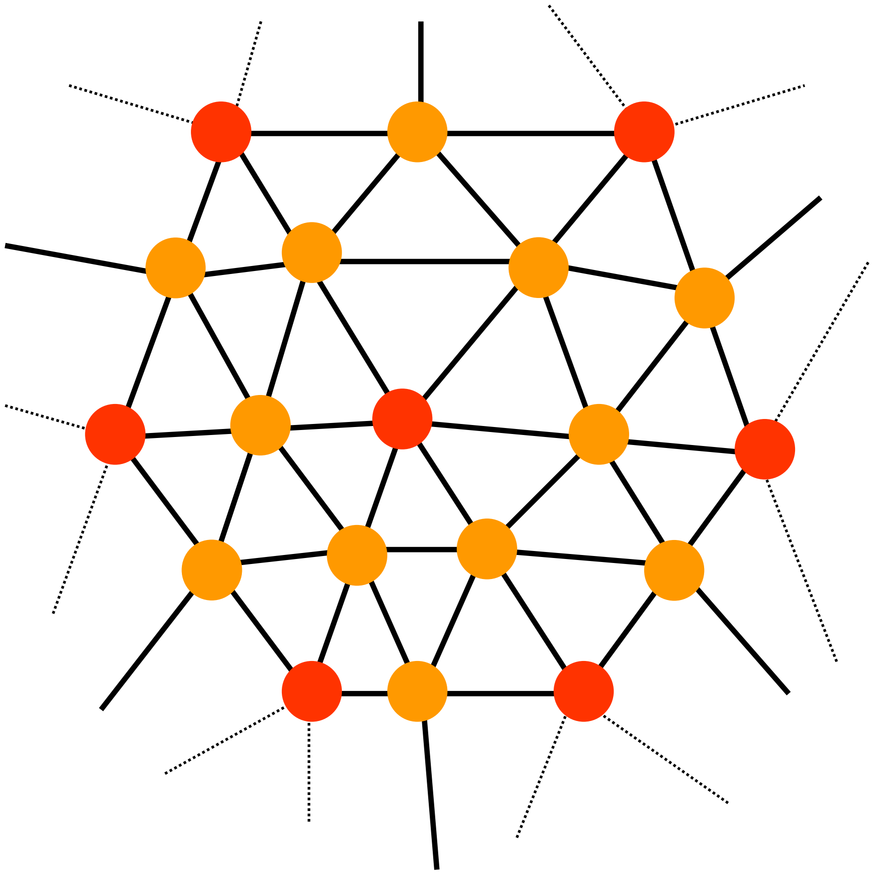
- Schéma approximant
- Fonctionne sur maillages triangulaires quelconques
- Surface Box-Spline quadrique
- G^1 continuité, sauf aux points extraordinaires
- Simple à mettre on œuvre
  - 2 masques pour les sommets internes
  - 2 masques pour les sommets du bord



Loop
Masques de subdivision



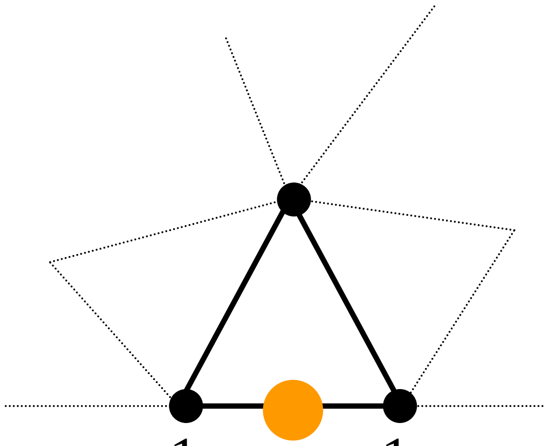




$$\alpha_n = \frac{1}{64}\left(40 - \left(3 + 2\cos\left(\frac{2\pi}{n}\right)\right)^2\right)$$

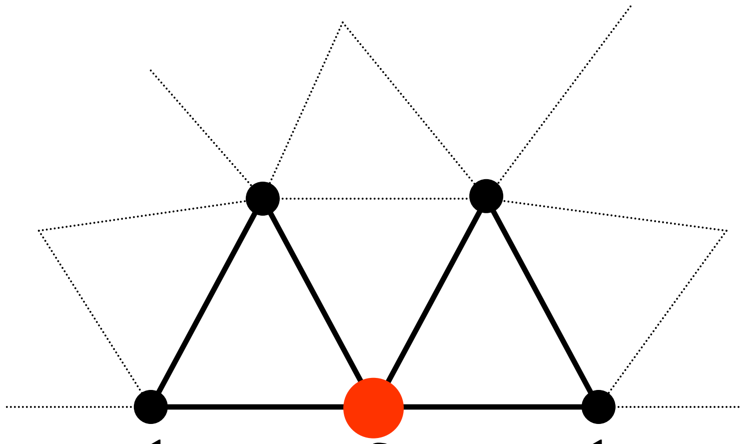
Loop
Masques pour les bords

Loi d'arête



$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

Loi de sommet



$\frac{1}{8}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{1}{8}$

Schéma de Loop

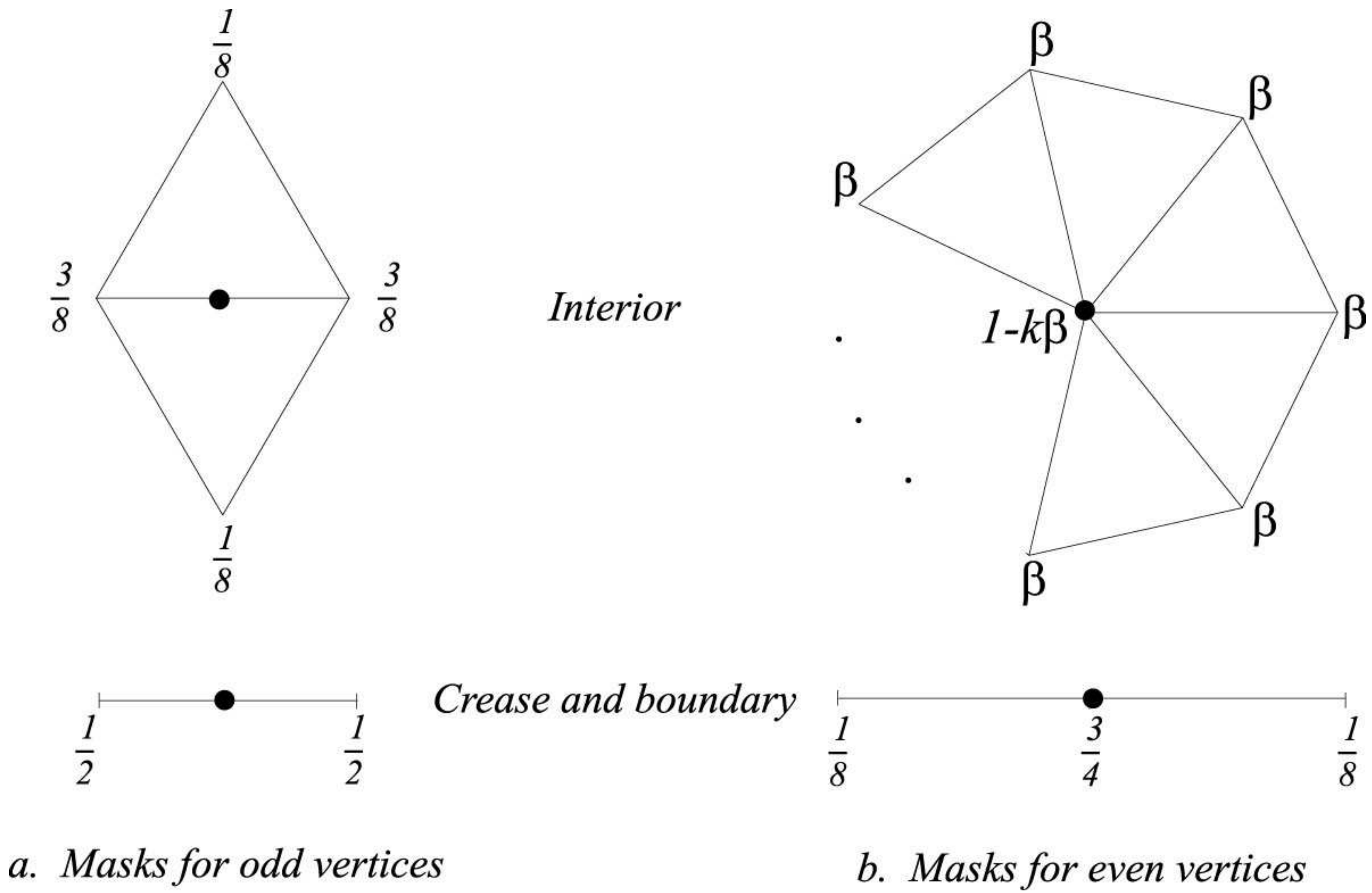


Schéma Butterfly

- Schéma interpolant
- Fonctionne sur maillages triangulaires quelconques
- Simple à mettre en œuvre
  - 3 masques

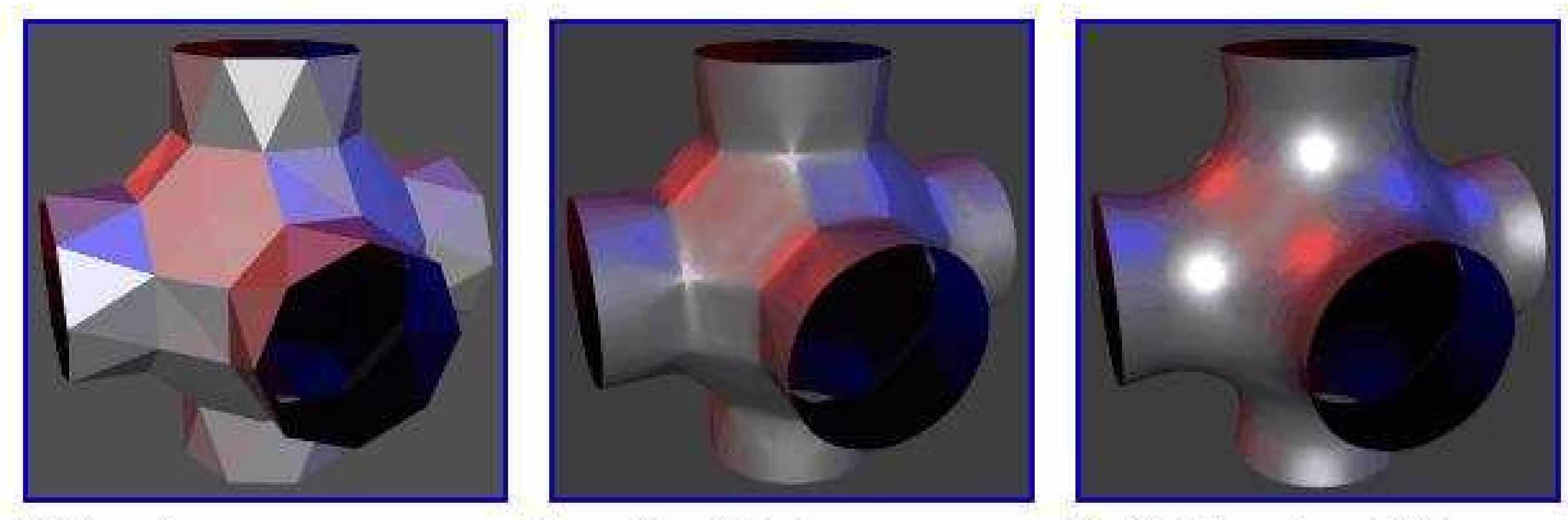
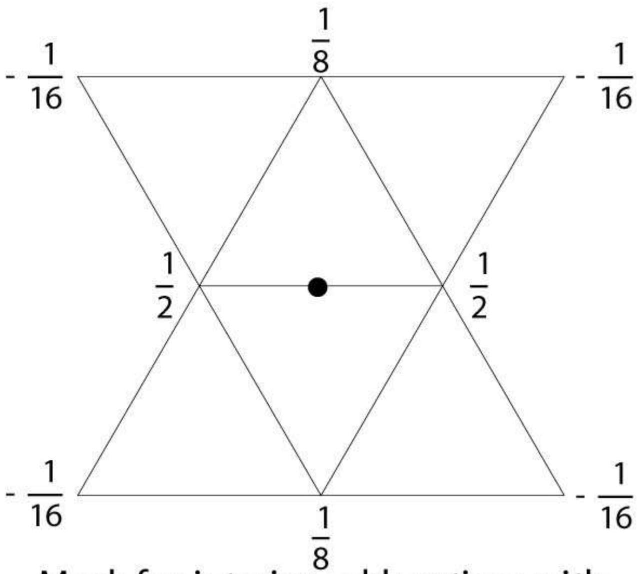
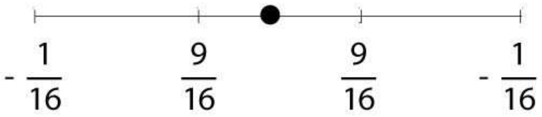


Schéma Butterfly

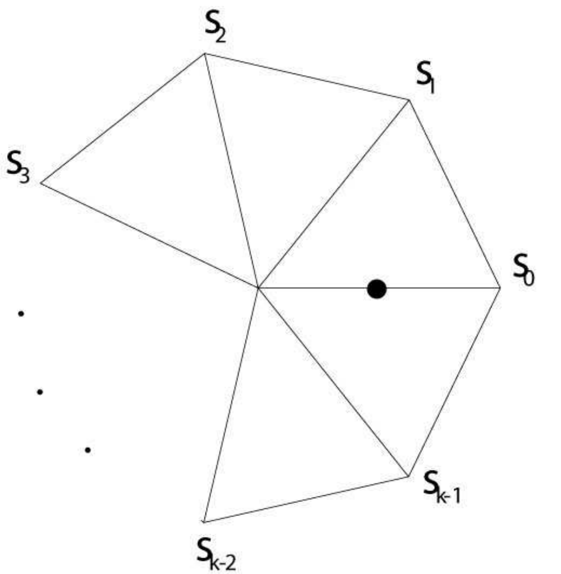


Mask for interior odd vertices with regular neighbors



Mask for crease and boundary vertices

a. Masks for odd vertices



b. Mask for odd vertices adjacent to an extraordinary vertex

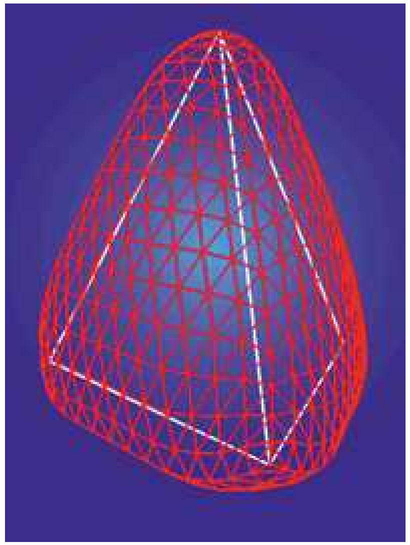
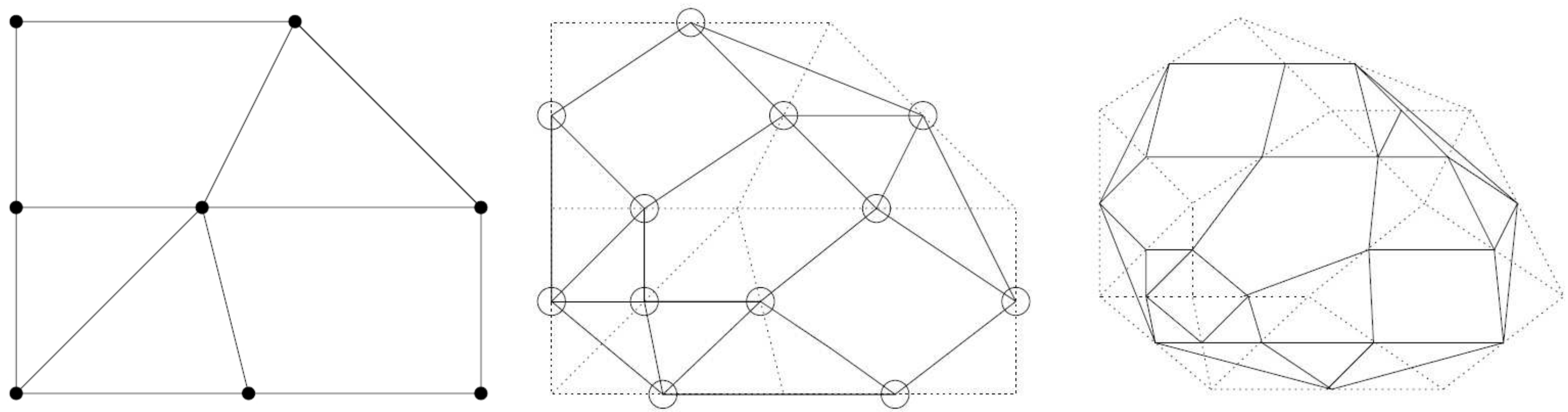
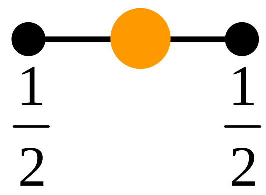


Schéma Mid-edge



Masque d’arête



Puis relier entre eux chaque paire de nouveaux sommets adjacents à un même ancien sommet

Schéma Racine de trois

- un sommet est ajouté au centre de chaque triangle
- chaque triangle est coupé en 3
- les anciennes arêtes internes sont "basculées"