全国青少年信息学奥林匹克竞赛

CCF NOI 2019

第二试

时间: 2019 年 7 月 18 日 08:00 ~ 13:00

	T	T		
题目名称	弹跳	斗主地	I君的探险	
题目类型	传统型	传统型	交互型	
目录	jump	landlords	explore	
可执行文件名	jump	landlords	explore	
输入文件名	jump.in	landlords.in	explore.in	
输出文件名	jump.out	landlords.out	explore.out	
每个测试点时限	2.0 秒	4.0 秒	2.0 秒	
内存限制	128 MB	512 MB	512 MB	
子任务数目	25	10	25	
测试点是否等分	是	是	是	

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	jump.cpp	landlords.cpp	explore.cpp
对于 C 语言	jump.c	landlords.c	explore.c
对于 Pascal 语言	jump.pas	landlords.pas	explore.pas

编译选项

对于 C++ 语言	-O2 -1m
对于 C 语言	-O2 -lm
对于 Pascal 语言	-02

注意事项

- 1. 选手提交的源文件必须存放在已建立好的带有下发样例的文件夹中(该文件夹与试题同名)。
- 2. 文件名(包括程序名和输入输出文件名)必须使用英文小写。
- 3. 结果比较方式为忽略行末空格、文末回车后的全文比较。
- 4. C/C++ 中函数 main() 的返回值类型必须是 int, 值为 0。
- 5. 对于因未遵守以上规则对成绩造成的影响,相关申诉不予受理。

弹跳 (jump)

【题目描述】

跳蚤国有 n 座城市,分别编号为 $1 \sim n$,1 号城市为首都。所有城市分布在一个 $w \times h$ 范围的网格上。每座城市都有一个整数坐标 (x,y) $(1 \le x \le w, 1 \le y \le h)$,不同城市的坐标不相同。

在跳蚤国中共有 m 个弹跳装置,分别编号为 $1 \sim m$,其中 i 号弹跳装置位于 p_i 号城市,并具有参数 t_i, L_i, R_i, D_i, U_i 。利用该弹跳装置,跳蚤可花费 t_i $(t_i > 0)$ 个单位时间,从 p_i 号城市跳至坐标满足 $L_i \leq x \leq R_i, D_i \leq y \leq U_i$ $(1 \leq L_i \leq R_i \leq w, 1 \leq D_i \leq U_i \leq h)$ 的任意一座城市。需要注意的是,一座城市中可能存在多个弹跳装置,也可能没有弹跳装置。

由于城市间距离较远,跳蚤们必须依靠弹跳装置出行。具体来说,一次出行将经过若干座城市,依次经过的城市的编号可用序列 a_0,a_1,\cdots,a_k 表示;在此次出行中,依次利用的弹跳装置的编号可用序列 b_1,b_2,\cdots,b_k 表示。其中每座城市可在序列 $\{a_j\}$ 中出现任意次,每个弹跳装置也可在序列 $\{b_j\}$ 中出现任意次,且满足,对于每个 j $(1 \le j \le k)$,编号为 b_j 的弹跳装置位于城市 a_{j-1} ,且跳蚤能通过该弹跳装置跳至城市 a_j 。我们称这是一次从城市 a_0 到城市 a_k 的出行,其进行了 k 次弹跳,共花费 $\sum_{i=1}^k t_{b_i}$ 个单位时间。

现在跳蚤国王想知道,对于跳蚤国除首都(1号城市)外的每座城市,从首都出发,到达该城市最少需要花费的单位时间。跳蚤国王保证,对每座城市,均存在从首都到它的出行方案。

【输入格式】

从文件 iump.in 中读入数据。

第一行包含四个整数 n, m, w, h, 变量的具体意义见题目描述。

接下来 n 行, 第 i 行包含两个整数 x_i, y_i ,表示 i 号城市的坐标。

接下来 m 行,第 i 行包含六个整数 $p_i, t_i, L_i, R_i, D_i, U_i$,分别表示 i 号弹跳装置所在的城市编号、弹跳所需的时间、可到达的矩形范围。这些整数的具体意义见题目描述。

【输出格式】

输出到文件 jump.out 中。

输出 n-1 行,第 i 行包含一个整数,表示从跳蚤国首都到 i+1 号城市最少需要花费的单位时间。

【样例1输入】

- 5 3 5 5
- 1 1
- 3 1
- 4 1
- 2 2
- 3 3
- 1 123 1 5 1 5
- 1 50 1 5 1 1
- 3 10 2 2 2 2

【样例1输出】

- 50
- 50
- 60
- 123

【样例 2】

见选手目录下的 jump/jump2.in 与 jump/jump2.ans。 这组样例的数据范围为 n=10000 , m=20000 , w=10000 , h=1 。

【样例 3】

见选手目录下的 jump/jump3.in 与 jump/jump3.ans。 这组样例的数据范围为 n = 10000, m = 20000, w = 10000, h = 10000。

【数据范围与提示】

对于所有测试点和样例满足:

 $1 \le n \le 70000$, $1 \le m \le 150000$, $1 \le w, h \le n$, $1 \le t_i \le 10000$ 。每个测试点的具体限制见下表。

测试点编号	$1 \le n \le$	$1 \le m \le$	特殊限制
1 ~ 8	100	100	无
9 ~ 13	50000	100000	每个弹跳装置恰好可达一座城市,且 $L_i = R_i, D_i = U_i$
14 ~ 18	50000	100000	h = 1
19 ~ 22	25000	50000	无
$23 \sim 25$	70000	150000	无

请注意,本题的内存限制为 128MB。

斗主地 (landlords)

【题目描述】

小 S 在和小 F 玩一个叫"斗地主"的游戏。

可怜的小 S 发现自己打牌并打不过小 F, 所以他想要在洗牌环节动动手脚。

一副牌一共有 n 张牌,从上到下依次标号为 $1 \sim n$ 。标号为 i 的牌**分数**是 f(i)。在本题,f(i) 有且仅有两种可能: f(i) = i 或 $f(i) = i^2$ 。

洗牌的方式和我们日常生活中的比较类似,以下我们用形式化的语言来定义: 洗牌环节一共分 *m* 轮,这 *m* 轮洗牌依次进行。第 *i* 轮洗牌时:

- 1. 小 S 会拿出从最上面往下数的前 A_i 张牌。这样这副牌就被分成了两堆: 第一堆 是最上面的 A_i 张牌,第二堆是剩下的 $n-A_i$ 张牌,且这两堆牌内相对顺序不变。 特别地,当 $A_i=n$ 或 $A_i=0$ 时,有一堆牌是空的。
- 2. 接下来对两堆牌进行合并,从而产生新的第三堆牌。当第一堆牌还剩下 X 张,第二堆牌还剩下 Y 张的时候,以 $\frac{X}{X+Y}$ 的概率取出第一堆牌的最下面的牌,并将它放入新的第三堆牌的最上面, $\frac{Y}{X+Y}$ 的概率取出第二堆牌的最下面的牌,并将它放入新的第三堆牌的最上面。
- 3. 重复操作 2, 一直取到两堆牌都为空为止。这样我们就完成了一轮洗牌。

因为洗牌过程是随机的,所以小 S 发现自己没法知道某个位置上具体是哪张牌。但小 S 想问你在经历了这 m 轮洗牌后,某个位置上的牌的**期望分数**是多少。小 S 一共会问你 O 个这样的问题。

【输入格式】

从文件 *landlords.in* 中读入数据。

输入的第一行包含三个正整数 n, m, type,分别表示牌的数量,洗牌的轮数与 f(i) 的类型。当 type = 1 时, f(i) = i。当 type = 2 时, $f(i) = i^2$ 。

接下来一行,一共 m 个整数,表示 $A_1 \sim A_m$ 。

接下来一行一个正整数 Q,表示小 S 的询问个数。

接下来 Q 行,每行一个正整数 c_i ,表示小 S 想要知道从上往下第 c_i 个位置上的牌的**期望分数**。保证 $1 \le c_i \le n$ 。

【输出格式】

输出到文件 landlords.out 中。

输出一共Q行,每行一个整数,表示答案在模998244353意义下的取值。

即设答案化为最简分式后的形式为 $\frac{a}{b}$,其中 a 和 b 互质。输出整数 x 使得 $bx \equiv a$ (mod 998244353) 且 $0 \le x < 998244353$ 。可以证明这样的整数 x 是唯一的。

【样例 1 输入】

4 1 1

3

1

1

【样例 1 输出】

249561090

【样例1解释】

有 $\frac{1}{4}$ 的概率从上到下的最终结果是 $\{1,2,3,4\}$ 。

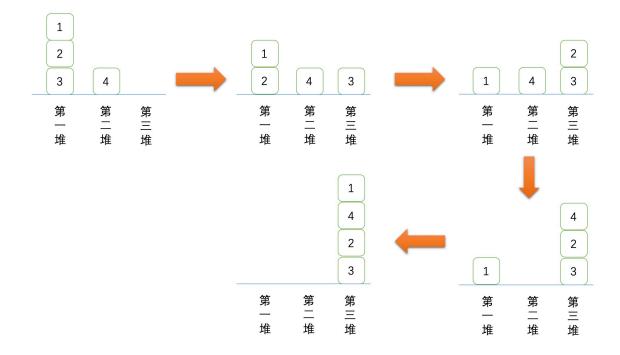
有 $\frac{1}{4}$ 的概率从上到下的最终结果是 $\{1,2,4,3\}$ 。

有 $\frac{1}{4}$ 的概率从上到下的最终结果是 $\{1,4,2,3\}$ 。

有 $\frac{1}{4}$ 的概率从上到下的最终结果是 $\{4,1,2,3\}$ 。

所以最终有 $\frac{1}{4}$ 的概率第一个位置是 4,有 $\frac{3}{4}$ 的概率第一个位置是 1,所以第一个位置的期望分数是 $\frac{7}{4}$ 。

为了帮助你们更直观地了解洗牌的过程,我们在下面画出了结果是 {1,4,2,3} 的过程。



【样例 2】

见选手目录下的 *landlords/landlords2.in* 与 *landlords/landlords2.ans*。

【样例 3】

见选手目录下的 *landlords/landlords3.in* 与 *landlords/landlords3.ans*。

【数据范围与提示】

对于所有的测试点: $3 \le n \le 10^7$, $1 \le m$, $Q \le 5 \times 10^5$, $0 \le A_i \le n$, $type \in \{1, 2\}$ 。每个测试点的具体限制见下表:

测试点	n	m	type =	其他性质	
1	≤ 10	≤ 1	1		
2	< 00	≤ 80	1	无	
3	≤ 80	≥ 00	2		
4	≤ 100		2	所有 A _i 相同	
5					
6	$\leq 10^7$	$\leq 5 \times 10^5$	1	无	
7					
8			2		
9					
10					

请注意我们**并没有保证** $Q \leq n$ 。

这里我们给出离散型随机变量 X 的期望 $\mathbb{E}[x]$ 的定义:

设离散随机变量 X 的可能值是 $X_1, X_2 \cdots, X_k$, $\Pr[X_1], \Pr[X_2], \cdots, \Pr[X_k]$ 为 X 取对应值的概率。则 X 的期望为

$$\mathbb{E}[x] = \sum_{i=1}^k X_i \Pr[X_i]$$

I 君的探险 (explore)

这是一道交互题。

【题目背景】

时隔半年,I君的商店终于开不下去了,他决定转让商店,做一名探险家去探索未知的广阔世界。

根据古书记载,他在一个大荒漠的腹地找到了未知文明创造的地下宫殿,宫殿由 N个大型洞穴和 M 条连接这些洞穴的双向通路构成。I 君能借助古书分辨所处的洞穴,但书中并没有记录 M 条通路的连接结构,因此他难以搜寻传说中藏在宫殿里的无尽财宝。

不过现在 I 君发现了一个神秘机关,通过它可以获知宫殿的信息,I 君决定利用这个机关来得到宫殿的连接结构,请你来协助他。

【题目描述】

地下宫殿可以抽象成一张 N 个点、M 条边的无向简单图(简单图满足任意两点之间至多存在一条直接相连的边),洞穴从 $0 \sim n - 1$ 编号。目前你并不知道边有哪些。

每个洞穴都拥有一个光源,光源有开启、关闭两种状态,只有当光源处于开启状态时它所在的洞穴才会被照亮。初始时所有的光源都处于**关闭**状态,而光源的状态只能用 I 君发现的神秘机关改变。更具体的,使用神秘机关可以进行如下四种操作:

- 1. 向机关给定一个编号 x,机关将会改变 x 号洞穴,以及与 x 号洞穴有通路直接相 **连的洞穴**的光源状态。即原来开启的光源将会关闭,原来关闭的光源将会开启。
- 2. 向机关给定一个编号 x,机关将会显示**当前** x 号洞穴光源的状态。
- 3. 向机关给定两个编号 x,y,表示你确定有一条连接 x 号洞穴与 y 号洞穴的通路,并让机关记录。
- 4. 向机关给定一个编号 x,机关将会判断与 x 号洞穴相连的通路是否**都已被记录**。 机关在完成上一次操作后才能进行下一次操作。机关不能随意使用,因此每种操作的使用次数都有限制,分别为 L_m , L_q , M, L_c 。你的任务是,编写一个程序,帮助 I 君决定如何合理利用神秘机关,从而正确地找到这 M 条通路。

【实现细节】

你不需要,也不应该实现主函数,**你只需要**实现函数 explore(N, M),这里的 N 和 M 分别表示洞穴和通路的个数。你可以通过调用如下四个函数来和交互库进行交互:

- 1. modify(x)
- 这个函数可以令机关执行操作 1,给定的编号为 x。
- 你需要保证 $0 \le x < N$, 这个函数没有返回值。
- 2. query(x)

- 这个函数可以令机关执行操作 2, 给定的编号为 x。
- 你需要保证 $0 \le x < N$,这个函数返回 0 或 1,表示目前 x 号洞穴的光源为关闭 (0 表示)或开启 (1 表示)状态。
- 3. report(x, y)
- 这个函数可以令机关执行操作 3, 给定的编号为 x, y。
- 你需要保证 $0 \le x, y < N$ 且 $x \ne y$, 这个函数没有返回值。
- 4. check(x)
- 这个函数可以令机关执行操作 4, 给定的编号为 x。
- 你需要保证 $0 \le x < N$,这个函数返回 0 或 1,其中返回 1 当且仅当与 x 号洞穴相连的所有通路都已通过操作 3 被记录。

评测时,交互库会恰好调用 explore 一次。

本题保证所使用的图在交互开始之前已经完全确定,不会根据和你的程序的交互过程动态构造,因此题目中的交互操作都是确定性的,你不需要关心这些操作在交互库中的具体实现。

数据保证在调用次数限制下,交互库运行所需的时间不超过 1s; 交互库使用的内存大小固定,且不超过 128MB。

【实现方法】

选手工作目录下已经提供了一个 <u>template_explore.cpp/c/pas</u>,请将这个文件拷贝一份,重命名为 <u>explore.cpp/c/pas</u>,然后在其基础上答题。

- 1. 对 C++ / C 语言选手
- 请确保你的程序开头有 #include "explore.h"。
- 你需要实现的函数 explore 的接口信息如下:

void explore(int N, int M);

• 你可以调用的交互函数的接口如下:

```
void modify(int x);
int query(int x);
void report(int x, int y);
int check(int x);
```

- 2. 对 Pascal 语言选手
- 注意: Pascal 的代码中实现接口的语法较为复杂,请选手直接在下发的 template_explore.pas 的基础上进行答题,而不是自己从头实现代码。
- 你需要实现的函数 explore 的接口信息如下:

procedure _explore(N, M : longint);

• 注意: 这里的函数名称是 <u>_explore</u> 而非 <u>explore</u>, 如果使用 <u>explore</u> 将导致 编译失败。 • 你可以调用的交互函数的接口如下:

```
procedure modify(x : longint);
function query(x : longint) : longint;
procedure report(x : longint; y : longint);
function check(x : longint) : longint;
```

【测试程序方式】

试题目录下的 grader.cpp/c 以及 graderhelperlib.pas 是我们提供的交互库参考实现,最终测试时所用的交互库实现与该参考实现有所不同,因此选手的解法不应该依赖交互库实现。

- 1. 对 C/C++ 语言的选手:
- 你需要在本题目录下使用如下命令编译得到可执行程序:
- 对于 C 语言: gcc grader.c explore.c -o explore -O2 -lm
- 对于 C++ 语言: g++ grader.cpp explore.cpp -o explore -O2 -lm
- 2. 对于 Pascal 语言的选手:
- 你需要在本题目录下使用如下命令编译得到可执行程序:

fpc grader.pas -o"explore" -02

- 3. 对于编译得到的可执行程序:
- 可执行文件将从**标准输入**读入以下格式的数据:

第一行包含三个整数 L_m, L_q, L_c ,第二行包含两个整数 N, M ,意义如题面描述。接下来 M 行,每行两个整数 x, y ,描述一条连接 x 号洞穴与 y 号洞穴的通路。

 读入完成之后,交互库将调用恰好一次函数 <u>explore</u>,用输入的数据测试你的函数。你的函数正确返回后,交互库会判断你的计算是否正确,若正确则会输出 Correct 和交互函数调用次数相关信息,否则会输出相应的错误信息。

【交互示例】

假设可执行文件读入的数据为:

100 200 300

- 3 2
- 0 1
- 1 2

数据第一行的三个整数分别表示三种操作的调用次数限制,即 $\underline{modify(x)}$ 调用次数不能超过 100, $\underline{query(x)}$ 调用次数不能超过 200, $\underline{check(x)}$ 调用次数不能超过 300。数据第二行的两个整数分别表示洞穴数和通路条数,即 N=3,M=2。

report(x, y) 调用次数不能超过 M,该例子中即不超过 2 次。下面是一个正确的交互过程:

选手程序	交互库	说明		
	调用 explore(3, 2)	开始测试		
调用 modify(0)		对 0 号洞穴做操作 1		
调用 query(2)	返回 0	目前 2 号洞穴的光源状态是关闭		
调用 report(0, 1)		发现了通路 (0,1) 并记录		
调用 check(0)	返回 1	与 0 号洞穴相关的通路都已被记录		
调用 report(2, 1)		发现了通路 (2,1) 并记录		
运行结束并返回	向屏幕打印 Correct	交互结束,结果正确		

【下发文件说明】

在本试题目录下:

- 1. grader.cpp/c 以及 graderhelperlib.pas 是我们提供的交互库参考实现。
- 2. explore.h 和 grader.pas 是头文件,选手不用关心具体内容。
- 3. template explore.cpp/c/pas 是我们提供的样例解题源代码。
- 4. explore1.in、explore2.in、explore3.in 是样例输入,可供测试。

选手注意对所有下发文件做好备份。评测只收取本试题目录下的 <u>explore.c/cpp/pas</u>,并且对该程序以外的文件的修改无效。

【评分方式】

最终评测只会收取 explore.cpp/c/pas,修改选手目录下其他文件对评测无效。

本题首先会受到和传统题相同的限制。例如编译错误会导致整道题目得 0 分,运行时错误、超过时间限制、超过空间限制等会导致相应测试点得 0 分等。你只能访问自己定义的和交互库给出的变量及其对应的内存空间,尝试访问其他空间将可能导致编译错误或运行错误。

在上述条件基础上,在一个测试点中,你得到满分,当且仅当:

- 1. 你的每次函数调用均合法,且调用 $\underline{\mathsf{modify}}$ 、 $\underline{\mathsf{query}}$ 和 $\underline{\mathsf{check}}$ 的次数分别不超过 L_m, L_q, L_c 。
- 2. 由于 <u>report</u> 的调用次数限制为 M,你的每次调用都必须记录一条新的且存在的边;即每次调用 <u>report(x, y)</u> 时,应满足:有一条连接 x 号洞穴和 y 号洞穴的通路,且在这次调用之前从未调用过 report(x, y) 或 report(y, x)。
- 3. 你实现的函数 explore 正常返回。
- 4. 在 explore 函数返回时,你已经通过调用 report 记录了全部 M 条通路。

【数据范围与提示】

本题共25个测试点,每个测试点4分。每个测试点的数据规模和相关限制见下表。

测试点编号	N =	M =	$L_m =$	$L_q =$	$L_c =$	特殊性质
1	3	2	100	100	100	
2	100		200	10^{4}	2 M	无
3	200	10 N	200	4×10^4		
4	300	1070	$299 9 \times 10^4$	9×10^{4}		
5	500		499	1.5×10^5		
6	59998		17 <i>N</i>	17 <i>N</i>		
7	99998	N/2	18N	18 N		A
8	199998	11/2	19 N	19 N	0	A
9	199990		191	1911	0	
10	99997		18 <i>N</i>	18 N		В
11	199997		19 N	19 N		Ď
12	99996	N-1		10^{7}	2 M	С
13	199996					
14						
15	00005					D
16	99995					
17	199995					
18		2000	10^{7}			无
19	1004	3000	10	5×10^{4}		
20						
21	50000	2 <i>N</i> 200000				
22	100000					
23	150000			10^{7}		
24	200000	250000				
25	200000	300000				

再次提醒,题目保证测试所使用的图在交互开始之前已经完全确定,而不会根据和你的程序的交互动态构造。

表中特殊性质栏中变量的含义如下:

- A: 保证每个点的度数恰好为 1。
- B: 保证对于每个 x > 0,存在恰好一个 y < x 的 y 使得 x 号洞穴与 y 号洞穴有通路直接相连。

- C: 存在 $0 \sim N-1$ 的一个排列 $p_0, p_1, \cdots, p_{N-1}$,使得对任意 $1 \leq i < N$,存在一条连接洞穴编号分别为 p_{i-1} 与 p_i 的通路。
 - D: 保证图连通。
 - 提示: 你的程序可以通过判断传入的 N 的个位来区分上述不同的数据类型。