

全国青少年信息学奥林匹克竞赛

CCF NOI 2019

第一试

时间：2019 年 7 月 16 日 08:00 ~ 13:00

题目名称	回家路线	机器人	序列
题目类型	传统型	传统型	传统型
目录	route	robot	sequence
可执行文件名	route	robot	sequence
输入文件名	route.in	robot.in	sequence.in
输出文件名	route.out	robot.out	sequence.out
每个测试点时限	1.0 秒	3.0 秒	1.0 秒
内存限制	512 MB	512 MB	512 MB
子任务数目	20	20	25
测试点是否等分	是	是	是

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	route.cpp	robot.cpp	sequence.cpp
对于 C 语言	route.c	robot.c	sequence.c
对于 Pascal 语言	route.pas	robot.pas	sequence.pas

编译选项

对于 C++ 语言	-O2 -lm
对于 C 语言	-O2 -lm
对于 Pascal 语言	-O2

注意事项

1. 选手提交的源文件必须存放在已建立好的带有下发样例的文件夹中（该文件夹与试题同名）。
2. 文件名（包括程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
3. 结果比较方式为忽略行末空格、文末回车后的全文比较。
4. C/C++ 中函数 main() 的返回值类型必须是 int，值为 0。
5. 对于因未遵守以上规则对成绩造成的影响，相关申诉不予受理。

回家路线 (route)

【题目描述】

猫国的铁路系统中有 n 个站点, 从 $1 \sim n$ 编号。小猫准备从 1 号站点出发, 乘坐列车回到猫窝所在的 n 号站点。它查询了能够乘坐的列车, 这些列车共 m 班, 从 $1 \sim m$ 编号。小猫将在 0 时刻到达 1 号站点。对于 i 号列车, 它将在时刻 p_i 从站点 x_i 出发, 在时刻 q_i 直达站点 y_i , 小猫只能在时刻 p_i 上 i 号列车, 也只能在时刻 q_i 下 i 号列车。

小猫可以通过多次换乘到达 n 号站点。一次换乘是指对于两班列车, 假设分别为 u 号与 v 号列车, 若 $y_u = x_v$ 并且 $q_u \leq p_v$, 那么小猫可以乘坐完 u 号列车后在 y_u 号站点等待 $p_v - q_u$ 个时刻, 并在时刻 p_v 乘坐 v 号列车。

小猫只想回到猫窝并且减少途中的麻烦, 对此它用烦躁值来衡量。

- 小猫在站点等待时将增加烦躁值, 对于一次 t ($t \geq 0$) 个时刻的等待, 烦躁值将增加 $At^2 + Bt + C$, 其中 A, B, C 是给定的常数。注意: 小猫登上第一班列车前, 即从 0 时刻起停留在 1 号站点的那些时刻也算作一次等待。
- 若小猫最终在时刻 z 到达 n 号站点, 则烦躁值将再增加 z 。

形式化地说, 若小猫共乘坐了 k 班列车, 依次乘坐的列车编号可用序列 s_1, s_2, \dots, s_k 表示。该方案被称作一条可行的回家路线, 当且仅当它满足下列两个条件:

1. $x_{s_1} = 1, y_{s_k} = n$
2. 对于所有 j ($1 \leq j < k$), 满足 $y_{s_j} = x_{s_{j+1}}$ 且 $q_{s_j} \leq p_{s_{j+1}}$

对于该回家路线, 小猫得到的烦躁值将为:

$$q_{s_k} + (A \cdot p_{s_1}^2 + B \cdot p_{s_1} + C) + \sum_{j=1}^{k-1} (A(p_{s_{j+1}} - q_{s_j})^2 + B(p_{s_{j+1}} - q_{s_j}) + C)$$

小猫想让自己的烦躁值尽量小, 请你帮它求出所有可行的回家路线中, 能得到的最小的烦躁值。题目保证至少存在一条可行的回家路线。

【输入格式】

从文件 `route.in` 中读入数据。

第一行五个整数 n, m, A, B, C , 变量意义见题目描述。

接下来 m 行, 第 i 行四个整数 x_i, y_i, p_i, q_i , 分别表示 i 号列车的出发站、到达站、出发时刻与到达时刻。

【输出格式】

输出到文件 `route.out` 中。

输出仅一行一个整数, 表示所求的答案。

【样例 1 输入】

```
3 4 1 5 10
1 2 3 4
1 2 5 7
1 2 6 8
2 3 9 10
```

【样例 1 输出】

94

【样例 1 解释】

共有三条可行的回家路线：

1. 依次乘坐 1, 4 号列车，得到的烦躁值为：

$$10 + (1 \times 3^2 + 5 \times 3 + 10) + (1 \times (9 - 4)^2 + 5 \times (9 - 4) + 10) = 104$$

2. 依次乘坐 2, 4 号列车，得到的烦躁值为：

$$10 + (1 \times 5^2 + 5 \times 5 + 10) + (1 \times (9 - 7)^2 + 5 \times (9 - 7) + 10) = 94$$

3. 依次乘坐 3, 4 号列车，得到的烦躁值为：

$$10 + (1 \times 6^2 + 5 \times 6 + 10) + (1 \times (9 - 8)^2 + 5 \times (9 - 8) + 10) = 102$$

第二条路线得到的烦躁值最小为 94。

【样例 2 输入】

```
4 3 1 2 3
1 2 2 3
2 3 5 7
3 4 7 9
```

【样例 2 输出】

34

【样例 3】

见选手目录下的 *route/route3.in* 与 *route/route3.ans*。

该样例的数据类型与最终测试点 5 ~ 8 一致。

【样例 4】

见选手目录下的 *route/route4.in* 与 *route/route4.ans*。
该样例的数据类型与最终测试点 11 ~ 14 一致。

【样例 5】

见选手目录下的 *route/route5.in* 与 *route/route5.ans*。
该样例的数据类型与最终测试点 18 ~ 20 一致。

【数据范围与提示】

对于所有测试点：
 $2 \leq n \leq 10^5$, $1 \leq m \leq 2 \times 10^5$
 $0 \leq A \leq 10$, $0 \leq B, C \leq 10^6$
 $1 \leq x_i, y_i \leq n$, $x_i \neq y_i$, $0 \leq p_i < q_i \leq 10^3$
每个测试点的具体限制见下表：

测试点编号	n	m	A, B, C 特殊限制	其他特殊条件
1 ~ 2	≤ 100	$= n - 1$	无	$y_i = x_i + 1$
3 ~ 4		≤ 100	$A = B = C = 0$	
5 ~ 8	≤ 2000	≤ 4000	$A = B = 0$	$x_i < y_i$
9			$A = 0$	
10			无	
11 ~ 14	$\leq 10^5$	$\leq 2 \times 10^5$	$A = B = 0$	无
15			$A = 0$	
16 ~ 17			无	
18 ~ 20			无	

机器人 (robot)

【题目描述】

小 R 喜欢研究机器人。

最近, 小 R 新研制出了两种机器人, 分别是 P 型机器人和 Q 型机器人。现在他要测试这两种机器人的移动能力, 测试在从左到右排成一排的 n 个柱子上进行, 柱子用 $1 \sim n$ 依次编号, i 号柱子的高度为一个正整数 h_i 。机器人只能在相邻柱子间移动, 即: 若机器人当前在 i 号柱子上, 它只能尝试移动到 $i-1$ 号和 $i+1$ 号柱子上。

每次测试, 小 R 会选取一个起点 s , 并将两种机器人都放置在 s 号柱子上。随后它们会按自己的规则移动。

P 型机器人会一直向左移动, 但它无法移动到比起点 s 更高的柱子上。更具体地, P 型机器人在 l ($l \leq s$) 号柱子停止移动, 当且仅当下列两个条件均成立:

- $l = 1$ 或 $h_{l-1} > h_s$ 。
- 对于满足 $l \leq j \leq s$ 的 j , 有 $h_j \leq h_s$ 。

Q 型机器人会一直向右移动, 但它只能移动到比起点 s 更低的柱子上。更具体地, Q 型机器人在 r ($r \geq s$) 号柱子停止移动, 当且仅当下列两个条件均成立:

- $r = n$ 或 $h_{r+1} \geq h_s$ 。
- 对于满足 $s < j \leq r$ 的 j , 有 $h_j < h_s$ 。

现在, 小 R 可以设置每根柱子的高度, i 号柱子可选择的高度范围为 $[A_i, B_i]$, 即 $A_i \leq h_i \leq B_i$ 。小 R 希望无论测试的起点 s 选在哪里, 两种机器人移动过的柱子数量的差的绝对值都小于等于 2。他想知道有多少种柱子高度的设置方案满足要求, 小 R 认为两种方案不同当且仅当存在一个 k , 使得两种方案中 k 号柱子的高度不同。请你告诉他满足要求的方案数模 $10^9 + 7$ 后的结果。

【输入格式】

从文件 `robot.in` 中读入数据。

第一行一个正整数 n , 表示柱子的数量。

接下来 n 行, 第 i 行两个正整数 A_i, B_i , 分别表示 i 号柱子的最小和最大高度。

【输出格式】

输出到文件 `robot.out` 中。

仅一行一个整数, 表示答案模 $10^9 + 7$ 的值。

【样例 1 输入】

5
3 3
3 3
3 4
2 2
3 3

【样例 1 输出】

1

【样例 1 解释】

柱子高度共两种情况：

1. 高度为：3 2 3 2 3。此时若起点设置在 5，P 型机器人将停在 1 号柱子，共移动 4 个柱子。Q 型机器人停在 5 号柱子，共移动 0 个柱子，不符合条件。
2. 高度为：3 2 4 2 3。此时无论起点选在哪，都满足条件，具体见下表：

起点编号	P 型机器人	Q 型机器人
1	停在 1 号柱子，移动过 0 个	停在 2 号柱子，移动过 1 个
2	停在 2 号柱子，移动过 0 个	停在 2 号柱子，移动过 0 个
3	停在 1 号柱子，移动过 2 个	停在 5 号柱子，移动过 2 个
4	停在 4 号柱子，移动过 0 个	停在 4 号柱子，移动过 0 个
5	停在 4 号柱子，移动过 1 个	停在 5 号柱子，移动过 0 个

【样例 2】

见选手目录下的 *robot/robot2.in* 与 *robot/robot2.ans*。

【样例 3】

见选手目录下的 *robot/robot3.in* 与 *robot/robot3.ans*。

【样例 4】

见选手目录下的 *robot/robot4.in* 与 *robot/robot4.ans*。

【数据范围与提示】

对于所有测试数据： $1 \leq n \leq 300$ ， $1 \leq A_i \leq B_i \leq 10^9$ 。

每个测试点的具体限制见下表：

测试点编号	$n \leq$	特殊性质
1, 2	7	$A_i = B_i, B_i \leq 7$
3, 4		$B_i \leq 7$
5, 6, 7	50	$B_i \leq 100$
8, 9, 10	300	$B_i \leq 10000$
11, 12	50	$A_i = 1, B_i = 10^9$
13, 14, 15		无
16, 17	150	
18, 19	200	
20	300	

序列 (sequence)

【题目描述】

给定两个长度为 n 的正整数序列 $\{a_i\}$ 与 $\{b_i\}$ ，序列的下标为 $1, 2, \dots, n$ 。现在你需要分别对两个序列各指定恰好 K 个下标，要求至少有 L 个下标在两个序列中都被指定，使得这 $2K$ 个下标在序列中对应的元素的总和最大。

形式化地说，你需要确定两个长度为 K 的序列 $\{c_i\}, \{d_i\}$ ，其中

$$1 \leq c_1 < c_2 < \dots < c_K \leq n, \quad 1 \leq d_1 < d_2 < \dots < d_K \leq n$$

并要求

$$|\{c_1, c_2, \dots, c_K\} \cap \{d_1, d_2, \dots, d_K\}| \geq L$$

目标是最大化

$$\sum_{i=1}^K a_{c_i} + \sum_{i=1}^K b_{d_i}$$

【输入格式】

从文件 `sequence.in` 中读入数据。

本题输入文件包含多组数据。

第一行一个正整数 T 表示数据组数。接下来每三行表示一组数据。

每组数据第一行三个整数 n, K, L ，变量意义见题目描述。

每组数据第二行 n 个整数表示序列 $\{a_i\}$ 。

每组数据第三行 n 个整数表示序列 $\{b_i\}$ 。

【输出格式】

输出到文件 `sequence.out` 中。

对于每组数据输出一行一个整数表示答案。

【样例 1 输入】

```
5
1 1 1
7
7
3 2 1
4 1 2
1 4 2
```


5 2 1
4 5 5 8 4
2 1 7 2 7
6 4 1
1 5 8 3 2 4
2 6 9 3 1 7
7 5 4
1 6 6 6 5 9 1
9 5 3 9 1 4 2

【样例 1 输出】

14
12
27
45
62

【样例 1 解释】

第一组数据选择的下标为: $\{c_i\} = \{1\}$, $\{d_i\} = \{1\}$ 。

第二组数据选择的下标为: $\{c_i\} = \{1, 3\}$, $\{d_i\} = \{2, 3\}$

第三组数据选择的下标为: $\{c_i\} = \{3, 4\}$, $\{d_i\} = \{3, 5\}$ 。

第四组数据选择的下标为: $\{c_i\} = \{2, 3, 4, 6\}$, $\{d_i\} = \{2, 3, 4, 6\}$ 。

第五组数据选择的下标为: $\{c_i\} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, $\{d_i\} = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ 。

【样例 2】

见选手目录下的 *sequence/sequence2.in* 与 *sequence/sequence2.ans*。

【样例 3】

见选手目录下的 *sequence/sequence3.in* 与 *sequence/sequence3.ans*。

【数据范围与提示】

对于所有测试点: $T \leq 10$, $1 \leq \sum n \leq 10^6$, $1 \leq L \leq K \leq n \leq 2 \times 10^5$, $1 \leq a_i, b_i \leq 10^9$ 。

每个测试点的具体限制见下表:

测试点编号	$n \leq$	$\sum n \leq$
1 ~ 3	10	3×10^5
4 ~ 5	18	
6 ~ 7	30	
8 ~ 10	150	
11 ~ 16	2000	
17 ~ 21	2×10^5	10^6
22 ~ 25		