

Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники
(ФПИиКТ)

Лабораторная работа №2

Синтез помехоустойчивого кода

Вариант 21

Выполнил

Григорьев Даниил Александрович

Группа 3116

Принял В.В. Пономарев

Санкт-Петербург 2024

Содержание

Задание	3
Основные этапы вычисления.....	4
Код программы для дополнительного задания №1:.. Ошибка! Закладка не определена.	
Заключение.....	13
Список использованных источников	15

Задание

2.1 Порядок выполнения работы

1. Определить свой вариант задания с помощью номера в ISU (он же номер студенческого билета). Вариантом является комбинация 3-й и 5-й цифр. Т.е. если номер в ISU = 12**3**4**5**6, то вариант = 35.
2. На основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде последовательности 7-символьного кода.
3. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения.
4. Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть №1 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. **Подробно прокомментировать** и записать правильное сообщение.
5. На основании номера варианта задания выбрать 1 полученное сообщение в виде последовательности 11-символьного кода.
6. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения.
7. Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого – часть №2 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. **Подробно прокомментировать** и записать правильное сообщение.
8. Сложить номера всех 5 вариантов заданий. **Умножить полученное число на 4**. Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.
9. **Дополнительное задание №1** (позволяет набрать от 86 до 100 процентов от максимального числа баллов БаРС за данную лабораторную). Написать программу на любом языке программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

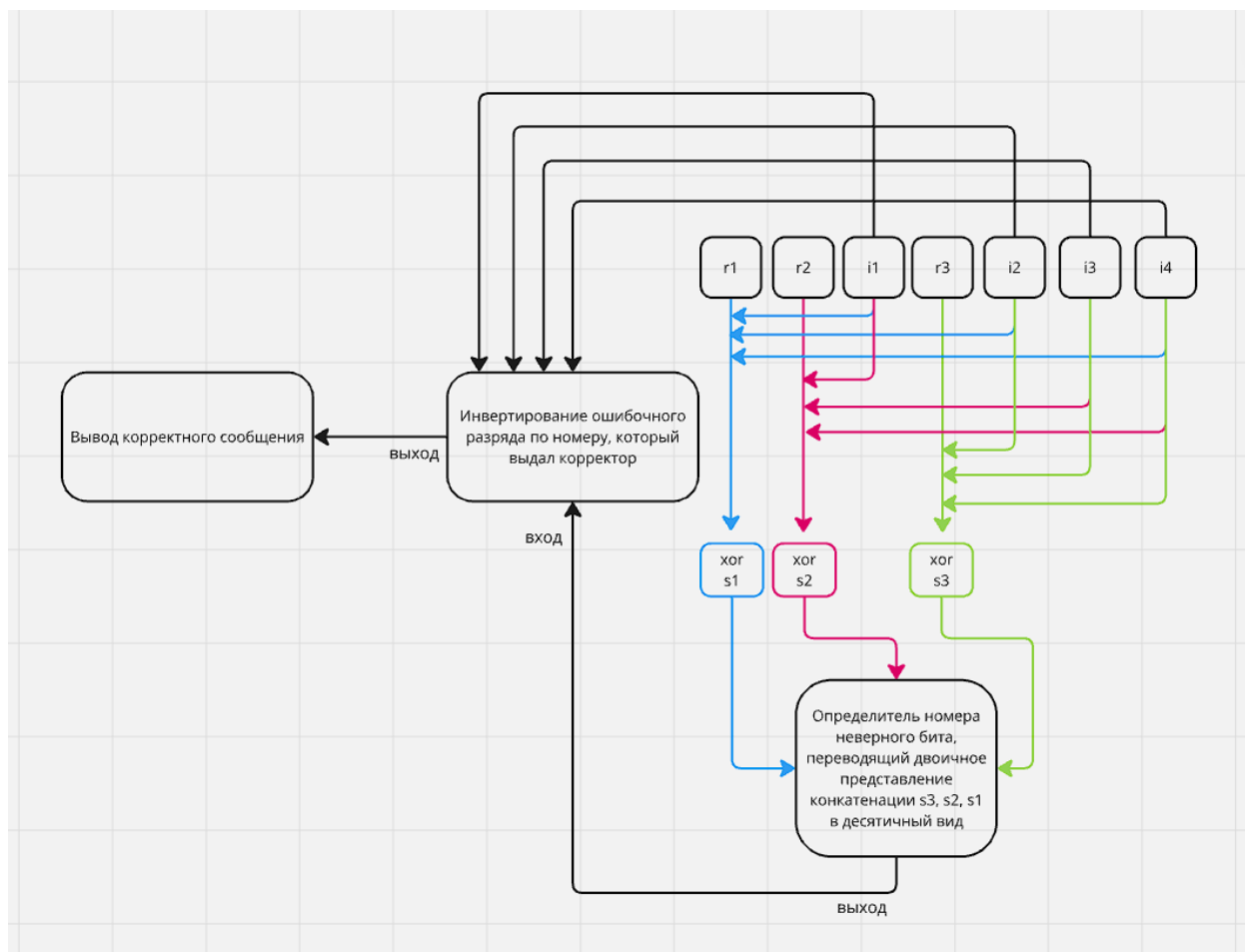
Текст задания представлен на Рисунок 1

Вариант	1				2
53	38	70	102	22	53

Основные этапы вычисления

Задание 3

Схема декодирования классического кода Хэмминга (7, 4)



Сообщение 38

r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4
1	0	1	0	0	1	0

	1	2	3	4	5	6	7	
	1	0	1	0	0	1	0	
2 ^x	r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4	S
1	X		X		X		X	s ₁
2		X	X			X	X	s ₂
4				X	X	X	X	s ₃

Контрольные суммы

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

Ошибка в бите $001_2 = 1_{10}$, так как синдром составляет $s_1, s_2, s_3 = 1, 0, 0$

Корректное сообщение: 1010

Сообщение 70

r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4
1	1	1	1	1	0	0

	1	2	3	4	5	6	7	
	1	1	1	1	1	0	0	
2 ^x	r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4	S
1	X		X		X		X	s ₁
2		X	X			X	X	s ₂
4				X	X	X	X	s ₃

Контрольные суммы

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

Ошибка в бите 001₂=1₁₀, так как синдром составляет s₁, s₂, s₃ = 1,0,0

Корректное сообщение: 1100

Сообщение 102

r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4
0	1	0	0	1	1	1

	1	2	3	4	5	6	7	
	0	1	0	0	1	1	1	
2 ^x	r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4	S
1	X		X		X		X	s ₁
2		X	X			X	X	s ₂
4				X	X	X	X	s ₃

Контрольные суммы:

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

Ошибка в бите 110₂=6₁₀, так как синдром составляет s₁, s₂, s₃ = 0,1,1

Корректное сообщение: 0101

Сообщение 22

r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4
1	0	0	0	0	0	1

	1	2	3	4	5	6	7	
	1	0	0	0	0	0	1	
2 ^x	r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4	S
1	X		X		X		X	s ₁
2		X	X			X	X	s ₂
4				X	X	X	X	s ₃

Контрольные суммы

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

Ошибка в бите $110_2 = 6_{10}$, так как синдром составляет $s_1, s_2, s_3 = 0, 1, 1$

Корректное сообщение: 0011

Сообщение 53

r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4	r4	i5	i6	i7	i8	i9	i10	i11
0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	
2 ^x	r1	r2	i1	r3	i2	i3	i4	r4	i5	i6	i7	i8	i9	i10	i11	S
1	X		X		X		X		X		X		X		X	s ₁
2		X	X			X	X			X	X			X	X	s ₂
4				X	X	X	X					X	X	X	X	s ₃
8								X	X	X	X	X	X	X	X	s ₄

Контрольные суммы

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

Синдром составляет s1, s2, s3, s4, = 0,0,0,0

Ошибок нет

Корректное сообщение: 00111010011

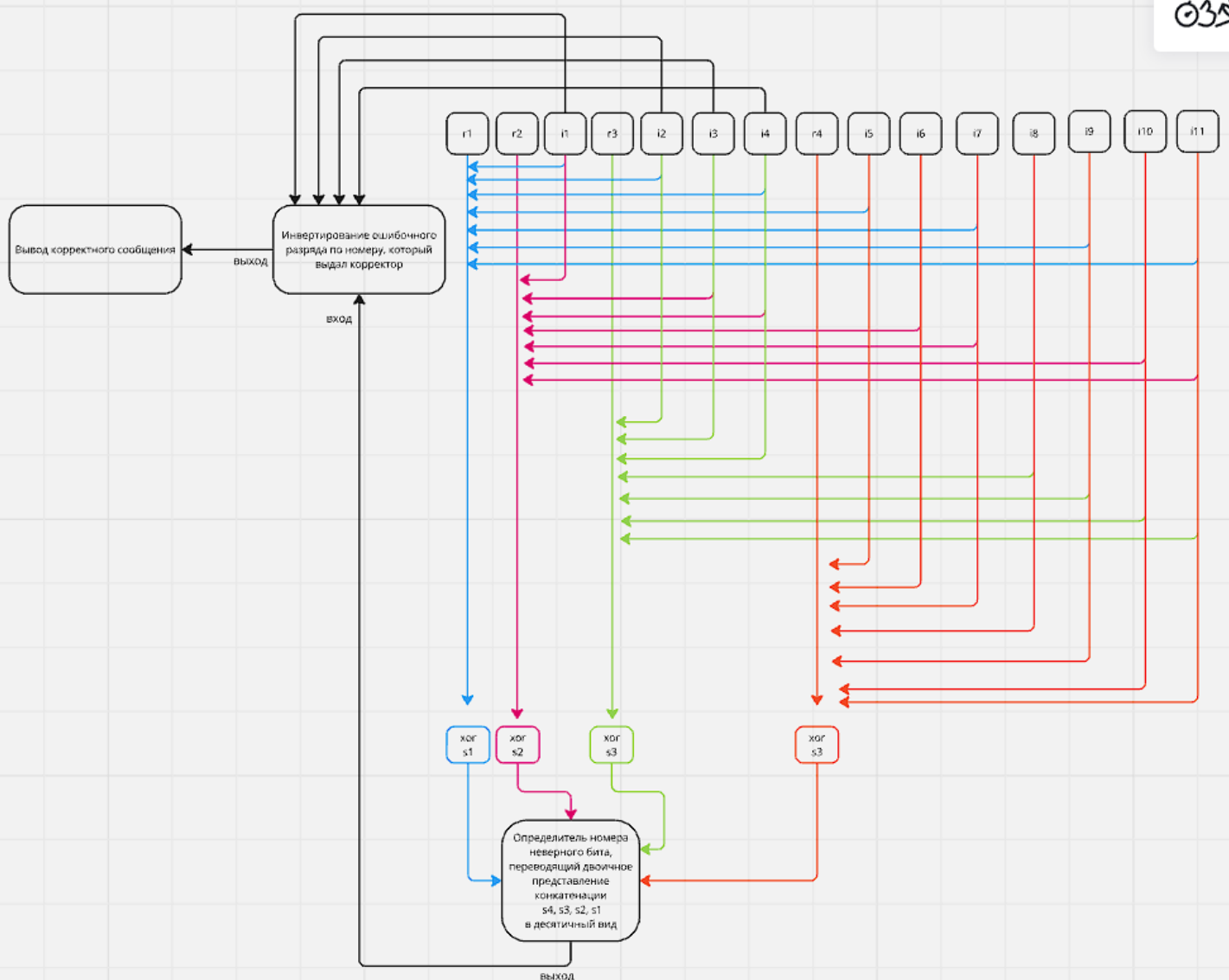
$$2^{r-1-r}=1048576$$

$$2^{r-r}=1048577$$

(2097151, 2097130)

Задание 6:

Схема декодирования классического кода Хэмминга (15, 11)



c

№8

$(38+70+102+22) * 4 = 928$ – число информационных разрядов (i) в передаваемом сообщении

Минимальное число проверочных разрядов ($\min(r)$):

$2^r \geq r + 928 + 1 \Rightarrow 2^r - r \geq 929$, это выполняется минимум при $r = 10$: $2^{10} - 10 = 1014 \geq 929$.

Коэффициент избыточности равен $r/n = r/(r+i) = 10/(928+10) \approx 0,010661$

Дополнительное задание

```
first = str(input())

s1 = (first[0]+first[2]+first[4]+first[6]).count("1")%2 #вычисляем синдромы
последовательности
s2 = (first[1]+first[2]+first[5]+first[6]).count("1")%2 #если четное число
единиц, то синдром = 0

s3 = (first[3]+first[4]+first[5]+first[6]).count("1")%2

wrong_bit_ind = int(str(s3) + str(s2) + str(s1), 2) # вычисляем с помощью
синдромов ошибочный бит

if wrong_bit_ind == 0: # если значение переменной равно 0, то ошибки нет,
печатаем информационные биты как есть
    print(first[2]+first[4]+first[5]+first[6])
else: # иначе инверсируем бит под индексом значения переменной wrong_bit_ind
(посчитали с помощью синдромов)
    answer = ""
    wrong_bit_ind -= 1
    for i in [2, 4, 5, 6]:
        if wrong_bit_ind == i:
            answer += str(int(first[i])^1)
        else:
            answer += first[i]
    print(answer, wrong_bit_ind) # вывод корректных информационных битов и
номер бита, в котором допущена ошибка
```

Заключение

Я понял, как кодировать и декодировать сообщения, используя блочный равномерный делимый самокорректирующийся код Хэмминга, исправляющий одиночные битовые ошибки, возникшие при передаче и хранении данных. Я узнал, что такое контрольные и информационные биты, коэффициент избыточности.

Ответы на вопросы

- 1) Размерность классического кода Хэмминга представима в таком виде: $(r+i=n, i) = (2^r-1, 2^r-1-r)$ для $r=3, 4, 5 \dots$, в отличие от неклассического
- 2) Во, первых, можно разбить сообщение на 5 частей по 4 информационных бита. Тогда будем использовать классический код Хэмминга (7, 4). Либо же если не разбивать, то $20 \leq 2^r-1-r \Rightarrow r = 26$, а всего символов тогда будет 31, значит код (31, 26). Оставшиеся информационные биты следует заполнить нулями вправо
- 3) Отношение входного потока к выходному равно 0.05, значит после выполнения алгоритма выходной поток стал составлять $1/0.05 = 20$ частей входного
- 4) Бит четности — это значение, которое вставляется в определенные позиции кода при кодировании сообщения определенным образом. Контрольная сумма — некоторое число, которое рассчитывается для проверки целостности набора данных
- 5) Потому что ошибок, к примеру, может быть не только одна, а код Хэмминга способен работать с сообщением, содержащим максимум одну ошибку
- 6) Комбинации, содержащие нечётное число единиц, являются запрещёнными, их ровно половина.
- 7) Коэффициент сжатия — это величина, определяющая, во сколько раз входные данные отличаются от выходных, а коэффициент избыточности — это величина, показывающая, во сколько раз число проверочных разрядов отличается от числа всех разрядов

Список использованных источников

1. [Балакшин, П. В. Информатика / П. В. Балакшин, В. В. Соснин, Е. А. Машина. – СПб : Университет ИТМО, 2020. – 143 с.]
2. [ГОСТ 7.32-2017 «Отчет о научно-исследовательской работе. Структура и правила оформления» : дата введения 2017 25 09. – Москва : Стандартиформ, 2017. – 32 с.]
3. ГОСТ 7.1 — 2003 «Библиографическая запись. Библиографическое описание. Общие требования и правила составления» : дата введения 01.07.2004. – Москва : ИПК Издательство стандартов, 2003. – 57 с.