

Diskrétní matematika

Zadáno 21.12. 2018

Příklad 25

Důkaz při vytváření nového grafu přidá vrchol, dá mu dvě hrany a ty poté připojí na předešlý graf. Tím se ale ve starém grafu vytvoří dva vrcholy které mají stupeň minimálně 3. Pokud by tyto dva vrcholy byly propojené hranou mezi sebou tak lze tuto hranu odebrat tak, že graf bude stále stupně minimálně 2. A pokud takto nově odebraná hrana byla součástí C_3 pak tento cyklus zanikl a tudíž neplatí původní předpoklad. Spor důkaz jest C_4 neboť má vrcholy stupně 2 ale žádný C_3 .

Příklad 26

Vytvoříme kružnici o n vrcholech.

Z každého vrcholu vytvoříme $\lfloor k/2 \rfloor$ hran a ty povedeme k $\lfloor k/2 \rfloor$ sousedům po směru hodinových ručiček.

Pokud je pak k liché povedeme jednu extra hranu z každého lichého vrcholu k sousedovi, který má zleva i zprava stejně dlouhou cestu k našemu vrcholu.

Příklad 29

Pozorování:

Graf T má sudý počet vrcholů

Postupujme indukcí.

Mějme graf T který je strom a má dva vrcholy spojené hranou.

Přidávejme pokaždé dvě hrany a dva vrcholy tak, že bude platit původní pravidlo (každá komponenta \rightarrow lichý počet vrcholů), neboli budeme přidávat dva vrcholy a hrany připojíme ke stejnému vrcholu.

Tudíž vznikne nový graf, který má vrchol stupně $n+2$, kde n je původní stupeň před přidáním 2 vrcholů a má dva nové vrcholy stupně jedna.

Pak jestliže byl vrchol lichý před přidáním tak bude i nyní (liché číslo + 2 je liché číslo) a dva nové vrcholy jsou liché též (stupeň 1).