

### 3 du

#### 3.1 sachovnice

z sachovnice si udelejme jednu dlouhou cestu která prochází každým políčkem:

#	#	#	#	#
R	#	#	#	#
#	#	#	#	R
#	#	#	#	#
#	#	#	#	#

kde # je černé políčko, cesta je ohraničena a R jsou vymazaná políčka

pak máme různé barvy políček na obou koncích cesty a tudíž lze poskládat domino.

#### 3.2 tok cesta a rez

##### tvrzení platí

Mejme graf  $G$  kde  $f$  je velikost maximálního toku.

Z věty o maximálním toku a minimálním rezu víme že, maximální velikost toku v síti je rovna minimální velikosti rezu.

Jelikož cesta  $P$  neprochází na hranách kde celkový tok je menší roven nule, tak musí jít o tok ze zdroje do stoku, který se již nedá zlepšit. Potom cesta  $P$  bude obsahovat právě jednu hranu z  $S$ , neboť neobsahovala-li by hranu, znamenalo by to, že zde existuje zlepšující cesta, ze zdroje do stoku. Nebo obsahovala-li by více než jednu hranu, pak by se do výpočtu velikost minimálního rezu započítal dvakrát, ale do maximálního toku by se započítal pouze jednou. Pote by nesešla rovnost o min rezu a max toku.

#### 3.3 kružnice

pro  $n \leq 5$  dostaneme  $K_n$  který má  $n - 1$  hranovou a vrcholovou souvislost.

pro  $n > 5$  pak zustane 4-souvisly jak hranove tak i vrcholove.

Důkaz sporem, předpokládejme existenci rezu velikosti 3. To snadno dokážeme pomocí nalezení maximálního toku (tudíž i minimálního rezu) v grafu  $n = 5$ , pro ostatní  $n$  to bude poté platit též. Neboť pouze prodlužujeme "obvod" kružnice stejným patternem. Takový min rez bude velikosti 4 – spor.

#### 3.4 souvislý graf

Mejme graf  $G(V, E)$  kde platí:  $E < 30$  &  $2E < 5V$ .

Při 29 hranách dostaneme 12 vrcholů. A předpokládejme že každý vrchol je stupně minimálně 5 (tudíž celkem potřebují  $5 * 12 / 2 = 30$  hran). Pomocí lemma o holubníku lehce nahledneme že alespoň jeden vrchol musí být stupně nejvýše 4.

#### 3.5 magická krychle

ano, platí

	1	1
1		1
1	1	

2		
	1	1
	1	1

	1	1
1	1	
1		1