

3 du

3.1 sachovnice

z sachovnice si udelejme jednu dlouhou cestu která prochází každým políčkem:

#	#	#	#	#
R	#	#	#	#
#	#	#	#	R
#	#	#	#	#

kde # je černé políčko, cesta je ohrančená a R jsou vymazaná políčka

pak máme různé barvy políček na obou koncích cesty a tudíž lze poskládat domino.

3.2 tok cesta a rez

tvrzení platí

Mějme graf G kde f je velikost maximálního toku.

Z věty o maximálním toku a minimálním rezu víme že, maximální velikost toku v síti je rovna minimální velikosti rezu.

Jelikož cesta P neprochází na hranách kde celkový tok je menší roven nule, tak musí jít o tok ze zdroje do stoku, který se již nedá zlepšit. Potom cesta P bude obsahovat právě jednu hranu z S , neboť neobsahovala-li by hranu, znamenalo by to, že zde existuje zlepšující cesta, ze zdroje do stoku. Nebo obsahovala-li by více než jednu hranu, pak by se do výpočtu velikosti minimálního rezu započítal dvakrát, ale do maximálního toku by se započítal pouze jednou. Pote by neseděla rovnost o min rezu a max toku.

3.3 kružnice

pro $n \leq 5$ dostaneme K_n který má $n - 1$ hranovou a vrcholovou souvislost.

pro $n > 5$ pak zůstane 4-souvislý jak hranově tak i vrcholově.

Důkaz sporem, předpokládejme existenci rezu velikosti 3. To snadno dokážeme pomocí nalezení maximálního toku (tudíž i minimálního rezu) v grafu $n = 5$, pro ostatní n to bude poté platit též. Neboť pouze prodlužujeme "obvod" kružnice stejným patternem. Takový min rez bude velikosti 4 – spor.

3.4 souvislý graf

Mějme graf $G(V, E)$ kde platí: $E < 30$ & $2E < 5V$.

Při 29 hranách dostaneme 12 vrcholů. A předpokládejme že každý vrchol je stupně minimálně 5 (tudíž celkem potřebují $5 * 12/2 = 30$ hran). Pomocí lemma o holubníku lehce nahledneme že alespoň jeden vrchol musí být stupně nejvýše 4.

3.5 magická krychle

ne, neplatí

magická krychle síly 2:

1	1	1
1		1
1	1	

2		
	1	1
	1	1

	1	1
1	1	
1		1

tuto krychli nelze rozložit na dvě magické krychle síly jedna.

Protože každá jednotková krychle je permutací/rotací této krychle:

1		
	1	
		1

	1	
		1
1		

		1
1		
	1	

A jelikož neexistuje parování takové že se každá jednotková krychle promítne na jednu hodnotu (1 nebo 2) tak máme zaručeno, že existuje magická krychle síly dva, taková že nejde rozložit na dvě jednotkové.