E. Zápočtový test - MA I. (2.2.2018)
David Nápravník

2 Mějme následující číselnou řadu.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-1)^n * 2^n * n}{4^n + (-1)^n * n}$$

Podíváme se zda $\lim a_n = 0$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3^n + (-1)^n * 2^n * n}{4^n + (-1)^n * n}$$

Pro a » 1 $\lim_{n\to\infty} a^n > \lim_{n\to\infty} n$
A jelikož $4^n >> 3^n + 2^n$ tak

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3^n}{4^n} = 0$$

Srovnávacím kritériem můžeme odstranit $(-1)^n$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n * n}{4^n - n} \geq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 2^n * n}{4^n - n}$$

jelikož se nedostaneme do záporných hodnot tak pokud nastane neabsolutní konvergence bude zároveň i absolutní.

Podílové kritérium

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{3^{n+1}+2^{n+1}*(n+1)}{4^{n+1}-(n+1)}}{\frac{3^n+2^n*n}{4^n-n}}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3^{n+1} + 2^{n+1} * (n+1)}{\frac{(4^{n+1}-(n+1))*(3^n+2^n+n)}{4^n-n}}$$

vydělíme a rovnou vynecháme zlomky rovné nule v limité x k nekonečnu

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3^{n+1}}{\frac{(4^{n+1})*(3^n)}{4^n}} = 3/4 \to k = \frac{3}{4} \to k < 1 \to Konverguje$$

Podílové kritérium Konverguje a tudíž platí srovnávací kritérium a tudíž původní řada **konverguje absolutně i neabsolutně**.