

3 du

3.1 sachovnice

z sachovnice si udelejme jednu dlouhou cestu která prochází každým políčkem:

#	#	#	#
R	#	#	#
#	#	#	R
#	#	#	#

kde # je černé políčko, cesta je ohraničena a R jsou vymazaná políčka

pak máme různé barvy políček na obou koncích cesty a tudíž lze poskládat domino.

3.2 tok cesta a rez

tvrzení platí

Mejme graf G kde f je velikost maximálního toku.

Z věty o maximálním toku a minimálním rezu víme že, maximální velikost toku v síti je rovna minimální velikosti rezu.

Jelikož cesta P neprochází na hranách kde celkový tok je menší roven nule, tak musí jít o tok ze zdroje do stoku, který se již nedá zlepšit. Potom cesta P bude obsahovat právě jednu hranu z S , neboť neobsahovala-li by hranu, znamenalo by to, že zde existuje zlepšující cesta, ze zdroje do stoku. Nebo obsahovala-li by více než jednu hranu, pak by se do výpočtu velikosti minimálního rezu započítal dvakrát, ale do maximálního toku by se započítal pouze jednou. Pote by neseděla rovnost o min rezu a max toku.

3.3 kružnice

pro $n \leq 5$ dostaneme K_n který má $n - 1$ hranovou a vrcholovou souvislost.

pro $n > 5$ pak zustane 4-souvisly jak hranove tak i vrcholove.

Důkaz sporem, předpokládejme existenci rezu velikosti 3. To snadno dokážeme pomocí nalezení maximálního toku (tudíž i minimálního rezu) v grafu $n = 5$, pro ostatní n to bude poté platit též. Neboť pouze prodlužujeme "obvod" kružnice stejným patternem. Takový min rez bude velikosti 4 – spor.

3.4 souvislý graf

Mejme graf $G(V, E)$ kde platí: $E < 30$ & $2E < 5V$.

Při 29 hranách dostaneme 12 vrcholů. A předpokládejme že každý vrchol je stupně minimálně 5 (tudíž celkem potřebují $5 * 12 / 2 = 30$ hran). Pomocí lemma o holubníku lehce nahledneme že alespoň jeden vrchol musí být stupně nejvýše 4.

3.5 magická krychle

ano, platí

Definujme si jednotkovou krychli jakožto krychli, která má na příčné diagonále jedničky.

pak můžeme provádět úpravy podobné na maticích, neboli prohození poradi dvou čtverců (jedné vrstvy) a dostaneme stále krychli síly 1

Pak dvě krychle síly 1 které vzniknou rozložením krychle síly dva bodou pouze nějakou permutací jednotkové krychle.