

BIK-TZP.21 – Technologické základy počítačů

**ZS 2021/22
2. sobota**

doc. Ing. Kateřina Hyniová, CSc.

hyniova@fit.cvut.cz

***Katedra číslicového návrhu, FIT ČVUT v Praze
kancelář A:1033***

Přednáška 2A:

Stejnoseměrné obvody

Stejnoseměrný ustálený stav

- 1. Stejnoseměrné obvody**
- 2. Stejnoseměrný ustálený stav**
- 3. Přechodový děj na kapacitoru ve SS obvodu**
- 4. Přechodový děj na induktoru ve SS obvodu**
- 5. Kapacitory a induktory ve stejnoseměrném ustáleném stavu**

1. Stejnosměrné obvody

Stejnosměrné obvody obsahují pouze ideální zdroje stejnosměrného napětí resp. proudu, tedy zdroje konstantního napětí resp. konstantního proudu. Analýza stejnosměrných obvodů se provádí v ustáleném stavu, tedy po odeznění všech přechodových jevů v obvodu, kdy jsou již všechny el. signály v obvodu ustáleny v čase.

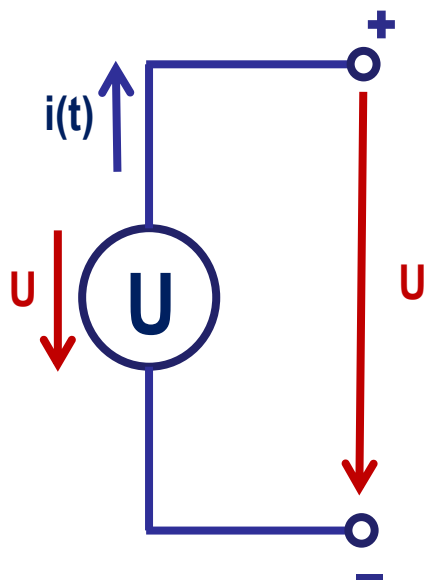
Ideální zdroj stejnosměrného napětí $u(t)=\text{konst.}=U$

Bez ohledu na velikost proudu $i(t)$ tekoucího do zátěže udržuje svorkové napětí $u(t)=U_0$ konstantní (tj. nemění v čase ani velikost ani orientaci). Jedná se tedy o zdroj s nulovým vnitřním odporem.

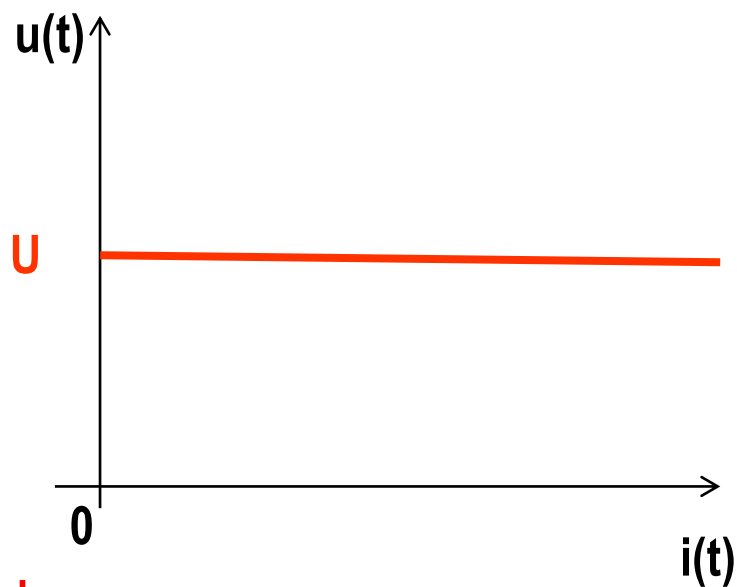
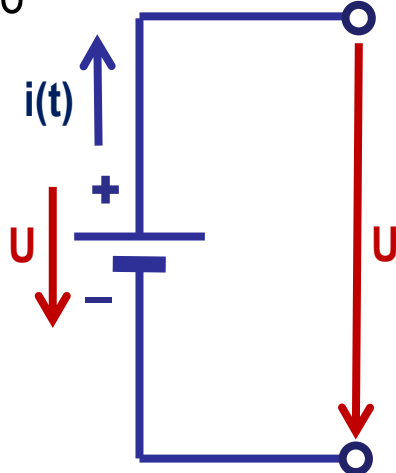
Ideální zdroj stejnosměrného proudu $i(t)=\text{konst.}=I$

Udržuje konstantní velikost proudu $i(t)=I$ (tj. nemění v čase ani velikost ani orientaci).

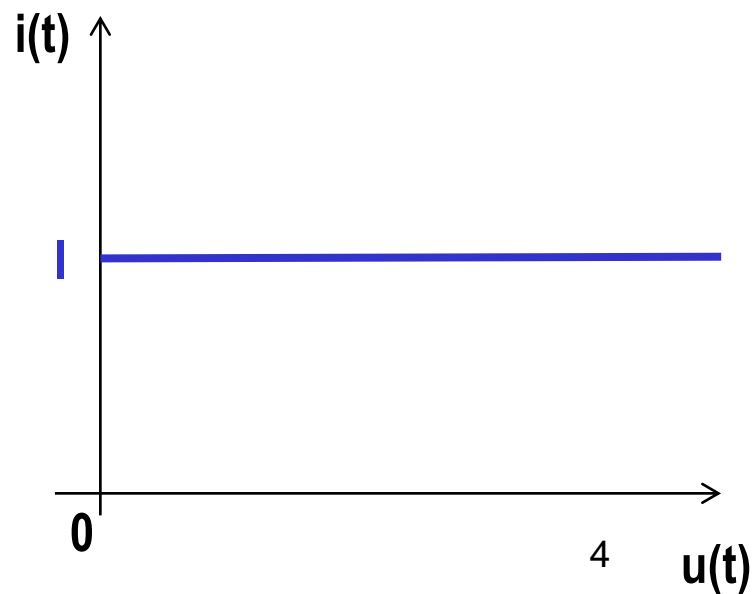
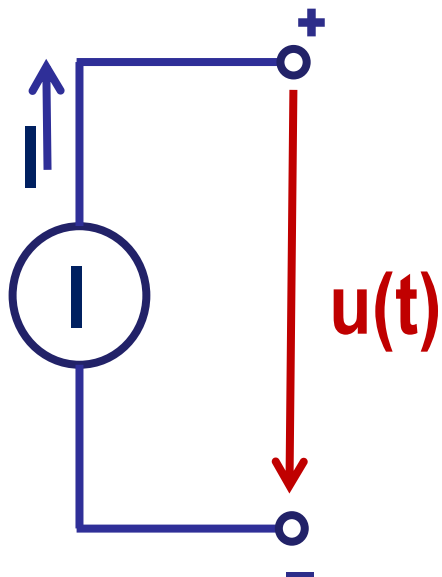
Ideální zdroj napětí



nebo



Ideální zdroj proudu

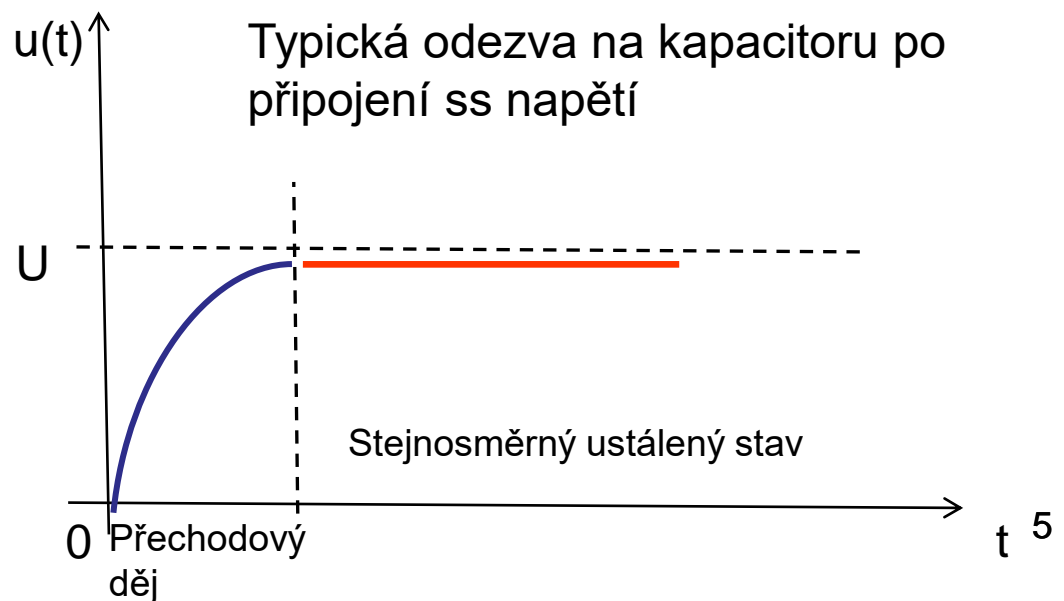


2. Stejnoseměrný ustálený stav

Po připojení ss zdroje/zdrojů k obvodu dosáhne po určitém čase (po odeznění přechodových dějů v obvodu) obvod tzv. ustáleného stejnosměrného stavu. K přechodovým dějům dojde i při odpojení zdroje/zdrojů. Ve ss ustáleném stavu se obvodové veličiny ustálí a již se dál nemění. Děje se tak pouze v obvodech, které obsahují kapacitory a/nebo induktory.

Odezva na ss vstupní signál se skládá z :

- Přechodového děje
- Odezvy ve stejnosměrném ustáleném stavu



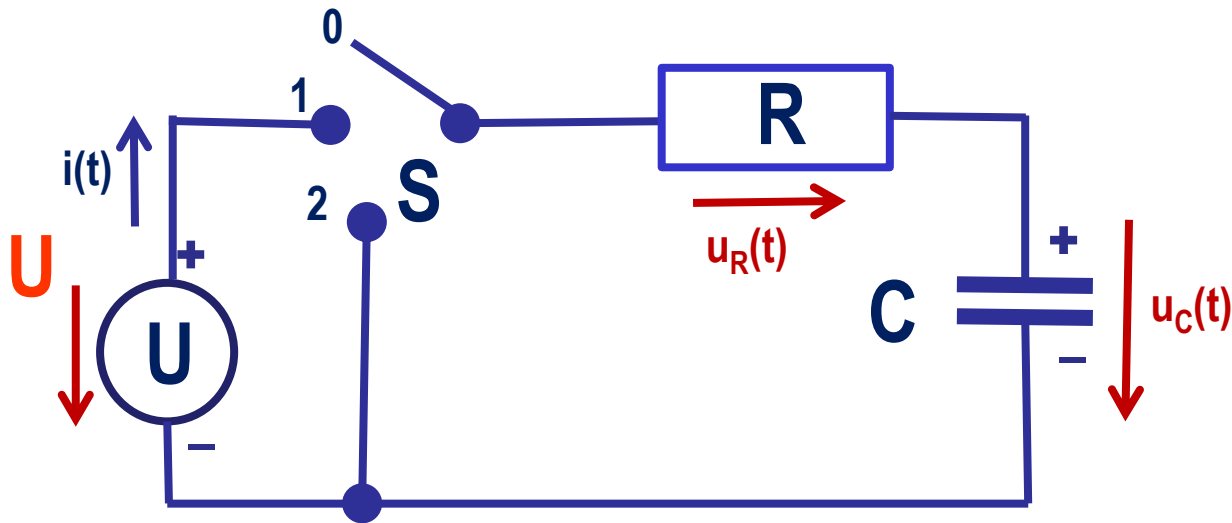
Stejnoseměrný ustálený stav

- Přechodové odezvy ve skutečnosti **nikdy neodezní**. K ustálenému stavu obvod pouze s rostoucím časem konverguje.
- Po uplynutí 5 časových konstant T dosáhnou obvodové veličiny cca 99,3% ustálené hodnoty, čili po uplynutí času, který se rovná **5 T** již můžeme předpokládat, že obvod dosáhl ustáleného stejnosměrného stavu.
- K přechodovým dějům dochází **pouze u obvodů, které obsahují kapacitory a/nebo induktory**. Souvisí to s jejich schopností ukládat energii, k čemuž ovšem nemůže dojít v nekonečně krátkém čase.
- Elektrický obvod, sestávající pouze ze stejnosměrných zdrojů a rezistorů neprochází přechodovým dějem. Obvodové veličiny reagují na připojení popř. odpojení zdrojů okamžitě.

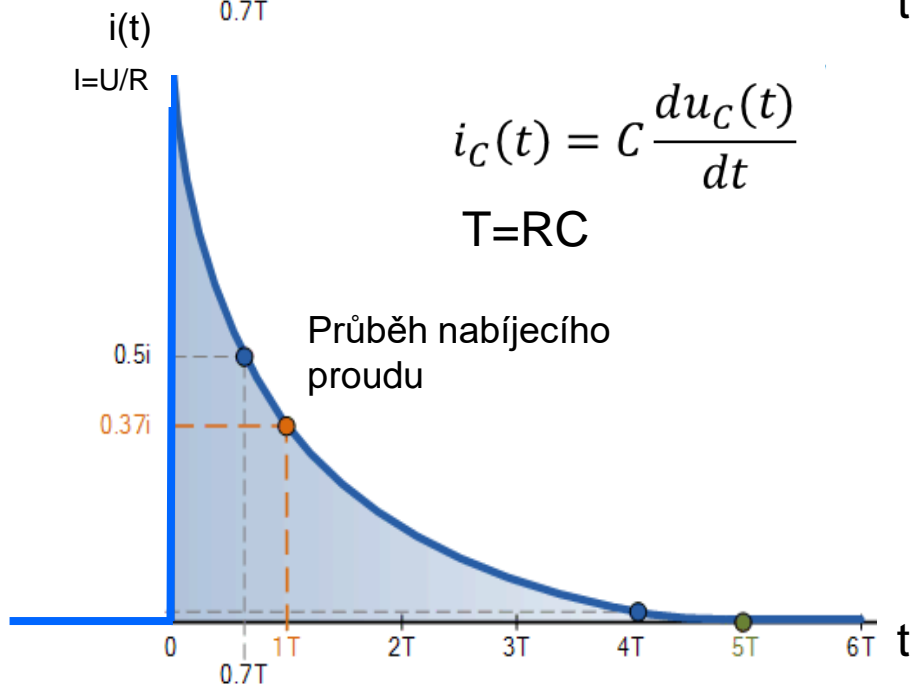
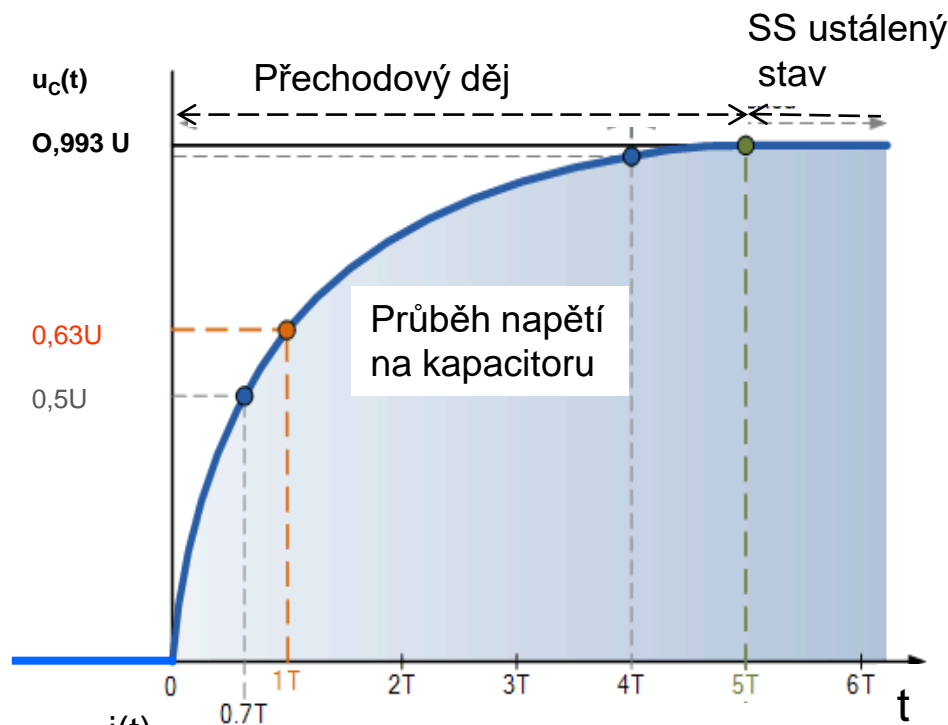
3. Přechodový děj na kapacitoru ve SS obvodu

- Přechodový jev lze přibližně definovat jako děj mezi dvěma ustálenými stavy soustavy.
- Při analýze přechodových jevů musíme znát počáteční stav obvodu v čase $t=0$.
- Každý přechodový jev trvá nekonečně dlouho, nicméně po uplynutí doby rovné pětinásobku časové konstanty T je možné považovat přechodový děj za ukončený.

RC obvod – nabíjení kapacitoru



- Na počátku experimentu je spínač S v poloze 0, kapacitor C je vybilý a obvodem neteče el. proud. Počáteční stav obvodu v čase: $t = 0$ je tedy, $i(0) = 0 \text{ A}$, $u_R(0) = 0 \text{ V}$ a $u_C(0) = 0 \text{ V}$.
- V čase $t = 0$ přepneme spínač do polohy 1, tedy k obvodu připojíme zdroj ss napětí U . Obvodem začne protékat nabíjecí proud $i(t)$, který přes rezistor R nabíjí kondenzátor dokud napětí na kondenzátoru $u_C(t)$ nedosáhne hodnoty, která je rovna napájecímu napětí U .



Kapacitor C je postupně nabíjen nabíjecím proudem, protékajícím rezistorem R . Čas, potřebný k nabití kondenzátoru na 99,3% napájecího ss napětí U trvá cca 5 časových konstant T , kde $T = RC$ [s]. Přechodový děj v sériovém RC obvodu tedy trvá cca $5T$. Po něm dosáhne obvod **stejnoseměrného ustáleného stavu**. V obvodu neustále platí Kirchhoffův napěťový zákon (KNZ) tedy:

$$U - R \cdot i_R(t) - u_C(t) = 0$$

Po uplynutí času $5T$ je již kapacitor téměř plně nabit na napětí $u_C(t=5T) = U$ a dle KNZ obvodem již neprotéká žádný nabíjecí proud ($i(5T) = 0A$). Obvod v čase $t=5T$ dosáhl stejnosměrného ustáleného stavu a obvodové veličiny jsou od tohoto okamžiku konstantní.

Ve stejnosměrném ustáleném stavu:

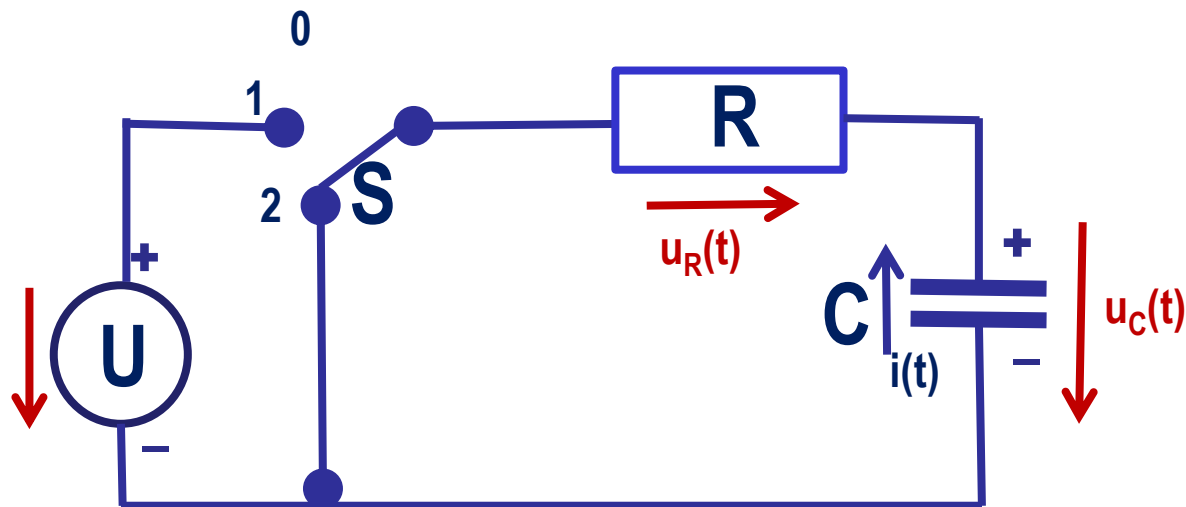
- $u_C(t=5T) = U$ (U je ss napájecí napětí)
- $i(t=5T) = 0A$
- $u_R(t=5T) = 0V$ (napětí na rezistoru)

Přechodový děj na kapacitoru (nabíjení)

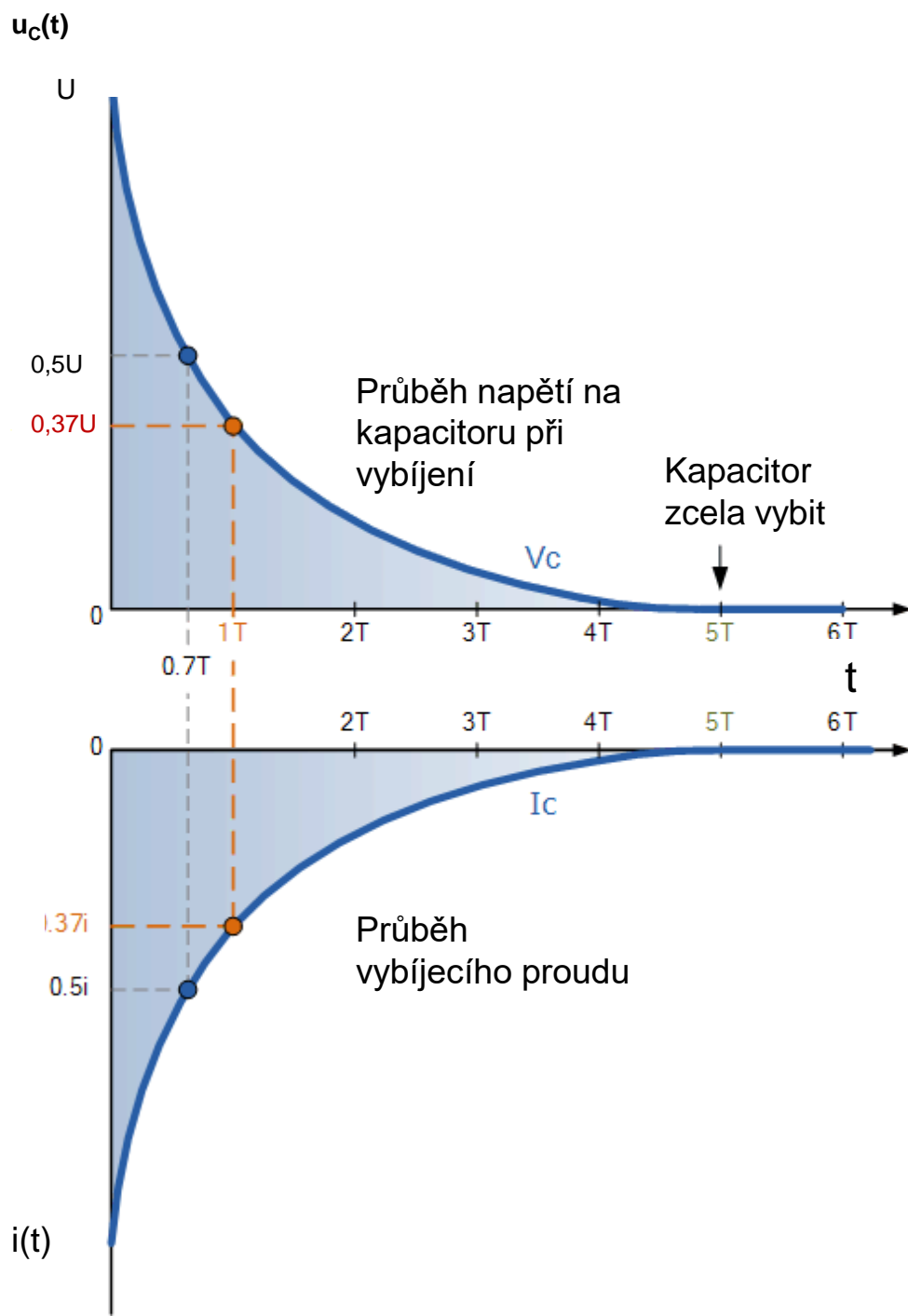
Shrnutí

- V sériovém RC obvodu se kapacitor po připojení ke zdroji ss napětí nabíjí zpočátku velkým nabíjecím proudem, který zpočátku strmě, a časem čím dál pomaleji klesá.
- Zcela vybitý kapacitor se po připojení ke ss napětí zpočátku chová jako **zkrat** (Teče jím velký proud, ale napětí na něm je nulové) . Po skončení přechodového děje je kapacitor nabit na napětí napájecího zdroje a chová se jako by zde byl obvod **rozpojený** (je na něm napětí U , ale neprotéká jím žádný proud).
- Na počátku přechodového děje dochází k rychlým změnám obvodových veličin, rychlost změny s časem klesá.
- K dosažení stejnosměrného ustáleného stavu dochází po čase cca $5T$, kde časová konstanta **$T=RC$** .

RC obvod – vybíjení kapacitoru



Po odpojení ss napájecího napětí od sériového RC obvodu (přepínač S v poloze 2), se kapacitor C začne vybíjet přes rezistor R až do úplného vybití. Proud $i(t)$ má při vybíjení kapacitoru obrácenou orientaci než při jeho nabíjení.



Po přepnutí spínače S do polohy 2 v čase $t=0$ se sériový RC obvod odpojí od napájecího ss napětí a kapacitor C se začne vybíjet. Rychlost poklesu napětí na kapacitoru je zpočátku strmá, rychlost vybíjení je velká. Tomu odpovídá i počáteční velký vybíjecí proud $i(t)$, který má **opačnou orientaci než nabíjecí proud** a který zpočátku prudce klesá. Rychlost změn obvodových veličin s časem klesá- Po uplynutí času cca $5T$, kde T je časová konstanta, přechodové děje v obvodu téměř odezní a dojde k dosažení 2. ustáleného stavu.

Ve 2. ustáleném stavu:

- $u_c(t=5T)=0V$
- $i(t=5T)=0A$
- $u_R(t=5T)=0V$
(napětí na rezistoru)

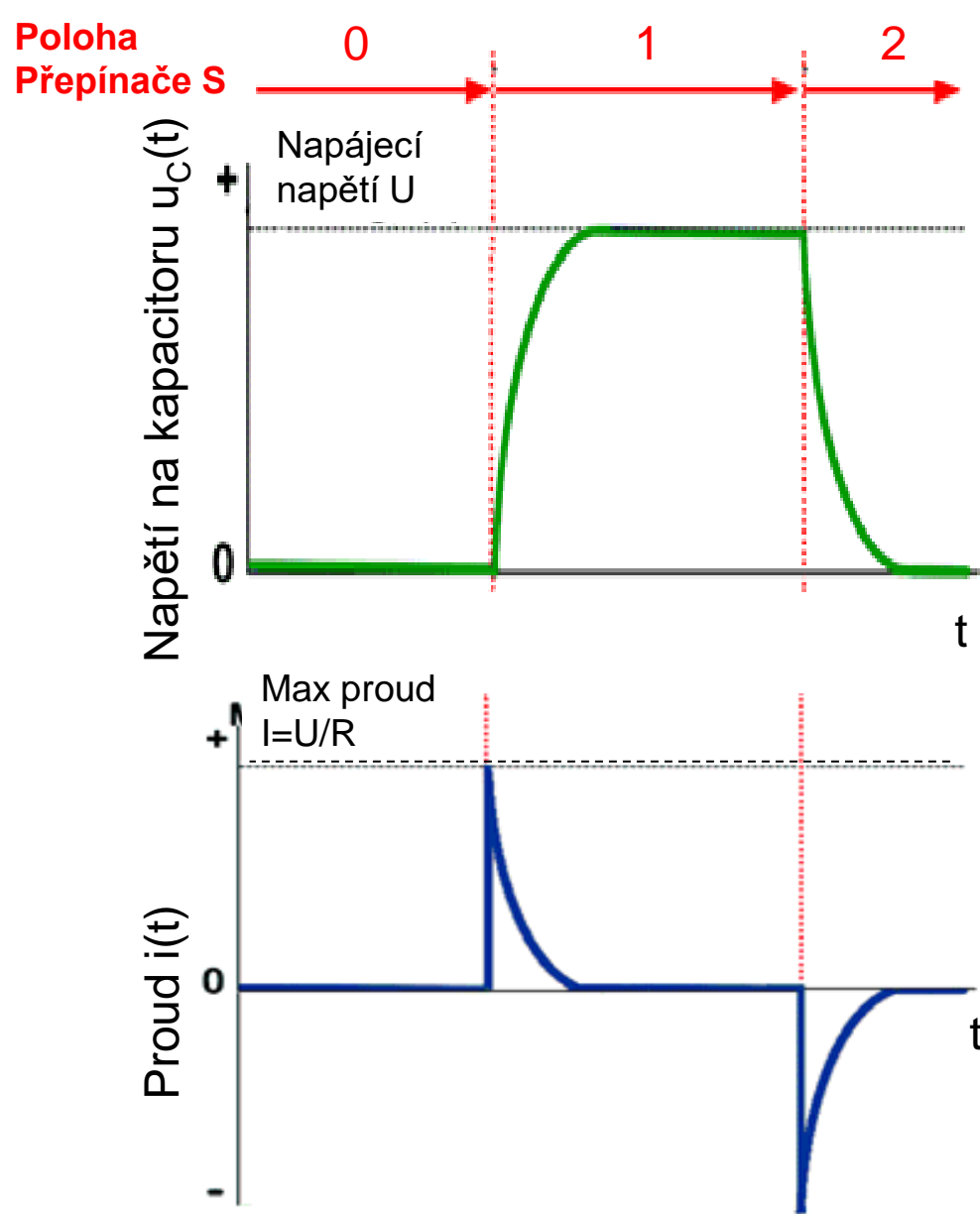
Přechodový děj na kondenzátoru C

Shrnutí

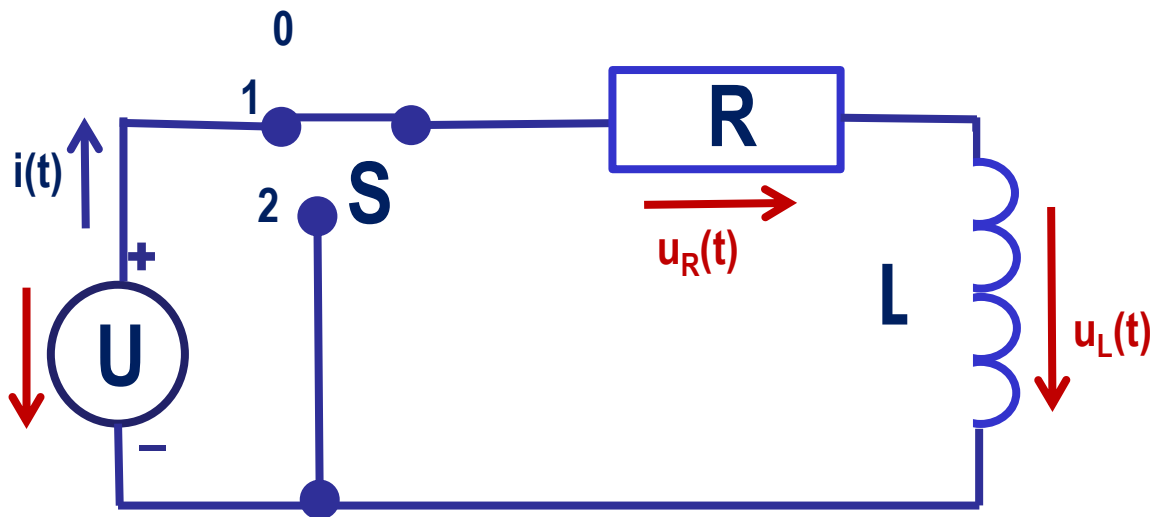
RC obvod je obdobně tvořen zdrojem ss napětí a sériovým zapojením ideálního rezistoru a ideálního kapacitoru. Po připojení zdroje ss napětí bude obvodem procházet nejvyšší možný proud, který bude omezen pouze rezistorem $I=U/R$. Čím více se však bude kapacitor nabíjet (bude v něm vzrůstat nahromaděný náboj) a poroste jeho napětí $u_C(t)$, tím menší proud $i(t)$ bude procházet obvodem.

Po odpojení obvodu od zdroje napětí se začíná kapacitor vybíjet (chová se jako zdroj). Elektrická energie, kterou kapacitor vybije se v rezistoru přemění na energii tepelnou. Teoreticky se kapacitor vybíjí nekonečně dlouhou dobu. V praxi se ale považuje za vybitý, pokud obvodem prochází již jen 0,7% maximálního proudu, což nastává za dobu cca $5T$, kde časová konstanta $T=RC$.

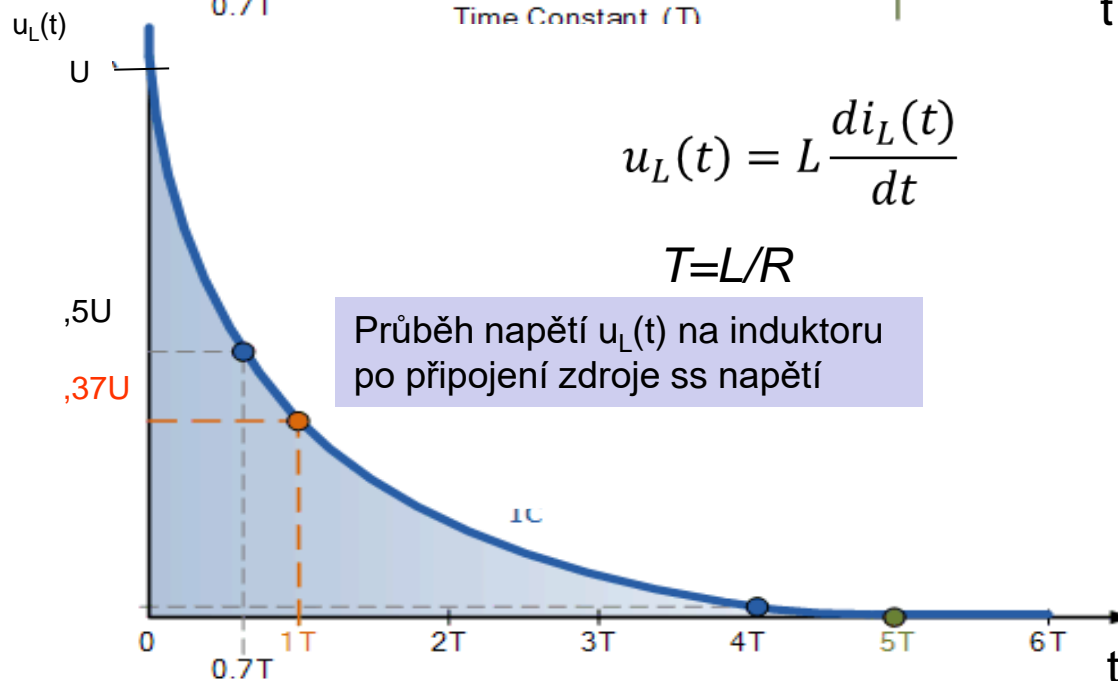
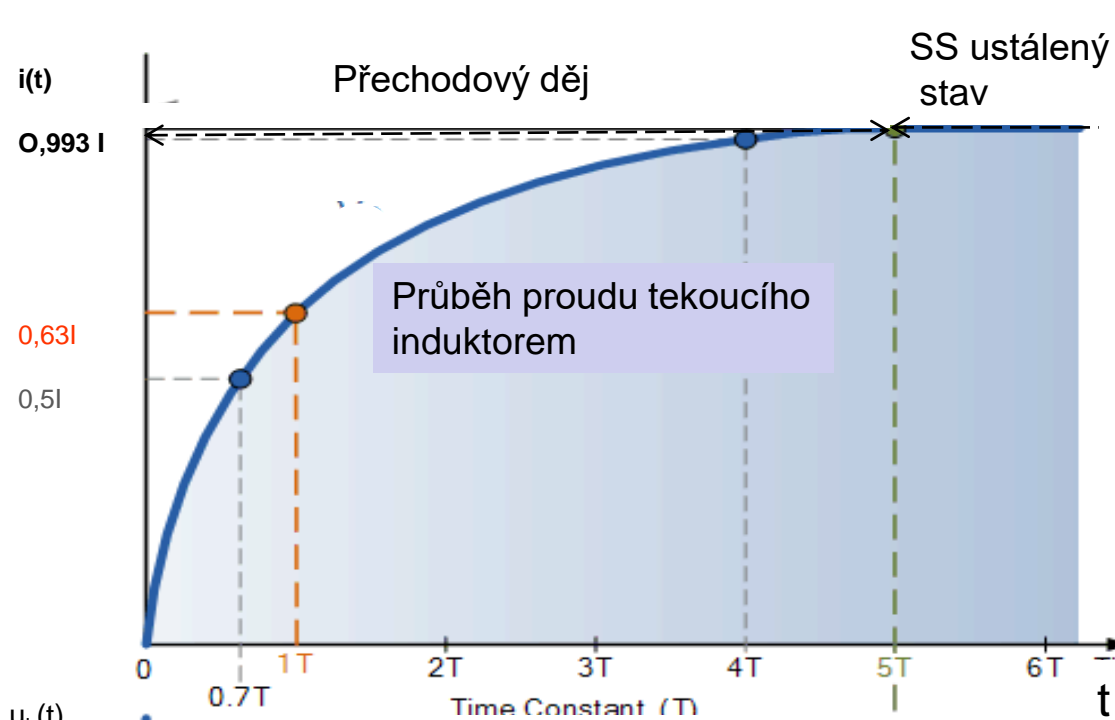
Přechodové děje a ustálené stavy ve ss sériovém RC obvodu



4. Přechodový děj na induktoru ve stejnosměrném obvodu



V čase $t = 0$ dojde k přepnutí spínače S z polohy 0 do polohy 1, tedy dojde k připojení stejnosměrného napěťového zdroje U k sériovému RL obvodu. Po přepnutí přepínače do polohy 1 začne obvodem procházet proud, který bude postupně narůstat až do dosažení ustáleného stavu, kdy $I = U/R$. Na počátku přechodového děje se v prvním okamžiku chová induktor s nulovým počátečním proudem jako rozpojený obvod. Po přepnutí spínače do polohy 1 se na induktoru objeví maximální napětí, rovné napětí U napájecího zdroje.



Po přepnutí přepínače do polohy 1 začne obvodem procházet proud, který bude postupně narůstat až do dosažení ustáleného stavu, kdy $I = U/R$.

Na počátku přechodového děje se v prvním okamžiku chová induktor s nulovým počátečním proudem jako rozpojený obvod. Po sepnutí spínače do polohy 1 se na induktoru objeví maximální napětí, rovné napětí U napájecího zdroje.

S postupným nárůstem proudu induktoru se bude napětí na něm postupně snižovat až v ustáleném stavu klesne na 0V.

K ustálenému stavu obvod pouze konverguje s rostoucím časem. Přechodový děj se považuje za ukončený za dobu $t = 5 \cdot T$. V ustáleném stavu se chová induktor jako zkrat. Teče jím proud, ale není na něm žádné napětí.

• ss ustálený stav:

• $U_L = 0 V$

• $U = U$

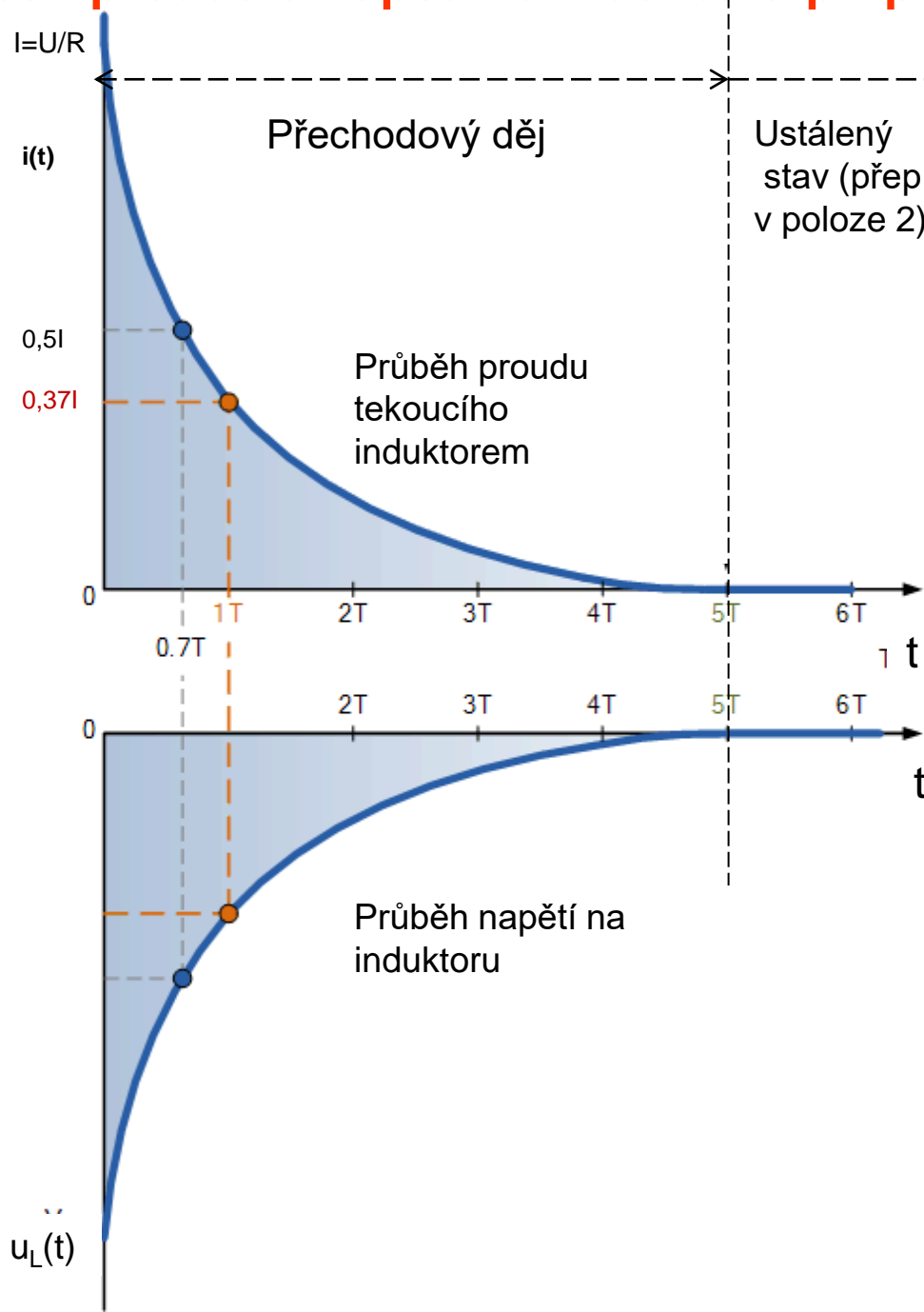
• $I = U/R$

Přechodový děj na induktoru

(Při přepnutí spínače S z polohy 0 do polohy 1)

1. Na cívce nelze docílit skokové změny proudu
2. Rychlost nárůstu proudu na cívce je dána časovou konstantou T . Přechodový děj se považuje za ukončený za dobu $t=5 \cdot T$, kdy dosáhne 99,3% ustálené hodnoty hodnoty
3. Na cívce může dojít ke skokové změně napětí
4. Průběh napětí na rezistoru kopíruje průběh proudu
5. Okamžitý součet napětí na rezistoru a induktoru je roven napětí ss zdroje (2. Kirchhoffův zákon)

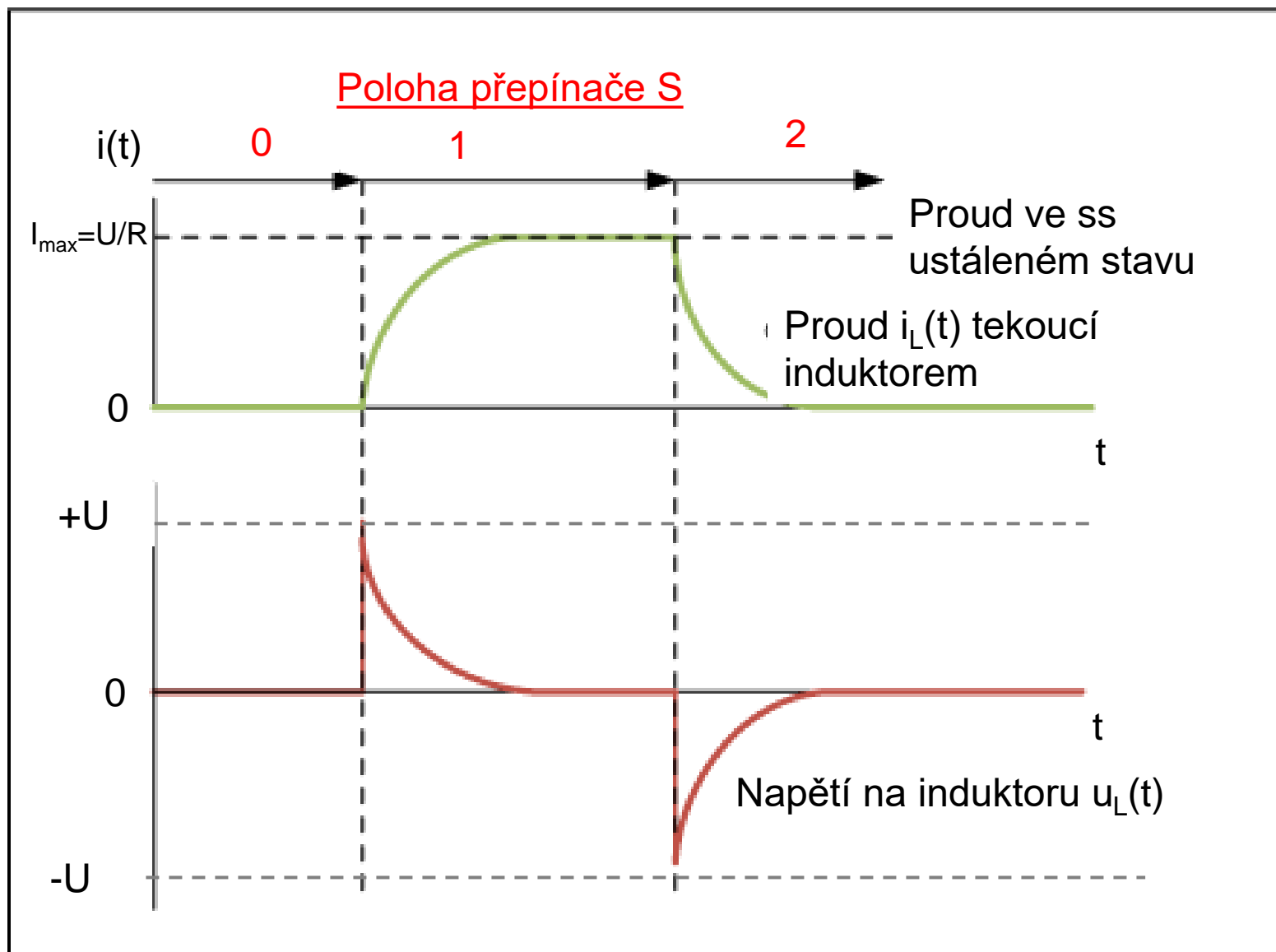
Průběh proudu a napětí na induktoru při přepnutí přepínače S do polohy 2



Přepneme-li přepínač do polohy 2 začne se v cívce indukovat napětí u , s opačnou polaritou které způsobí zpomalení zániku magnetického pole. Směr toku proudu se nezmění. Energie magnetického pole cívky se v rezistoru přemění na energii tepelnou. Velikost proudu $i(t)$ se zmenšuje, až opět nastane po uplynutí doby $5T$ ustálený stav (0,7% maximální hodnoty proudu).

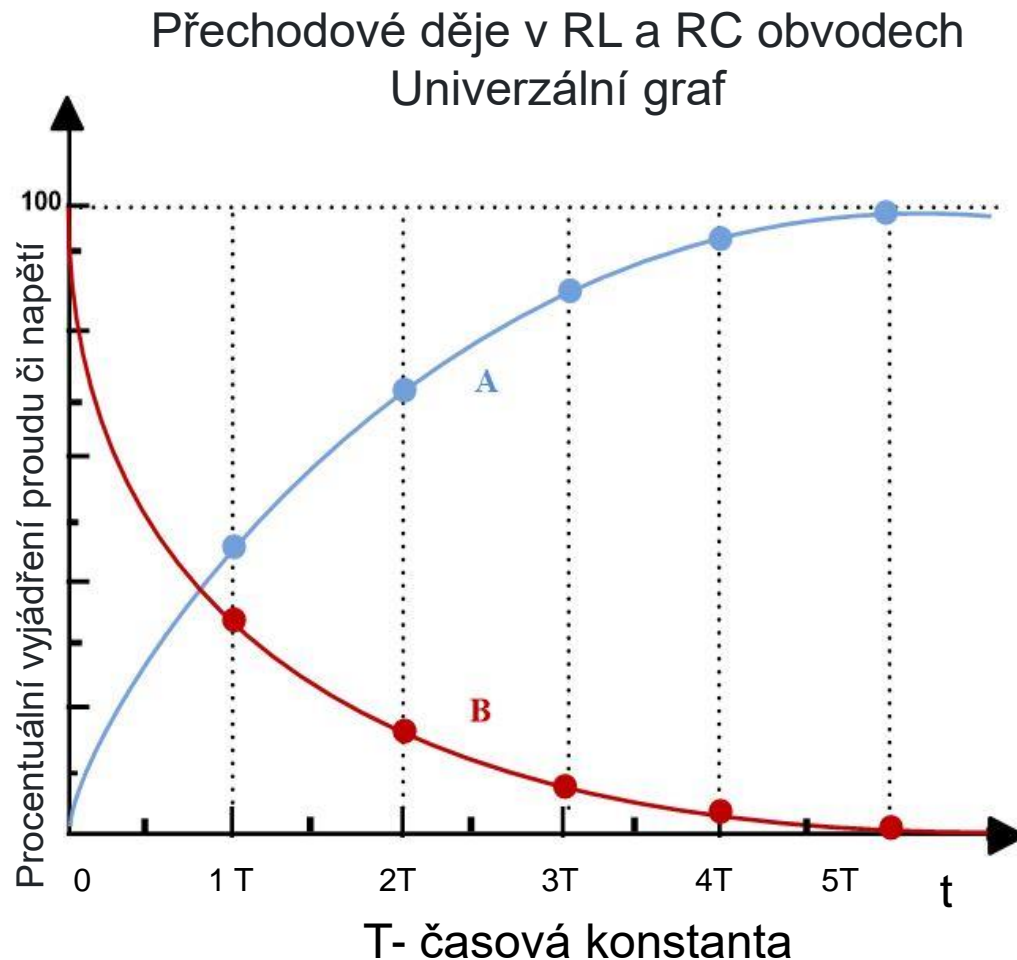
Ve 2. ustáleném stavu:

- $U_L = 0 \text{ V}$
- $U_r = U$
- $I = 0 \text{ A}$



5. Kapacitory a induktory ve ss ustáleném stavu

Přechodové děje ve stejnosměrných RL a RC obvodech jsou identické – mohou být vyjádřeny univerzálním grafickým znázorněním.



Osa X ... čas vyjádřený časovými konstantami

Osa Y... Procentuální vyjádření proudu či napětí z jejich maximálních hodnot
RC obvod: křivka A ... průběh napětí $u_C(t)$ na kapacitoru

křivka B Průběh proudu $i(t)$ procházejícího kapacitorem

RL obvod: křivka A ... průběh proudu $i_L(t)$ procházejícího induktorem

křivka B Průběh napětí $u_L(t)$ na induktoru

Pro RC obvod:

$$T=RC$$

pro RL obvod:

$$T=L/R$$

Kapacitory a induktory ve ss obvodech

Rovnice prvků

$$u_R(t) = Ri_R(t)$$

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

Ve ss ustáleném stavu:

$i_L(t) = \text{konst.}$ (induktor se chová jako ideální zdroj konstantního proudu)

$u_C(t) = \text{konst.}$ (kapacitor se chová jako ideální zdroj konstantního napětí)

Pro rovnice prvků ve stejnosměrném ustáleném stavu platí:

$$u_R(t) = Ri_R(t)$$

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = 0V$$

$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} = 0A$$

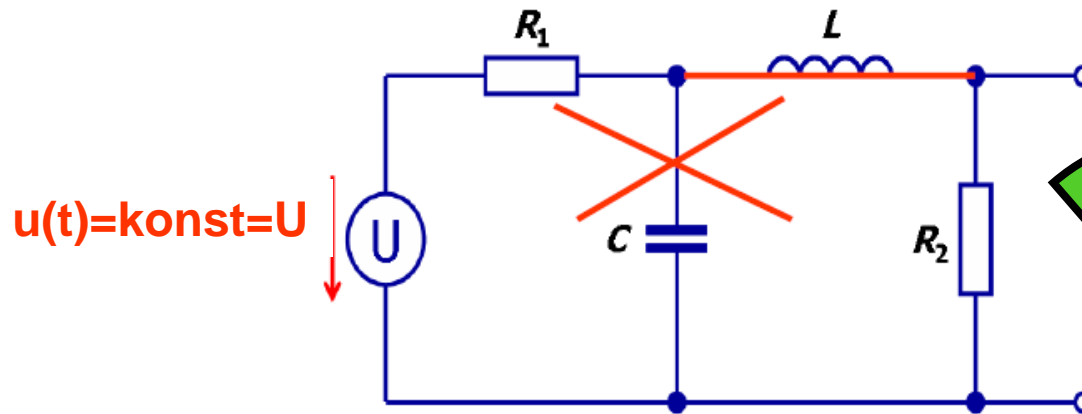
5. Kapacitory a induktory ve ss ustáleném stavu

- ❑ Kapacitory a induktory ve stejnosměrných obvodech vykazují při připojení ss zdrojů nejdříve **přechodové (dočasné) jevy**, které se vzápětí ustálí do tzv. **SS (DC) ustáleného stavu**.
- ❑ Při přechodových dějích se **kapacitory** nabíjejí tj. ukládají energii formou elektrického pole a zastaví tok proudu tzn. že se v **ustáleném stavu chovají jako nekonečně velké odpory**, tedy tak, **jako bychom obvod v místě kapacitoru rozpojili**.
- ❑ **Induktory** při přechodových dějích ukládají energii formou magnetického pole, stávají se víc vodivými, až se nakonec chovají v **ustáleném stavu jako ideální vodiče**, tedy tak, **jakoby místo induktoru vznikl v ustáleném stavu v obvodu elektrický zkrat**. Jinými slovy:
- ❑ **V ustáleném stejnosměrném stavu, který následuje po přechodových dějích v obvodu se kapacitory chovají jako rozpojený obvod a induktory jako elektrický zkrat. Ve stejnosměrných obvodech v ustáleném stavu tedy můžeme každý kapacitor nahradit rozpojením obvodu a každý induktor nahradit elektrickým zkratem. Ve SS ustáleném stavu pak v el. obvodu zůstanou pouze resistory a napěťové a proudové zdroje.**

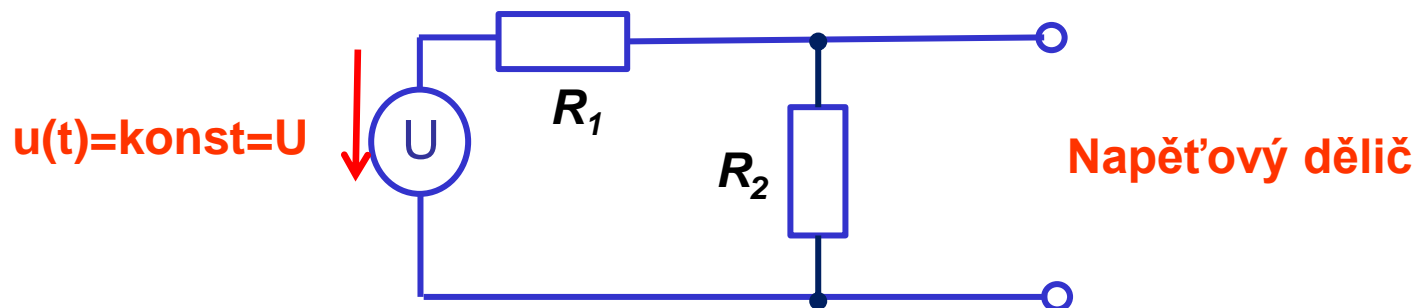
Pro stejnosměrný ustálený stav můžeme v obvodu:

a) rozpojit všechny kapacitory

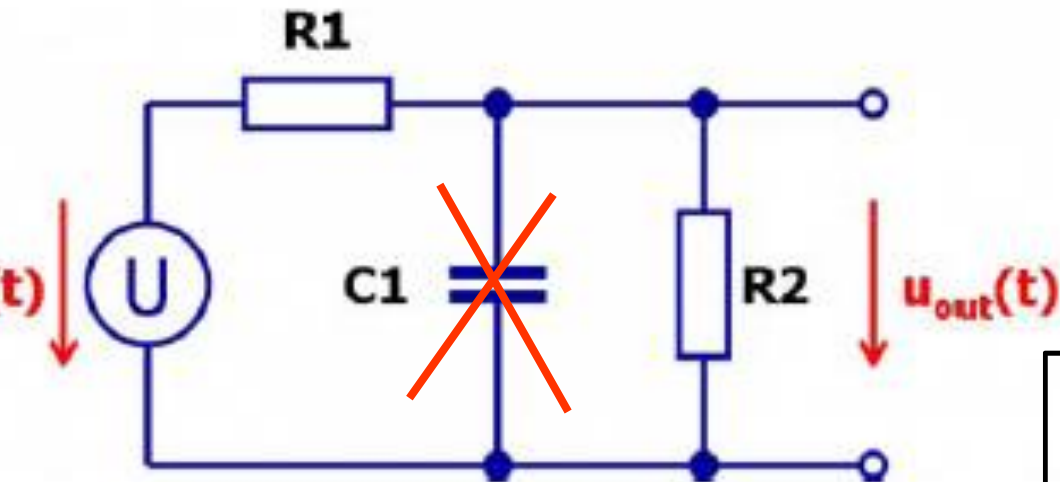
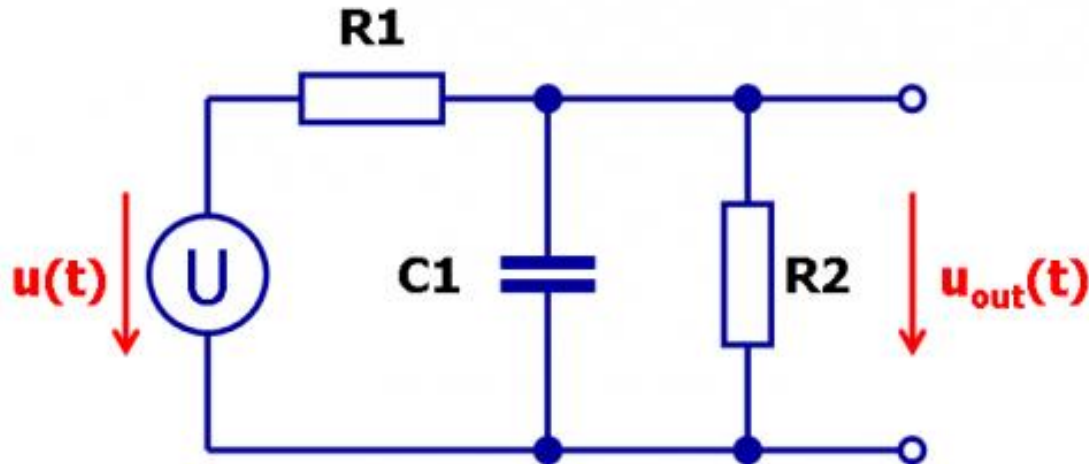
b) zkratovat (= nahradit ideálním vodičem,) všechny induktory



Obvod ve ss ustáleném stavu



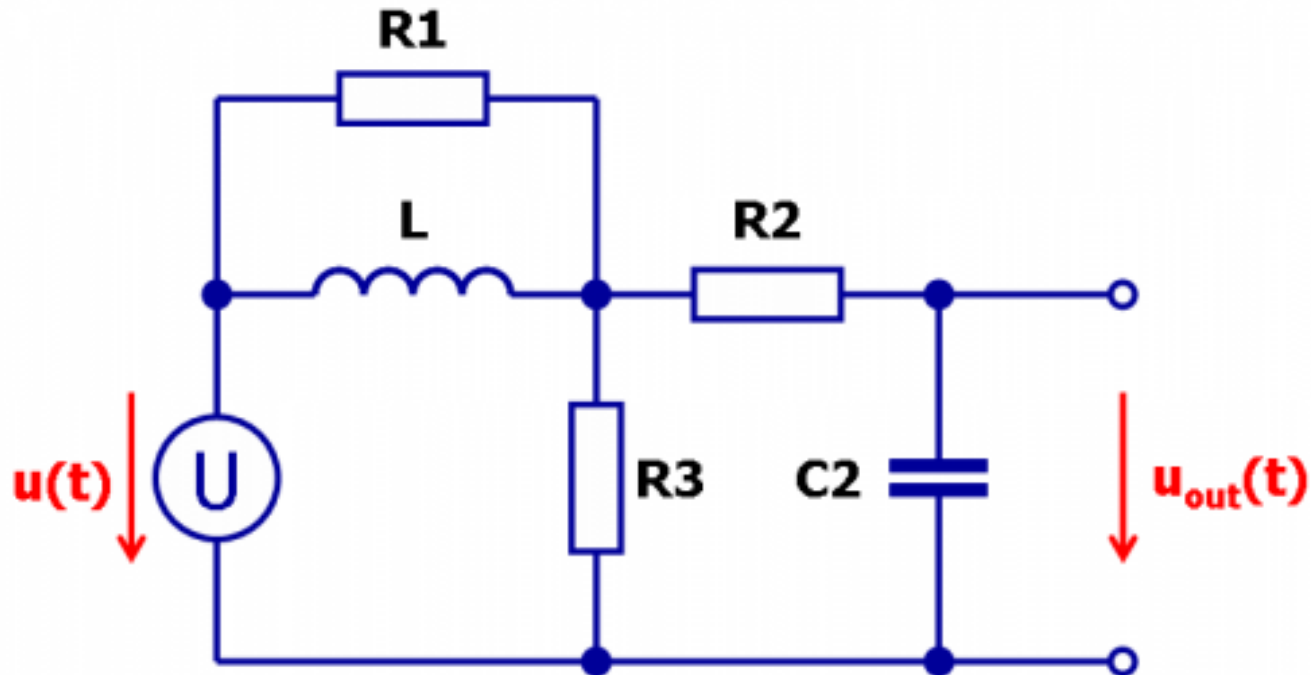
Příklad 1: Jaké je výstupní napětí obvodu u_{OUT} ve stejnosměrném ustáleném stavu?

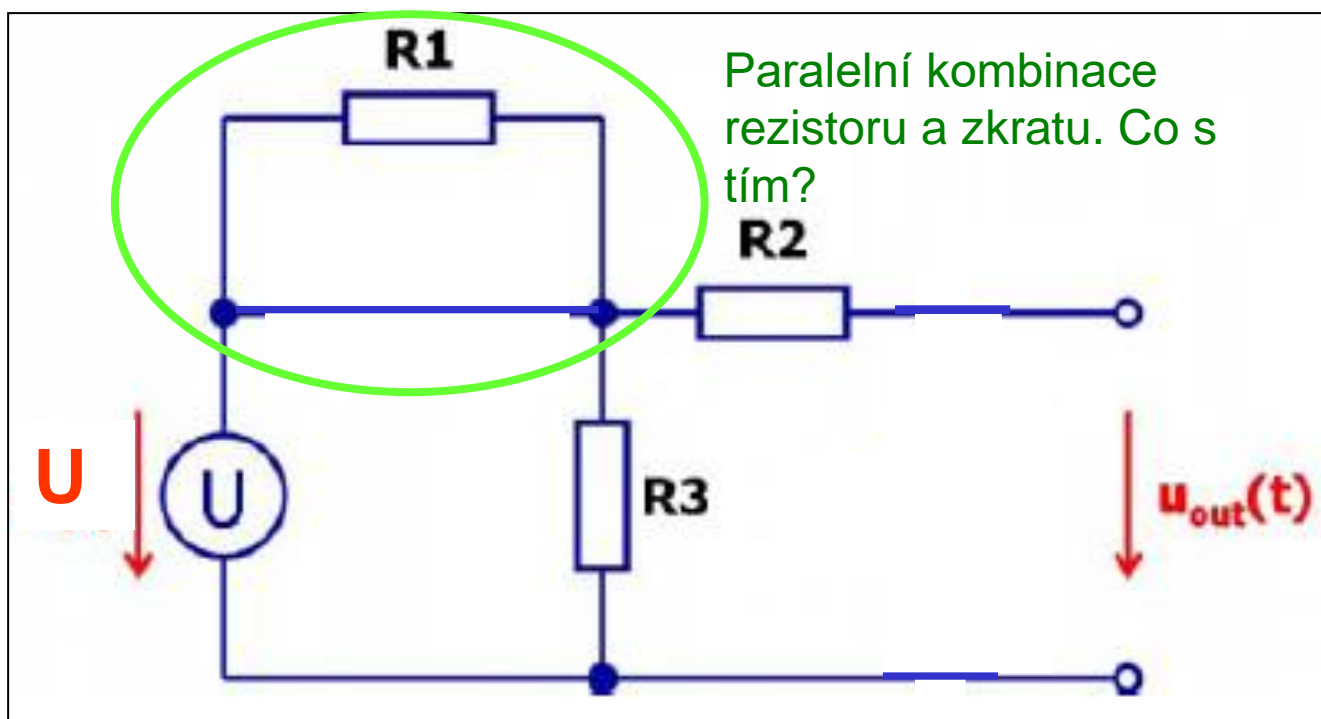
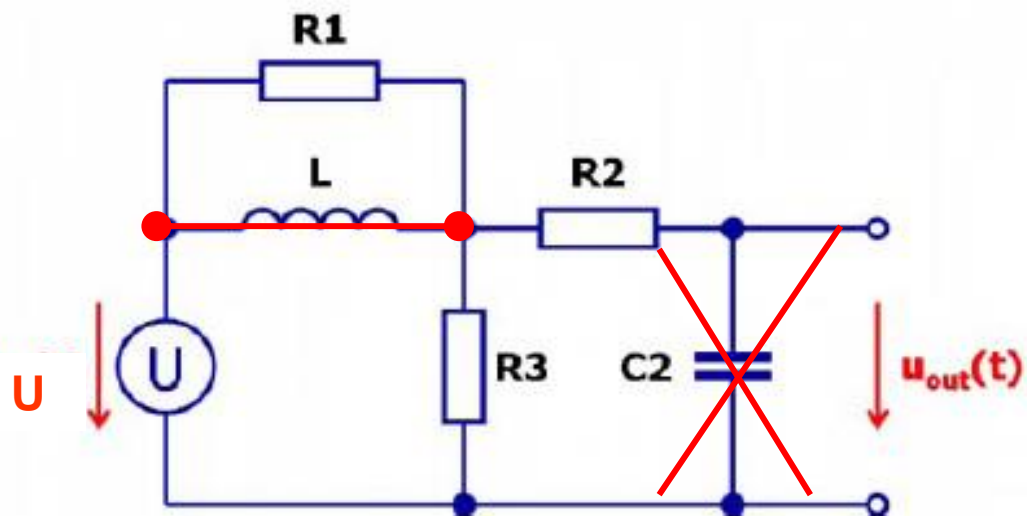


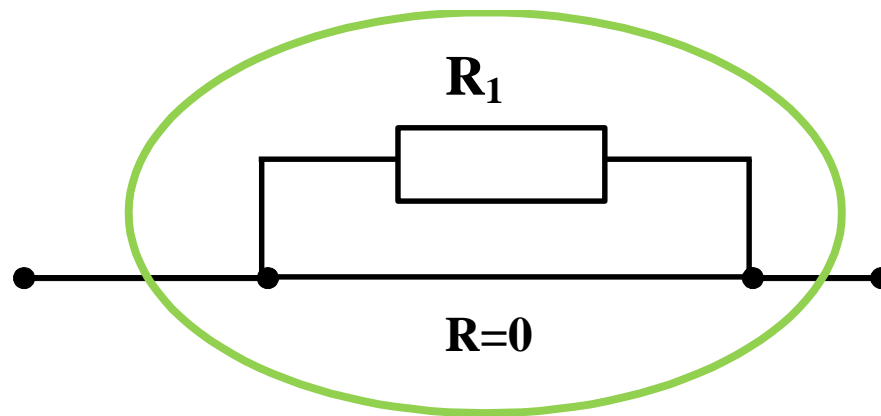
Napěťový dělič

$$u_{out}(t) = u(t) * \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

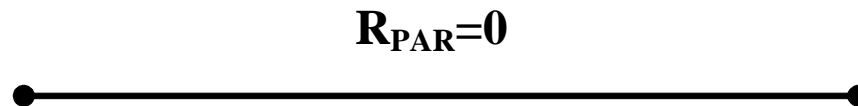
Příklad 2: Překreslete obvod pro stejnosměrný ustálený stav.



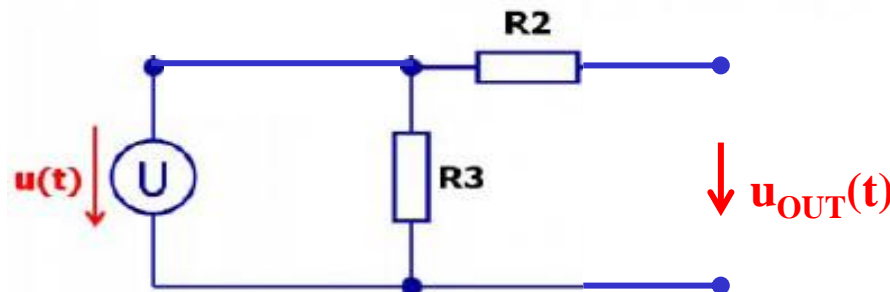




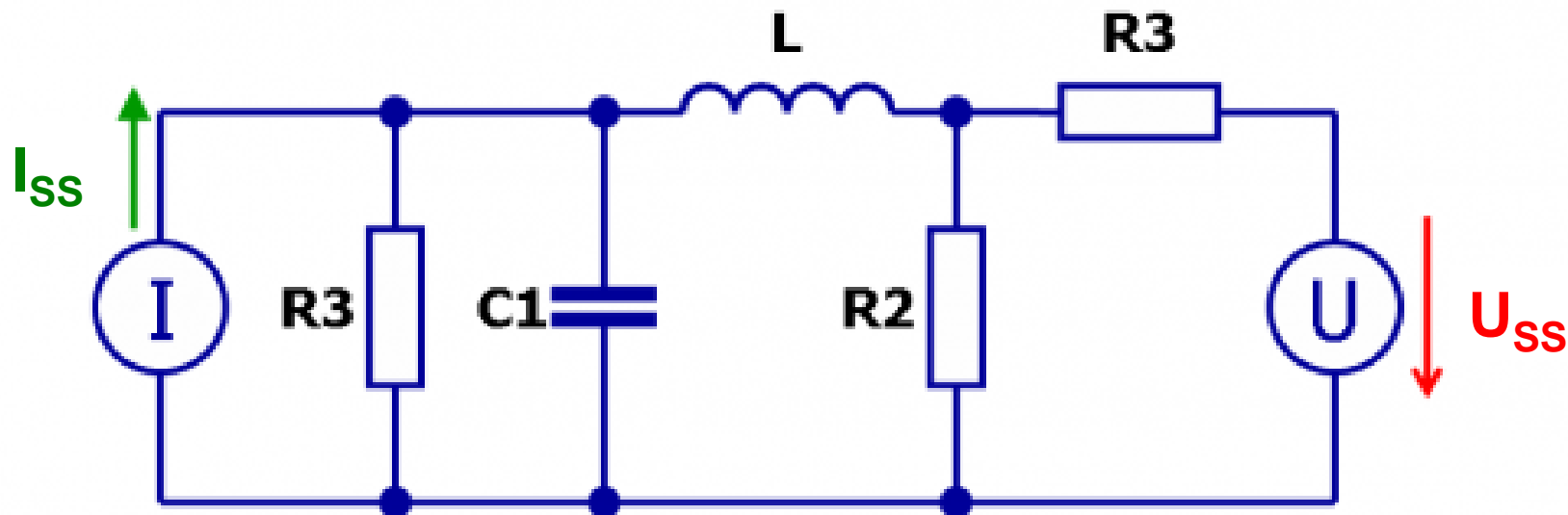
V paralelní kombinaci resistoru R_1 a ideálního vodiče (zkratu) poteče veškerý proud pouze ideálním vodičem, jehož odpor R je roven 0Ω . Pak je možné z paralelního zapojení odpor R_1 odpojit, protože se v obvodu vůbec neuplatní, a celou kombinaci tedy nahradit pouze ideálním vodičem s odporem $R_{PAR} = 0\Omega$.



Obvod z příkladu 2 ve ss ustáleném stavu tedy vypadá po všech úpravách takto:

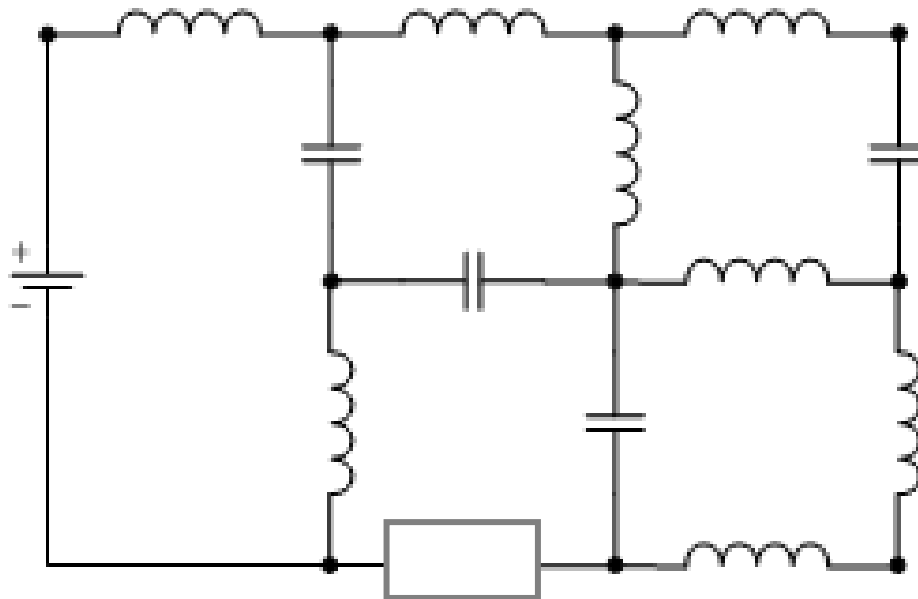


Příklad 3: Překreslete obvod pro stejnosměrný ustálený stav.

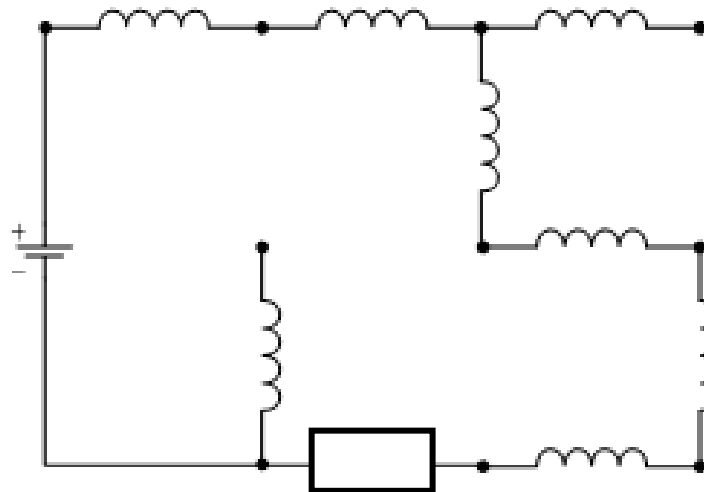


Za předpokladu, že $I_{ss} = \text{konst.}$, I je ideální zdroj ss proudu
 $U_{ss} = \text{konst.}$, U je ideální zdroj ss napětí
rozpojíme kapacitor $C1$ a induktor L nahradíme zkratem.

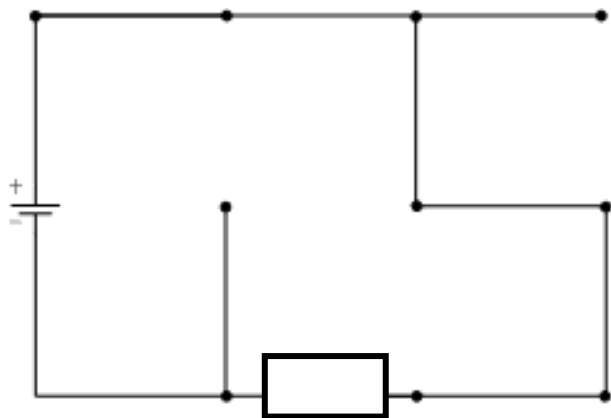
Příklad 4: Překreslete obvod pro stejnosměrný ustálený stav.



Řešení



Po rozpojení
kapacitorů



Po náhradě všech
induktorů ideálním
vodičem (zkratem)

Obvod z příkladu 4 ve
stejnoseměrném ustáleném stavu

