Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5

з дисципліни «Методи оптимізації та планування експерименту» на тему

«Проведення трьохфакторного експерименту при використанні рівняння регресії з урахуванням квадратичних членів (центральний ортогональний композиційний план)»

Виконав:
Студент 2-го курсу ФІОТ
групи ІВ-93
Цоколов Максим

Перевірив:

Регіда П. Г.

Київ – 2021

Мета роботи: Провести трьохфакторний експеримент з урахуванням квадратичних членів ,використовуючи центральний ортогональний композиційний план. Знайти рівняння регресії, яке буде адекватним для опису об'єкту.

Завдання на лабораторну роботу:

1. Взяти рівняння з урахуванням квадратичних членів.

2. Скласти матрицю планування для ОЦКП

3. Провести експеримент у всіх точках факторного простору (знайти значення функції відгуку Y). Значення функції відгуку знайти у відповідності з варіантом діапазону, зазначеного далі. Варіанти вибираються по номеру в списку в
журналі викладача.

$$y_{i\max} = 200 + x_{cp\max}$$
$$y_{i\min} = 200 + x_{cp\min}$$

где $x_{cp\max} = \frac{x_{1\max} + x_{2\max} + x_{3\max}}{3}$, $x_{cp\min} = \frac{x_{1\min} + x_{2\min} + x_{3\min}}{3}$

4. Розрахувати коефіцієнти рівняння регресії і записати його.

5. Провести 3 статистичні перевірки..

Варіант:

328	-9	3	-10	5	-7	6

Програмний код:

```
import random
import numpy as np
import sklearn.linear_model as lm
from scipy.stats import f, t
from functools import partial
from pyDOE2 import *


def regression(x, b):
    y = sum([x[i] * b[i] for i in range(len(x))])
    return y


x_range = ((-9, 3), (-10, 5), (-7, 6))

x_aver_max = sum([x[1] for x in x_range]) / 3
x_aver_min = sum([x[0] for x in x_range]) / 3

y_max = 200 + int(x_aver_max)
y_min = 200 + int(x_aver_min)


# квадратна дисперсія
def s_kv(y, y_aver, n, m):
```

```
    res = []
    for i in range(n):
        s = sum([(y_aver[i] - y[i][j]) ** 2 for j in range(m)]) / m
        res.append(round(s, 3))
    return res


def plan_matrix5(n, m):
    print('\nЛабораторна 5')
    print(f'\nГереруємо матрицю планування для n = {n}, m = {m}')

    y = np.zeros(shape=(n, m))
    for i in range(n):
        for j in range(m):
            y[i][j] = random.randint(y_min, y_max)

    if n > 14:
        no = n - 14
    else:
        no = 1
    x_norm = ccdesign(3, center=(0, no))
    x_norm = np.insert(x_norm, 0, 1, axis=1)

    for i in range(4, 11):
        x_norm = np.insert(x_norm, i, 0, axis=1)

    l = 1.215

    for i in range(len(x_norm)):
        for j in range(len(x_norm[i])):
            if x_norm[i][j] < -1 or x_norm[i][j] > 1:
                if x_norm[i][j] < 0:
                    x_norm[i][j] = -l
                else:
                    x_norm[i][j] = l

    def add_sq_nums(x):
        for i in range(len(x)):
            x[i][4] = x[i][1] * x[i][2]
            x[i][5] = x[i][1] * x[i][3]
            x[i][6] = x[i][2] * x[i][3]
            x[i][7] = x[i][1] * x[i][3] * x[i][2]
            x[i][8] = x[i][1] ** 2
            x[i][9] = x[i][2] ** 2
            x[i][10] = x[i][3] ** 2
        return x

    x_norm = add_sq_nums(x_norm)

    x = np.ones(shape=(len(x_norm), len(x_norm[0])), dtype=np.int64)
    for i in range(8):
        for j in range(1, 4):
            if x_norm[i][j] == -1:
                x[i][j] = x_range[j - 1][0]
            else:
                x[i][j] = x_range[j - 1][1]

    for i in range(8, len(x)):
        for j in range(1, 3):
            x[i][j] = (x_range[j - 1][0] + x_range[j - 1][1]) / 2

    dx = [x_range[i][1] - (x_range[i][0] + x_range[i][1]) / 2 for i in range(3)]

    x[8][1] = l * dx[0] + x[9][1]
    x[9][1] = -l * dx[0] + x[9][1]
    x[10][2] = l * dx[1] + x[9][2]
    x[11][2] = -l * dx[1] + x[9][2]
    x[12][3] = l * dx[2] + x[9][3]
```

```
    x[13][3] = -1 * dx[2] + x[9][3]

    x = add_sq_nums(x)

    print('\nX:\n', x)
    print('\nX нормоване:\n')
    for i in x_norm:
        print([round(x, 2) for x in i])
    print('\nY:\n', y)

    return x, y, x_norm


def find_coef(X, Y, norm=False):
    skm = lm.LinearRegression(fit_intercept=False)
    skm.fit(X, Y)
    B = skm.coef_

    if norm == 1:
        print('\nКоефіцієнти рівняння регресії з нормованими X:')
    else:
        print('\nКоефіцієнти рівняння регресії:')
    B = [round(i, 3) for i in B]
    print(B)
    print('\nРезультат рівняння зі знайденими коефіцієнтами:\n', np.dot(X, B))
    return B


def kriteriy_cochrana(y, y_aver, n, m):
    f1 = m - 1
    f2 = n
    q = 0.05
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    Gp = max(S_kv) / sum(S_kv)
    print('\nПеревірка за критерієм Кохрена')
    return Gp


def cohren(f1, f2, q=0.05):
    q1 = q / f1
    fisher_value = f.ppf(q=1 - q1, dfn=f2, dfd=(f1 - 1) * f2)
    return fisher_value / (fisher_value + f1 - 1)


# оцінки коефіцієнтів
def bs(x, y_aver, n):
    res = [sum(1 * y for y in y_aver) / n]

    for i in range(len(x[0])):
        b = sum(j[0] * j[1] for j in zip(x[:, i], y_aver)) / n
        res.append(b)
    return res


def kriteriy_studenta(x, y, y_aver, n, m):
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    s_kv_aver = sum(S_kv) / n

    # статистична оцінка дисперсії
    s_Bs = (s_kv_aver / n / m) ** 0.5  # статистична оцінка дисперсії
    Bs = bs(x, y_aver, n)
    ts = [round(abs(B) / s_Bs, 3) for B in Bs]

    return ts


def kriteriy_fishera(y, y_aver, y_new, n, m, d):
    S_ad = m / (n - d) * sum([(y_new[i] - y_aver[i]) ** 2 for i in range(len(y))])
```

```
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    S_kv_aver = sum(S_kv) / n

    return S_ad / S_kv_aver


def check(X, Y, B, n, m):
    print('\n\tПеревірка рівняння:')
    f1 = m - 1
    f2 = n
    f3 = f1 * f2
    q = 0.05

    ### табличні значення
    student = partial(t.ppf, q=1 - q)
    t_student = student(df=f3)

    G_kr = cohren(f1, f2)
    ###

    y_aver = [round(sum(i) / len(i), 3) for i in Y]
    print('\nСереднє значення y:', y_aver)

    disp = s_kv(Y, y_aver, n, m)
    print('Дисперсія y:', disp)

    Gp = kriteriy_cochrana(Y, y_aver, n, m)
    print(f'Gp = {Gp}')
    if Gp < G_kr:
        print(f'З ймовірністю {1-q} дисперсії однорідні.')
    else:
        print("Необхідно збільшити кількість дослідів")
        m += 1
        main(n, m)

    ts = kriteriy_studenta(X[:, 1:], Y, y_aver, n, m)
    print('\nКритерій Стьюдента:\n', ts)
    res = [t for t in ts if t > t_student]
    final_k = [B[i] for i in range(len(ts)) if ts[i] in res]
    print('\nКоефіцієнти {} статистично незначущі, тому ми виключаємо їх з рівняння.'.format(
        [round(i, 3) for i in B if i not in final_k]))

    y_new = []
    for j in range(n):
        y_new.append(regression([X[j][i] for i in range(len(ts)) if ts[i] in res], final_k))

    print(f'\nЗначення "y" з коефіцієнтами {final_k}')
    print(y_new)

    d = len(res)
    if d >= n:
        print('\nF4 <= 0')
        print('')
        return
    f4 = n - d

    F_p = kriteriy_fishera(Y, y_aver, y_new, n, m, d)

    fisher = partial(f.ppf, q=0.95)
    f_t = fisher(dfn=f4, dfd=f3)  # табличне знач
    print('\nПеревірка адекватності за критерієм Фішера')
    print('Fp =', F_p)
    print('F_t =', f_t)
    if F_p < f_t:
        print('Математична модель адекватна експериментальним даним')
    else:
        print('Математична модель не адекватна експериментальним даним')
```

```python
def main(n, m):
    X5, Y5, X5_norm = plan_matrix5(n, m)

    y5_aver = [round(sum(i) / len(i), 3) for i in Y5]
    B5 = find_coef(X5, y5_aver)

    check(X5_norm, Y5, B5, n, m)


if __name__ == '__main__':
    main(17, 5)
```

Вивід програми:

```
Лабораторна 5

Гереруємо матрицю планування для n = 17, m = 5

X:
 [[   1   -9  -10   -7   90   63   70 -630   81  100   49]
 [   1    3  -10   -7  -30  -21   70  210    9  100   49]
 [   1   -9    5   -7  -45   63  -35  315   81   25   49]
 [   1    3    5   -7   15  -21  -35 -105    9   25   49]
 [   1   -9  -10    6   90  -54  -60  540   81  100   36]
 [   1    3  -10    6  -30   18  -60 -180    9  100   36]
 [   1   -9    5    6  -45  -54   30 -270   81   25   36]
 [   1    3    5    6   15   18   30   90    9   25   36]
 [   1    4   -2    1   -8    4   -2   -8   16    4    1]
 [   1  -10   -2    1   20  -10   -2   20  100    4    1]
 [   1   -3    7    1  -21   -3    7  -21    9   49    1]
 [   1   -3  -11    1   33   -3  -11   33    9  121    1]
 [   1   -3   -2    8    6  -24  -16   48    9    4   64]
 [   1   -3   -2   -6    6   18   12  -36    9    4   36]
 [   1   -3   -2    1    6   -3   -2    6    9    4    1]
 [   1   -3   -2    1    6   -3   -2    6    9    4    1]
 [   1   -3   -2    1    6   -3   -2    6    9    4    1]]

 X нормоване:

[1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, -1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.22, 0.0, 0.0, -0.0, -0.0, 0.0, -0.0, 1.48, 0.0, 0.0]
[1.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48, 0.0, 0.0]
[1.0, 0.0, -1.22, 0.0, -0.0, 0.0, -0.0, -0.0, 0.0, 1.48, 0.0]
[1.0, 0.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48, 0.0]
[1.0, 0.0, 0.0, -1.22, 0.0, -0.0, -0.0, -0.0, 0.0, 0.0, 1.48]
[1.0, 0.0, 0.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48]
[1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
```

```
Критерій Стьюдента:
 [540.594, 0.176, 0.506, 1.438, 1.731, 0.192, 0.256, 1.347, 348.784, 349.447, 349.021]

Коефіцієнти [0.16, 0.142, -0.092, 0.005, 0.006, 0.004] статистично незначущі, тому ми виключаємо їх з рівняння.

Значення "y" з коефіцієнтами [197.657, 0.032, 0.003, 0.018, 0.019]
[197.729, 197.665, 197.665, 197.729, 197.729, 197.665, 197.665, 197.729, 197.66142867500002, 197.66142867500002, 197.68357205, 197.68357205, 197.685048275, 197.685048275, 197.657, 197.657, 197.657]

Перевірка адекватності за критерієм Фішера
Fp = 2.3064329910373638
F_t = 1.8974957627511162
Математична модель не адекватна експериментальним даним

Лабораторна 5

Гереруємо матрицю планування для n = 17, m = 5

X:
 [[   1   -9  -10   -7   90   63   70 -630   81  100   49]
 [   1    3  -10   -7  -30  -21   70  210    9  100   49]
 [   1   -9    5   -7  -45   63  -35  315   81   25   49]
 [   1    3    5   -7   15  -21  -35 -105    9   25   49]
 [   1   -9  -10    6   90  -54  -60  540   81  100   36]
 [   1    3  -10    6  -30   18  -60 -180    9  100   36]
 [   1   -9    5    6  -45  -54   30 -270   81   25   36]
 [   1    3    5    6   15   18   30   90    9   25   36]
 [   1    4   -2    1   -8    4   -2   -8   16    4    1]
 [   1  -10   -2    1   20  -10   -2   20  100    4    1]
 [   1   -3    7    1  -21   -3    7  -21    9   49    1]
 [   1   -3  -11    1   33   -3  -11   33    9  121    1]
 [   1   -3   -2    8    6  -24  -16   48    9    4   64]
 [   1   -3   -2   -6    6   18   12  -36    9    4   36]
 [   1   -3   -2    1    6   -3   -2    6    9    4    1]
 [   1   -3   -2    1    6   -3   -2    6    9    4    1]
 [   1   -3   -2    1    6   -3   -2    6    9    4    1]]

X нормоване:

[1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, -1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
```

```
[1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, -1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.22, 0.0, 0.0, -0.0, -0.0, 0.0, -0.0, 1.48, 0.0, 0.0]
[1.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48, 0.0, 0.0]
[1.0, 0.0, -1.22, 0.0, -0.0, 0.0, -0.0, -0.0, 0.0, 1.48, 0.0]
[1.0, 0.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48, 0.0]
[1.0, 0.0, 0.0, -1.22, 0.0, -0.0, -0.0, -0.0, 0.0, 0.0, 1.48]
[1.0, 0.0, 0.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48]
[1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
[1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
[1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]

Y:
 [[193. 193. 198. 204. 196.]
 [199. 201. 199. 193. 203.]
 [193. 203. 201. 202. 195.]
 [196. 198. 200. 202. 195.]
 [199. 202. 202. 195. 197.]
 [196. 201. 204. 193. 200.]
 [201. 194. 197. 197. 202.]
 [201. 201. 201. 193. 196.]
 [201. 193. 202. 194. 202.]
 [193. 193. 204. 192. 196.]
 [192. 201. 196. 200. 196.]
 [195. 203. 204. 204. 201.]
 [199. 199. 204. 194. 195.]
 [200. 203. 197. 196. 192.]
 [199. 195. 196. 203. 196.]
 [199. 204. 193. 195. 204.]
 [201. 199. 199. 195. 201.]]

Коефіцієнти рівняння регресії:
[198.228, -0.059, -0.024, 0.01, -0.006, -0.0, -0.004, 0.001, -0.02, 0.013, -0.0]

Результат рівняння зі знайденими коефіцієнтами:
```

```
Результат рівняння зі знайденими коефіцієнтами:
 [197.159 199.451 197.999 197.951 198.979 199.711 197.284 198.016 197.83
 196.836 198.781 199.951 198.481 198.145 198.313 198.313 198.313]

    Перевірка рівняння:

Середнє значення y: [196.8, 199.0, 198.8, 198.2, 199.0, 198.8, 198.2, 198.4, 198.4, 195.6, 197.0, 201.4, 198.2, 197.6, 197.8, 199.0, 199.0]
Дисперсія y: [16.56, 11.2, 16.16, 6.56, 7.6, 14.96, 8.56, 11.04, 16.24, 19.44, 10.4, 11.44, 12.56, 13.84, 8.56, 20.4, 4.8]

Перевірка за критерієм Кохрена
Gp = 0.09699505515405094
З ймовірністю 0.95 дисперсії однорідні.

Критерій Стьюдента:
 [519.792, 0.278, 0.824, 0.134, 0.37, 0.247, 0.37, 0.493, 334.403, 335.405, 334.813]

Коефіцієнти [-0.059, -0.024, 0.01, -0.006, -0.004, 0.001] статистично незначущі, тому ми виключаємо їх з рівняння.

Значення "y" з коефіцієнтами [198.228, -0.02, 0.013, -0.0]
[198.221, 198.221, 198.221, 198.221, 198.221, 198.221, 198.221, 198.221, 198.1984755, 198.1984755, 198.247190925, 198.247190925, 198.228, 198.228, 198.228, 198.228, 198.2

Перевірка адекватності за критерієм Фішера
Fp = 0.7459611550806984
F_t = 1.8669463026594668
Математична модель адекватна експериментальним даним

Process finished with exit code 0
```